



EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

| PROGRAMA DE ASIGNATURA                                                                            |                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Fundamentos de Procesos Estocásticos y Estructuras Jerárquicamente Organizadas | <b>AÑO:</b> 2022                                       |
| <b>CARACTER:</b> Especialidad                                                                     | <b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 4° año 2° cuatrimestre |
| <b>CARRERA:</b> Licenciatura en Física                                                            |                                                        |
| <b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral                                                                     | <b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas                        |

|                                                                                                   |                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Fundamentos de Procesos Estocásticos y Estructuras Jerárquicamente Organizadas | <b>AÑO:</b> 2022                                       |
| <b>CARACTER:</b> Especialidad                                                                     | <b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 2° cuatrimestre |
| <b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática                                                        |                                                        |
| <b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral                                                                     | <b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas                        |

#### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

##### Fundamentos

El interés en las fluctuaciones, en las estructuras jerárquicamente organizadas y en los métodos estocásticos para describirlos ha crecido enormemente en los últimos años.

Sin embargo, los estudiantes que desean iniciarse en estas áreas no encuentran una introducción adecuada y sistematizada para abordar estos fenómenos.

Como es sabido, la fenomenología de los sistemas complejos es amplia y diversa, encontrándose en campos que van desde la física estadística, la física química y la biología hasta estudios abordados por ramas tales como la sociología, la medicina y la economía. Es por ello que los conocimientos que se brindarán en este curso no solamente están destinados para la formación académica enmarcada en los cánones de las carreras de esta institución, sino también para formar a los estudiantes en otras áreas de investigación más interdisciplinarias.

Esto hace que el curso sea naturalmente también de interés para otras carreras de la Universidad Nacional de Córdoba tales como sociología, ingeniería, química y economía.

##### Objetivos

El objetivo general del presente curso es establecer un lenguaje relativamente simple y de una manera razonablemente deductiva, todos los conceptos y métodos que han sido desarrollados en el campo de los procesos estocásticos y sistemas complejos con aplicaciones en la física estadística, la matemática aplicada, los modelos computacionales de sistemas complejos, etc.

Los objetivos particulares son los siguientes:

- Presentar y desarrollar nociones fundamentales de los procesos estocásticos, tales como variables aleatorias, funciones de distribución, ecuaciones maestras, ecuaciones de Fokker Planck y de Langevin.
- Conocer y adquirir diferentes formalismos para describir estructuras jerárquicamente organizadas, partiendo de estructuras fractales estrictamente matemáticas hacia patrones



EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

jerárquicos que ocurren en diversos sistemas complejos.

- Lograr un manejo computacional y práctico de los conceptos adquiridos, reproduciendo resultados ya publicados.

## CONTENIDO

### **Unidad 1: Introducción a los procesos estocásticos.**

- Motivación
- Algunos ejemplos de procesos estocásticos
- Movimiento Browniano
- Ecuación de Langevin
- Procesos de Nacimiento - muerte

### **Unidad 2 : Conceptos de Probabilidad**

- Eventos y conjuntos de eventos.
- Probabilidades
- axiomas de probabilidad
- significado de los axiomas
- variables aleatorias.
- Probabilidades conjunta y condicional.
- Valores medios y densidad de probabilidad
- Función característica
- Función Generatriz de cumulantes
- Distribución de probabilidades Gaussiana y de Poisson.

### **Unidad 3: Procesos Markovianos.**

- Procesos estocásticos.
- Procesos de Markov
- Continuidad de los procesos estocásticos.
- Ecuación diferencial de Chapman - Kolmogorov.
- Procesos de Markov homogéneos y estacionarios.
- Ejemplos de procesos de Markov.

### **Unidad 4: La ecuación de Fokker-Planck.**

- Introducción.
- La ecuación de Fokker-Planck en una dimensión.
- La ecuación de Fokker-Planck en muchas dimensiones.
- Tiempo de escape desde una región.

### **Unidad 5: Métodos de aproximación para los procesos de difusión**

- Teoría de perturbación para ruidos pequeños.
- Expansión para ruidos pequeños para la ecuación de Fokker-Planck
- Eliminación adiabática de variables rápidas.
- Procesos de ruido blanco.

### **Unidad 6: Formalismos de Fractales Matemáticos**

- Medida de Lebesgue.
- Medida de Hausdorff.
- Dimensión de Hausdorff.
- Definiciones alternativas de dimension:de empaquetado, de Rényi, de box-counting.
- Percolación fractal.
- Multifractalidad.

### **Unidad 7: Patrones Jerárquicamente Organizados.**



EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

- Conteo de patrones binarios en una grilla finita.
- Entropía.
- Entropía como función de la dimensión fractal.
- Regímenes entrópicos.

### Unidad 8: Aplicaciones

- Cartografía Fractal de Áreas Urbanas.
- Deforestación.
- Paros de transporte público de pasajeros.
- Modelo de Sznajd.
- Modelo de segregación de Schelling

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- \* Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and Natural Sciences. Third Edition. C. W. Gardiner, 2003. Ed. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York.
- \* Stochastic Processes in Physics and Chemistry. Third Edition. N. G Van Kampen, 2007, Ed. Elsevier Science and technology books.
- \* Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications. K. Falconer, 1990. John Wiley & Sons Ltd.
- \* Fractals Everywhere. M. Barnsley, 1988. Academic Press, Inc.
- \* The Fractal Geometry of Nature. B. Mandelbrot, 1982. W. H. Freeman and Co.
- \* Fractal cartography of urban areas. S. Encarnacao, M. Gaudiano, F. Santos, J. Tenedorio y J. Pacheco, 2012. Scientific Reports, vol. 2 p. 1 - 5
- \* Fractally deforested landscape: Pattern and process in a tri-national Amazon frontier. J. Sun, Z. Huang, Q. Zhen, J. Southworth y S. Perz, 2014. Applied Geography 52 204-211.
- \* An entropical characterization for complex systems becoming out of control. M. Gaudiano y J. Revelli, 2015. PHYSICA A - STATISTICAL AND THEORETICAL PHYSICS, vol. 440 p. 185 - 199.
- \* Spontaneous emergence of a third position in an opinion formation model. M. Gaudiano y J. Revelli, 2019. PHYSICA A - STATISTICAL AND THEORETICAL PHYSICS, vol. 521 p. 501 - 511.
- \* La física en la dinámica urbana: análisis entrópico de los paros en el sistema de transporte de la ciudad de Córdoba. M. Gaudiano, C. Lucca y J. Revelli, 2019. VII Congreso Nacional de Geografía de Universidades Públicas y XXI Jornadas de Geografía de la UNLP, La Plata.
- \* Entropical analysis of an opinion formation model presenting a spontaneous third position emergence. M. Gaudiano y J. Revelli, 2021. EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL B - CONDENSED MATTER, 94:89, <https://doi.org/10.1140/epjb/s10051-021-00098-8>.
- \* On the role of structured initial conditions in the Schelling model. M. Gaudiano y J. Revelli, 2021. PHYSICA A - STATISTICAL AND THEORETICAL PHYSICS, vol. 587

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- \* Probability, Random Variables and Stochastic Processes. Fourth Edition. A. Papoulis and S. Unnikrishna Pilai, 1984. Ed. McGraw Hill book Co.
- \* An Introduction to Stochastic Processes and Nonequilibrium Statistical Physics. Series on Advances in Statistical Mechanics Vol. 10. H. S. Wio, World Scientific Singapore - New Jersey - London - Hong Kong.
- \* A Modern Course in Statistical Physics. Second Edition. L. Reichl, 1998. Ed. John Wiley and sons.
- \* Dynamics of Complex Systems. Y. Bar-Yam, 1992. Ed. Addison - Wesley.
- \* Stochastic Processes, time evolution, symmetries and linear response. P. Hanggi and P. Thomas. Phys. Rep. 88, 1982, 207 - 319.
- \* Stochastic Problems in Physics and Astronomy.



EX-2022-00597456- -UNC-ME#FAMAF

S. Chandrasekhar.  
Rev. M<sup>O</sup>d. Phys. 15, 1943, 1-87.

## EVALUACIÓN

### FORMAS DE EVALUACIÓN

La evaluación parcial del curso constará de dos parciales, un parcial abarcará desde la unidad 1 a la 5 (procesos estocásticos) y el otro parcial abarcará las unidades 6, 7 y 8 (estructuras jerárquicamente organizadas).

La evaluación final del curso será a través de una evaluación escrita y oral.

El examen escrito constará de tres problemas a desarrollar en un máximo de cuatro horas.

El examen oral constará de preguntas acerca de temas desarrollados en el curso.

Para acceder al examen oral, el estudiante deberá haber aprobado el examen escrito con una nota igual o superior a 4 (cuatro) (en una escala de 1 a 10).

En el caso de que el alumno haya obtenido la promoción, la evaluación final consistirá de un coloquio oral donde se le pedirá desarrollar un artículo científico de una temática abordada en el curso. Dicho artículo será previamente asignado en acuerdo entre los profesores y el estudiante.

### REGULARIDAD

Aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

### PROMOCIÓN

Aprobar todas las evaluaciones parciales con una nota no menor a 6 (seis), y obteniendo un promedio no menor a 7 (siete).

## CORRELATIVIDADES

Para la Lic. en Matemática

Para cursar (regularizada)

- Funciones Reales
- Topología General
- Estructuras Algebraicas
- Funciones Analíticas
- Análisis Numérico II
- Geometría Diferencial
- Física General
  
- Análisis numérico I.
- Ecuaciones diferenciales I
- Ecuaciones Diferenciales II

Para rendir (aprobada)

- Funciones Reales
- Topología General
- Estructuras Algebraicas
- Funciones Analíticas
- Análisis Numérico II
- Geometría Diferencial
- Física General

Para la Lic. en Física

- Métodos numéricos.
- Métodos Matemáticos de la Física I
- Métodos Matemáticos de la Física II.