



EX-2022-00160615- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Álgebra Universal	AÑO: 2022
CARACTER: Especialidad	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 5° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

FUNDAMENTACIÓN

El Álgebra Universal (AU) es el área de la matemática que estudia las (clases de) estructuras algebraicas abstractas, en contraste con el álgebra clásica que centra su investigación en (clases de) estructuras específicas, tales como grupos o reticulados. Nace a principios del siglo veinte con el propósito de desarrollar un marco formal en el que se puedan considerar y analizar estructuras algebraicas de diferente naturaleza. Con ese propósito se introduce la noción de álgebra como una estructura que consiste en un conjunto base (a veces llamado universo) equipado con operaciones de aridad finita. A partir de esta abstracción, en combinación con ideas fundacionales de la lógica de primer orden y su teoría de modelos, es posible generalizar resultados de clases particulares (e.g. los teoremas de isomorfismo de grupos, anillos, etc.). Si bien la posibilidad de abstraer y generalizar resultados válidos para estructuras particulares es una de las virtudes del AU, el área evolucionó rápidamente, consolidándose como un cuerpo de conocimiento con sus propias preguntas, teorías y métodos. Algunas subáreas importantes del AU moderna son la teoría de (Quasi)variedades (la cual se centra en clases de álgebras axiomatizables por sentencias de Horn universales), la teoría de Clones (que estudia los conjuntos de operaciones inducidos por los términos en un álgebra), representaciones por haces y su aplicación a preguntas de decidibilidad, etc. Una característica subyacente a estos tópicos (y a casi todos los tópicos enmarcados en el AU) es el foco en la interacción sintaxis-semántica, y muchos de los teoremas del área capturan propiedades de esta índole. En este sentido puede entenderse al AU como un área prima hermana de la Teoría de Modelos (TM). Una marcada diferencia es que en la TM la componente sintáctica está constituida por toda la Lógica de primer orden, mientras que en el AU se estudian ciertos fragmentos del primer orden (e.g., identidades, universales de Horn, etc.).

Pasado más de un siglo desde su concepción, el AU se ha transformado en un cuerpo de conocimiento vibrante de la matemática contemporánea. Sus técnicas y resultados permiten interacciones profundas y fructíferas con otras áreas, tales como el Álgebra Clásica, las Ciencias de la Computación (en particular la Complejidad Computacional) y la Lógica Algebraica, entre otras.

OBJETIVOS

El objetivo del curso es que la/el alumna/o adquiera un manejo fluido de los conceptos fundamentales del Álgebra Universal, y a partir de esto desarrolle una sólida comprensión de los resultados y técnicas expuestos a lo largo del curso.

CONTENIDO

Álgebras

Definición de álgebra de una signatura dada. Introducción y resultados básicos acerca de: subálgebras, homomorfismos y congruencias. Los tres teoremas de Isomorfismo.

Reticulados y Operadores de clausura algebraicos

Conjuntos parcialmente ordenados. Reticulados (algebraicos). Operadores de clausura (algebraicos). Vinculación entre reticulados y operadores de clausura. Conexiones de Galois.

Productos directos y subdirectos



EX-2022-00160615- -UNC-ME#FAMAF

Definición de productos (subdirectos). Álgebras directamente indescomponibles y (finitamente) subdirectamente irreducibles. Congruencias completamente meet-irreducibles. Pares de congruencias factor complementarias. El teorema de descomposición subdirecta de Birkhoff.

Operadores de clase y variedades

Los operadores de clase para isomorfismos, subálgebras, imágenes homomórficas y productos. Composición de operadores y desigualdades.

Variedades, identidades y álgebras libres

Definición de variedad. Construcción de álgebras libres. El teorema HSP de Birkhoff.

Condiciones de Malcev

Condiciones de Malcev para: permutabilidad de congruencias, distributividad de congruencias (Teorema de Jonsson), aritmeticidad (Teorema de Pixley).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Universal Algebra: Fundamentals and Selected Topics, C. Bergman, CRC Press, 2011

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

A Course in Universal Algebra, S. Burris y H. P. Sankappanavar, 2012

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Se tomarán dos parciales y se pedirán cinco entregas de ejercicios seleccionados de las guías prácticas.

REGULARIDAD

Aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

CORRELATIVIDADES

PARA CURSAR: APROBADA

Funciones Reales, Topología General, Estr. Algebraicas, Func. Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.

PARA RENDIR: APROBADA

Funciones Reales, Topología General, Estr. Algebraicas, Func. Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.