

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA

SERIE “B”

TRABAJOS de ENSEÑANZA

Nº 6/2015

EL CASO GAEL

Guy Brousseau

Traducción realizada con autorización del autor por Dilma Fregona con la colaboración de Mabel Aguilar



Editores: Lorenzo M. Iparraguirre– Laura Buteler

CIUDAD UNIVERSITARIA – 5000 CÓRDOBA

REPÚBLICA ARGENTINA

El caso Gael¹

Guy Brousseau²

Agradecimientos a Jacques Pérès³ y Viginia Warfield⁴

Traducción de Dilma Fregona y Mabel Aguilar

Introducción 1 (inicialmente para la edición en inglés)

Uno de los artículos más conocidos de la literatura gris en el campo de la didáctica de las matemáticas es el “caso Gael” que aparece en la tesis doctoral de Guy Brousseau en 1986. Este caso, modificado, aclarado y traducido es el principal contenido del presente artículo. Con el fin de explicar su importancia comenzaremos con el origen de este artículo y de su autor.

Guy Brousseau comenzó su carrera en un aula, enseñando, experimentando, observando y escribiendo resmas de notas. Pasó luego los años sesenta a extender sus conocimientos matemáticos y a la vez a utilizar el conocimiento que había adquirido en el aula, como base para interpretar los trabajos de diferentes disciplinas que en la época aportaban a la enseñanza, entre otros pero principalmente los de Piaget, pero también los de innovadores como Dienes. Esta combinación produjo, en 1970, la teoría de las situaciones, que va a engendrar todo el campo de la didáctica de las matemáticas. Una breve presentación de esta teoría aparece en la siguiente introducción general.

Pero no era una teoría destinada a ser puramente decorativa. Brousseau estaba decidido a probarla, a desarrollarla y llegado el caso a cambiarla por medio de experimentaciones serias. Con este fin, se unió a los esfuerzos de un equipo de matemáticos de Bordeaux quienes, en el movimiento de numerosos matemáticos franceses conducidos por A. Lichnerowicz, intentaban obtener del Ministerio de Educación, medios para modernizar la enseñanza de las matemáticas. Esos medios fueron los IREM⁵ (Instituts de Recherches pour l’Enseignement des Mathématiques) donde los universitarios y los profesores en actividad, juntos, podían emprender reflexiones, investigaciones y acciones que combinaban sus respectivos campos de competencia. Sus acciones dieron resultados. Se fundó el IREM de Bordeaux, uno de los primeros en Francia y Brousseau comienza a trabajar allí para organizarlo en función de sus proyectos.

Para ello, persuadió a los responsables de educación y a los de la Universidad para crear un establecimiento organizado para la observación. Este comprende, entre otros, algunos medios materiales y humanos especiales, es la escuela J. Michelet que combina las propiedades de ser una escuela primaria con nivel inicial incluido, pública común y de tener

¹ Este artículo presenta textos producidos en 1980 ya publicados en parte (Véase bibliografía) pero el autor lo aumenta y lo comenta en ocasión de su traducción y publicación en inglés (Véase bibliografía). *NdT*: El artículo, en francés, está disponible en <http://guy-brousseau.com/1201/le-cas-de-gael-2009> (consultado en abril de 2015).

² Profesor emérito de matemática en el Institut Universitaire de Formation de Maîtres (IUFM) de Aquitania.

³ Psicólogo escolar, doctor en psicología que colaboró en el COREM y en particular en las observaciones de los alumnos elegidos por fracasar en matemáticas entre 1976 y 1980.

⁴ Senior Lecturer in Mathematics en la Universidad de Washington, que participó en la nueva redacción y en la traducción al inglés.

⁵ *NdT*: por su sigla en francés, “Institutos de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas”.

un estatus particular para permitir la observación y el registro de actividades normales de enseñanza de las matemáticas y de sus resultados, y algunas experimentaciones estrechamente limitadas y controladas (sin proyecto de innovación).

Las condiciones específicas de los estudios sobre los fracasos electivos del cual se extrajo “el caso Gael” están descritas a continuación, pero parece bastante importante señalar una de las numerosas maneras en las cuales esos casos entran en resonancia con contextos familiares. En el transcurso de mi primera lectura del artículo original, estaba encantado con un sentimiento que había ya encontrado Gael y sus amigos en alguna otra circunstancia, bajo otro nombre. Por casualidad, me surgió la idea de que ellos podrían salir directamente de las páginas de “Por qué fracasan los niños” de John Holt. Ruth influye sobre su instructor con la misma dulce sumisión que muestra Gael, pero ella lo obliga así inconscientemente y progresivamente a reducir a casi nada el contenido de los problemas, como lo hace Cyrille por medios muy diferentes, más próximos de los de Emily que Holt llama “la arrebatadora de respuestas”, probablemente debida a la misma incapacidad de soportar la incertidumbre. Gael y Cyrille, por más que sean dos alumnos franceses, representan una legión internacional.

Introducción general

Gael es uno de los nueve niños en dificultades electivas que intenté ayudar a través de un pequeño número de intervenciones didácticas clínicas entre 1976 y 1983. Preparaba entonces mis intervenciones, las registraba, las transcribía y analizaba con mi amigo Jacques Pérès y un pequeño equipo de colaboradores y de estudiantes.

Los estudios trataban sobre:

1. el tipo de intervención susceptible de mejorar los comportamientos y los conocimientos matemáticos de esos niños,
2. las características que los diferenciaban de los otros (¿tenían una manera específica de comportarse o de fracasar, fracasaban en las mismas cuestiones en las que fracasaban los otros alumnos o no?),
3. los conocimientos que les faltaban.

Estos estudios llamaron la atención sobre dos formas de evitar el aprendizaje en situación escolar: el evitamiento de forma “histeroide” de Gael y el evitamiento de forma obsesiva más frecuente y más visible.

Esos estudios se llevaban a cabo en paralelo con otras investigaciones y todas tendían a desarrollar y a someter a prueba la teoría de las situaciones didácticas, en proceso de elaboración.

La teoría de las situaciones está basada en la idea que los conocimientos humanos se manifiestan por su rol en las interacciones entre los sistemas: sujetos, medios o instituciones. A cada conocimiento sería posible asociarle un número limitado de tipos de interacciones específicas cuyo buen desarrollo requiere o inclusive hace desarrollar este conocimiento. Las situaciones características de los conocimientos matemáticos pueden ser estudiadas y aún modelizadas en el marco de las matemáticas lo que permite a veces prever su evolución a través del cálculo.

La enseñanza de una noción consiste entonces a poner en escena sus situaciones y a conducir las interacciones en las cuales el sujeto puede de este modo entrar. Él mismo es una interacción. Se mostró que esta interacción es también ampliamente específica del saber

[Escriba texto]

enseñado pero que sigue un modelo –la situación didáctica- necesariamente diferente de los modelos de puesta en práctica no didáctico del saber. Este resultado cambia todo el enfoque de la educación matemática y de la formación de los profesores.

El estudio teórico y experimental de las situaciones didácticas y sus consecuencias prácticas es una larga historia en la cual “el caso Gael” tuvo un lugar importante. Podemos distinguir tres razones principales:

1. La situación propuesta a Gael tiende a remplazar las definiciones constructivas de la sustracción (el alumno reproduce un algoritmo que se le muestra y que da el resultado requerido) a través de una definición “algebraica”: hay que encontrar un número que satisfaga una condición (la diferencia es lo que hay que agregar a un número para encontrar otro $39 + \square = 52$). Este es el prototipo de las situaciones con las cuales se exploró las posibilidades de reemplazo, en la medida que sea posible, de la aritmética por el álgebra en la enseñanza primaria.

2. Proponiendo la comprensión de una relación y la búsqueda de un objeto que la satisfaga, en lugar del aprendizaje de la construcción de un término, la situación puso en evidencia de forma aguda las condiciones paradójales de toda situación didáctica que a la vez hace necesario e imposible mantener un *contrato didáctico* efectivo. El concepto nació en esta experiencia.

3. Finalmente esta experiencia ilumina las relaciones y las diferencias irreductibles entre los enfoques didácticos, psico-cognitivos y psico-afectivos de la situación de enseñanza.

A. DESCRIPCIÓN Y ESTUDIO DEL CASO GAEL

1. PRIMERA SESIÓN

1.1. Apoyo y observación: los autos rojos

Al comienzo de esta primera sesión, el entrevistador plantea a Gael la pregunta siguiente: “¿Sabes qué es lo que no hiciste bien esta semana, y qué supiste hacer bien?” No obtiene más que respuestas evasivas. El niño toma su cuaderno y juntos examinan los trabajos de la semana. Eligen finalmente un problema que Gael resolvió mal y cuyo enunciado dice:

En un parking hay 57 autos. 24 de esos autos son rojos. Hallar el número de autos del parking que no son rojos.

Gael reflexiona un instante y luego dice: “Voy a hacer como aprendí con la maestra”.

Escribe en columna la operación $57 + 24$ y encuentra 81. Es exactamente lo que había hecho durante la semana. Parece entonces que Gael domina la suma que debe utilizar frecuentemente pero no se plantea preguntas acerca de la oportunidad de su empleo, se protege con la autoridad de la maestra para justificar un empleo automático de la operación. No tiene en cuenta las correcciones hechas en clase.

El entrevistador dice, como una observación general pero sin insistir, que hay que saber también cuándo se debe hacer una suma, una resta u otra cosa, y anima a Gael para que dibuje los autos “pero no todos porque sería demasiado largo”. Gael dibuja entonces un rectángulo y escribe 57 en el medio.

El entrevistador será designado desde ahora por “E” y Gael por “G”.

[Escriba texto]

E pregunta: "¿Allí están todos los autos?"

G: "Están todos los autos que no son rojos."

E: "¿Solamente están los autos que no son rojos?"

G: "Están todos los autos y no son rojos."

El entrevistador hubiera podido continuar: "¿Dónde están los rojos?" pero estaba claro que el niño no tenía una representación correcta de la situación. Ponerlo en contradicción formal hubiera servido solamente para confundirlo.

E: "Si se cambia el número de autos, ¿eso podría cambiar la operación?"

G. afirma: "¡Sí!"

Está claro que Gael llama "operación" a la terna de números y no al tipo: "adición" por oposición a "sustracción". El entrevistador esperaba que Gael pudiera tener en mente esta pregunta (hacer una suma o una resta en N). En este caso, habría intentado saber si el niño era capaz de construir un problema equivalente con números más chicos para los cuales el dibujo hubiera sido hecho más rápidamente. El hecho de que Gael no entienda la pregunta, de entrada impide que se siga en ese sentido. El entrevistador pide a Gael que dibuje los 57 autos uno por uno. Gael comienza esforzándose por hacer dibujos que se parecen a autos, pero rápidamente ante la interpelación del entrevistador, hace trazos. El entrevistador le hace acomodarlos en filas de 20.

E: "¿Dibujaste todos los autos del parking?"

G.: "No."

E: "Se te dice: "En un parking hay 57 autos." Dibuja el parking. ¿En ese parking hay 57 autos?"

G: "Sí."

E: "¿Todos los autos de los que se habla están en ese parking?"

G: "No, también hay autos rojos."

El entrevistador le hace notar que hay que prestar atención al texto porque hay un punto después de "57 autos". Gael admite entonces que los rojos están en el parking pero piensa que tiene que dibujarlos porque no figuran en su dibujo.

Observamos aquí sus dificultades para considerar que hay solamente un conjunto de autos, con dos propiedades: "estar en el parking" y "ser rojo". Para él, la segunda propiedad necesita un segundo conjunto, y si admite que el segundo conjunto posee también la primera propiedad, no concibe aún que sea una parte del conjunto de partida. ¿Es porque no analizó el enunciado o porque no puede utilizar la operación de inclusión?

El entrevistador explica que los 24 rojos forman parte de "esos 57 autos" y Gael debe ahora pintarlos de rojo en su dibujo. En esta fase, la acción de Gael está completamente guiada por el entrevistador. Juntos verifican que el dibujo está de acuerdo con el enunciado, luego Gael debe hallar todos los autos que no son rojos. Cuenta 31. El entrevistador le plantea:

E: "Si te digo que no es cierto, ¿crees que tengo razón?"

G: "No sé."

E: "¿Qué harías para saber si tengo razón?"

G: "Volvería a contar."

Y encuentra 33.

E: “¿Cuál es correcto, 31 o 33? ¿Cómo se hace para saber?”

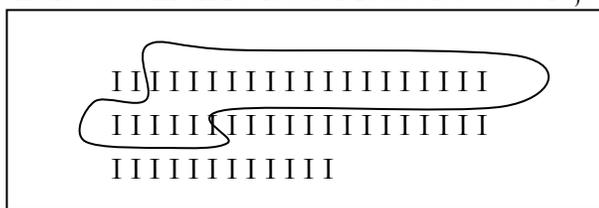
G: “Hay que contar.”

E: “¿No hay otro medio?”

Gael no responde.

Dado que su dibujo es bastante concreto y que le permite dar una respuesta, Gael no intenta o no piensa utilizar una operación para verificar su respuesta, ya que puede contar tantas veces como quiera. Su dibujo es un apoyo seguro, al cual puede referirse, mientras que la operación remite a ciertos mecanismos abstractos e implica una reversibilidad que Gael parece no haber adquirido, a saber el pasaje por la sustracción para encontrar los dos términos de la adición.

Gael vuelve a contar: "33". El entrevistador rodea los autos rojos,



El entrevistador le hace observar a Gael que se tienen 24 rojos y 33 no rojos y pregunta:

E: “¿Entonces cuántos autos hay en total?”

G.: “¿Hago 24 y después 33?”

Gael propone una adición $24 + 33 = 57$.

E: “¿Es eso lo que te preguntaban? ¿Puedes responder a la pregunta del enunciado?”

G: “No.”

Para la mayoría de los niños la respuesta pedida debe ser el resultado de una operación, y el resultado es lo que se encuentra en un lugar preciso en la disposición de lo que se escribe. Este hábito obstaculiza la identificación del resultado buscado en una igualdad considerada como una relación.

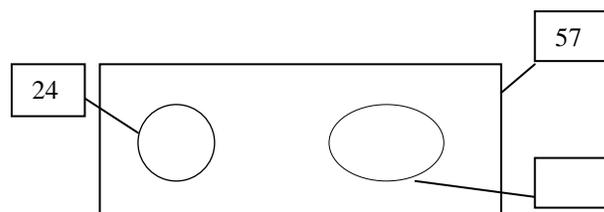
E: “¡Pero sí! Escribiste lo que se pide.”

Gael está sorprendido, a pedido del entrevistador relee el enunciado.

E: “¿Cuántos autos no rojos hay?”

Ayudándose con el dibujo, el entrevistador le hace decir que hay solamente 33 y le pregunta cómo lo encontró. Gael responde “calculando” y luego rectifica “dibujando”. El entrevistador le explica que el cálculo “sirve para encontrar sin que sea necesario dibujar todo” y Gael confiesa que es eso lo que no sabe hacer.

El entrevistador se propone hacer utilizar a Gael la representación simbólica vigente en la clase, desde una perspectiva de apoyo. Gael debe dibujar el lugar del parking en el cual se han puesto los autos rojos, luego los otros y pone las etiquetas.



[Escriba texto]

E: “Si cuento los rojos, ¿llego a?”

G: “24”

E: “Y si continuo contando los otros, ¿llego a?”

G: “57.”

El entrevistador escribe entonces

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 33 \\ \hline 57 \end{array}$$

de modo que Gael no haga la sustracción para encontrar 33 sino que intente determinar el número que sumado a 24 dé 57. Gael hace ese cálculo fácilmente.

En el transcurso de esta primera fase comienzan a aparecer ciertos caracteres muy frecuentes en los niños con dificultad: dificultad para dar sentido a la pregunta planteada y a poner en práctica estrategias de control de su respuesta, necesidad de recurrir a recetas, etc.

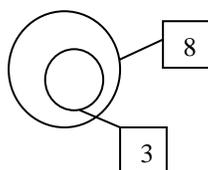
Para poner bien en evidencia la naturaleza de las dificultades de Gael y asegurarse que no va a obtener otra vez conclusiones automáticas de esta secuencia, el entrevistador le propone otros dos problemas parecidos:

El primero con autos que forman dos conjuntos disjuntos claramente identificados en el enunciado. Basta con sumar los números para tener el total, lo que Gael resuelve rápidamente.

El otro comparable al problema de partida, con 8 autos de los cuales 3 son rojos. Gael dibuja un redondel con 8 autos



y luego re-hace su dibujo para incluir allí los 3 rojos,



y cuando se le pide cuántos no son rojos, responde: “11.” Otra vez, aplicó la autoridad de la operación que conoce antes de reflexionar. Pintando de rojo los 3 autos como anteriormente, descubre entonces el resultado.

Es necesario aclarar que en la clase de Gael la sustracción no fue introducida como medio obligatorio para encontrar una diferencia. A menudo ha sido utilizada la suma para completar. Ese procedimiento tiende a obligar al niño a salir de un automatismo formal que asocia una operación matemática con una operación material (+ si agrego, - si quito) y a centrarse en el conjunto que se trata de contar y en sus relaciones con los otros datos.

1.2. Prueba de la cuantificación de la inclusión

Esta incomprensión que manifiesta Gael durante el ejercicio puede simplemente deberse a causas psicogenéticas; el niño es aún demasiado chico para efectuar el

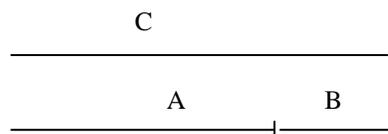
[Escriba texto]

razonamiento necesario. Resolver un problema donde se trata de tomar en cuenta a la vez el todo y la parte para compararlas, supone un tipo de operación lógica de la cual Piaget mostró su carácter complejo⁶. La cuantificación de la inclusión que subyace a la comprensión del problema de los autos es construida por el niño alrededor de los 7-8 años. Era necesario entonces asegurarse que Gael posea un esquema operatorio y decidimos sobre la marcha que pase el test de las bolitas de colores. Esta prueba, muy conocida, utilizada por Piaget en la obra citada consiste en presentar al niño 8 bolitas de madera de las cuales 5 son rojas y 3 verdes⁷. Se trata que la persona juzgue si hay más bolitas de madera o más bolitas rojas y que justifique su respuesta. Gael pasa la prueba con éxito⁸ y tenemos el derecho de pensar que los fracasos repetidos del niño en el uso de la relación de inclusión no se deben a carencias en el plano de acceso a las estructuras lógico-matemáticas.

1.3. Test de la conmutatividad

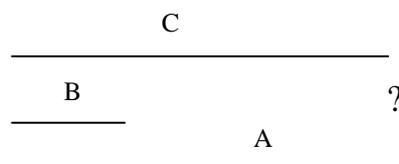
Decidimos entonces presentar a Gael otra prueba operatoria utilizada por Greco en una investigación sobre la génesis de la operación de conmutatividad⁹.

Se presenta al niño un juego de regletas dispuesto de la forma siguiente:

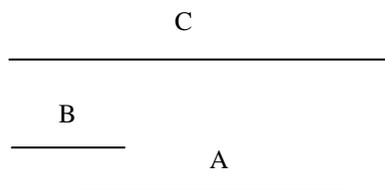


El sujeto puede constatar que $A + B = C$

Se ubica entonces la regleta B en lugar de la A y se pide al niño que indique con una marca dónde estará el extremo de la regleta A cuando se la ubique a continuación de B.



Gael inmediatamente dice: “Esto va a terminar como antes”, y dibuja un trazo en la prolongación del extremo de B.



⁶ Cf. J. Piaget (1941) *La genèse du nombre chez l'enfant*, (avec A Szeminska). Delachaux et Niestlé. Neuchâtel-Paris. Versión en español: *Génesis del número en el niño*, (1975, 5ª ed.) Ed. Guadalupe, Buenos Aires.

⁷ Cf. Piaget et Inhelder (1955) *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, PUF, Paris. Versión en español: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente* (1972), Paidós, Buenos Aires.

⁸ G: “¡Hay más de madera que rojas!”

E: “¿Por qué?”

G: “¡Porque todas son de madera (muestra la colección de bolitas) y las rojas son algunas!”

⁹ Cf. Gréco (1962) *Les structures numériques élémentaires*, Bibliothèque Scientifique Internationale, PUF.

La respuesta del niño caracteriza a los sujetos que han alcanzado el estadio operatorio¹⁰ y esto no nos sorprende para nada, debido a la edad del niño y el éxito en la prueba precedente¹¹. Por el contrario, lo que es interesante y puede aportarnos información es la actitud de Gael cuando ponemos en duda su opinión con objeciones del tipo: “Pero un niño decía, hace un ratito, que esto se detendría antes, etc...” Inmediatamente Gael vuelve sobre sus afirmaciones:

G: “Tal vez es verdad...”

E: “¿Qué piensas exactamente?”

G.: “¡No sé!”

Este tipo de conducta durante esta prueba caracteriza a los niños que Greco sitúa en un estadio intermedio (pre-operatorio) y donde las estructuras del sujeto están solamente en vía de constitución. Las compensaciones no son más que incompletas o frágiles. Este no puede ser el caso de Gael. Parecería sin duda, que su repentina ausencia de convicción a partir de una simple contrapropuesta reenvía más bien a una actitud general frente al otro cuando su propio conocimiento está en juego. El sentimiento de necesidad que para Piaget es el revelador del funcionamiento de una estructura operatoria desaparece aquí sin que se pueda incriminar una fragilidad de las construcciones lógicas del sujeto pero remite directamente, pensamos, a la manera de ser con el otro.

1.4. Análisis de la primera sesión

Entre las cuestiones planteadas por el comportamiento de Gael, había una a zanjar rápidamente. Toda actividad matemática está sostenida por los esquemas operatorios del sujeto que, según Piaget, no son aprendidos en sentido estricto sino construidos en el transcurso del desarrollo¹². En el caso del problema de los autos rojos y no rojos era, lo vimos, absolutamente necesario asegurarse que Gael poseyera bien las estructuras operatorias de inclusión.

Con los resultados obtenidos en el transcurso de la prueba de las bolitas, sabemos al menos que los fracasos repetidos de Gael en la comprensión del problema no pueden ser explicados por carencias a nivel de las estructuras lógico-matemáticas del sujeto. Evidentemente posee los esquemas operatorios necesarios para la resolución del problema propuesto: ¿Cómo explicar entonces su comportamiento en el transcurso de la sesión?

La respuesta no puede ser simple desde el momento en que se toma como objeto una relación entre un sujeto particular cuya relación actual con el mundo es el resultado de una larga historia y una situación didáctica en sí misma muy compleja.

En esta perspectiva, la prueba de Greco puede darnos algunos elementos de partida. Lo que sorprende de entrada es la imposibilidad de Gael para sostener una convicción frente al desmentido de otro. Una contrapropuesta es suficiente para provocar la expectativa allí donde todo hace pensar que existía un sentimiento de necesidad. Así aparece una característica del niño que nosotros ya habíamos encontrado en el transcurso del examen psicológico, y en un plano más general: la huida ante un posible enfrentamiento, el

¹⁰ Cf Gréco “Enfance: opérations et structures intellectuelles”, en *Encyclopedia Universalis* 8, 343 c.

¹¹ El éxito a la prueba de inclusión supone necesariamente que el niño está en el estadio operatorio y puede fácilmente dominar la relación de conmutatividad.

¹² Cf. Piaget *Apprentissage et développement*, EEG. Piaget (1949) *Introduction à l'épistémologie génétique*, PUF. Versión en español: *Introducción a la epistemología genética* (1975), Ed. Paidós, Buenos Aires.

rechazo a cualquier precio de un conflicto refugiándose en posiciones de dependencia y sumisión. Nos parecía que esto podía tener efectos en las relaciones de Gael con el conocimiento matemático.

En el plano del conocimiento, existe en efecto una actitud donde la dependencia ofrece el beneficio no despreciable de una seguridad: el conocimiento es siempre el conocimiento de otro que se trata simplemente de apropiarse, entonces se suprime el riesgo de ser uno mismo puesto en duda ante un debate sobre la verdad. Basta con dar como razón de lo que uno sostiene como verdad la autoridad de alguien al cual se refiere (Gael dice “lo que me enseñaron”, lo que la maestra dice “que hay que hacer”).

Pero esta actitud es a costa de la incapacidad para concebir un proceso de construcción donde el conocimiento podría ser el resultado de una confrontación con lo real y de una serie de decisiones donde el sujeto deviene el autor de su propio saber. El conocimiento matemático corre el riesgo entonces de ser solamente una actividad ritualizada donde se repiten modelos.

Las situaciones como las que los alumnos re-encuentran habitualmente en clase presentan en su mayoría cierto carácter de cierre. Por ejemplo, el maestro plantea **un** problema y todos los niños deben encontrar **la** solución, la misma, de manera que la búsqueda de los otros se detiene a partir del momento en que un alumno produce públicamente esta solución. Además es el maestro quien declara que tal solución es buena de modo que cada alumno solo tiene **una** sola oportunidad de intentar producir la solución correcta al problema. Así, cada una de esas situaciones funciona como un test y el aprendizaje se hace en otra parte -por ejemplo, durante la corrección y las explicaciones que lo acompañan- y por otros medios que no son la tentativa y observación de los efectos de su propia decisión. Finalmente y en parte en consecuencia, a menudo la solución solo puede ser considerada si el niño posee ya una representación de la situación que le permita poner en escena los objetos cognitivos de los cuales se trata. Asimismo, la verificación de la validez de la respuesta y las explicaciones del maestro recurren a esta misma representación tanto como al conocimiento acabado que produce la respuesta. Dicho de otro modo, esta situación de aprendizaje solo da una oportunidad para decidir o intentar una decisión -y entonces aprender- a aquellos que saben ya lo esencial. En estas situaciones el alumno solo puede adquirir la representación correcta de la situación acercándose a pruebas similares por una suerte de refuerzo de asociaciones convenientes.

En los niños como Gael, las situaciones de ese tipo son poco favorables para modificar las relaciones con los datos del problema o con los objetos del conocimiento.

Para aumentar y enriquecer las relaciones de los alumnos con la situación, un procedimiento clásico consiste en pedirles que representen, dibujen los elementos de los cuales se trata -es lo que se hizo en el transcurso de esta sesión y se pudo ver que el dibujo correcto le exige también esta misma representación que justamente está ausente. Es bastante claro aquí que si el esquema puede tal vez hacer progresar una representación mental, no puede crearla.

Al contrario, la repetición de situaciones-problemas de las cuales el maestro espera que produzcan la comprensión, tiende también a poner al niño en una situación pasiva y de espera un poco ansiosa, donde las actividades tienen un carácter ritual y casi mágico. Se puede ver esta reacción a lo largo de la primera sesión: “Voy a hacer como aprendí con la maestra...”. Cuando cuenta recita cuidadosamente: “Pongo, me llevo... las decenas...”. Indica las diversas etapas. Hace representaciones más o menos analógicas e intenta dibujar cosas

que se parecen a autos. Pero el hecho de quedar muy próximo de lo figurativo, lejos de dar la significación prevista a la operación misma, parece ser recuperado por el niño como un medio para poner a distancia el razonamiento que hace sobre los objetos.

Cuando el entrevistador le pregunta: “¿Dibujaste los rojos?” Responde: “No, los negros solamente”, y es verdad, no dibujó rojos (en rojo). Queda centrado sobre su dibujo sin hacerle jugar un rol de representación para controlar las indicaciones del enunciado. Y cuando se le pide que pinte de rojo las marcas que representan los autos rojos, olvida el número y el entrevistador debe detenerlo en 25. De forma general los números tienen para él una importancia muy secundaria. Dice 50, y cuenta 31, después 33, se olvida... reconoce de buen grado haberse equivocado... con indiferencia.

Un enfoque clásico al tratar niños con dificultad consiste en identificar los errores o las faltas que cometen, y si se repiten, se las interpreta como anomalías del desarrollo del niño o como carencias en sus adquisiciones a las cuales conviene remediar porque "volverán al niño incapaz de acceder a las matemáticas"¹³. Por ejemplo aquí, percibimos que Gael escribía a menudo

7

en lugar de 5, o escribía 21 por 12 y uno identificaría allí una insuficiencia en la **estructuración espacial** o incluso problemas en la percepción **espacio-temporal**. Del mismo modo, las dificultades de Gael para confrontar el dibujo y el texto del enunciado podrían situarse entre los accidentes de la **función simbólica**.

Este análisis clásico permite buscar remedios para esos problemas bajo la forma de ejercicios “del mismo tipo” en el sentido de estas funciones: ejercicio de estructuración espacial... etc. Esta se opone a la del docente que busca ejercicios “del mismo tipo” en el sentido que trata el mismo tema matemático con el mismo punto de vista didáctico: escritura de cifras, dictado de números, problemas de resta. En este sentido, la primera forma aparece como terapéutica en relación a la segunda. El enfoque que intentamos aquí es muy diferente, se trata de actuar a nivel de las situaciones de aprendizaje, de manipular sus características para obtener los cambios de actitudes deseadas. Utilizamos para esto la teoría de las situaciones. Esta teoría toma en cuenta, como objeto principal, las condiciones del medio que hacen necesarios y plausibles los comportamientos de los sujetos y las manifestaciones de los conocimientos.

Gael tiene con el conocimiento -al menos con el tratado en clase- una relación superficial. Evitar el problema y ponerlo a distancia desembocan en acciones estereotipadas, puramente “didácticas” es decir centradas en la relación con el maestro, sin movilización de los esquemas asimiladores que sin embargo tiene a su disposición. Gael se acomoda a relaciones institucionalizadas que solo exigen de su parte ritos que no lo comprometen. Podemos pensar entonces que toda la actitud de Gael en el transcurso de esta primera sesión es la consecuencia de un acuerdo entre la situación didáctica habitual de la clase tal como la percibe y su relación defensiva con el conocimiento de la cual hablamos antes.

No se puede entonces sostener que la situación didáctica que Gael encuentra habitualmente es la causa (sobre todo la única) de sus fracasos en matemática, porque no se comprendería por qué aprenden otros niños que sobre el plano cognitivo no están mejor preparados. Simplemente podemos pensar que esta situación le produce satisfacción en la

¹³ Cf. F. Jaulin-Mannoni (1965) *Le pourquoi en Mathématiques*, ESF p.13.

medida en que le permite escapar a la construcción de los conocimientos.

Y puede escapar mejor por su manera de ser con los adultos, esa actitud social particular transformada en amabilidad y sumisión desarma la crítica y le permite protegerse de toda forma de conflicto con el maestro. Porque, si las situaciones didácticas habituales permiten aprendizajes en las condiciones de cierre de las que hemos hablado, es que el debate sobre el saber es reemplazado por otro tipo de debate; el que tiene por objeto al alumno que aprende. Aprender mal, no saber, hacer tal error, etc. es tropezar con la voluntad del maestro, es entrar en conflicto con él. En consecuencia el niño solo puede escapar a ese conflicto y a las dificultades de todo tipo que implica, construyendo algo que tiene lugar como conocimiento, como aprendizaje.

Ahora bien, para nosotros Gael escapa de ese debate en la medida en que neutraliza todo conflicto con una ausencia total de agresividad. En ese debate sobre el alumno, en realidad el conflicto se nutre a sí mismo; a la agresividad del maestro responde habitualmente otra agresividad del niño que alimenta de nuevo la agresividad del maestro¹⁴, etc... el sujeto solo puede sustraerse a esta situación produciendo los resultados esperados. Gael por su parte, no entra en este juego. Su actitud de profunda sumisión neutraliza toda hostilidad (“está siempre dispuesto a reconocer sus errores y se entristece por eso” dice el maestro).

1.5. Proyectos para la sesión siguiente

El conjunto de los análisis que podemos hacer nos conduce a considerar el tipo de intervención para la segunda sesión; se va a tratar esencialmente de introducir una ruptura en las concepciones que tiene Gael de una situación didáctica, proponiéndole una situación que va a exigir de él anticipaciones, previsiones y tomar responsabilidades, es decir una inversión del objeto de conocimiento. Para esto, sobre el mismo tema matemático, vamos a proponerle lo que llamamos una situación de acción.

Solamente si se comprueba que Gael no puede entrar en este tipo de relación con el conocimiento, buscaríamos otras vías.

1.6. Comentario “en caliente”: Topaze, el alumno recalcitrante y el contrato didáctico

El entrevistador se encuentra con Gael en una situación típicamente “didáctica”, según el sentido antiguo que se le daba a esta palabra: “es didáctico alguien que quiere absolutamente enseñar algo a alguien que no quiere aprenderlo”. Esta situación es eminentemente cómica (lo que contribuyó mucho a dar a la palabra “didáctica” una connotación peyorativa) y Marcel Pagnol la utiliza en su obra “Topaze”, como paradigma introductorio para mostrar la grandeza y la ironía del proyecto de enseñanza. El estudio de esta situación típica permitirá pensar tal vez los problemas de Gael no como accidentes específicos sino como un problema general.

“TOPAZE, dicta paseándose

“Las ovejas... Las ovejas... estaban seguras... en un predio. (*Se inclina sobre la espalda de un alumno y repite.*) Las ovejas... ovejasss (el alumno lo observa asombrado). Veamos, niños, hagan un esfuerzo. Dije ovejasss. Estaban (*repite con fineza*) estabannn. Es decir que no había solo una oveja. Había varias ovejasss.

¹⁴ Como lo observaba Flanders.

El alumno lo observa perdido¹⁵»

En este acto irónico y tierno, Pagnol subraya con una pertinencia casi cruel algunas características frecuentes de estas situaciones.

El maestro quiere obtener cierto comportamiento del alumno —en este caso se trata de escribir correctamente en el dictado la palabra “ovejas”, este comportamiento significa que el alumno interpretó correctamente una situación— aquí esta oración —que reconoció un problema, al menos implícitamente— ovejas ¿tiene ese o no?— y que lo resolvió por la aplicación de un conocimiento eventualmente práctico —en este caso la regla del plural de los sustantivos. Ahora bien, el alumno no resuelve el problema de ortografía que se le planteó y Topaze no acepta esta situación. El comportamiento esperado no es solamente una información sobre el estado del alumno, es también de la materia sobre la cual se va a ejecutar a continuación la actividad del maestro.

Si el texto producido contiene demasiados errores muy banales, será imposible obtener de allí alguna “lección” razonable. Para el maestro, esta falta subalterna de concordancia debe ser eliminada inmediatamente. Pero no se decide, ni a indicar directamente la corrección, ni a explicitar sus exigencias: por ejemplo, con ayuda de una advertencia del tipo “¡presten atención!”. Transforma entonces el test de ortografía en mini-situación de aprendizaje. ¿Y qué hace? Intenta obtener de todos modos el buen comportamiento pero cambiando el problema. Su segunda lectura transforma totalmente la situación. Un alumno consciente del dilema: “singular o plural” habría encontrado la respuesta resolviendo un simple problema de fonética. Es bien evidente que entonces su comportamiento no habría tenido ni la misma significación ni el mismo valor.

¡Ay! El alumno no entra en un nuevo juego. Subraya con una actitud de sorpresa que no entiende por qué su profesor se expresa de una manera tan extravagante. Y Topaze rechaza explicar su trampa tonta y justificarse: “... una sola oveja... varias ovejass”. Deja abierta la elección entre las respuestas posibles, es decir la materia de una lección sin duda cien veces repetida y la solución en el caso presente. El alumno reconoce finalmente al mismo tiempo el problema y su respuesta. Se contentó con identificar el deseo del profesor a través del velo transparente de un disfraz didáctico.

Así, vemos cómo Topaze propone una serie de situaciones que, todas, tienden a producir el mismo comportamiento pero que le dan significaciones completamente diferentes: cada vez menos ricas o costosas en inversión y en conocimientos para el alumno. Hay allí una especie de negociación: Topaze intenta obtener el comportamiento del alumno “al mejor precio” es decir con la situación que le dará la mejor significación. Y todo muestra aquí que el alumno se contentará con esperar que Topaze le proponga el contrato que exige de él el mínimo esfuerzo.

En estas condiciones, ¿en qué podría consistir el aprendizaje logrado? El maestro elige finalmente una situación que permite al sistema de conocimiento del alumno suministrar la respuesta esperada. El comportamiento correcto puede ser producido por un repertorio ya adquirido, pero que no tiene nada que ver con el conocimiento nuevo en la

¹⁵ Pagnol (1930), *Topaze*. *NdT*: la traducción es nuestra. "En la obra de Marcel Pagnol, Topaze es un profesor al que el director del colegio privado para niños ricos en que trabaja le exige que obtenga mejores resultados. Agobiado por esta exigencia que pone en peligro su puesto de trabajo, para conseguir que sus alumnos no tengan faltas en los dictados, pronuncia con énfasis todas las letras que, como las eses finales de "moutons" o "réunis", no se pronuncian en francés." Nota tomada de "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?" en *Enseñanza de las Ciencias*, 1990, 8 (3).

mira. La esperanza de un aprendizaje con esta estrategia se basa en la creencia que la repetición de preguntas pertinentes a las cuales se asocian respuestas correctas, pero obtenidas con conocimientos inadecuados, hará surgir conocimientos correctos. Esto es imposible aún si la escala de preguntas de dificultades decrecientes planteadas al alumno hasta que él produzca la respuesta correcta, es graduada y a menudo repetida. Entre un repertorio inadecuado y un repertorio adecuado, existe un salto que es justamente el conocimiento a adquirir.

1.7. Comentario 1999

Se puede ver en este comentario sobre Gael, el inicio de varias ideas importantes de la teoría de las situaciones que se precisarán a continuación:

1. El estudio de la relación entre el profesor y el alumno como *la gestión por el profesor de la incertidumbre del alumno*. En esta época, la teoría de las situaciones didácticas es la de las situaciones de uso didáctico. Hasta este estudio, se suponía que el alumno estaba inmerso en una situación adidáctica¹⁶, es decir un problema que debe resolver por sus propios medios. El profesor proveía las informaciones y las consignas y “dirigía” el pasaje de una acción a una formulación o a una validación lógica o cultural. Sus acciones no eran un objeto de la teoría inicial. Más exactamente, suponíamos que ellas daban cuenta de modelos idénticos a los utilizados para describir las acciones de los alumnos. A partir del estudio de Gael, la situación de acción del profesor va a ser estudiada con el nombre de “*contrato didáctico*”¹⁷ para marcar esta diferencia con las situaciones de uso didáctico. El estudio de este contrato pondrá en evidencia las paradojas que lo caracterizan y sobre las cuales mostraremos que la gestión no puede provenir de las teorías clásicas del aprendizaje escolar. Luego, el contrato devendrá en una de las componentes de la “situación didáctica” en el sentido de “situación en la cual se encuentra el profesor”.

2. El *efecto Topaze*¹⁸: esta expresión caracteriza una de las fuentes de esta gestión considerada como un fracaso al menos provisorio: el profesor obtiene del alumno que da la respuesta deseada a la cuestión que ha planteado pero en realidad, lo hace reemplazando “disimuladamente” la pregunta inicial por otra que de ningún modo es equivalente (es mucho más cerrada). Esta respuesta es producida con la ayuda de conocimientos triviales, sin relación con aquellas que la pregunta se suponía activaría. El profesor disimula así formalmente el hecho que le da la respuesta al alumno para salir de una situación sin salida y continuar la relación didáctica.

Muy rápidamente las diferentes posibilidades de respuesta del profesor a los fracasos de sus tentativas van a ser inventariadas. Se mostrará entonces que ninguna es una respuesta lógicamente satisfactoria al problema de enseñar y que su uso “excesivo” termina en “efectos” negativos, que son a su vez inventariados. Y sin embargo el aprendizaje se efectúa en el curso de esas correcciones de un error didáctico, reemplazado por otro error didáctico. Es precisamente porque el aprendizaje se opera en el curso de rupturas de contrato y no como efecto de los contratos mismos.

3. El *contrato didáctico*: Topaze reemplaza su primer pedido implícito por otro, luego por otro y otro más, cada uno menos exigente que el precedente. Espera a que en una u

¹⁶ Situación adidáctica, Brousseau, “Fundamentos y métodos de la didáctica”, disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/wp-content/uploads/2015/03/BEns05.pdf>

¹⁷ Contrato didáctico, ibíd. Chevallard (1985).

¹⁸ Efecto Topaze, ibíd..

otra etapa, el alumno adivine lo que el maestro espera de él. Pero el alumno espera solamente órdenes y no compromete ninguna decisión personal, lo que obliga sin cesar al profesor (quien quiere cumplir su contrato con los padres: hacer que el alumno aprenda algo) a emprender una nueva acción. Cada acción toma la forma de una especie de contrato: “Si les digo esto y les pido aquello entonces Uds. deben responderme así”. Falso contrato, ya que es implícito, y que las cláusulas de ruptura no son conocidas, pero todo pasa como si hubiera uno.

4. ¿Por qué Topaze no puede decirle la respuesta al alumno: “Pongan una “ese” acá y “e, n, t””? La problemática del contrato comienza con esta pregunta “¿Por qué el profesor no puede reducir su acción a órdenes?” El estudio de las paradojas del contrato didáctico¹⁹ comienza con estas preguntas y con la idea de que si miles de profesores reaccionan de la misma manera a las mismas condiciones esto no es por descuido.

5. Los otros “efectos”²⁰, (Topaze, Jourdain, abuso de la analogía, deslizamiento metadidáctico, fragmentación...) son respuestas “didácticas” a las dificultades de la enseñanza, respuestas (a las rupturas de contrato). Estas respuestas son en sí mismas efectos: compiten, entre otras, con “la obsolescencia de saberes” y de “situaciones”. Estas son abusivas pero a menudo inevitables, y es más bien su uso sistemático el que es perjudicial.

6. Las diferentes estrategias didácticas no serán estudiadas sino mucho más tarde.

En una clase real el maestro se sentirá sin dudas triplemente humillado, al principio por el desdén, o el “rechazo del alumno” de entrar en su juego y dar la respuesta correcta sin entender por qué, luego sin dudas por el hecho un poco vergonzoso deontológicamente de haber consentido proponer este contrato falso, y finalmente por el hecho de que esta pequeña “estafa” intelectual no se haya logrado. La “venganza” podría entonces venir bajo la forma de un contrato más estrecho: “les enseñé una regla, deben saberla, recítenmela”, seguida de otra “no la saben, la copiarán diez veces”, lo que no mejorará probablemente las futuras performances del alumno pero que salvarán la dignidad del profesor.

2. SEGUNDA SESIÓN

2.1. Apoyo y observación

El entrevistador da a conocer a Gael los propósitos de la sesión: se trata de enseñarle lo que no supo hacer la última vez y que un niño de su edad debería lograr y que, él también, logrará pronto. Pero esta enseñanza tomará la forma de un juego.

Esta declaración preliminar casi no tuvo efecto, la palabra “juego” debió ser empleada a menudo para anunciar ejercicios simples.

El material está constituido por círculos y triángulos grandes y chicos. El entrevistador hace contar a Gael el número de piezas, que encuentra 52, y le dice de escribir el número en una hoja. Luego, para asegurarse que efectivamente hay 52, el entrevistador vuelve a contar, pero haciendo observar que utiliza montones de 10: una pila de 26 triángulos. Luego se agrega una pila de 10 círculos (lo que hace 36), después otra (46) y luego una pila de 6 círculos... total 52 piezas. Una vez que las piezas fueron contadas, se las

¹⁹ Paradojas del contrato, ibíd..

²⁰ Ibíd.

introdujo en una bolsa que se la cierra, y el juego consiste en recordar lo que había en esa bolsa.

El entrevistador pide al niño si sabe lo que había, a lo que éste responde: “triángulos”, luego duda y agrega: “cuadrados” (no hay cuadrados)... “redondeles” y luego, a pedido del entrevistador, dibuja:



- ¿Contamos y había cuántas piezas? pregunta el entrevistador.
- 26
- ¿26?
- No, 52
- ¿Yo conté 26 qué?

Gael no se acuerda más. Reflexiona largamente pero hay que recordarle que eran triángulos. Luego le explicamos que vamos a jugar a las adivinanzas.

- ¿Qué crees que te voy a preguntar?
- ¿Cuántos redondos hay?
- ¿Lo sabes?
- No
- Podemos mirar en la bolsa si no sabes. Pero antes de desatar y de mirar, hay que apostar. ¿Sabes lo que quiere decir?

Gael dice que a veces, el apuesta un franco con su padre que él llegará primero al fondo de la pileta.

El juego consiste entonces en apostar cuántos círculos hay, de escribir el número supuesto, y se gana si la verificación confirma la hipótesis.

Primera apuesta: Gael afirma que hay 10 piezas redondas.

Verificación: hay 26. Sonríe y constata con el entrevistador que perdió su apuesta.

Desde esta primera apuesta, y esto se confirmará en la continuación del juego, se constata que el número “10” juega un rol particular para Gael. Retuvo que el entrevistador había ordenado las piezas en pilas de 10 y tal vez esto contribuyó a esta primera elección, pero veremos más adelante que no es la única razón.

El entrevistador propone que la apuesta sea sobre un caramelo, Gael sonríe. Después de este primer fracaso, deciden recomenzar. Pero Gael ya olvidó el inicio de la sesión, ya no recuerda lo que comenzaron a contar y cree que son los redondos. El entrevistador le hace entonces re-escribir el número de piezas, 52, contar los redondos grandes: 19. Verifica este último número haciendo una nueva pila de 10 y una pila de 9, y luego ponen todo en la bolsa y la cierran. Gael escribe en su hoja:

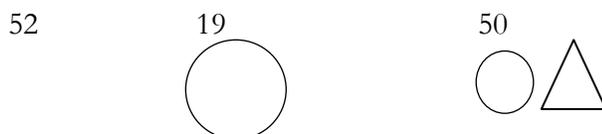
52	19
----	----

[Escriba texto]

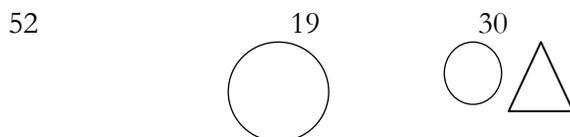
- ¿Qué hay que hacer? pregunta el entrevistador.
- Encontrar cuantos triángulos hay.
- Sí... ¿Había cuadrados?
- No, sólo triángulos y redondos.

Cuando el niño había respondido la primera vez que había cuadrados, había probablemente dicho eso al azar, no habiendo observado bien las diferentes piezas, demasiado ocupado como estaba en contarlas y con dificultades para tomar un poco de distancia y saber qué estaba contando.

De todos modos, esta primera escena confirma la dificultad de Gael para tomar en cuenta los datos y aún las consignas. Se trata esta vez de buscar lo que no es “los redondos grandes”, es decir el número de redondos pequeños y de triángulos, los dos a la vez. Gael reflexiona: “los triángulos, hay muchos...” Y luego responde al azar: 50. Escribe 52 19 50. El entrevistador le hace corroborar que se trata de triángulos y de redondos pequeños y dibuja bajo las cifras lo que representan según Gael:



Dice entonces resumiendo que tenemos 50 de un lado y que si le agregamos los redondos grandes, llegamos a 52; luego le pide si mantiene la apuesta. Gael se retracta entonces porque constata que para ir de 50 a 52 no se necesitan demasiados redondos grandes, “no hay más que 2”. Rectifica su elección y dice 30, y escribe:



Para verificar, saca los objetos de la bolsa, cuenta 33 y exclama: “¡Casi llego!”

Es importante observar que Gael está verdaderamente a nivel de juego de ensayos y errores y que cada vez prueba su suerte, pero poco a poco, se ven aparecer algunos esfuerzos de razonamiento.

El entrevistador aprovechando una circunstancia favorable, introdujo ciertamente un medio fundamental de verificación a priori de los valores considerados y provocó así una contradicción entre lo que el niño prevé y lo que constata como un primer hacerse cargo de la situación. El entrevistador tomaba un riesgo saliendo así de su neutralidad como animador: lo que puede sumergir a Gael en su dependencia con respeto al adulto lo que lo conduciría a buscar sus respuestas en las preguntas del entrevistador. Pero esta observación del entrevistador fue hecha como resumen de lo que venía de hacer y decir Gael, resumen que el adulto se dirigía a sí mismo, sin ni siquiera plantear preguntas. La observación era tan evidente para el niño que no detectó allí una intención dirigida a él. El entrevistador realizó rápidamente el siguiente comentario: “Es mejor” declara el entrevistador, “pero todavía no ganaste, ¿recomenzamos?”

Gael acepta porque creemos que querría ganar. Escribe de nuevo 52, luego cuenta los redondos chicos (7) pone todas las piezas en la bolsa. Debe adivinar el número de elementos que no son “redondos chicos”.

[Escriba texto]

Reflexiona en voz alta: “Hay 52... como hay 7 redondos chicos...” Se ríe porque intenta agregar 7 a algo para obtener 52 y siente que está en la buena senda. Escribe 42 (observemos que es $52 - 10$) y apuesta. Pero verifica primero contando con sus dedos $42 + 7$, constata su error, tacha 42 y retomando el mismo proceso de reflexión, escribe 49 (último número evocado $42 + 7$), no puede avanzar más y apuesta.

Se sacan todas las piezas de la bolsa, el entrevistador se las hace apilar de a 10, hay 45 (que no son redondos chicos). Gael tacha 49 y escribe 45, lo que da:

7 4~~2~~ 4~~9~~ 45

El entrevistador declara: “Hay algo... pero hay que encontrarlo”.

Por primera vez, el entrevistador indica que el resultado esperado está determinado por los datos. Afirma que existe una estrategia que permite ganar con seguridad. La anticipación comienza a funcionar así como el examen a priori de varias soluciones posibles. El número de datos que Gael toma en cuenta de repente aumentó mucho, y sólo puede realizar el ciclo una vez: elección, verificación anticipada, rechazo, nueva elección. La apuesta es un momento para aflojar tensiones, un momento agradable donde simulamos reflexionar, dudamos un poco, luego decidimos, chocamos solemnemente la mano del entrevistador. Entonces con un poco de excitación febril, abrimos la bolsa, contamos, comparamos el número encontrado con anticipación bajo el ceño fruncido y dubitativo del entrevistador que está a la vez apenado, animado o cómicamente impotente. Las apuestas deben ser bastante numerosas para mantener el placer del niño: ellas son la verdadera gratificación.

La cuarta apuesta tiene de nuevo por desafío un caramelo (hipotético, los caramelos ganados por Gael están contados pero al final, tomará solamente uno o dos caramelos, es claro que esto no depende del resultado). Esta vez se cuenta los triángulos chicos: 13, pero se los mete en una bolsa aparte, en la cual se pone también la que contiene las otras piezas.



Como antes, Gael habla a media voz cuando calcula: “Acá 52, allá 13”. Cuenta con los dedos, se detiene en 10, luego continúa hasta 13 y responde “42”. Pero vuelve a contar lentamente y rectifica: “41”.

Para verificar, el entrevistador vacía la primera bolsa, la que contiene los 13 triángulos que desparrama sobre la mesa y pone la otra bolsa cerrada al lado.

- Si ganaste, dice, tenemos 41 (le muestra la bolsa cerrada), ¿y contando todo tendremos...?

- 52.

Partiendo de 41, Gael cuenta entonces los 13 triángulos chicos: “42, 43,...” y llega a 54. Como no se abrió la bolsa, tiene todavía derecho a cambiar de opinión y el entrevistador

[Escriba texto]

lo deja buscar.

Gael se estaba olvidando el método de verificación (o tal vez estaba intentando contar hacia atrás lo que le exigiría contar a la vez lo que se quita y el resultado: 1 - 51; 2 - 50; 3 - 49, pero es poco probable). El entrevistador sugirió otra vez oportunamente el método de verificación y esto facilitó su aplicación, pero Gael no lo tomó como una indicación nueva porque puede considerar el método como ya convenido y su problema principal, en ese momento, es contar correctamente y tener una estrategia de elección de los números a probar.

Gael sonríe, parece recordar algo que aprendió anteriormente, y cuenta con los dedos, de 13 a 52. Pero en el camino, se detiene porque se dio cuenta que no retuvo cuánto había contado hasta allí, e intenta otro método:

“Ah, allí hay 13, quito 10, quedan 3 y en el otro hay... 45... Hay 52, quito 10, quedan 40... 5, 45! (¿Tal vez 42 + 3?)

¡Verifiquemos! De nuevo, este resultado resulta inexacto y el entrevistador le sugiere que intente con otro número. Elige 40, agrega 13 (contando todos los triángulos uno por uno) y se ve tan cerca del objetivo que exclama: “Ah, ya tengo una prueba”. ¿Pero cuál?

Intenta luego 31. El entrevistador escribe todos los números que no van, y al lado el resultado obtenido agregando 13, lo que da sucesivamente:

41	54
40	53
31	44
43	56
33	46
42	55
34	47

Ahora el método de verificación funciona bien, el hecho de poder contar los objetos de la parte conocida diferenció las funciones de los tres números: el número buscado -sobre el cual se apuesta y a partir del cual se cuenta- el número de objetos de la parte conocida que se cuenta (en lugar de sumar) y el número total de objetos que es el número final que se debe encontrar.

Se puede dudar si este algoritmo fue adquirido en tanto que solución general a los problemas de sustracción pero va a ayudar a explorar las relaciones invariantes por traslación, y permitir por esto llegar a un método de solución y reglar ciertos problemas de numeración y de estructura primaria de los naturales. El algoritmo permite sobretodo un compromiso en términos de la relación a comprender.

Observemos su estrategia. Todo saldría bien si Gael poseyera perfectamente la numeración como para contar al revés es decir la sustracción de a 1, porque comienza con 41 que da un resultado demasiado grande. Intenta otro método, correcto pero que no domina totalmente en ese momento e intenta 45 que se aleja **del objetivo buscado**, entonces corrige y elige 40 (el único número que puede ubicar fácilmente en la vecindad de 41 y más pequeño que él). Se puede pensar que utiliza un principio de corrección: “si un número más grande me aleja, uno más chico me acerca”, lo que implica que recurre a la monotonía de la aplicación. Y 40 da un resultado excitante, está muy cerca. Se puede pensar que para Gael el resultado confirma la validez de la intuición -“la prueba”- y que además ve

que habrá que quitar 1 a 40. Esto implicaría que presiente que una corrección de 1 en las elecciones corrige el total en 1 en el mismo sentido. Más tarde el teorema va a funcionar para 2. Probablemente no funcionaría para 8 o 10. Pero Gael no sabe encontrar el número que precede a 40. Le quita una decena y luego agrega una unidad: 31 -fracaso. Vuelve a la estrategia precedente: el encuadramiento, Gael va a aumentar el número inferior: 31... 33... 34... Y disminuir el número superior: 43... 42... aún si los números superiores siguen siendo más grandes que 40, la estrategia puede llegar a... ¿De qué se trata?

Esta vez utiliza con éxito el teorema de conservación de las diferencias en la traslación numérica (la diferencia entre los dos resultados totales es igual a la diferencia entre el número probado y el número buscado) pero no lo logra porque no hay que cambiar de decena. El primer logro del ejercicio es celebrado como se debe con un palabrerío libre en el curso del cual Gael declara que quisiera volver a jugar al juego de la bolsa y aprender a encontrar, a adivinar. El entrevistador le propone “¿inmediatamente?”

- Sí.

- Con números pequeños entonces porque ya estás cansado.

Hay 7 piezas, triángulos y rectángulos. Gael cuenta 3 triángulos y mete todo en la bolsa.

- ¿Cuántos rectángulos hay?, pregunta el entrevistador

- 7

- No, 7 en total...

- ¿Cuántos rectángulos? Hay 3. Dice Gael.

- ¿Apostamos?

El niño duda, se plantea preguntas.

- Podrías dibujarlos para adivinar...

Dibuja tres triángulos y luego, antes de dibujar los rectángulos, dice: "Cuatro". El entrevistador le dice que los dibuje pero Gael no recuerda más la forma y debe palparla a través de la bolsa para recordarla, luego vuelve a contar después de haber hecho sus rectángulos.

Este último episodio de la observación es importante, porque muestra, acrecentado por el cansancio, las dificultades de Gael para asociar a un número lo que él representa. Observó bien las diferentes clases de elementos, contó los elementos, pero parece tropezar con una barrera cuando pasa de una noción a otra. Es un pasaje trabajoso el causante en parte de sus dudas: a menudo se queda del lado de los tipos de elementos, y cuando finalmente descubre una vía para contarlos, no sabe más cuál era su punto de partida.

Una de las fuentes de dificultades puede venir de la proximidad de los números, aquí 4 y 3. También tuvimos cuidado en el material de la clase de prever cardinales de partes bastante diferentes: 45 - 7, luego 39 - 13 (salvo para la fase inicial 26 - 26, y era un error).

2.2. Discusión: observación de las dificultades de Gael

Esta sesión puso en evidencia dificultades bastante antiguas de Gael con el conteo:

- dificultad para atribuir de forma durable un cardinal a una colección,
- dificultad para manejar varios números a la vez sobre todo si las colecciones no son visibles, pero también si están presentes.
- dificultad con la numeración: “rol privilegiado” del número 10 que interviene

[Escriba texto]

frecuentemente y de modo inoportuno como un número fetiche. Con respecto a esto, podemos remarcar lo siguiente: el rol privilegiado que juega el número 10 en la numeración, en el cálculo de sumas o diferencias donde "hay que pedir", o en la multiplicación que debe parecer esencialmente mágico a un niño que no entra en el juego.

- dificultad sobre todo en “pasar las decenas” al contar hacia atrás y entonces en ordenar el nombre de los números.

Es claro también que pudimos observar otras dificultades, como por ejemplo la que es muy natural de mantener la atención en ciertos momentos, pero no nos ocuparemos de ello por ahora.

2.3. Discusión de los efectos de la sesión

¿Tenemos la posibilidad de responder a ciertas preguntas que nos planteamos antes de esta sesión?

- En primer lugar parece que Gael es capaz de involucrarse en una situación de acción. Aceptó progresivamente las reglas de juego que consisten en tomar bajo su responsabilidad un objetivo y los medios para verificar él mismo si lo alcanzó, a dar soluciones al azar, a confrontarlas con un estado del medio²¹. Progresivamente se comprometió con la búsqueda de una buena solución, rechazando él mismo las contradicciones, las soluciones inadecuadas. Le dio placer el juego de la previsión y de la verificación aún cuando no ganó.

- Se entusiasmó con la anticipación y este punto es muy importante por varias razones.

- La anticipación es el primer paso hacia la creación de una teoría y el pasaje a relaciones experimentales; el sujeto renuncia al modo procedural, a las meras interacciones directas con el medio, al método de ensayos y errores y toma distancia en relación con sus acciones, esta actitud reflexiva lo conduce al modo declarativo.

- La anticipación se apoya en la existencia de un modelo al menos implícito, verdadero o falso sobre el cual se basa y que la expresión puede ponerlo a prueba. Aquí, el modelo es la relación “número conocido + número intentado = 52” y a Gael le parece bastante seguro como para permitirle rápidamente una simulación de la experiencia. (No se cuestiona al menos desde el punto de vista de su validez).

Es interesante observar que Gael franqueó también el paso de la anticipación: quisimos que se interesara por la materialidad de los datos del enunciado, pusimos en acto las colecciones cuyo montaje insólito y cautivante aumentó la carga afectiva, perceptiva y sensorial de la búsqueda de la solución. Ahora bien, el compromiso con la aplicación es en cierto sentido antagonista del compromiso con la acción porque supone el rechazo al menos provisorio de la acción. Aquí Gael debe renunciar a los placeres de la acción, de la decisión, del de la apuesta, del juego, para remplazarlos por cálculos y simulaciones. Pero se puede notar sin embargo que la anticipación hereda en cierta medida motivaciones asociadas a la situación que simula. Gael experimenta sus previsiones con un pequeño estremecimiento de placer similar al que experimenta en el momento de la apuesta.

Finalmente la consideración sucesiva de varias previsiones posibles en el transcurso

²¹ *NdT*: milieu

de una misma apuesta y el hecho de escribirlas va a permitir el examen, al mismo tiempo de diversas elecciones, y en consecuencia la elección de una estrategia que reposa en la estructuración de este universo de posibles. El pasaje de una previsión "contingente", donde el sujeto no concibe otra solución a la situación que no sea la ya encontrada, a una previsión de los posibles es una etapa indispensable para la emergencia de una previsión "necesaria", donde la solución se prevé por razones lógicas, o matemáticas u otras, pero teóricas.

Gael entonces es capaz de entrar en todas esas fases de la dialéctica de la acción, producir y experimentar modelos implícitos, aún si como lo veremos más adelante, es con una eficacia todavía bastante débil. Es probable que termine naturalmente esta actividad, lo que explica el desarrollo normal que se observa en él. Sus actitudes estereotipadas observadas durante la sesión y su tendencia a buscar soluciones fáciles en la interpretación de las sugerencias del adulto son entonces un efecto de su manera de utilizar la situación didáctica.

Pudimos ver aquí que esta situación no es inevitable, la elección de una situación apropiada produjo bien la ruptura que habíamos considerado, con los esfuerzos previstos. Por supuesto esta ruptura "accidental" no cambió a Gael ni a sus relaciones con el conocimiento. Se obtuvo en parte apoyándose en su mayor defecto, el deseo de seducir al adulto y de mantener con él relaciones afectivas y lúdicas. Sería necesario que este juego con el conocimiento pueda instaurarse regularmente y continuarse en circunstancias didácticas habituales. No se trata, en efecto de pedir a la maestra de Gael que modifique mucho su método pedagógico conveniente a muchos otros niños y que sin duda debe ofrecer ocasiones similares de funcionamiento correcto, ocasiones que no son aprovechadas por Gael.

La continuidad de situaciones que permiten la devolución del problema "buscar el término desconocido de una suma" está explicitado en detalle en el capítulo sobre el contrato didáctico y sobre el medio de TSD²².

2.4. Proyectos

Será necesario estudiar entonces los medios para comprometer a Gael en esta vía y darle el gusto y los medios para asegurar su aprendizaje. Queda también mucho por hacer para permitirle adquirir el dominio de las situaciones de sustracción y darle sentido.

Gael no tiene inconvenientes para considerar la posición de los conjuntos en presencia. Logra sin dificultad aislar los triángulos y los "no triángulos" e incluirlos en la clase de partida, que los "no triángulos" tengan claramente una propiedad común o no (cuadrados y redondos...). Se podría suponer que le sería suficiente con asociar a estas operaciones conjuntistas las operaciones numéricas correspondientes, inversas una de la otra, la adición y la sustracción.

- Algunos métodos didácticos consisten entonces en ilustrar uno y otro caso a través de un conjunto de ejemplos y de problemas, suficiente para sugerir los campos de aplicación de cada uno. En estos métodos, los procedimientos de cálculo, el modelo implícito, la teoría no cambian en el transcurso del aprendizaje; se trata de asociar una estructura matemática ya hecha con situaciones supuestamente ya comprendidas o comprensibles y son estas situaciones las que constituyen el sentido de las operaciones matemáticas.

²² Théorie des Situations Didactiques, pp. 304-310.

Estos métodos reposan en concepciones de la significación y del aprendizaje bastante antiguas y muy discutidas. Simplificando mucho se las puede resumir así:

- El significado de un conocimiento o de una teoría está constituido por el conjunto de sus realizaciones, es decir situaciones objetivas en las cuales se encuentra verificado. Dar sentido a una estructura, es encontrarle aplicaciones, ocasiones para utilizarla.
- Para aprender un conocimiento teórico es necesario:
 - constituirlo a partir de conocimientos ya adquiridos y por un discurso o medios lógicos (o matemáticos o científicos o racionales, etc...) ya conocidos en sí mismos,
 - o “aprenderlo” como aparece, directamente, en el sentido de memorizarlo como un algoritmo por ejemplo. Para dar sentido a un conocimiento de este tipo habrá que hacerle corresponder problemas o situaciones donde se ejecute, es decir donde los objetos de los cuales habla estén presentes y donde las relaciones que considera entre ellos sean verdaderas. La enseñanza consistirá en producir condiciones que conduzcan a asociar los dos después de haber memorizado uno u otro.
 - generalmente, al menos en muchos casos, el proceso de aprendizaje conducirá con diversas justificaciones, a condicionamientos: ya sea que se parta de la teoría para encontrarle aplicaciones o que se parta de casos para hacer abstraer la estructura, o los dos.

Esta asociación se hace mal porque la interpretación de la situación se produce solo si se posee el esquema teórico completo e inversamente la teoría se entiende mal si no tiene justificación ni función explicativa o descriptiva. La adaptación milagrosa y anti histórica de la teoría a las prácticas deseadas se constituye en obstáculo para los aprendizajes parciales. Es necesario aprender la teoría bajo su forma definitiva y correcta, adaptada a los ejemplos complejos y acabados a los cuales debe aplicarse. Lo mejor que se pueda hacer será recortar la teoría en fragmentos simples y buscar situaciones simplificadas donde estos únicos fragmentos tomarán valor de teoría o de algoritmo... siempre perfectamente adaptado. Pero que se lo fragmente o no, se vuelve a tener que asociar dos conocimientos ya acabados, aprendidos o constituidos independientemente uno de otro.

Para paliar las dificultades del aprendizaje de esta asociación, (no motivada por el alumno y que se basa enteramente en una decisión didáctica) el docente puede refinar el método por la puesta en práctica de ilustraciones (manipulaciones, esquemas, discursos nemotécnicos) destinadas a subrayar la asociación, pero que no hacen avanzar uno u otro.

Aquí, podríamos “enseñar” a Gael los elementos que le faltan: hacer un esquema, identificar en una situación el esquema conveniente, concretizar la sustracción por la repetición de manipulaciones y la asociación de un discurso apropiado..., “quito”, “saco”, etc...

Buscamos por el contrario hacerle construir y aprender una teoría siguiendo un proceso diferente, histórico. Explicaremos este proceso en otro capítulo pero se puede ver inmediatamente en qué va a diferir de los métodos clásicos.

Consideramos otra componente del sentido de la sustracción^{23,24}:

²³ En la teoría de las situaciones el sentido, en particular el de la sustracción, está constituido por:

1. El conjunto de las situaciones que son resueltas por una “sustracción”,

Para quitar 5 de 57 se puede contar hacia atrás ubicando eventualmente con los dedos para detenerse al cabo de 5: 56 55 54 53 52

1 2 3 4 5

Ciertamente, es más complicado como procedimiento, pero el niño puede referirse de forma muy estrecha a lo que representan los números y los nombres de los números en el transcurso del conteo. Es entonces más económico (o más primitivo en relación a los conocimientos teóricos). Es en todo caso impracticable si se trata de quitar 39 de 57.

Se puede pretender que es lógicamente equivalente retirar a o b de c desde el momento en que $a + b = c$ pero está claro que no es verdadero en el caso presente: para retirar 52 de 57, hay que "inventar" otro sistema y contar de 52 a 57 contando lo que falta, con los dedos o de otra manera:

52 53 54 55 56 57

* 1 2 3 4 5

Es bien conocido que desde que los objetos no están más concretamente presentes, estos procedimientos fracasan porque el alumno nunca sabe si hay que "contar 1 con 52 o con 53".

Por supuesto, en los métodos clásicos de enseñanza, el maestro no olvidaba jamás examinar "todos los sentidos" de la diferencia: lo que falta, lo que queda, lo que hay de más..., o de menos..., etc. pero siempre sin interés como las facetas de un mismo saber, y sin preocuparse por la adaptación de estos puntos de vista, ni de su lugar en una génesis de la comunicación.

El método que utiliza Gael aquí es diferente y está basado en un mejor conocimiento del conjunto ordenado de los naturales y de sus órdenes de magnitudes. Para encontrar lo que hay que agregar a 39 para obtener 57, éste consiste en tomar un número vecino del resultado y sobre el cual los cálculos son simples, por ejemplo 20, luego corregir con ayuda del teorema de la conservación de las diferencias: $39 + 20 = 59$, que supera a 57 por 2, entonces alcanza con agregar $20 - 2 = 18$. Este método es muy utilizado en el cálculo mental. Evidentemente no es un "método" para Gael, no es utilizable en cualquier tipo de situaciones, no es reconocido como tal, ni siquiera es un conocimiento: Gael sería incapaz de decir a su padre lo que aprendió en el transcurso de la segunda sesión. Será necesario todo un proceso para conducirlo a un objeto de conocimiento a la vez eficaz, bien consciente y bien dominado en el plano teórico.

Y sin embargo este método tropieza con viejas dificultades de Gael con la numeración. Podríamos creer que vemos aquí cómo un defecto de adquisición de una noción antigua puede volver imposible una actividad esencial para comprender una noción nueva. En realidad, estamos en presencia de una verdadera situación de **aprendizaje de la numeración**. Si Gael tiene poco compromiso con la situación en tanto que oportunidad de aprender la sustracción, ya que ignora las intenciones del entrevistador y dónde se encuentra

-
2. El conjunto de los procedimientos de resolución de esas situaciones (en particular los que se basan en repertorios "primitivos") y de las cuales la sustracción es una suerte de reescritura,
 3. El conjunto de los medios culturales y de las relaciones desarrolladas para "explicar" la sustracción. Es decir los conocimientos (considerados) utilizados para "obligar" a un aprendiz y que simulan su comprensión (supuesta) de la sustracción.

²⁴ A continuación de este trabajo, la lista de las estrategias de las sustracciones y de sus dominios de mejor eficacia en función de diversas variables ha sido estudiada por I. Katembera en su tesis de tercer ciclo (dirigida por G. Brousseau).

el objeto de su deseo didáctico, es claro para él que tropieza con la posibilidad de contar ciertos números (encontrar el predecesor de 40). Es esto lo que le impide poner en práctica una estrategia eficaz. Sin duda que cuando encuentra 39, después de otro razonamiento, esta respuesta vale también como respuesta a la pregunta: “¿Cuál es el predecesor de 40?”

Podríamos inmediatamente “didactificar” esta parte del aprendizaje: reconocer la dificultad, recordar los medios de superarla, explicar de nuevo, hacer ejercicios de contar hacia atrás, etc... nosotros no lo haremos. Pero para ubicar bien el carácter didáctico de las dificultades de Gael, hemos organizado una corta secuencia de este tipo al final de la sesión siguiente.

Para volver a un plan de aprendizaje de la sustracción, otras estrategias pueden aparecer en otras condiciones (con otros números) pero con la misma situación de base:

por ejemplo de 39 a 40 - 1; de 40 a 50 - 10; 10 y 1, once y de 50 a 57: 7; 11 y 7: 18.

Este método, el más utilizado en cálculo mental, también se basa a la vez en el orden y en la numeración decimal. Deviene más eficaz para las diferencias más grandes. El algoritmo habitual puede aparecer como un atajo del precedente o como el resultado de otro razonamiento. El aprendizaje podrá organizarse en una presentación frecuente de la misma situación didáctica donde solo variarán ciertas condiciones, favoreciendo la constitución de estas estrategias. La posibilidad de reemplazar una por otra le va a conferir una cierta equivalencia (desde el punto de vista del sentido), la elección de una u otra depende de su comodidad o de su eficacia. Estas estrategias movilizan todos los esquemas fundamentales de la suma y de la diferencia. El orden de su aparición constituye una génesis (buena o mala) del concepto y le da un sentido.

No evocaremos aquí los procesos de formulación, de validación, de institucionalización²⁵ que permiten la emergencia de la sustracción en tanto que teoría a disposición del niño.

En la tercera sesión vamos a retomar la misma situación.

3. TERCERA SESIÓN

3.1. Apoyo y observación

a) El juego de las adivinanzas

El entrevistador retoma entonces sin modificación, el juego de las adivinanzas de la última vez: hay 56 piezas que Gael cuenta y pone en una bolsa, después de haber escrito el número en una hoja. El entrevistador retira luego 10 redondos grandes de la bolsa, se los hace contar a Gael y luego los esconde con la primera bolsa en una segunda. Se trata de saber cuántas piezas hay en la bolsita interior.

Gael reflexiona, cuenta hasta diez y responde: “¡Cinco!”. El entrevistador le muestra los 10 redondos y luego sacude la bolsita y le pregunta si verdaderamente cree que no hay más que 5. Gael sonríe, parpadea y sacude la cabeza expresando así que se da cuenta que cometió un error. De hecho, Gael acaba de reproducir su modo de respuesta habitual: cuenta hasta diez, comportamiento estereotipado, y luego ya que hay que responder dice cualquier cosa. El entrevistador no acepta esta respuesta. En clase, el maestro no puede tener esta exigencia testaruda hacia cada niño para cada problema. Entonces Gael continua

²⁵ Véase “Fundamentos y métodos de la didáctica”, disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/wp-content/uploads/2015/03/BEns05.pdf>

a media voz, “56... hay 10 entonces... (cuenta hasta 40), estoy en cuarenta, y se quitan 10... ¡da cuarenta!” De hecho, no cambió de procedimiento, simplemente dio un número más plausible conforme a la expectativa expresada por el adulto. El hecho de deber retirar 10, el número mágico, contribuye tal vez a la confusión.

El entrevistador, entonces, le recuerda el principio de la verificación de sus afirmaciones durante la sesión precedente. “Hacíamos una apuesta y verificábamos si teníamos razón...”, sin decir por supuesto, qué operación se utilizaba. Durante ese tiempo, el niño reflexiona sonriendo, luego exclama:

- “¡46!”

Parece evidente que está seguro de su respuesta. Se podría pensar que fue suficiente con recordar las condiciones de la situación para hacer posible un control de su respuesta, y entonces la aparición de una respuesta correcta. Se podría también pensar que Gael jugó un juego más sutil, lanzando respuestas provisionarias para ganar tiempo y terminar su reflexión o aún simulando sus dificultades habituales molestando al entrevistador. En todo caso, esta escena muestra la necesidad de Gael de “llenar el silencio”.

E.: ¿Por qué dices que da 46? – continúa el entrevistador un poco desconcertado por la inmediatez de la respuesta.

G.: Porque yo sé que a 10 se quita 5, entonces da 4 y luego quedan 6, entonces da 46.

E.: !!!

Sin duda hay que traducir así la respuesta: a 5 decenas, se quita una decena (formulado al revés), quedan 4. En 56, hay 5 decenas y 6 unidades, esas 6 unidades agregadas a cuatro decenas da 46.

Aquí Gael utiliza plenamente los recursos de la numeración para efectuar su resta según el esquema siguiente:

$$56 - 10 = (50 + 6) - 10 = (50 - 10) + 6 = 40 + 6 = 46$$

Es verdad que este método da en estas condiciones un procedimiento más simple que el que hubiera sido necesario en la sesión precedente:

$$52 - 7 = (50 + 2) - 7 = (50 + 2) - (2 + 5) = (50 + 2 - 2) - 5 = 50 - 5 = (40 + 10) - 5 = 40 + (10 - 5) = 40 + 5 = 45$$

Y sin embargo Gael experimenta dificultades para hacer su pedido.

Esta dificultad se manifiesta por la incapacidad para designar el orden de los números que enuncia y por la aparición de una inversión en una relación (“a 10 se quita 5” en lugar de “a 5 se quita 1 decena”). A menudo, con Gael todo sucede como si abordara las relaciones en dos tiempos: primero la relación binaria y el par que ella vincula, luego la identificación del par. Del mismo modo, por ejemplo en 21, aprende primero el par y luego el par ordenado (2,1), es decir 2 “de algo” y 1 “de otro”; y luego si es necesario el orden 2 decenas y 1 unidad, es decir 20 y 1.

Después de haber explicado su respuesta (46) Gael la va a verificar. Pero antes, E. le pregunta si no se puede saber cuántas piezas hay sin abrir la bolsa.

Respuesta de Gael: “Ah, no... No se puede saber.”

El entrevistador le recuerda entonces el método utilizado la vez pasada, cuando se consideraba que la bolsa contenía un cierto número de piezas y que ese número se agregaba a los elementos dispersos sobre la mesa: si no se había equivocado, se obtenía el número de

piezas total. Gael utiliza entonces este método y se da cuenta de que, efectivamente, no se equivocó. Para estar totalmente seguros del resultado, Gael y el entrevistador vacían la bolsa y cuentan todas las piezas después de haber apostado, pero Gael dice que no está “totalmente seguro” de ganar.

Cada uno cuenta una parte de las piezas, el entrevistador hace pilas de 10 elementos. Cuando juntos contaron 40 piezas, Gael se detiene y dice: “Sé que perdí”. Pero el entrevistador le aconseja continuar y percibe, al fin de cuenta, que su resultado es exacto.

Un observador podría primero sorprenderse de ver que Gael olvidó lo que había constituido la llave, el motor de la anticipación durante la sesión precedente. Pero sabemos que una de las dificultades de Gael proviene de que no se acuerda de lo que hizo precedentemente en matemática. Además, la sugerencia había sido hecha por el entrevistador; Gael se había contentado con tomarla para realizar su proyecto de previsión de un modo más satisfactorio (para el entrevistador) por sumisión al deseo del adulto. Este, además, no había hecho nada por atraer la atención del niño sobre este procedimiento. En el contrato didáctico estaba, para uno como para el otro, un medio, no un objeto de conocimiento “a aprender”. Entonces es de cierta manera satisfactorio controlar “la inocuidad” de una sugerencia no institucionalizada.

Si el medio de control hubiera sido “enseñado”, hubiera habido el peligro de verlo utilizado como medio sistemático para encontrar la solución, y aún bajo la forma más evolucionada, la suma para completar. Hubiera sido perjudicial y sin duda un fracaso para la creación de sentido.

Pero está claro que Gael inmediatamente toma bajo su responsabilidad la previsión, la apuesta y la verificación. Para él sería muy decepcionante “que se pudiera saber previamente” hasta la prueba, en consecuencia, es dudosa, y Gael mantiene el suspenso (“Ah... Sé que perdí”) hasta el último momento.

E.: ¿Crees que sabrías encontrarlo si hiciéramos otra cosa?

G.: Tal vez, pero no estoy seguro. (¡No corramos riesgos!).

Toman los redondos chicos y vuelven a poner todo el resto en la bolsa. Gael acuerda con decir que siempre hay 56 elementos en la bolsa, y da la respuesta siguiente:

“Ahora creo que lo encontré. Allí hay 50 y allá hay 6, si se quita 5 a 6 serán aquellos (muestra los redondos chicos) y luego allí queda 1, entonces da 51”.

En este último razonamiento, aparentemente el niño separó mentalmente 5 pilas de 10 y guardó los 6 elementos “unidades” a los cuales pudo quitarles 5. ¿Pero qué habría sido de él si hubiera habido por ejemplo 7 redondos chicos?

El entrevistador le hace escribir su resultado (51) y le pide probarlo sin contar.

G.: Allá hay 5, queda siempre lo mismo.

E.: ¿5 qué? ¿5 decenas?

G.: Sí, eso; si se sacan 6, quedarán 5 de lo que se saca... no, si se sacan 5 no quedará más que uno, los 5 los puse allá (redondos chicos), queda 1 (en la bolsa) y allá 5.

El niño dio un cierto carácter inmutable a las decenas: “Queda siempre lo mismo”. En 56, hay 50 y 6. Si quitamos 5, queda 1, entonces se ocupa de esos 6 elementos, seguro de sí, porque sabe que los otros 50 no van a sufrir ninguna operación.

El entrevistador lo conduce al otro método de verificación, agregando 5 a los 51 que se supone están en la bolsa.

[Escriba texto]

E.: ¿Qué hacemos aquí, 51 y después...?

G.: Ya está, ya entendí todo, como allí hay 51, contamos y llegamos al mismo número.

Parece francamente satisfecho porque encontró el algoritmo utilizado la vez precedente y asimila con esto la posibilidad de la prueba. Pero es probable que esta vez, haya percibido la intención didáctica -a través de la insistencia del entrevistador.

b) La cuenta hacia atrás “el pasaje de las decenas”

Para dar oportunidad a Gael de ejercitarse con el conteo hacia atrás y sobretodo franquear los números redondos de decenas, el entrevistador utiliza el mismo juego. Hay siempre 56 elementos en la bolsa, pero saca algunos (uno por uno, al comienzo) y en un momento dado dice “top” y el niño debe decir cuántos quedan en la bolsa. Para hacerle comprender bien la regla de juego, toma la bolsa, no saca ninguna pieza y dice “top”. El niño responde “56”. Luego quita uno y dice “top”. Gael duda y luego declara: “55”. El entrevistador continúa, retira 2, Gael no se equivoca y dice “53”, pero cuando se quitan otros 3 responde “40”. Apuestan entonces un caramelo. Gael cuenta a partir de 40 agregando todos los elementos que hay fuera de la bolsa. Llegado a 46, dice que ganó. El entrevistador le hace notar que había 56, y luego recomienzan. Cuando hay 50 piezas en la bolsa, quita 3, pero el niño no parece seguir la acción.

Decididamente, mientras estaba en la misma decena, de 56 a 50, no había problemas para contar hacia atrás, pero la dificultad con la que tropieza Gael se sitúa en el nivel del cambio de decenas.

Gael está un poco perdido, pero termina por descubrir la solución y designa sucesivamente los tres últimos elementos contando: 49, 48, 47.

El juego continúa, con un “top” en 43 que no plantea ningún problema, luego quita 3. Gael responde: “39”. Apuesta, verifica agregando 3 a 39 y luego se pregunta: “No hay 39, ¿entonces qué está pasando?”

Cuenta hacia atrás y encuentra 40, número confirmado por la verificación.

El juego continúa así algunos minutos, pero el entrevistador quita luego los elementos por decenas y Gael no tiene entonces ninguna dificultad para dar el resultado, terminando así la sesión con un logro.

3.2. Comentario sobre la apreciación de los resultados

Retomar el "juego" de las bolsas con datos un poco más simples, es verdad, permitió a Gael encontrar el esquema inicial y producir razonamientos esperados. Encontramos también en Gael las dificultades y los errores ya conocidos. La repetición de situaciones de ese tipo permitiría sin ninguna duda conducirlo progresivamente a corregir sus errores de escritura de las cifras, a conocer mejor la numeración decimal y a dar sentido a los problemas de sustracción. Aún más porque el entrevistador ha sabido desarrollar con Gael una relación agradable. Sin ninguna duda que para darle placer al adulto, Gael identificará sus intenciones, manifestará los comportamientos esperados y simulará las adquisiciones deseadas. Esto le daría tiempo de vincular las relaciones afectivas que no reposarían más sobre el contrato didáctico, y de librarse de las que lo restringirían. Pero el problema es precisamente este: los progresos serían obtenidos a costa de reforzar lo que conduce a Gael al fracaso. La relación de Gael con la certeza muestra que sería bastante inútil continuar en esta dirección.

[Escriba texto]

3.3. Observaciones y análisis: Gael y la incertidumbre

La actitud de evasión de Gael frente a la certeza, que es en sí misma sorprendente, deviene más comprensible si se la pone en relación con todo lo que particulariza sus comportamientos cognitivos. Desde el comienzo de las intervenciones, nos sorprendimos por la profunda tendencia de Gael para dar respuestas espontáneas más o menos plausibles. Parece incapaz de suspender por momentos reacciones muy impulsivas para reflexionar, reunir informaciones, construir lentamente las inferencias necesarias. En síntesis, se encuentra a menudo esta dificultad para entrar en procesos secundarizados.

Podemos admitir que ante la ausencia de déficit en el plano operatorio, tal actitud tiene un sentido desde el punto de vista del sujeto: a través de ella, persigue una satisfacción o evita un disgusto. Lo que pone a distancia con este comportamiento durante los aprendizajes es el campo de la certeza. Hemos observado antes cuánto se molestaba cuando le hacíamos abandonar el dominio de lo posible por el de lo necesario.

Escapar del dominio total del conocimiento por la evasión de cualquier razonamiento en beneficio de respuestas dadas al azar es, en realidad, permanecer para Gael en el ámbito de la incertidumbre. Esta tendencia es tan fuerte que, seguro del resultado, intenta todavía, por una verdadera negación, abolir el carácter de certeza de su razonamiento “¡Ah, me equivoqué!”

Nos encontramos entonces ante uno de los puntos más delicados de una intervención didáctica de este tipo. El fracaso en matemática aparece aquí con su significación sintomática, es decir que remite a la organización total del sujeto y al equilibrio actual de sus inversiones.

Desde este momento, si la intervención toma el aspecto de una re-educación en sentido estricto, apuntando a la desaparición del síntoma por la puesta en práctica de estrategias diversas (ayudar al niño a utilizar razonamientos, etc.) se corre el riesgo de un fracaso: la contra-inversión del niño va a jugar y el entrevistador será impotente para modificar profundamente las conductas de evasión del sujeto. Es igualmente posible provocarle descompensaciones en la medida en que estas actitudes juegan un rol de defensa contra la angustia.

¿Habría que adoptar entonces un enfoque clínico que tendería a determinar el sentido inconsciente de las conductas de evasión que traducen probablemente los comportamientos de Gael en el terreno matemático? Pero tal enfoque es particularmente inadecuado. Lo sería en el marco de una terapia analítica donde toda forma de inhibición intelectual deviene un síntoma particularmente complejo y ampliamente sobredeterminado. Lo es aún más en el marco de una intervención donde el material, a través de los test proyectivos, resulta fragmentario y donde todo lo que tiene que ver con la historia del sujeto tanto como con las relaciones intra-familiares nos resulta desconocido en su mayor parte.

Las únicas hipótesis, para dar sentido al síntoma, se apoyarían únicamente en la investigación psicológica hecha antes de la primera sesión. En efecto podríamos poner en relación lo que Rorschach y el CAT nos habían revelado con respecto a los caracteres sintomáticos del comportamiento de Gael. Las conductas de estupor y de profunda alteración ante ciertos escenarios, en un niño por otra parte bien equilibrado, nos habían conducido a la interpretación de una angustia y de una culpabilidad muy fuerte, frente a la curiosidad ligada a la actividad sexual de los padres. Podríamos, y las referencias a la teoría psicoanalítica nos autorizarían a reconocer en las conductas de evasión de Gael, una

significación latente ligada a la escena primitiva; permanecer en la incertidumbre en el plano de los comportamientos del pensamiento, es asegurarse contra la angustia de (re)conocer la sexualidad de los padres y afrontar las pulsiones sádicas relacionadas con este conocimiento.

Pero, aún si esta interpretación fuera verdadera, no nos sería de ninguna utilidad. Nuestro proyecto no es de ninguna manera trabajar con el niño en la elucidación del conflicto edípico; en un campo psicoterapéutico el proyecto didáctico desaparece.

Es entonces en el ámbito del aprendizaje matemático que nos quedaremos, pero consideraremos el funcionamiento mental que señalamos en sus relaciones con la organización global y su injerencia en el equilibrio económico del niño. Se trata, no de enseñarle a razonar, sino de darle en el seno de actividades **matemáticas** de las cuales vamos a hablar, la oportunidad de re-invertir esta función.

3.4. Proyectos de intervenciones, situaciones presentadas al niño

a) La convicción

¿Cuáles son los medios didácticos que conocemos y que permiten hacer funcionar razonamientos? Por el momento no se trata de su contenido o de sus métodos, sino de su motivación y sobre todo de su control por convicción.

Técnicamente, la convicción de los alumnos se experimenta, se manifiesta, se afirma y se sostiene en los cuatro grandes tipos de situaciones didácticas, bajo una forma diferente específica a cada una: en las situaciones de acción, la convicción se afirma por las decisiones que expresan la confianza del sujeto en sus anticipaciones. En las situaciones de formulación, el hecho de comunicar o de expresar una idea no siempre es testimonio de una gran convicción. Pero precisamente, la formulación produce una objetivación que juega un rol esencial en la elaboración de la convicción. La distancia así instaurada, entre lo que es dicho y lo que es pensado, entre una proposición y su valor implícito de verdad, entre lo que está explícitamente previsto y lo que es constatado, conduce a poner en peligro la convicción del locutor.

Las situaciones donde se expresan y experimentan los juicios y las pruebas son las *situaciones de validación*. En la convención de esta situación, los alumnos intercambian opiniones sobre un hecho y se comprometen con eso. En general, las situaciones de este tipo que proponemos ponen en presencia un proponente y un oponente que son los dos alumnos, a fin de que elaboren un sistema de prueba -una teoría- fundada en la convicción íntima y no en la autoridad. Es que la búsqueda de la verdad es una actividad exigente, hay que resistirse bastante para rechazar el dejarse convencer por otra cosa que no sea su propio juicio, sin, empero, nunca rechazar el examen de otro argumento. Hay que resistir a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la intimidación, a la convención social, etc... Y cuando se comprueba que la opinión es falsa, hay que inmediatamente arrepentirse, desdecirse y resistir allí también a las mismas dificultades. Dificultades legítimas y que tienden al establecimiento de verdades bastante estables de las cuales dan cuenta por una especie de compromiso personal y social las personas que las proclaman. La práctica de las situaciones de prueba permite al sujeto construirse un interlocutor interior con el cual puede simular debates según las reglas que aprendió.

En las situaciones de institucionalización del conocimiento, contrariamente a las precedentes, la convicción personal es suplida, asistida o suplantada por la referencia de una norma exterior al sujeto. Su convicción deviene solamente adhesión fundamentada.

b) La manipulación del “contrato didáctico”

En las “situaciones de búsqueda” en clase, donde el maestro de Gael nos dijo que provocaban en él una buena participación y hallazgos interesantes, Gael puede decir lo que se le pasa por la cabeza, porque tiene confianza que el maestro seleccionará lo que él quiere. Puede entonces decir cosas que él “ve” verdaderas sin estar obligado a afirmar que lo son. Esta actitud puede ser alentada o inclusive provocada por los métodos de mayéutica socrática colectiva a menudo utilizados por los docentes.

¿Cuáles son las situaciones más apropiadas en el caso de Gael, y cuáles podrán serles propuestas?

Un método clásico consistiría en “explotar” la situación de acción que hemos creado en las sesiones 2 y 3, es decir empujar a Gael a tomar partido, a formular declaraciones, a afirmarlas, a retirarlas, en una relación dual con el adulto. El entrevistador sacando a cada instante una enseñanza de las acciones de Gael o haciéndosela sacar. Por ejemplo, repetiría situaciones de apuesta insistiendo: “¡Hay que estar seguro! ¿Estás seguro?...” Sabemos que este método no puede llevar a un resultado.

Por otra parte, el entrevistador estando solo con Gael, no podrá prácticamente organizar verdaderas situaciones de validación en las cuales el niño debería afirmarse ante un igual. Deberá simularlas (y tal vez esto es mejor en la medida en que una cierta identificación podría ayudar a Gael a salir de su alternativa). Pero hay un peligro, debido a sus tendencias a permanecer con el adulto en una relación superficial y lúdica, alejando toda posibilidad de un debate sobre el conocimiento. Las actitudes lúdicas, conscientemente utilizadas por el entrevistador para “justificar” los debates, corren el riesgo de ser “recuperadas” para reproducir el dilema fundamental señalado antes. Será necesario entonces que el entrevistador realice una nueva modificación del “contrato didáctico” reintroduciendo exigencias. En realidad, sería deseable obtener una serie de rupturas; alternativamente, el entrevistador se presentaría ya sea como un compañero, un cómplice en el juego, ya sea como un interlocutor que espera algo de él, y que dice qué. Parece evidente sin embargo que el objeto de enseñanza deber permanecer oculto para evitar la adhesión inmediata y la sumisión de la cual hemos hablado.

Vamos a volver sobre el juego al cual debe librarse el entrevistador a fin de hacer multiplicar y variar las posiciones de Gael acerca de la certeza y de la incertidumbre. Pero ya, si se retoma el juego de las apuestas, se podría tal vez escapar a la recuperación de la cual hicimos alusión, sin que sea exigido un cambio de actitud del entrevistador: multiplicando las apuestas y el número de datos en presencia. De esta forma, aún si Gael toma algunos cálculos como oportunidades para evadirse de la exigencia de exactitud, se puede apostar que no los hará mal a todos a condición que sus conocimientos se lo permitan.

En lo que concierne al contenido sería útil continuar el estudio de la **numeración**. Además, la continuación natural del proceso involucrado con respecto a la sustracción va a conducir a la construcción y al uso de un sistema de **simbolización** de las cantidades en presencia. Analizaremos desde este punto de vista las situaciones seleccionadas después de haberlas presentado.

En el caso de Gael, ¿qué posición puede ocupar este compañero? Sabemos cuánto Gael depende del clima afectivo, hasta qué punto su actitud está determinada por la del otro. Una actitud de demasiada neutralidad afectiva lo hace recaer inmediatamente en reacciones estereotipadas de falsa actividad intelectual; una complicidad demasiado grande

le permite entrar en actitudes lúdicas donde puede hacer de niño. Encontrar la distancia correcta es primordial; lo que el entrevistador apunta es a una complicidad de buena calidad donde intervienen sin cesar la mediación del conocimiento y sus exigencias propias.

4. CUARTA SESIÓN

4.1. Apoyo

El entrevistador, como estaba previsto, adopta de entrada una actitud un poco menos neutra frente a los conocimientos y un poco más didáctica, aunque siempre alentador. Va a ejercer cierta presión.

Revé con Gael todos los ejercicios de la semana. Eligen especialmente una suma:

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 9 \\ + \quad 7 \ 8 \\ + \ 1 \ 3 \ 6 \\ \hline 3 \ 5 \ 2 \end{array}$$

El niño dice: “9 + 8, 17, + 6 es 23. Pongo 2 y me llevo 3.”

“¡Ah! Veo lo que hiciste”, dice el entrevistador.

Gael también se da cuenta, a menos que solo lo deduzca, sin pruebas precisas, que si no es esta solución es la otra, y corrige sobre la marcha. Termina la operación y escribe el resultado, 343, haciendo su 4 al revés, lo que el entrevistador le hace corregir, por comparación con la manera en que él mismo lo escribe.

Constata que los errores cometidos por Gael son sobretodo relativos al uso de la numeración y a las transformaciones que le son asociadas.

a) Juego de estimaciones

El entrevistador propone a Gael retomar el juego de las estimaciones. Distribuye sobre la mesa 10 fichas rojas, 10 verdes, 9 azules, 6 amarillas. Sobre la hoja, el niño escribió entonces estos números según la siguiente disposición:

$$\begin{array}{ccc} 10 & & 6 \\ & 6 \ 9 & \\ & & 10 \end{array}$$

Pone todo en una bolsa. El entrevistador se asegura que se acuerde bien del número de objetos de cada color, luego explica el desarrollo del juego: Gael va a extraer algunos objetos de la bolsa y deberá adivinar cuántos quedan de cada color.

Primer intento:

Gael saca dos puñados de elementos: 4 verdes, 2 amarillos, 1 azul e intenta determinar el número de objetos verdes que quedan en la bolsa, lo resuelve correctamente contando al revés. El entrevistador le hace anotar su resultado: 6, y agregar el nombre del color (para acordarse de qué se trata). El mismo proceso para los amarillos. Pero llegado a los rojos, duda: ¿al principio, había 9 o 10? Opta por 9, del mismo modo que piensa que había 6 azules.

[Escriba texto]

El entrevistador le sugiere verificar recontando otra vez los objetos y escribir para no olvidarlos más:

9 azules

10 verdes

10 rojos

6 amarillos

Luego, ponen todo en la bolsa y recomienzan.

Se percibe que Gael está continuamente bajo el control del entrevistador que interviene a menudo y decide por él, pero intenta reencontrar la situación de juego, pareciendo querer escapar de esta relación didáctica.

El aspecto de juego permanece a pesar de todo aparente, aunque se nota una preponderancia de la operación y un distanciamiento de la actividad propiamente dicha: en cada intento, Gael debe hacer cuatro anticipaciones.

El juego de las estimaciones tiene exactamente la misma estructura que el juego precedente pero los datos son 4-uplas y la respuesta también: por ejemplo en el primer intento hay que efectuar:

$$(9; 10; 6; 10) - (1; 0; 2; 4) = (8; 10; 4; 6)$$

Para el niño, la operación se presenta como una serie de tres sustracciones, pero Gael debe memorizar las cantidades por categorías: azul, rojo, amarillo, verde. En relación al juego precedente, este aumento en la complejidad (compensada en parte por la elección de pequeños números) va a plantear rápidamente un problema de orden de las operaciones y entonces la clasificación de las representaciones dadas.

Pero se trata solamente de juegos "introdutorios". Son la oportunidad de hacer entrar progresivamente en escena los elementos de representación simbólica en condiciones que le dan un sentido determinado, pero se supuso que estas representaciones eran conocidas por Gael y la situación da un sentido convencional. Por ejemplo, el entrevistador va a hacerle construir una tabla que, evidentemente, prefigura la numeración y que resuelve este problema. Desde el intento siguiente, Gael sabe utilizar perfectamente esta tabla. Pero una parte del discurso del entrevistador va a referirse a la justificación de la tabla que va a tomar así una significación explicitada y convenida con el docente.

Si hubiera esperado que Gael se diera cuenta por sí mismo de hacer una tabla y se lo propusiera, es probable que hubiera estado decepcionado: Gael puede manejarse perfectamente con la notación, aún desordenada, del primer intento. Hubiera necesitado condiciones mucho más duras (número de lados elevado, gran frecuencia de movimientos de piezas, números más grandes) para justificar y provocar la invención de una presentación "en un contador". La ganancia cognitiva de tal situación hubiera sido muy débil en relación a la energía y a la motivación que hubiera sido necesaria invertir en eso.

Segundo intento:

El entrevistador propone a Gael decidir previamente cuántos objetos va a quitar de la bolsa. Gael retira 7 objetos. Luego determina exactamente la cantidad de elementos de cada color que queda en la bolsa, observando las cifras escritas en la hoja, a las cuales quita los objetos distribuidos sobre la mesa.

El entrevistador le propone luego una "forma de escribir que economiza tiempo", es decir una tabla que se presenta así:

	azul	rojo	amarillo	verde
--	------	------	----------	-------

[Escriba texto]

Total	9	10	6	10
Quito				
Queda				

- Cuando se cuenta todo, ¿cuántos azules hay? pregunta el entrevistador.

- 9

- ¿Dónde lo vas a escribir?

Gael indica el casillero y completa así toda la línea, realizando “la economía de escritura”.

Esta sesión, desde el punto de vista didáctico, es una fase de transición destinada a instalar el decorado de una nueva situación de aprendizaje.

Esta nueva situación considerada será una fase de institucionalización didáctica. Para preparar esta situación, que simulará un juego conocido que demanda la participación del niño en un nivel “subalterno” en relación con las “novedades” introducidas, el entrevistador comunica las reglas de un juego nuevo... próximo. En las situaciones ordinarias de clase, el juego no aparece más que como un ejercicio de aplicación muy cerrado. Y Gael en eso no se equivoca: a medida que el número de intervenciones didácticas aumenta, pasa progresivamente de su actitud viva y sonriente a otra más seria, más concentrada. Conscientemente, se pone a trabajar. Aplicado, pero siempre gentil y aún amigable, entra en su posición de alumno que aprende bajo la batuta de su maestra. Es tiempo de romper este contrato confortable y peligroso para Gael y de intercambiar las posiciones del entrevistador y del alumno.

b) Juego del mentiroso

El entrevistador y Gael renuevan el juego pero esta vez es el entrevistador quien retira los objetos de la bolsa y, además, incluye un nuevo elemento en la regla: se juega al mentiroso. Como Gael no sabe de qué se trata el entrevistador le explica:

“Voy a retirar objetos, y cuando haya terminado te diré: hay tantos verdes, tantos azules, etc. (en la bolsa), y si me equivoco, me dices “mentiroso”. Si consigo mentir, gano, pero si me descubres cuando miento, ¡tu ganas!”

Hacen un primer intento, el entrevistador saca un pequeño montón de objetos y afirma:

- “Quedan 6 azules en la bolsa.”

A su pedido, el niño escribe la cifra en la tabla y verifica contando al revés, partiendo de 9 y quitando todos los objetos azules a la vista. Está de acuerdo con la cifra dicha.

- Quedan 6 rojos, declara luego el entrevistador.

- 6 rojos, repite Gael, 6, 7, 8, 9 (agrega los rojos distribuidos sobre la mesa): ¡Mentiroso!

Gael dijo esa palabra, a la vez, un poco turbado pero con mucho placer. Sonríe. Le hizo falta audacia aunque sabe que la convención autorizaba esta licencia. Bajo la ficción del juego, Gael entra en otro rol, el de este interlocutor interior del cual habíamos hablado. El pasaje de una posición a la otra, de la del declarante a la del juez, de la del mentiroso a la de

aquel que dice la verdad... y sobre todo la posibilidad de pasar de un rol al otro, ofrece a Gael un medio de ruptura simbólica con su posición anterior. Este rol, frente al saber, puede ser comparado a la del célebre juego Fort-Da de Freud.

Verificación hecha, sí Gael tiene razón, y el entrevistador fue descubierto. Notemos que su “error” era algo malo y para Gael la detección de este error devino un juego, una búsqueda de complicidad y de acuerdo y no una agresión. Hay aquí más que un matiz entre la significación clásica del error y la simbólica, que toma aquí. Tal vez más tarde Gael pueda cercar él mismo su propia “maldad”.

Continúan de la misma manera con los otros colores y el niño no se equivoca, pero poco a poco, deja de escribir en el cuadro los objetos retirados y los que quedan. El entrevistador le aconseja recapitular: para los rojos, la cifra anunciada era 6 y Gael dijo “mentiroso”. A este 6, agrega los 3 que están sobre la mesa, lo que confirma su juicio. Pero no sabe más cómo hacer para obtener 10 rojos en total. Hay que ayudarlo:

- ¿Cuántos hay en total?
- 10
- ¿Y aquí cuántos? (Sobre la mesa).
- 3
- Entonces quedan...
- 7.

Remarquemos también que si Gael no cesa de hacer los “pequeños errores” que nosotros le conocemos, el entrevistador se cuida bien de juzgarlo y se contenta con rectificarlo.

A medida que la situación deviene más compleja y que las oportunidades de examinar diferencias o de efectuar sustracciones se multiplican, Gael desarrolla estrategias que van a servir de significado para la operación y las pone en funcionamiento cada vez con mayor facilidad. Así, para controlar la validez de la afirmación “ $10 - 3 = 6$ ”, efectúa $6 + 3 = 9$.

Ahora Gael no presenta más, como antes, la misma actitud de fracaso frente a la sustracción, esta especie de rechazo que parecía aflorar en las primeras sesiones. La manipula actualmente con más facilidad, pero sin poder sin embargo utilizarla siempre de manera sistemática cada vez que es necesario o al menos más útil. Así, cuando tiene 10 y 3, sabe que hay que “hacer 10-3” para encontrar lo que “queda” (objetivo de la sustracción), pero cuando había 6, luego 9, y que él quería 10, el problema le parecía totalmente diferente.

El entrevistador le hace completar luego la línea de los “quitados” pero Gael se equivoca y escribe 5 amarillos en lugar de 5 verdes. El entrevistador le hace corregir antes de preguntarle cómo uno se habría dado cuenta del error si no se hubiera rectificado.

La tabla es la siguiente:

	azul	rojo	amarillo	verde
Total	9	10	6	10
Quito	3	3	1	5
Queda	6	7	5	5

Gael no puede dar la explicación pedida, pero tal vez se deba a que tiene la tabla

[Escriba texto]

completa frente a sus ojos. Tal vez podría haber justificado más fácilmente el error si hubiera tenido en vista solo la columna:

amarillo
6
5
5

Entonces hay que darle la solución.

La verificación que señalábamos más arriba funciona implícitamente, pero no es percibida como un hecho por Gael, probablemente no es susceptible de ser formulada por él, y a fortiori, no puede movilizarla como prueba, ni siquiera para un interlocutor indulgente y atento.

Así, se entiende mejor

- por qué era necesario que el entrevistador proponga la adición como medio de verificación de la sustracción (Gael probablemente no la hubiera inventado);
- por qué no era molesto introducirla. Porque este medio no era propuesto como un objeto a aprender, tenía un rol y una significación evidentes en la situación y era entonces solamente puesto a disposición de Gael;
- cómo Gael se apropió de este medio y lo integró a sus procedimientos. Será suficiente tal vez, a partir de ahora, crear situaciones favorables a esta explicitación para ver evocar las relaciones entre la adición y la sustracción. Tales situaciones suponen que se haya rechazado, al menos provisoriamente, los medios efectivos de prueba: el recurso al conteo, y en consecuencia que se opere sobre los sistemas simbólicos.

El entrevistador se va a dedicar inmediatamente a preparar esta nueva fase materializando una separación entre dos sistemas: el de las colecciones sobre las cuales se actúa físicamente y el de las escrituras con el cual se habla de lo que sucede en el primero. Esta materialización les dará a ambos medios para recordar eventualmente esta situación más tarde.

c) Simbolización con etiquetas

Comienzan un nuevo juego: grupos de objetos están representados por papeles. El entrevistador va a poner en una bolsa papeles que representarán los objetos que Gael pondrá en otra bolsa: por ejemplo, escribe 6 verdes en un papel y Gael pone 6 objetos verdes en la bolsa. Hace entonces cierto número de papeles

verdes	verdes	rojos	rojos	verdes	amarillos	amarillos	rojos
6	4	5	7	3	9	3	5

cada uno llena su bolsa, y luego las intercambian, Gael tiene entonces la que contiene los papeles.

[Escriba texto]

- ¿Puedes decir cuántos objetos rojos hay en mi bolsa?, pregunta el entrevistador. “No te la deajo abrir, pero puedes abrir la tuya.”
- Ah! ¡Entonces es seguro que sé!, responde Gael abriendo su bolsa, sonriente.

rojos 7

Encuentra un primer papel y declara:

- "¡7 rojos!"
- ¿Es todo?

Verifica entonces todos los papelitos y suma las cifras escritas sobre todos los que indican el color rojo: $7 + 5 + 5 = 17$.

Escribe 17 en la tabla precedente, luego cuenta los otros colores y escribe igualmente el resultado encontrado.

	azul	rojo	amarillo	verde
Total	0	17	12	13
Quito				
Queda				

Cuando el entrevistador le pregunta si está seguro de los resultados que acaba de encontrar, el niño se muestra un poco dubitativo y prefiere verificar. Vuelven a contar los dos juntos.

Para los verdes, explica: “6 y 3, 9. Y 4... Si tenemos 4, quitamos una unidad (para agregar a 9) da 10 y como ya quitamos uno, hay 3 y entonces da 13.”

Luego el entrevistador escribe el número de objetos que hay que quitar (teóricamente): 10 de cada color, y Gael sin dudar encuentra el número de objetos que quedará en cada serie.

4.2. Comportamientos esperados en el transcurso de estas situaciones: incertidumbre y conocimiento

Gael odia renunciar a los encantos de la incertidumbre. Para comprender CÓMO tal actitud puede bloquear adquisiciones y cómo las situaciones que proponemos son susceptibles de operar, es útil examinar desde más cerca las relaciones que se establecen entre conocimiento e incertidumbre en una situación de enseñanza.

Un conocimiento se manifiesta por una decisión, o más bien por una elección entre varias decisiones, o entre varias opiniones. Para que un alumno tenga la posibilidad de poner en práctica un conocimiento, hay entonces que ofrecerle situaciones que puedan tener varias salidas según las elecciones que hará él mismo en función de sus conocimientos. La significación de este conocimiento se hace, como lo dijimos, en el abanico de las salidas previstas que ese conocimiento permitió rechazar. Cuando un conocimiento permite eliminar todas las salidas salvo una, permite una decisión segura. Pero sucede que los conocimientos del sujeto dejan subsistir varias salidas, tal vez con algunas preferencias que

[Escriba texto]

se pueden traducir en probabilidades de elegir cada salida. Diremos entonces que la situación presenta para el sujeto cierta **incertidumbre**, más o menos grande según el número de salidas y su carácter de probabilidades iguales. El aprendizaje de un conocimiento se manifiesta por una disminución de la incertidumbre en las situaciones en las que está comprometido (se puede aún evaluar la cantidad de información que representa un conocimiento por la variación de incertidumbre que aporta).

En general el aprendizaje se produce en una situación, motivado por el deseo del sujeto de disminuir su incertidumbre.

Así se pueden comparar las situaciones didácticas con los juegos. El maestro comunica al alumno una situación problema que pone en escena los objetos de los cuales se trata e indica lo que corresponde a las reglas: es decir los medios que está permitido utilizar para obtener todos los estados posibles del juego. Fija ciertos objetivos, es decir resultados que hay que obtener actuando según las reglas con, explícita o implícitamente, un desafío. Por supuesto los caracteres de este juego didáctico pueden variar mucho según los sujetos y los tipos de pedagogía elegidos: en particular según se considere que el maestro debe previamente comunicar las estrategias de resolución o que es el alumno quien debe producirlas como medio para adaptarse. Pero a fin de cuentas en un momento dado, la actividad del alumno va a consistir, ante una situación problema que presente a priori para él cierta incertidumbre, en reducirla eligiendo una solución: el alumno no hace matemática si no resuelve problemas.

Sin embargo, sería falso creer que la aceptación de las reglas y la reducción de la incertidumbre es la única manifestación del conocimiento y de la adquisición.

Una información puede aumentar la incertidumbre del sujeto señalándole las elecciones que no consideraba. Lo que aprende cierra algunas preguntas, pero abre nuevas.

La búsqueda de situaciones nuevas, de preguntas o de reglas nuevas —que acrecientan la incertidumbre— es una tendencia inversa y complementaria de la expuesta antes. La producción de preguntas y la producción de respuestas son dos manifestaciones muy diferentes de los conocimientos y de su génesis. Ellas se responden “dialécticamente” de un momento a otro en el sujeto epistémico, de una noción a otra en la organización de su saber y finalmente entre el saber y el sujeto en el transcurso de su desarrollo. La búsqueda de nuevos problemas responde a motivaciones diferentes según que esta dialéctica apunte a la adaptación del mundo al sujeto y del sujeto al mundo (la asimilación de Piaget) o que apunte a la transformación interna al sujeto, para su organización, su consistencia y su ergonomía propia (la acomodación de Piaget).

Para comprender la profunda unidad de esta búsqueda de conocimientos, examinemos del lado del sujeto la función a la cual ella responde.

En primer lugar la ausencia de incertidumbre no puede tener una posición estable. De cierta forma, el sujeto se define, existe, ante sus propios ojos, frente a un medio, por las modificaciones que le hace sufrir. Un medio que no le da ninguna oportunidad de acción —es decir de decisión o de elección, lo niega como sujeto autónomo. Es el caso en particular de las situaciones cerradas. A la inversa, pero por la misma razón, la elección puramente aleatoria no es una expresión del sujeto y no le da tampoco existencia. Se puede imaginar entonces que el sujeto investiga siempre situaciones.

- sea relativamente abiertas que reduce por el ejercicio de la creación de conocimiento y de su poder de decisión o de acción,

- sea relativamente cerradas y que abre para la consideración de nuevas variables o de nuevas reglas.

El psicoanálisis da un análisis más profundo sobre este fenómeno y permite comprender las relaciones del conocimiento considerado como objeto simbólico con las motivaciones del sujeto.

5. ÚLTIMAS SESIONES Y RESULTADOS PARA GAEL

Faltan aún cuatro sesiones donde el entrevistador continúa la lucha para introducir cada vez más dificultades y para poner a Gael en la obligación de superarlas. Cada relación está gestionada sobre el mismo principio. Los progresos no son espectaculares, pero parece de golpe que la cuarta sesión fue decisiva. El encuentro que se establece con el entrevistador y una cierta toma de conciencia de las dificultades que se deben evitar fueron suficientes para desencadenar una nueva actitud en Gael.

Luego se mostró que el niño se integró bien a su clase y rápidamente superó sus lagunas.

B. COMENTARIOS

1. LOS OBJETIVOS DE LA INTERVENCIÓN

Los objetivos generales de las intervenciones eran los siguientes:

a) En una primera etapa, establecer un clima de confianza; una relación dual agradable y que sin embargo tome en cuenta las dificultades en cuestión.

b) En una segunda etapa, apoyarse en esta relación para proponer a Gael situaciones didácticas convenientes donde el conocimiento no se toma del discurso ni del deseo del maestro, sino de una relación con el medio. Estas interacciones deben ser motivadas por el deseo del niño mismo y conducirlo a hacerse cargo de las decisiones específicas del conocimiento que debe manejar: tantear, sonreír, buscar...

c) En una tercera etapa, por nuevas rupturas del contrato didáctico se trata de conducirlo a dar “precio” a la verdad y a preferirla eventualmente al confort de un consenso: elegir por ejemplo la verificación, a pesar de la angustia de constatar su error. No se trata evidentemente de hacer un discurso moralizador sobre el tema, sino obtener esos comportamientos de manera efectiva. Buscamos habituarlo a definirse, a reconocerse, a disfrutar en la posición de constructor del conocimiento y de responsable de su convicción, ante los hechos o ante otro. Quisimos conducirlo a no vivir más la actividad matemática como “el descubrimiento de su error”, “el reconocimiento del fracaso”, “la evidencia de su pecado”, o aún como “la mirada sobre la cama de los padres” sino como un ejercicio equilibrante, liberador y fundador del “yo”.

Estas formulaciones no deben confundir al lector, no se trata de psicoterapia sino de didáctica, es decir actividades específicas organizadas intencionalmente con vista a la adquisición de conocimientos precisos. Pero hay que ser consciente de la dimensión psicológica de estas intervenciones.

2. CONCLUSIONES DEL ENFOQUE CLÍNICO. COMPORTAMIENTOS DE LOS ALUMNOS

Desde el punto de vista de las re-educaciones, si obtuvimos algunos éxitos o semi-

éxitos, también tuvimos fracasos. Pero no aparece ningún carácter común entre todos estos casos, sino tal vez la importancia de sus problemas psico-afectivos.

El entrevistador implicado en una relación difícil y los observadores sorprendidos por los fracasos masivos del alumno, tienen tendencia a concentrar su atención en las características del niño y no en las condiciones de las situaciones que ellos enfrentan.

2.1. Dos tipos de reacciones a las dificultades

En una primera aproximación, sin embargo, notamos dos tipos de reacciones opuestas que nos parecieron importantes. Estas reacciones solo pueden observarse si el niño aceptó una actividad o si compromete su responsabilidad y donde puede saber por sí mismo si tuvo éxito o fracasó.

Constatando que los resultados no están de acuerdo con las previsiones, algunos niños empalidecen y se confunden; leen este resultado como un fracaso personal y toman una actitud de desaliento y de culpabilidad. Aun si recomienzan con voluntad su trabajo, su comportamiento muestra que la situación es vivida en el modo *introvertido*.

Otros, al contrario, en las mismas circunstancias parecen despertarse de repente: sucede algo imprevisto, interesante; el fracaso personal es superado, minimizado, en beneficio de la curiosidad y de la apertura al exterior.

Estas dos formas opuestas de reaccionar a las dificultades de las situaciones de aprendizaje (es decir donde la relación con el adulto no está cuestionada directamente), son relativamente estables en los sujetos, en el tiempo, y en sectores amplios de problemas diferentes. Los niños en fracaso selectivo que hemos conocido pertenecen todos a la primera categoría.

2.2. Dos modos de evasión

La segunda observación llegó oponiendo los comportamientos de Gael a los de Cyrille en sus relaciones con el entrevistador. Los dos querían evitar una relación que ellos vivían como conflictiva. Pero lo hacían con estrategias diametralmente opuestas. La obligación de tomar la responsabilidad de producir su propia respuesta a una pregunta planteada por el adulto es una experiencia penosa para los niños en fracaso: hay al menos dos maneras de evitarla:

Una consiste en tomarla excesivamente en serio, a dramatizarla tanto como sea posible según un modo que calificaremos metafóricamente "*de obsesiva*" (tipo Cyrille). La otra consiste al contrario en evadirse lo más posible simulando más o menos hábilmente una participación mínima que calificaremos, también metafóricamente, "*de histeroide*" (tipo Gael).

Toda pregunta coloca a los niños del primer tipo en una situación inquietante, aún peligrosa, y los remite a la "situación original". Para escapar de esta grave agresión, es necesario que ellos cierren esta pregunta inmediatamente, no importa cómo, ignorándola totalmente si es necesario. Apoyándose en el contrato didáctico, solo aceptan una pregunta si tienen ya la respuesta en su poder. Exigen del profesor que enseñe las respuestas antes de plantear las preguntas, que transforme las soluciones en algoritmos. Quieren conocer además los criterios de empleo de los algoritmos, y recibir cada vez más signos que les aseguren que están en la buena senda..., la seguridad de que si memorizan todo lo que se dice en clase, podrán responder inmediatamente a esta horrible situación. Y más aprenden,

más tienen respuestas que producir y menos tienen las oportunidades de encontrar la correcta...

Para los otros, nada es grave, nada es serio, todo es teatro. En las fases colectivas, entran en el juego, responden con los otros, toman riesgos, el profesor está convencido que son niños despiertos que comprendieron, tal vez hasta responden correctamente en el momento, pero cuando son interrogados personalmente, en el escrito por ejemplo, no saben más, no aprendieron, no retuvieron, no están involucrados, no han atesorado. Son agradables y no litigantes, pero no están allí en persona y finalmente no aprenden.

Unos y otros, a su manera, evitan la confrontación con la situación de aprendizaje.

Los primeros pesan mucho, directamente sobre la gestión del contrato didáctico y tienden rápidamente a petrificarla. Los segundos son mucho más difíciles de detectar en las clases. El profesor a menudo solo se da cuenta demasiado tarde que estos alumnos “inteligentes” y despiertos han fracasado en su primera prueba, luego en la segunda, etc. y al final del año, de forma incomprensible, no saben nada.

Aquí las conclusiones provisionarias que pudieron obtenerse de los trabajos de 1980.

3. EL CONTRATO DIDÁCTICO

3.1. Primer enfoque

En el transcurso de una sesión que tenga por objeto la enseñanza a un alumno de un conocimiento determinado (situación didáctica), el alumno interpreta la situación que se le presenta, las preguntas que le son planteadas, las informaciones que le son suministradas, las restricciones que le son impuestas, en función de lo que el maestro reproduce, conscientemente o no, de forma repetitiva en su práctica de enseñanza. Nos interesábamos muy particularmente en lo que, en estos hábitos, es específico de los conocimientos enseñados: llamamos “contrato didáctico” al conjunto de comportamientos (específicos) del maestro que son esperados por el alumno y al conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro.

Presente en esta cuestión, este “contrato” rige las relaciones del maestro y del alumno respecto de los proyectos, de los objetivos, de las decisiones, de las acciones y de las evaluaciones didácticas. Es él quien, a cada instante, precisa las posiciones recíprocas de los participantes con respecto a la tarea y precisa la significación profunda de la acción en curso, de la formulación o de las explicaciones suministradas; “qué es lo que hay que saber hacer”, “cómo se ve que se tuvo éxito”, qué hacer si uno no tuvo éxito, qué es lo que habría que hacer para tener éxito, qué es lo que hay que decir, qué es lo que se hubiera podido hacer de otro modo, qué es lo que hubiera sido un error, qué es lo que hay que aprender, cómo aprender, cómo recordarlo, etc. Es él quien fija explícitamente el rol del conocimiento, del aprendizaje, de la memoria, etc. Es la regla de decodificación de la actividad didáctica por la cual pasan los aprendizajes escolares. Se puede pensar que, a cada instante, las actividades de un niño en un proceso dependen del sentido que le da a la situación que le es propuesta, y que ese sentido depende mucho del resultado de las acciones repetidas del contrato didáctico.

El contrato didáctico se presenta entonces como la huella de las exigencias habituales del maestro (exigencias más o menos claramente percibidas) en una situación particular. Lo que es habitual o permanente se articula más o menos bien con lo que es específico del conocimiento en la mira; algunos contratos didácticos favorecen el

funcionamiento específico de los conocimientos a adquirir y otros no, y algunos niños leerían o no las intenciones didácticas del profesor y tendrían o no la posibilidad de obtener de allí una formación conveniente.

¿Algunos contratos didácticos no impedirían a algunos niños entrar en procesos de aprendizaje? Las causas de los fracasos tendrían que buscarse en la relación del alumno con el saber y con las situaciones didácticas y no en sus aptitudes o en sus características permanentes generales.

3.2. La transposición didáctica²⁶

Estos contratos didácticos relevan la idea que se hacen los profesores y los alumnos del funcionamiento de las matemáticas (de su creación, de su uso, etc.). Eligiendo una situación didáctica (es decir, una situación problema, objetivos para el alumno, informaciones, objetivos para el maestro, etc.) para enseñar un cierto conocimiento, el profesor fabrica, ya sea que lo quiera o no, una imagen a menudo muy deformada de las situaciones reales (culturales, históricas, etc.) en las cuales funciona (fue descubierto, utilizado) este conocimiento. Son las circunstancias en las cuales los conocimientos son empleados las que les dan su significación. Así, un conocimiento matemático no tiene la misma significación para un alumno que para un matemático. Llamamos “transposición didáctica” al pasaje de una a otra.

3.2. La epistemología de los profesores

La teoría de las situaciones didácticas tiene por objeto ofrecer los medios para controlar estas transposiciones didácticas. La transposición didáctica depende fundamentalmente de las concepciones que tienen los profesores con respecto al pensamiento matemático. En su actividad de enseñanza, los profesores están entonces obligados a utilizar de forma más o menos explícita una especie de teoría del conocimiento, de epistemología de las matemáticas. Estas concepciones de uso estrictamente profesional no tienen generalmente el carácter científico (ni aún la consistencia) aunque localmente tienen la huella de teorías más o menos recientes. No son menos útiles y legítimas. Llamamos “pensamiento matemático escolar” o “epistemología de los profesores” a estas pseudo-teorías.

El maestro enseña –al menos implícitamente- esta “filosofía” al mismo tiempo que las matemáticas y como ella no es una buena descripción de la apropiación de los conocimientos, ¿puede explicar ciertos fracasos? Esta epistemología espontánea no está siempre bien representada por los discursos “pedagógicos” de los profesores. Puede haber allí una gran diferencia entre lo que dicen o creen que hacen, y lo que hacen efectivamente²⁷.

4. REFLEXIONES METODOLÓGICAS Y DEONTOLÓGICAS; CONCLUSIONES

En las observaciones de las cuales venimos de dar cuenta hemos –como la mayoría

²⁶ Yves Chevallard, *La Transposición Didactique*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 2ème éd. 1985. [Traducción al español: *La transposición didáctica*, Ed. Aique, Buenos Aires, 1997].

²⁷ Se encuentra un ejemplo de tales errores en el libro de F. Jaulin Mannoni, *Le pourquoi en mathématiques* (citado más arriba). La primera parte es una teoría muy interesante de la comprensión de las matemáticas, donde se encuentra muchas ideas acertadas. La segunda presenta casos de reeducación de niños con dificultades. Las sesiones no corresponde para nada al discurso “teórico”: en el caso de Nadine, se está en presencia de un perfecto condicionamiento. El lector encontrará el análisis de esta reeducación en ([2] 77 tomo 3).

de los investigadores que nos precedieron- puesto primero en un primer plano el perfil del alumno y los factores personales que provocan el fracaso, o ligados a sus efectos, considerando casi siempre este fracaso como un fenómeno patológico vinculado al alumno.

Esta concepción corresponde mejor a la más sólida de las *tres modalidades de respuesta al fracaso*:

- En la primera los padres reaccionan a la inquietud que les causan las dificultades de sus niños por *presiones* sobre el niño mismo: conminación, sanciones diversas, cursos particulares, exámenes médico-psico-pedagógicos, reeducación... De la misma manera, los maestros son entrenados a reducir las insuficiencias excesivas por intervenciones de enseñanza decididas en función de objetivos a corto término que tienden a imponer al niño un itinerario transparente en las evaluaciones. Las presiones son tanto más fuertes cuando el alumno ha podido dar prueba que sale adelante en otras materias.

Pero el cuestionamiento del alumno es tal vez una empresa tan inútil como la que consistiría en analizar el agua que sale de un vaso rajado para ver en qué difiere del agua que permanece en el vaso.

- El cuestionamiento de la institución escolar, en tanto que ejecutante del contrato de enseñanza, de los métodos pedagógicos, de los profesores, de su formación... constituye la segunda modalidad. Mostramos el interés que tenemos.

- La tercera consiste en cuestionar el contrato mismo (por qué enseñar tanto –o poco- de matemáticas, por qué la selección a través de las matemáticas, porque la selección en sentido estricto, etc.).

Cada una de estas tres modalidades de respuestas son también sostenidas por hipótesis basadas en diferentes causas de los fracasos en matemáticas, pero muy pocas son acompañadas por un método de investigación utilizable.

Durante mucho tiempo me pregunté si estas hipótesis sobre el origen de ciertas dificultades en el cálculo no eran recibidas calurosamente porque en principio justificaban algunas intervenciones deseadas por los padres y probablemente útiles a los niños (por otras razones) pero lucrativas para otros. Se puede de la misma manera sorprenderse de la persistencia y del retorno periódico de declaraciones estruendosas manifiestamente falsas o excesivas que imputan a la escuela la responsabilidad de fenómenos que notoriamente implican a toda la sociedad. Ninguna forma de dificultad escolar parece provocar tantas reacciones apasionadas ni suscitan tantos prejuicios como el fracaso en matemáticas.

Curiosamente, al lado de una masa de publicaciones y de textos de opinión, la rareza de las obras objetivas es sorprendente, como si la complejidad de la tarea o la resistencia de las fuerzas en actividad hubieran inhibido toda investigación científica. Es verdad que los sistemas cuyo funcionamiento o disfuncionamiento sea susceptible de jugar un rol en este fenómeno son numerosos, y con interacciones complejas: el niño, los padres, los maestros, la escuela, la sociedad, la disciplina pueden estar implicadas en el curso de enfoques muy diversos: cognitivos, psicológicos aún psicoanalíticos, pedagógicos o sociológicos. Los desafíos económicos de estas relaciones son a veces importantes y han contribuido a desarrollar un enredo de juicios de valores subjetivos que pierden al observador. Si esta complejidad puede estimular la imaginación de innovadores deseosos de ayudar a los niños con dificultades de los que polemizan con el tema, puede legítimamente desalentar al investigador que duda sobre la esterilidad de una hipótesis muy restrictiva o de la suerte de un terreno atrapado por la ideología.

Esperamos sin embargo que las investigaciones actuales permitan muy pronto orientar un poco el debate.

Fuentes

Tesinas de fonoaudiólogos

1. Chauvet, Le Bars, Le León. Pédagogie moderne de la mathématique et dyscalculie. Centre de phono-audiologie de Bordeaux 2. Bordeaux, 1973.

2. Deveyle P, Frisson L. et Gauthier J. Recherche d'une concordance entre l'échec en mathématiques et les résultats du bilan orthophonique (dyscalculie). Mémoire pour le C. C. d'orthophonie, Lyon 1973.

3. Etude de la détection des enfants en difficultés électives en mathématiques et analyses statistiques. Mémoires dirigés par G. Brousseau, dept. Mathématiques, Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques. Université Bordeaux I et Centre de phono-audiologie de l'Université Bordeaux 2.

1976, tome 1: Moras F., Molia, C. Étude des échecs en mathématiques à travers quelques articles relatifs à la dyscalculie.

1977, tome 1: Berrocq-Irigoin M., Dupuch, M.-A., Fruchard, C. Elaboration d'un questionnaire.

1977, tome 2 : Berrocq-Irigoin M., Dupuch, M.-A., Fruchard, C. Monographie d'un enfant en difficultés.

1978, tome 1 : Dugué, C. Étude critique de la détection dans le cadre de l'institution scolaire.

1978, tome 2 : Trolonge, D. Comparaison des questionnaires aux maîtres avec les acquisitions scolaires.

1978, tome 3 : Château, F. Analyse comparée et étude longitudinale des questionnaires.

1978 tome 4 : Amirault, C., Chéret, M. Monographie de deux enfants en difficultés.

1979 tome 1 : Mora, M. Monographie de deux enfants en difficultés.

1979 tome 2 : Bonais, M. Détection des enfants en échec électif au CM1.

1980, Leygue R. M. Monographies de trois enfants en difficulté.

1983, Sevaux P. À propos d'un soutien d'enfant en mathématique : échec électif ou dyscalculie ?

Tesina de Psiquiatría

Bourrel M.-J. Échec en calcul à travers 570 dossiers. Place des troubles relationnels au père. Mémoire pour le CES de Psychiatrie. U.P.P.A. Pau

Bibliografía anterior a los trabajos

1. Dugas et Guillarme. Introduction à l'étude des difficultés en calcul chez l'enfant, Revue de neuropsychiatrie infantile, 1970, n° 1 – 2.

2. Laffon. Vocabulaire de psychopédagogie et de psychiatrie de l'enfant. Paris.

P.U.F., 1963.

3. Gibello B. Dysharmonies cognitives et dyscalculies. *Revue de neuropsychiatrie infantile*, 1873, n° 6.

4. Hasaerts Va Gertruyden. La dyscalculie chez l'enfant. *Diagnostic différentiel, Revue de neuropsychiatrie infantile*, 1975, n° 10 – 11.

5. Eyraguibel J., Brousseau, G. Appareillage de mesure automatique des stratégies d'apprentissage. Application à un jeu logique : les tours d'Hanoï in *Mesures régulation automatisme n° 1*, Bordeaux 1978.

6. Jaulin-Mannoni F. *Le pourquoi en mathématiques*. E.S.F. 1978.

7. Pagnol, M. Topaze, Fasquelle éditeur, 1930.

Bibliografía posterior a los trabajos

Brousseau, G. (1980) Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire, in *Revue de Laryngologie otologie rhinologie*, 101, 3-4, pp. 107-131.

Brousseau G. et Pérès, J. (1985) Le cas de Gaël, IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1977) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., Warfield, V. (ed.) Kluwer Academic Press.

Chevallard, Y. (1985 2ième éd.) *La transposition didactique*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Guy Brousseau²⁸, Jacques Pérès²⁹, Virginia Warfield³⁰

El caso Gael³¹

La teoría de las situaciones didácticas tiene un rol central en las investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas en Francia desde inicios de los años 70. Uno de los conceptos principales de esta teoría es “el contrato didáctico”, un aspecto completamente implícito pero esencial en las relaciones entre el docente y el estudiante. En este artículo, informamos la secuencia de enseñanza que provocó la formulación inicial de este concepto y que validó las primeras aplicaciones de la teoría.

Gael es un niño inteligente pero en fracaso *electivo* en matemáticas. Es uno de los nueve casos estudiados entre 1980 y 1985 (en el COREM de Bordeaux). Observándolo en clase y proponiéndole diversas situaciones, didácticas o adidácticas, elaboramos la hipótesis que

²⁸ Profesor emérito de Matemáticas en el IUFM de Aquitania, anteriormente asistente en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Bordeaux I, investigador en el IREM y luego en LADIST.

²⁹ Doctor en Psicología, psicólogo escolar retirado.

³⁰ Profesora de Matemáticas en la Universidad de Washington, participó en la nueva redacción y en la traducción al inglés.

³¹ Este texto presenta la descripción y el estudio final de cuatro de las ocho sesiones que permitieron a Gael continuar su escolaridad con buenos resultados en matemáticas. El texto retoma lo esencial de otro escrito en 1981 por Guy Brousseau y Jacques Pérès. Las transcripciones de las ocho sesiones y las de su “análisis en caliente” gracias a Michèle Berrocq-Irrigoin, fueron publicadas en fotocopias del IREM para las necesidades de los investigadores, pero las cuatro últimas no fueron nunca objeto de un resumen semejante a este. La experiencia se realizó en 1977. Suministró un material de base a toda una parte de la teoría de las situaciones. Numerosos cuestionamientos surgidos de esta experiencia condujeron a la creación de varios conceptos. En un período de evolución rápida me fue imposible redactar conclusiones que encontraba demasiado parciales, y el estudio de estos conceptos y de las relaciones iniciales por numerosos investigadores próximos no hacían necesaria su publicación.

Gael ponía en práctica una *estrategia de evasión* del “conflicto con el saber” que calificamos como “evasión de tipo histeroide” mientras que otros niños presentaban “evasiones de tipo obsesiva” (es necesario no confundir estos comportamientos con las categorías psiquiátricas del mismo nombre, que son trastornos graves de la personalidad).

Era posible proponer explicaciones psicológicas a este comportamiento, pero no daban medios de corregir las evasiones, y centraban el interés de los investigadores en una característica del niño o en sus competencias, en lugar de permanecer en el nivel de los comportamientos y de las condiciones que lo provocaban o que podían modificarlo. Estos comportamientos manifiestan el rechazo, consciente o no, por parte del niño, de aceptar su parte de responsabilidad en el acto de decidir en situación didáctica y entonces de aprender, frente al adulto.

Permitió a los experimentadores explorar y comprender las restricciones de la situación didáctica, interpretada como “*contrato didáctico*”. Es un simulacro de contrato, una ilusión, insostenible y que se puede romper, pero una ficción necesaria para permitir a los dos protagonistas, el docente y el alumno, comprometerse y llevar a término la dialéctica didáctica. El medio didáctico de hacer entrar al alumno en tal contrato es la *devolución*. No es un dispositivo pedagógico porque depende esencialmente del contenido, consiste en reenviar al alumno a una relación con el medio del cual el profesor puede excluirse, al menos en parte (situación adidáctica). El dispositivo puesto en práctica está arreglado para comprometer progresivamente pero explícitamente a Gael en un desafío en el cual el profesor podrá ponerse “al lado” del alumno.

Esta situación se revelará luego en una de las situaciones fundamentales de la sustracción.