

EX-2025-00605471- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Funciones Analíticas	AÑO: 2025
CARACTER: Obligatoria	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 3° año 2° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

El estudio de las funciones de variable compleja está entre las materias de matemática básica y forma parte de los fundamentos del análisis con aplicaciones a otras muchas áreas como la geometría, la teoría de números, la física y la ingeniería.

La teoría de funciones de variable compleja es muy rica; presenta ideas novedosas que muestran un marcado contraste con las funciones de una variable real.

El objetivo del curso es presentar a los estudiantes el núcleo básico y universal de herramientas y resultados del área y dotarlos de destreza suficiente en su manejo para la resolución de problemas afines.

Se espera que comprendan los conceptos importantes de manera que puedan estudiar y trabajar en otras áreas en las que aparezcan las funciones de variable compleja como herramienta.

CONTENIDO

- Unidad 1

El cuerpo $\mathbb{C}$ de los números complejos. Conjugación y módulo de un complejo, propiedades. Representación polar. Fórmula de De Moivre. Raíces de un número complejo. El grupo de raíces n -ésimas de la unidad. Topología del plano complejo. El plano extendido, representación esférica. Sucesiones y series de números y funciones complejas. Convergencia absoluta y convergencia uniforme. Criterio de Weierstrass. Series de potencias, radio de convergencia. Producto de series absolutamente convergentes.

- Unidad 2

Funciones complejas diferenciables; suma, producto y cociente. Regla de la cadena. Funciones analíticas, ejemplos. Relación entre diferenciabilidad en $\mathbb{C}$ y en $\mathbb{R}^2$. Las series de potencias como ejemplos de funciones analíticas. Estudio de las funciones e^z , $\sin z$ y $\cos z$. Ramas del logaritmo y de z^b . Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones armónicas. Existencia de armónica conjugada en un disco.

- Unidad 3

Integración compleja. Integral de línea de una función a lo largo de una curva C^1 a trozos, propiedades. Representación de las funciones analíticas por series de potencias. Corolarios: las funciones analíticas son infinitamente diferenciables; estimación de Cauchy; Teorema de Cauchy en un disco. Funciones enteras. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del álgebra. Teorema "pequeño" de Picard (enunciado).

- Unidad 4

Ceros de una función analítica, multiplicidad. Los ceros son aislados. Teorema del módulo máximo. Índice de una curva cerrada respecto de un punto. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Cauchy. Teorema de Morera. El anillo de funciones analíticas en una región es un espacio métrico completo. Curvas homotópicas. Teorema de la independencia del camino. Otras versiones del teorema de Cauchy. Regiones simplemente conexas, equivalencias. Conteo de ceros de una función analítica. Teorema de la aplicación abierta. Teorema de Goursat.

- Unidad 5

Singularidades aisladas: evitables, polos y singularidades esenciales. Caracterización de los diferentes tipos de singularidades aisladas. Funciones meromorfas. Teorema de Mittag-Leffler. Teorema de Casorati-Weierstrass. Desarrollo de Laurent. Teorema "grande" de Picard (enunciado). Residuos. Teorema de los residuos. Cálculo de integrales mediante residuos, distintos casos. Principio del argumento. Teorema de Rouché, aplicaciones. Otra versión del teorema del módulo máximo. Lema de Schwarz. Principio de reflexión de Schwarz.

- Unidad 6

Series de Fourier. Definición y propiedades. Transformada de Fourier. Transformada inversa de Fourier. Teorema de convolución. Aplicaciones. Transformada discreta. Transformada de Laplace. Transformada inversa de Laplace. Funciones especiales: Bessel, Chebyshev, Legendre.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- James Ward Brown, Ruel Churchill, Complex variables and Applications - 9º Edición, McGraw-Hill Education, 2014.
- John B. Conway, Functions of one complex variable, Ed. Springer-Verlag, 1978.
- K. F. Riley, M. P. Hobson, S. J. Bence, Mathematical Methods for Physics and Engineering, Cambridge University Press, 2006.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- Lars V. Ahlfors, Análisis de variable compleja, Ed. Aguilar, 1966.
- Edward B. Saff, Arthur David Snider, Fundamentals of Complex Analysis, Engineering, Science, and Mathematics, Pearson Education Limited, 2013.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Se tomarán dos parciales y sus correspondientes recuperatorios, en los que se pedirá resolver ejercicios del tipo de los desarrollados en los prácticos.

El examen final constará de una parte práctica, de características similares a los parciales, y una parte teórica. En esta última los estudiantes deben demostrar algunos resultados expuestos en las clases teóricas.

REGULARIDAD

Para regularizar, se requiere aprobar dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

PROMOCIÓN

No hay régimen de promoción.