

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

| PROGRAMA DE ASIGNATURA                           |                                                        |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Análisis de Fourier en Grupos | <b>AÑO:</b> 2024                                       |
| <b>CARACTER:</b> Especialidad                    | <b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 2° cuatrimestre |
| <b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática       |                                                        |
| <b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral                    | <b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas                        |

| FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS |
|----------------------------|
|----------------------------|

Fundamentos:

La transformada de Fourier es una herramienta fundamental en el análisis, con aplicaciones teóricas y una importancia crucial en diversas áreas de la ingeniería. Nos permite descomponer una función en términos de funciones más simples. En este curso, exploraremos cómo generalizar esta transformada desde el contexto euclidiano al de grupos localmente compactos. Los conceptos estudiados se profundizarán, centrándonos especialmente en el grupo de Heisenberg que es el ejemplo más conocido del ámbito de los grupos de Lie nilpotentes y desempeña un papel importante en varias ramas de las matemáticas.

Objetivos:

El objetivo principal del curso es estudiar los conocimientos básicos de la teoría de Fourier en grupos y de pares de Gelfand. El alumno obtendrá un conocimiento elemental sobre pares de Gelfand y transformada de Fourier esférica, lo que abarcara medida en grupos topológicos, concepto básicos de representaciones y funciones esféricas. Se va a profundizar estos temas en el caso del grupo de Heisenberg estudiando las representaciones del grupo y el operador sub-Laplaciano, estableciendo su relación con la transformada de Gelfand.

| CONTENIDO |
|-----------|
|-----------|

### 1 Introducción

Nociones básicas sobre  $C^*$  álgebras. Transformada de Gelfand. Teorema espectral general. Transformada y series de Fourier.

### 2 Grupos Topológicos

Grupos topológicos. Medida de Haar. La función modular. Transformada de Fourier en grupos abelianos.

### 3 Teoría de representaciones

Representaciones unitarias e irreducibles de grupos topológicos. Lema de Shur. Representaciones de  $L^1$ . Funciones de tipo positivo. Relación entre representaciones irreducibles y funciones de tipo positivo. La transformada de Fourier en grupos.

### 4 El grupo de Heisenberg

Definición del grupo de Heisenberg. Representaciones unitarias e irreducibles. Transformada de Fourier. Teorema de Plancherel. Formula de inversión.

### 5 Pares de Gelfand

Definición de pares de Gelfand. Funciones esféricas. Funciones esféricas de tipo positivo. Transformada de Fourier esférica. Medida de Plancherel.

### 6 El par de Gelfand $(U(n), H_n)$

El par de Gelfand dado por el grupo de Heisenberg  $H_n$  y el grupo unitario  $U(n)$ . Teorema de Helgason. Funciones esféricas del par de  $(U(n), H_n)$ . Su transformada de Fourier esférica.

| BIBLIOGRAFÍA |
|--------------|
|--------------|

EX-2024-00605830- -UNC-ME#FAMAF

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

"Analisi Armonica Non Commutativa", F. Ricci, notas de curso expuestas en la red, 2001.

"Harmonic Analysis on the Heisenberg group." S. Thangavelu. Progress in mathematics. Vol 159, Birkhauser, 1998.

### **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

"Appunti per il corso di Analisi Armonica", F. Ricci, notas de curso expuestas en la red, 2015.

"Analyse Harmonique." J. Faraut. Les cours de C.I.M.P.A., 2006.

"Deus Cours D'Analyse Harmonique." J. Faraut y K. Harzallah. Progress in mathematics. Vol 69, Birkhauser, 1987.

|                   |
|-------------------|
| <b>EVALUACIÓN</b> |
|-------------------|

### **FORMAS DE EVALUACIÓN**

Para aprobar el curso se debe superar un examen escrito sobre los temas tratados.

### **REGULARIDAD**

Para ser regular el alumno deberá aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos. Como actividad práctica se le requerirá a los alumnos presentar trabajos donde se amplíen algunos de los temas desarrollados. Estos trabajos se expondrán en clases.

|                         |
|-------------------------|
| <b>CORRELATIVIDADES</b> |
|-------------------------|

PARA CURSAR: APROBADA

Funciones Reales, Topología General, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.

PARA RENDIR: APROBADA

Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General y Análisis Funcional.