



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

| PROGRAMA DE ASIGNATURA | |
|--|--|
| ASIGNATURA: Análisis Funcional | AÑO: 2024 |
| CARACTER: Obligatoria | UBICACIÓN EN LA CARRERA: 4° año 2° cuatrimestre |
| CARRERA: Licenciatura en Matemática | |
| REGIMEN: Cuatrimestral | CARGA HORARIA: 120 horas |

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

El objetivo es introducir a los alumnos en la teoría de los espacios de Banach y de Hilbert y algunas de sus aplicaciones. En particular, se demostrarán los teoremas clásicos del análisis funcional lineal (aplicación abierta, gráfico cerrado, acotación uniforme (Banach-Steinhaus), Hahn-Banach, Alaoglu, etc.) Se desarrollará además la teoría espectral para operadores compactos y autoadjuntos. Por último, se mostrarán algunas aplicaciones de lo anterior a la teoría de ecuaciones en derivadas parciales.

CONTENIDO

1-Espacios de Banach y de Hilbert

Espacios normados. Ejemplos. Espacios normados de dimensión finita. Espacios de Banach. Espacios con producto interno, espacios de Hilbert. Ortogonalidad, complementos ortogonales. Bases ortonormales en dimensiones infinitas. Series de Fourier.

2-Operadores lineales

Transformaciones lineales continuas. Norma de un operador lineal acotado. Isometrías, isomorfismos isométricos. El espacio $B(X,Y)$. Inversa de operadores. Categoría de Baire. Teorema de la aplicación abierta, teorema de la inversa acotada. Teorema del gráfico cerrado. Teorema de acotación uniforme (Banach-Steinhaus).

3-Dualidad y teoremas de Hahn-Banach

Espacios duales. Teorema de Riesz-Fréchet. Funcionales sublineales, seminormas. Espacios localmente convexos, espacios metrizables, espacios de Frechet. Teorema de Hahn-Banach en espacios normados. Funcional de Minkowski. El teorema de Hahn-Banach general. Teorema de separación (Hahn-Banach, forma geométrica). El segundo dual, espacios reflexivos y operadores duales. Proyecciones y subespacios complementarios. Convergencia débil y débil*. Teorema de Alaoglu.

4-Operadores lineales en espacios de Hilbert, operadores compactos

El operador adjunto. Operadores normales, operadores autoadjuntos, operadores unitarios. Espectro de un operador. Operadores positivos y proyecciones ortogonales. Raíces cuadradas de operadores. Descomposición polar. Operadores compactos. Teoría espectral de operadores compactos. Alternativa de Fredholm. Teorema espectral para operadores compactos y autoadjuntos.

5-Aplicaciones a ecuaciones diferenciales

Derivadas débiles. Espacios de Sobolev. Soluciones débiles. Soluciones a problemas elípticos via el teorema de Riesz. Propiedades del operador solución: continuidad, compacidad, positividad, simetría (autoadjunto).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

B. Rynne y M. Youngson: Linear functional analysis. Springer (2008).

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

W. Rudin: Functional Analysis, McGraw-Hill (1991) .

H. Brezis: Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer. (2011).

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Los alumnos serán evaluados mediante dos (2) evaluaciones parciales, de contenidos teórico-prácticos.

El examen final constará de una evaluación sobre contenidos teórico-prácticos.

REGULARIDAD

La regularidad será obtenida al aprobar las dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

PROMOCIÓN

Cumplir un mínimo de 80% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.

Aprobar todas las evaluaciones parciales con una nota no menor a 6 (seis), y obteniendo un promedio no menor a 7 (siete).