



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



FAMAF  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EXP - UNC 6245/2019

RES CD 68/2019

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Elementos de Funciones Reales	<b>AÑO:</b> 2019
<b>CARACTER:</b> Obligatoria	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 4° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Profesorado en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 105 horas

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Los alumnos del curso son futuros profesores de matemática que se insertaran mayoritariamente en escuelas de nivel medio. Este curso forma parte de un grupo de cuatro cursos más breves dentro de su currículum (álgebra lineal, topología, funciones de variable compleja, funciones de variable real), que pretenden brindar una visión más general de la naturaleza de la matemática y de los procesos de abstracción inherentes a la disciplina. Tiene entonces una intención informativa y formativa, buscando que el alumno logre familiarizarse con ideas y conceptos novedosos, desarrollar alguna destreza técnica pero sin pretender lograr que el alumno adquiera habilidad de especialista o futuro investigador en dichas áreas. En el curso que nos interesa el objetivo se centra en el análisis real, esperando:

- (i) Que el alumno adquiera una visión más profunda de los ideas del análisis matemático, tratando de desarrollar objetivos formales de abstracción que completen el material trabajado en los tres primeros cursos de la carrera.
- (ii) Que el alumno pueda traspasar la noción de sucesión numérica a sucesión de funciones, y de convergencia numérica a convergencia de sucesiones de funciones.
- (iii) Que el alumno pueda generalizar la noción de densidad de subconjuntos de números reales a la noción más general de densidad de subconjuntos de funciones dentro de otros conjuntos más grandes de funciones.
- (iv) Que el alumno pueda construir el concepto de medida de subconjuntos de números reales a partir de la noción intuitiva de longitud de intervalos.
- (v) Que el alumno pueda aprender una construcción más general de integración de funciones, que incluya a la integral de Riemann, ya conocida por el alumno, sobre un conjunto más amplio de funciones.

### CONTENIDO

#### Continuidad y continuidad uniforme

Continuidad y continuidad uniforme de funciones de una variable real. Definición. Relación entre continuidad y continuidad uniforme. Ejemplos. Ejercicios.

#### Sucesiones numéricas y de funciones

Revisión de sucesiones y subsucesiones numéricas. Convergencia. Límites superior e inferior. Sucesiones de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Teoremas sobre las propiedades heredadas por la función límite. Series de funciones. Ejemplos. Ejercicios.

#### Integral de Riemann

Revisión de la integral de Riemann. Definición. Criterios de integrabilidad. Propiedades de la integral de Riemann. Continuidad de la función integral. Primer teorema fundamental del cálculo. La integral de Riemann como límite de sumas. Ejemplos. Ejercicios.

#### Medida de Lebesgue

Definición de medida exterior sobre un conjunto  $E$ . Definición de medida exterior de Lebesgue. Propiedades generales. La noción de medida. Propiedades. Definición de subconjuntos medibles en  $\mathbb{R}^n$ . La medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ . Propiedades generales. Existencia de conjuntos no medibles. Definición y propiedades de la sigma-álgebra de Borel. Ejemplos. Ejercicios.



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



FAFAP  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EXP - UNC 6245/2019

RES CD 68/2019

### Funciones medibles

Funciones medibles. Definición. Propiedades. Ejemplos. Teorema de Egoroff. Ejemplos. Ejercicios.

### Integral de Lebesgue de funciones positivas

La integral de Lebesgue de funciones simples positivas. La integral de Lebesgue de funciones medibles positivas y sus propiedades. Lema de Fatou. Teorema de convergencia monótona y sus consecuencias. Ejemplos. Ejercicios.

### Funciones integrables Lebesgue

Funciones integrables. El espacio de funciones integrables y sus propiedades. Teorema de convergencia dominada de Lebesgue. Ejemplos. Ejercicios.

### Relación entre integral de Lebesgue y Riemann

Relación entre la integral de Riemann (propia e impropia) y la de Lebesgue. Caracterización de las funciones integrables Riemann. Ejemplos. Ejercicios.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Honig, Chain "A integral de Lebesgue e suas aplicações", Rio de Janeiro, IMPA, 1977.
- Spivak, Michael. "Calculus". Cálculo infinitesimal.

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- Fava, Norberto - Zo, Felipe. "Medida e integral de Lebesgue".
- Rudin, Walter. "Análisis real y complejo".

## EVALUACIÓN

### FORMAS DE EVALUACIÓN

- Dos (2) evaluaciones parciales, con una instancia de recuperación en cada una.
- Las evaluaciones parciales constan de contenidos teórico-prácticos.
- El examen final contará de una evaluación escrita sobre contenidos teórico y prácticos.

### REGULARIDAD

1. Cumplir un mínimo de 70% de asistencia a las clases teóricas y prácticas.
2. Aprobar dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios, con calificación mayor o igual a 4 (cuatro).

### PROMOCIÓN

1. cumplir un mínimo de 80% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.
2. aprobar todas las evaluaciones parciales con una nota no menor a 6 (seis), y obteniendo un promedio no menor a 7 (siete).