



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FAMAF**  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2026-00088647- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Funciones Reales	<b>AÑO:</b> 2026
<b>CARACTER:</b> Obligatoria	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 3° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

<b>ASIGNATURA:</b> Funciones Reales	<b>AÑO:</b> 2026
<b>CARACTER:</b> Optativa	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática Aplicada	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas.

#### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En esta materia el/la estudiante accede al tratamiento y manejo de estructuras más complejas que están detrás de conceptos manejados hasta ese momento en los cursos de Análisis Real, como continuidad, derivación e integración. La noción de medida de conjuntos, generalizando la noción de longitud o volumen que trae incorporada el/la estudiante en los espacios euclídeos, es fundamental para poder desarrollar una teoría de integración más general y que incluye a la integral de Riemann conocida hasta ese momento. La materia enfatiza un mecanismo fundamental de la matemática que es abstraer y generalizar el contexto donde se enmarca un problema para encontrar soluciones a las preguntas de interés. Además, el aprendizaje de estos contenidos da un marco conceptual para hacer un desarrollo de fundamentos de la teoría de la probabilidad.

La materia consiste en una iniciación al estudio de la teoría de la medida, de la integral de Lebesgue y de ciertos espacios de funciones y sus topologías, tanto en  $\mathbb{R}^n$  como en espacios abstractos, con vistas a sus aplicaciones: Probabilidad, Series e Integrales de Fourier, Ecuaciones Diferenciales, etc.

El objetivo es que el/la estudiante maneje con soltura y profundidad las técnicas básicas del análisis, estudiando las demostraciones rigurosas de los teoremas fundamentales del curso y aprendiendo a resolver problemas relacionados, y a realizar y a escribir correctamente sus propias demostraciones.

Metodología de trabajo: Las clases de teoría serán en general expositivas, siguiendo los libros de textos de referencia, y en ella se desarrollarán los contenidos de la asignatura con justificaciones rigurosas. Los ejemplos ayudarán a la comprensión y utilidad de las definiciones y propiedades probadas. Las clases prácticas de problemas consistirán en la resolución de ejercicios. Para las clases prácticas se proporcionará una colección de ejercicios adecuados a los contenidos y nivel de exigencia del curso. Además, los estudiantes tendrán que desarrollar por su parte un trabajo personal de estudio y asimilación de la teoría y de resolución de problemas propuestos.

#### CONTENIDO

##### (1) Conjuntos y medida de Lebesgue

Numerabilidad. Medida exterior. Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue. Conjuntos de medida nula. Conjuntos de Cantor. Conjuntos de clase G-delta y de clase F-sigma. Estructura de los conjuntos medibles. Algebras y sigma-álgebras. Conjuntos borelianos. Conjuntos no medibles. Funciones medibles, convergencia. Principios de Littlewood y Teoremas de Egoroff y Lusin.

##### (2) Integral de Lebesgue

Integral de funciones medibles, definiciones y propiedades, relación con la Integral de Riemann. Lema de Fatou, Teoremas de convergencia (monótona, dominada) y sus consecuencias. Espacios

EX-2026-00088647- -UNC-ME#FAMAF

de funciones integrables y sus propiedades básicas. Convergencia en medida. Lema de Vitali. Diferenciación, diferenciación vs integración. Cambio de variables. Derivabilidad de las funciones monótonas. Funciones de variación acotada. Funciones absolutamente continuas.

### **(3) Medidas abstractas y construcción de medidas**

Medidas e Integración en espacios abstractos. Medidas con signo. Teorema de Radon-Nikodym. Espacios  $L_p$ . Medidas en espacios producto. Teoremas de Fubini y Tonelli. Aplicaciones.

## BIBLIOGRAFÍA

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

- R. Wheeden and A. Zygmund, Measure and integral, an introduction to Real Analysis. Marcel Dekker, 1977.

### **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- N. Fava y F. Zó, Medida e integral de Lebesgue, Instituto argentino de matemática. Red Olímpica, 1996.

- H. L. Royden & P. M. Fitzpatrick, Real Analysis (fourth edition), Prentice Hall, 2010.

- M. Adams and V. Guillemin, Measure Theory and probability, Birkhauser, 1996.

- W. Rudin, Real and Complex Analysis, Mc. GrawHill, 1966

## EVALUACIÓN

### **FORMAS DE EVALUACIÓN**

Habrán dos evaluaciones parciales más sus correspondientes recuperatorios.

La aprobación de la materia es a través de un examen final, que consistirá de una instancia escrita y una posible instancia oral si el jurado lo requiere.

### **REGULARIDAD**

Los/as estudiantes deberán aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

### **PROMOCIÓN**

No hay promoción.