



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



FAMAF  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Introducción a la Geometría Riemanniana	<b>AÑO:</b> 2023
<b>CARACTER:</b> Especialidad	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La Geometría Riemanniana estudia espacios de dimensión finita en los que existen nociones de continuidad, suavidad y distancia, con una cierta compatibilidad entre ellas. Se desprenden los conceptos de geodésica (cuya trayectoria es el camino más corto entre dos elementos suficientemente cercanos) y curvatura (que mide en qué medida el espacio no es métricamente euclídeo).

Estos espacios son importantes en la modelización de situaciones que pueden describirse local, pero no globalmente, de manera paramétrica.

El objetivo es que el/la estudiante llegue a manejar con soltura los contenidos, de tal manera que le permitan resolver problemas relacionados. Además, que conozca las demostraciones rigurosas de los enunciados que constituyen el núcleo de la teoría (y que tome conciencia de la necesidad de las hipótesis correspondientes).

Como es el caso para toda materia del área Matemática, se intenta que el/la estudiante desarrolle capacidades para:

- Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- Abstractar las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas, y hacerlo de manera rigurosa y concisa.

### CONTENIDO

#### Unidad I

Varietades riemannianas: Estructuras riemanniana y pseudo-riemanniana – Conexiones afines - Derivada covariante - Transporte paralelo - Geodésicas - Conexión de Levi-Civita - Aplicación exponencial - Propiedades minimizantes de las geodésicas – Entornos normales.

#### Unidad II

Complejidad de variedades riemannianas: Distancia riemanniana - Métricas riemannianas completas - Teorema de Hopf-Rinow.

#### Unidad III

La curvatura: Tensor de curvatura - Identidades de Bianchi - Curvaturas seccional, de Ricci y escalar - Expresión para el tensor de curvatura en el caso de curvatura seccional constante - Teorema de Schur.



EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

**Unidad IV**

Inmersiones isométricas: La segunda forma fundamental y el operador de forma - La curvatura media - Teorema de Gauss - Subvariedades totalmente geodésicas obtenidas mediante puntos fijos de isometrías.

**Unidad V**

Campos Killing y campos de Jacobi: Campos de Killing - Campos de Jacobi - Campos de Jacobi en espacios de curvatura constante - Puntos conjugados y su relación con puntos críticos de la aplicación exponencial.

**Unidad VI**

El espacio hiperbólico: Diferentes modelos - Isometrías, geodésicas y subvariedades distinguidas.

**Unidad VII**

Teorema de Hadamard: Espacios de cubrimiento - Teorema de Hadamard.

**Unidad VIII**

Variedades homogéneas: Grupos de Lie - Variedades homogéneas - Submersiones riemannianas - Métricas normales - Geodésicas de métricas normales - La grassmanniana y sus geodésicas.

**BIBLIOGRAFÍA****BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

- M. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser, 1992.
- M. J. Druetta, Notas de Geometría Riemanniana Básica, Trabajos de Matemática, Serie B, 1/87, FaMAF.
- J. Lee, Riemannian Manifolds - An Introduction to Curvature, Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2006.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- J. M. Lee, Introduction to Riemannian Manifolds, Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2018.
- A. L. Besse, Einstein Manifolds, Classics in Mathematics, Springer, 2007.
- W. Boothby, An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, Elsevier, 2003.
- J. Jost, Riemannian Geometry and Geometric Analysis (Universitext), Springer, 2008.
- W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, Student Mathematical Library, Vol. 16, A.M.S., 2015.
- P. Petersen, Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2006.

**EVALUACIÓN****FORMAS DE EVALUACIÓN**

A mediados y al final del curso se darán respectivas listas de problemas prácticos.

Para alcanzar la regularidad, las/los estudiantes deberán resolverlos de manera correcta (al menos la mitad de ellos), en el término de 10 días. Está permitido consultar al docente sobre los ejercicios.

El día del examen final el/la estudiante responde de manera escrita preguntas sobre temas de la teoría y además entrega las soluciones de problemas prácticos que se le habrán hecho llegar con una semana de antelación. Está permitido consultar al docente sobre los ejercicios.

**REGULARIDAD**

Aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.

**CORRELATIVIDADES**



UNC

Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FAMAF**

Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

---

EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

Para cursar:

- tener regularizada Geometría Superior
- tener aprobadas Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, y Física General.

Para rendir:

- tener aprobadas Geometría Superior, Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, y Física General.