



UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba

FAMAF

Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2023-00636796- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Espacios de Lebesgue con Exponente Variable	AÑO: 2023
CARACTER: Especialidad	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 5° año 2° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

FUNDAMENTOS

Los espacios de Lebesgue con exponente variable son espacios de funciones medibles que tienen estructura de espacio de Banach. Son una generalización de los clásicos espacios de Lebesgue L^p . Si bien comparten muchas propiedades entre sí, tienen una notable diferencia y son muy importantes por sus aplicaciones a las ecuaciones en derivadas parciales y a problemas variacionales con condiciones de crecimiento no estándar.

Estos espacios fueron estudiados originalmente en 1931 por Orlicz. Dos décadas después, Nakano desarrolló la teoría de espacios modulares e introduce los espacios $L^p(\cdot)$ como un ejemplo de éstos. Independientemente, estos espacios aparecen estudiados en la literatura rusa. Fueron introducidos por Tsenov en 1961, quien consideró el problema de minimizar cierta integral. En 1979 Sharapudinov desarrolló la teoría de espacios funcionales sobre intervalos de la recta real, introduciendo una norma de Luxemburgo. Más aún, fue el primero en considerar cuestiones sobre regularidad de la función exponente p .

Introdujo la condición de continuidad log-Hölder que sería de gran utilidad en desarrollos futuros. A partir de 1982 Zhikov aplicó los espacios de Lebesgue variables al problema del cálculo de variaciones. El interés en el estudio de estos espacios creció en los años 90 por su utilidad en el estudio de modelos matemáticos de fluidos cuya viscosidad cambia cuando se la expone a un campo eléctrico. Estos espacios también son usados para estudiar el comportamiento de fluidos quasi-newtonianos, en magnetostática, en procesamiento de imágenes, etc.

En la actualidad siguen teniendo un impacto importante en el análisis armónico moderno, por ejemplo en el estudio de la continuidad de ciertos operadores.

OBJETIVOS

El objetivo fundamental del curso es poner en contacto al alumno con las ideas y técnicas del estudio del análisis armónico moderno, mediante el estudio topológico de estos espacios de funciones. Se apuntará a la comprensión de técnicas utilizadas en la acotación de ciertos operadores clásicos: la maximal de Hardy-Littlewood, las integrales singulares, entre otros. Además se mostrarán algunas aplicaciones en el campo de las ecuaciones en derivadas parciales haciendo una leve introducción a los espacios de Sobolev con exponente variable.

CONTENIDO

Unidad 1: Estructura topológica

Funciones exponentes. El funcional modular. El espacio $L^p(\cdot)$. Desigualdad de Hölder y norma asociada. Teoremas de Embedding. Convergencia en el $L^p(\cdot)$. Completitud y subconjuntos densos. El espacio dual de $L^p(\cdot)$. El Teorema de diferenciación de Lebesgue.

Unidad 2: El operador maximal de Hardy-Littlewood

Propiedades básicas. La descomposición de Calderón-Zygmund. El operador maximal sobre el $L^p(\cdot)$. El teorema de la acotación del maximal de Hardy-Littlewood. Desigualdades modulares. Interpolación y convexidad.

Unidad 3: Teoría de extrapolación en los espacios de Lebesgue variables



UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba

FAMAF

Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2023-00636796- -UNC-ME#FAMAF

Propiedades básicas y la convolución. Aproximación de la identidad. La falla de la desigualdad de Young. Algoritmo de extrapolación de Rubio de Francia y aplicaciones.

Unidad 4: Propiedades básicas de los espacios de Sobolev

El espacio $W^{k,p}(\cdot)$. Densidad de las funciones suaves. Desigualdades de Poincaré. Teoremas de Embeddings de Sobolev.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

-D. Cruz Uribe y A. Fiorenza. "Variable Lebesgue Spaces", Foundations and Harmonic Analysis, Birkhauser, 2013.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

-L. Diening, P. Harjulehto, P. Hästö, M. Ruzicka, "Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents", Lecture Notes in Math. 2017. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg, 2011.

-E. Stein, "Singular Integrals and differentiability properties of functions", Princeton University Press, 1970.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Para la regularidad se exigirá la entrega de dos listas de ejercicios los cuales deberán ser resueltos en un lapso de tiempo determinado (dos semanas).

Dichas listas serán entregadas en dos instancias del cursado según se avance con el desarrollo de los temas propuestos en el programa.

El examen final constará de un examen oral con los contenidos vistos en clases.

REGULARIDAD

-Aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio. (es decir, aprobar un 60% de los ejercicios entregados en cada instancia)

-Cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.

PROMOCIÓN

No tiene promoción.

CORRELATIVIDADES

Para cursar: Funciones Reales, Topología General, Estr. Algebraicas, Func Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.(aprobadas)

Para rendir: Funciones Reales, Topología General, Estr. Algebraicas, Func Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.general. (aprobadas)