



EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Geometría Diferencial	<b>AÑO:</b> 2022
<b>CARACTER:</b> Obligatoria, optativa	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 2° año 2° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática, Profesorado en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas (Lic. en Matemática) / 165 horas (Prof. en Matemática)

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La Geometría Diferencial es el estudio de la geometría usando las herramientas del Análisis Matemático. En esta asignatura se aprenderán los aspectos básicos de la teoría de curvas y superficies en  $R^3$ . Se definirán los conceptos de curvatura y torsión de una curva.

Se estudiarán las superficies regulares, analizando los ejemplos más usuales y sus propiedades características. Se introducirán los conceptos de curvatura, geodésicas, líneas de curvatura, isometrías.

Finalmente, se estudiarán algunos teoremas clásicos que demuestran que algunas propiedades de las superficies sólo dependen de la geometría intrínseca, es decir, no dependen de qué manera la superficie está incluida en el espacio ambiente  $R^3$ .

La meta de esta asignatura es que la/el estudiante llegue a manejar los conceptos y técnicas, de tal manera que le permitan resolver problemas relacionados. Asimismo se pretende fomentar el empleo de la intuición al trabajar con los conceptos del análisis y al mismo tiempo reconocer la necesidad de la precisión en el uso del lenguaje y del rigor para justificar las afirmaciones matemáticas.

Se intenta que la/el estudiante logre:

- Comprender y utilizar el lenguaje matemático para comunicar adecuadamente conocimientos matemáticos.
- Desarrollar destreza en la aplicación de las técnicas de cálculo.
- Establecer relaciones entre los conceptos matemáticos definidos y utilizar tales conceptos en diferentes contextos.
- Realizar demostraciones simples de algunas afirmaciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

Las clases constarán de una parte teórica y una parte práctica:

**PARTE TEÓRICA:** Se desarrollará frente al pizarrón, donde se expondrán los contenidos de la materia. Se espera que las/los estudiantes analicen las demostraciones y los ejemplos de manera crítica y se establezca un diálogo docente-estudiante que permita una mejor comprensión de los temas.

**PARTE PRÁCTICA:** Las clases prácticas se organizan de manera de que las/los estudiantes resuelvan de manera independiente o grupal ejercicios prácticos, bajo la supervisión y acompañamiento del docente. También el docente interactúa con las/los estudiantes mediante exposiciones para la resolución de algunos problemas.

### CONTENIDO

#### Curvas en el espacio

Curvas, longitud de arco, reparametrización por longitud de arco. Curvatura. Curvas en el espacio. El triedro de Frenet, curvatura y torsión. Fórmulas de Frenet. Curvatura signada de curvas planas. Transformaciones rígidas del plano y el espacio. Congruencia de curvas.

EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

### **Superficies regulares**

Definición de superficie regular, sistemas de coordenadas. Ejemplos: plano, cilindro, cono, esfera, superficies regladas y de revolución. Superficies definidas implícitamente como preimagen de un valor regular de una función diferenciable. Cambio de coordenadas. Funciones diferenciables entre superficies. Plano tangente, la diferencial de una función. Teorema de la función inversa en superficies.

### **Isometrías locales entre superficies**

Área de regiones acotadas en una superficie; el ejemplo de la función de Arquímedes del cilindro a la esfera. Transformaciones entre superficies que preservan áreas. Longitud de curvas en una superficie. Isometrías locales entre superficies. Los coeficientes de la primera forma fundamental y su relación con las isometrías locales. La isometría local del helicoide al catenoide. Superficies regladas, curva guía de una superficie reglada.

### **Orientación de superficies**

Superficies orientables. Las superficies de revolución son orientables. La cinta de Moebius no es orientable.

### **El operador de forma**

El operador de forma; propiedades. Curvatura normal, curvaturas principales. Líneas de curvatura. Líneas asintóticas. Fórmula de Euler. Curvatura gaussiana y curvatura media. Clasificación de los puntos de una superficie según las curvaturas principales: puntos elípticos, hiperbólicos, parabólicos y planares. Puntos umbílicos. Caracterización de superficies con todos sus puntos umbílicos.

### **Geodésicas y transporte paralelo**

Geodésicas. Geodésicas del plano, la esfera, el cilindro. Ecuación diferencial para las coordenadas de una geodésica. Existencia y unicidad de geodésicas. Las isometrías locales preservan geodésicas. Trayectorias de geodésicas de las superficies de revolución (Teorema de Clairaut). Campos vectoriales a lo largo de curvas. Transporte paralelo a lo largo de curvas. Teorema egregium de Gauss. Distancia entre dos puntos de una superficie conexa.

## **BIBLIOGRAFÍA**

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

- Manfredo do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
- Barrett O'Neill, Elementos de geometría diferencial, Limusa, 1990.

### **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- Alfred Gray, Modern differential geometry of curves and surfaces with MATHEMATICA, CRC 1998.
- Andrew Pressley, Elementary Differential Geometry, Springer-Verlag, 2001.

## **EVALUACIÓN**

### **FORMAS DE EVALUACIÓN**

- Dos (2) evaluaciones parciales y dos (2) recuperatorios.
- El examen final constará de una evaluación escrita con contenidos prácticos y una evaluación oral con contenidos teóricos.

### **REGULARIDAD**

Cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases prácticas, y la aprobación de dos evaluaciones parciales con calificación mayor o igual a 4, o sus respectivos recuperatorios.

### **PROMOCIÓN**

No hay régimen de promoción en el cursado de la materia.