



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAFA
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAFA

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Representaciones de Grupos Finitos.	AÑO: 2023
CARACTER: Especialidad	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 5° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

El objetivo de este curso es introducir la teoría de representaciones de grupos finitos sobre cuerpos de característica arbitraria y mostrar cómo se obtienen resultados importantes de la teoría de grupos usando representaciones, i. e. Teorema de Burnside. Puesto que en gran parte del curso se trabaja sobre el álgebra de grupo kG , este curso serviría de introducción a la teoría de representaciones de distintas álgebras, como por ejemplo álgebras de Lie, álgebras de Hopf, grupos cuánticos.

El problema fundamental de la teoría es determinar todas las representaciones de dimensión finita de un grupo dado G sobre un cuerpo algebraicamente cerrado k . Este problema no sólo es interesante en sí mismo y por sus aplicaciones en otros campos, sino que es importante para entender la estructura interna del grupo G . Las posibles soluciones de este problema se encuadran en dos casos radicalmente diferentes: cuando la característica del cuerpo no divide al orden de G y cuando sí la divide.

Después de introducir las nociones básicas generales, se desarrollará la teoría para el caso en que el cuerpo tiene característica cero y luego se estudiará la teoría de Brauer que trata sobre representaciones en característica positiva.

Objetivos:

- Introducir al/a la estudiante a los temas básicos de la teoría de representaciones de grupos finitos.
- Discutir diferentes aplicaciones y relaciones que tiene esta área con otras de la matemática.

CONTENIDO

Unidad I: Representaciones y caracteres.

Definiciones y ejemplos básicos. Representaciones irreducibles y completa reducibilidad. El subgrupo derivado y representaciones de dimensión 1. Teoría de caracteres. Lema de Schur. Relaciones de ortogonalidad entre los caracteres. Descomposición de la representación regular. Cantidad de representaciones irreducibles. Descripción explícita de una representación. Ejemplos: grupos simétricos, grupos dihedrales, $SL_2(k)$.

Unidad II: Construcción de representaciones a partir de otras.

Subrepresentaciones. Representación adjunta. Producto tensorial, restricción e inducción de representaciones.

Unidad III: Representaciones en característica cero.

Representaciones y módulos. Teorema de Maschke. Formas bilineales en caracteres. Tabla de caracteres. Caracteres y enteros algebraicos. Dimensión de los módulos simples. Aplicaciones: el teorema de Burnside. Producto tensorial de kG -módulos. El carácter de una representación inducida. La fórmula de reciprocidad. Criterio de irreducibilidad de Mackey. Teorema de Artin. Teorema de Brauer. Cotas para las dimensiones de representaciones irreducibles. Ejemplos: representaciones de $GL_2(F_q)$ y $SL_2(F_q)$.



EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

Unidad IV: Representaciones modulares.

Definiciones. El álgebra de grupo kG . El centro kG . Teoría de bloques para el anillo kG . Grupos de Grothendieck. Elementos p -regulares, subgrupos p -elementales. El mapa de descomposición. Extensiones de cuerpos de base y grupos de Grothendieck. Caracteres de Brauer. El triángulo de Cartan-Brauer. Envoltentes proyectivas. Propiedades del triángulo de Cartan-Brauer. Relaciones de ortogonalidad de los caracteres de Brauer. Ejemplos: representaciones modulares de los grupos simétricos.

Unidad V: Temas complementarios.

El indicador de Frobenius-Schur. Categorías de representaciones. Aplicaciones e implementaciones de rutinas en programas de álgebra discreta computacional: GAP, MAGMA, SAGE.

BIBLIOGRAFÍA**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

C. W. Curtis and I. Reiner, Representation theory of finite groups and associative algebras. Reprint of the 1962 original. AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2006. xiv+689 pp.

G. James and M. Liebeck, Representations and characters of groups. Second edition. Cambridge University Press, New York, 2001. viii+458 pp.

J.-P. Serre, Linear representations of finite groups. Translated from the second French edition by Leonard L. Scott. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 42. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. x+170 pp.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

W. Fulton and J. Harris, Representation theory. A first course. Graduate Texts in Mathematics, 129. Readings in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1991. xvi+551 pp.

EVALUACIÓN**FORMAS DE EVALUACIÓN**

Para aprobar la materia el/la estudiante deberá:

1. presentar resueltos (completos, de forma correcta y por escrito) el 60% de los ejercicios prácticos; y
2. aprobar un examen final que constará de una evaluación escrita sobre contenidos teóricos y prácticos.

REGULARIDAD

-) Cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas; y

-) Presentar resueltos (completos, de forma correcta y por escrito) y aprobar el 60% de los ejercicios prácticos

PROMOCIÓN

No se considerará régimen de promoción.

CORRELATIVIDADES

Para cursar:

Tener aprobadas: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.

Para rendir tener aprobada: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.