



UNC

Universidad  
Nacional  
de Córdoba

FAMAF

Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

| PROGRAMA DE ASIGNATURA                     |                                                        |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Probabilidad            | <b>AÑO:</b> 2024                                       |
| <b>CARACTER:</b> Obligatoria               | <b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 2° año 2° cuatrimestre |
| <b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática |                                                        |
| <b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral              | <b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas                        |

| FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS |
|----------------------------|
|----------------------------|

Fundamentación: El aprendizaje de los conceptos básicos de probabilidad implica aprender una aplicación fundamental de las estructuras matemáticas en la resolución de situaciones problemáticas de la realidad. La mayoría de los fenómenos con que se enfrentan las ciencias aplicadas pueden ser entendidos a través de la modelización matemática, surgiendo los llamados modelos probabilísticos o estocásticos, que constituyen una forma de aproximación al fenómeno de interés. En estos modelos, una propiedad fundamental radica en que no hay una ley determinística de regulación de los fenómenos, sino una medida de creencia de ocurrencia sobre subconjuntos de resultados de la experiencia. El modelo trata de capturar características del fenómeno de interés, y la estructura matemática viene en ayuda para generar una teoría que explica, bajo los supuestos de los modelos, las cuestiones del fenómeno de interés. La teoría de probabilidad tiene entre sus principales vertientes originales los juegos de azar en donde el interés directo era poder detectar posibles reglas o estructuras que el azar cumple en medio de un aparente desorden.

Esta materia constituye una de las posibilidades que tienen entonces los estudiantes para aprender sobre una disciplina que escapa al esquema formal tradicional con el que vienen trabajando en los cursos básicos: axiomas y definiciones - teoremas - demostraciones. Si bien este esquema también está presente, se pretende enfatizar como el mismo ayuda a entender situaciones problemáticas surgidas de fenómenos aleatorios.

Objetivos:

- Desarrollar los fundamentos teóricos de los modelos probabilísticos.
- Afianzar técnicas combinatorias para poder calcular probabilidades en modelos equiprobables.
- Desarrollar el concepto de variables aleatorias que constituyen situaciones paradigmáticas de la realidad.
- Desarrollar las nociones de comportamientos límites o asintóticos para explicar características de los fenómenos aleatorios (ley de los grandes números, teorema central de los grandes números).

| CONTENIDO |
|-----------|
|-----------|

### Cap. 1

Modelos matemáticos; modelos determinísticos y aleatorios. Elementos de un modelo probabilístico: espacio muestral,  $\sigma$ -álgebra, función de probabilidad. Propiedades. Probabilidad de unión de eventos.

### Cap. 2

Espacios finitos equiprobables. Técnicas de conteo: combinatoria. Problemas de apareamiento. Problemas de ocupación de bolas en celdas. Ejemplos de espacios finitos no equiprobables, espacios muestrales infinito numerables y no numerables. Probabilidad como función continua de conjuntos.

### Cap. 3

Probabilidad condicional. Propiedades. Fórmula multiplicativa, fórmula de probabilidad total, teorema de Bayes. Ejemplo: Esquema de urna de Polya. Esquema de extracción sin reposición. Independencia.

**Cap. 4**

Variable aleatoria: definición. Variable aleatoria discreta. Función de densidad discreta. Función de distribución acumulativa de una variable aleatoria. Propiedades. Variable aleatoria continua. Variables aleatorias discretas: distribución binomial. Distribución hipergeométrica. Distribución geométrica. Propiedad de falta de memoria. Distribución binomial negativa. Variables aleatorias independientes. Caracterización de independencia en variables aleatorias discretas. Distribución de Poisson. Aproximación Poisson a la distribución binomial. Suma de variables aleatorias independientes. Suma de variables aleatorias independientes geométricas. Función generadora de probabilidad. Distribución de suma de variables aleatorias binomial, binomial negativa y Poisson. Distribución multinomial.

**Cap. 5**

Variable aleatoria absolutamente continua. Función densidad. Densidad de  $X^2$  cuando  $X$  tiene densidad. Distribución uniforme. Distribución exponencial. Propiedad de falta de memoria. Caracterización de la distribución exponencial. Distribución de funciones de variables aleatorias con densidad. Ejemplo: paradoja de Bertrand. Ejemplos: densidad normal. Densidad Gamma. Relación de densidad Gamma y distribución de Poisson. Tasa de falla de una distribución con densidad. Interpretación. Distribución de Rayleigh. Distribución de Weibull. Distribución beta. Variables aleatorias simétricas. Caracterización en los casos simétricos y absolutamente continuos. Densidad de Cauchy. Función de distribución inversa. Mediana y cuartiles.

**Cap. 6**

Variables aleatorias conjuntamente distribuidas. Función de distribución conjunta de un par de variables aleatorias. Funciones de distribución marginales. Función de densidad conjunta. Caracterización de la independencia a través de la distribución o la densidad conjunta. Caracterización de la densidad normal por propiedades de su distribución conjunta. Función de distribución acumulativa de la suma de variables aleatorias continuas. Densidad de la suma de variables aleatorias independientes gamma y normales. Función de distribución acumulativa para cociente de variables aleatorias con densidad conjunta. Cociente de variables independientes Gamma y normales. Densidades condicionales.

**Cap. 7**

Vectores aleatorios  $n$ -dimensionales. Estadísticos de orden: función de distribución de los estadísticos de orden, del rango. Función de distribución conjunta de estadísticos de orden. Teorema de cambio de variable. Aplicaciones.

**Cap. 8**

Esperanza o valor esperado de variables aleatorias. Caso discreto y absolutamente continuo. Esperanza de funciones de variables aleatorias. Propiedades. Linealidad de la esperanza de combinación lineal de v. aleatorias. Esperanza del producto de v. aleatorias independientes. Momentos y momentos centrales de orden  $r$ . Varianza y desviación estándar. Desigualdad de Chebyshev. Covarianza de un par de variables aleatorias. Coeficiente de correlación. Propiedades. Desigualdad de Schwartz. Varianzas y covarianzas de las componentes de un vector multinomial. Ejemplos. Tipos de convergencia: casi segura, en probabilidad y en distribución. Ley débil de los grandes números. Ley fuerte de los grandes números. Funciones características. Teorema central del límite.

**BIBLIOGRAFÍA****BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

- Paul G. Hoel, Sidney C. Port, and Charles J. Stone. Introduction to Probability Theory. Houghton Mifflin, 1971.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

- Barry James, Probabilidad: un curso de nivel intermedio, IMPA. 1980
- Sheldon Ross. A First Course in Probability. Prentice Hall, 2001

|                   |
|-------------------|
| <b>EVALUACIÓN</b> |
|-------------------|

**FORMAS DE EVALUACIÓN**

Dos (2) evaluaciones parciales, con una instancia de recuperación para cada una.

Las evaluaciones parciales constan de contenidos teórico-prácticos.

El examen final constará de una evaluación escrita sobre contenidos teórico y prácticos.

**REGULARIDAD**

Cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.

Aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.