

Calibración de un modelo semi-analítico de formación de galaxias

por Andrés Nicolás Ruiz

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física
como parte de los requerimientos para obtener el título de
Doctor en Astronomía

Universidad Nacional de Córdoba

Marzo de 2013

©FaMAF - UNC, 2013

Director: Dr. Mariano Javier Domínguez

Palabras claves: Modelos semi-analíticos. Calibración. Formación y evolución de galaxias. Simulaciones numéricas. Algoritmo Particle Swarm Optimization. Cadenas de Markov Monte Carlo.

Clasificaciones:

02.70.Rr General statistical methods

98.62.Ai Origin, formation, evolution, age, and star formation

98.62.Ve Statistical and correlative studies of properties

Cuando el carro anda, los melones se acomodan.

Dicho popular

*El hombre quería vivir todas las vidas
y estaba condenado a transitar solamente por una.*

Alejando Dolina

Son rachas.

Alexis V. Dóvganj

AGRADECIMIENTOS

A mis viejos Dante y Rosa, mis hermanos Agustín y María José, mi cuñado Nicolás y mi sobrina Delfina que viene en camino, por darme siempre su apoyo como familia.

A Ana Vivinetto, por ser mi compañera de vida.

A a Mariano Domínguez, Diego García Lambas, Nelson Padilla y Sofía Cora, por la formación académica y humana.

A Agustín Antonutti, Emiliano Aranda, Gerardo Aquín, Ariel Bustos, Facundo y Juan Grimaldi, Josefina Hompanera, Fernanda Japaz, Eliana Lizzio, Rubén Mendiola, Ricardo Santolaya, Nadia Sapag, Santiago Schiavoni y Virginia Venier, por ser los incondicionales/inadaptados de siempre.

A todos los colegas y amigos del IATE por formar un excelente lugar de trabajo, especialmente a Mario Sgró, Dante Paz, Manuel Merchán y Marcelo Lares, por tener siempre la mejor disposición.

A Nora y Ana Castellón, Fernanda Duplancic, Ignacio Gargiulo, Iván Lacerna, Léo y Julie Michel-Dansac, Flavia Lovos, Dante Minnitti, Sol Molina, Marco Moreno, Alejandra Muñoz, José Luis Nilo Castellón, Álvaro Orsi, Tomás Tecce, Cristian Vega, Juan Véliz, Estefanía Vendemmia y toda la gente de Casa Fischer Hostal de Valparaíso, amigos en la legión extranjera.

A Cristian Beaugé, Patricia Tissera, Hernán Muriel y Leonardo Pellizza por aceptar formar parte del tribunal evaluador.

* * *

Durante la realización de esta tesis usufruqué las becas de doctorado tipo I y II del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Los trabajos de investigación fueron llevados a cabo con recursos del Instituto de Astronomía Teórica y Experimental (CCT Córdoba, CONICET, UNC), del Observatorio Astronómico de Córdoba (UNC), del Departamento de Astronomía y Astrofísica de la Pontificia Universidad Católica de Chile y del Instituto de Astrofísica de La Plata (CCT La Plata, CONICET, UNLP).

RESUMEN

En el contexto del paradigma actual de formación y evolución de galaxias del modelo cosmológico estándar Λ CDM existen dos herramientas teóricas fundamentales: las simulaciones numéricas de N -cuerpos y los modelos semi-analíticos, que mediante la inclusión de prescripciones simples permiten estudiar la compleja física de los procesos de evolución de las galaxias. Ambas metodologías poseen de parámetros libres que deben ser calibrados para reproducir las propiedades observacionales de la población de galaxias en el Universo.

Para las simulaciones de N -cuerpos, los parámetros básicos corresponden a la elección del modelo cosmológico particular. Si bien los valores de dichos parámetros resultan de mediciones independientes, es conveniente disponer de metodologías que permitan extrapolar los resultados de una dada simulación a modelos cosmológicos adyacentes. De esta manera pueden explorarse modelos de formación de galaxias en escenarios cosmológicos diferentes. En esta tesis se ha implementado un esquema de escalado de simulaciones numéricas de materia oscura que permiten explorar las poblaciones de galaxias en diferentes cosmologías con un bajo costo computacional.

En el caso de los modelos semi-analíticos de formación y evolución de galaxias, los parámetros libres corresponden a factores presentes en los diferentes procesos de la física de los bariones implementados (tales como la eficiencia de formación estelar, crecimiento de agujeros negros, inestabilidades de discos galácticos, etcétera). Por este motivo, el espacio de parámetros de dichos modelos posee alta dimensionalidad y comenzaron a ser explorados recientemente de manera sistemática mediante Cadenas de Markov Monte Carlo y técnicas de Emuladores de Modelos. En este trabajo se presenta la implementación de una nueva técnica para la calibración de modelos semi-analíticos llamada Optimización mediante Enjambres de Partículas (*Particle Swarm Optimization*), que resulta muy eficiente a la hora de explorar espacios de alta dimensionalidad y/o complejidad.

Combinando ambas técnicas mencionadas, se han realizado calibraciones en el espacio de parámetros bariónicos y, por primera vez, la exploración de un espacio de parámetros conjunto bariónicos y cosmológicos de un modelo semi-analítico en particular, mediante la comparación estadística con propiedades observadas de galaxias a $z = 0$. La posibilidad de explorar diferentes cosmologías permite analizar si un modelo de formación de galaxias predice mejores resultados para valores de parámetros

cosmológicos diferentes a los impuestos inicialmente.

Además de las calibraciones, mediante el uso de Cadenas de Markov Monte Carlo se exploró la región circundante al mejor conjunto de parámetros obtenidos, permitiendo el estudio de las correlaciones existentes entre los diferentes parámetros libres del modelo, tanto bariónicos como cosmológicos. Las metodologías introducidas facilitan la rápida calibración de los modelos semianalíticos en respuesta a cambios en las implementaciones de los procesos físicos y en las propiedades observacionales.

ABSTRACT

The actual paradigm of galaxy formation and evolution in the Λ CDM cosmological scenario make use of two fundamental theoretical tools: the numerical N -body simulations and the semi-analytical models, which allow us to study the complex physical processes of galaxy evolution through simple prescriptions. Both methodologies strongly depend on the calibration of free parameters to reproduce the observational properties of the galaxy population in the Universe.

For the N -body simulations, the basic parameters correspond to the choice of a particular cosmological model. Although there exist independent determination of such parameters, it is convenient to have methodologies to extrapolate the results in a given simulation to adjacent cosmological models, offering the possibility to explore the galaxy formation models in different cosmological scenarios. In this thesis we have implemented dark matter numerical simulations scaling schemes allowing us to explore the galaxy population in different cosmologies with a low computational cost.

In the case of semi-analytic models of galaxy formation, the free parameters correspond to factors present in the different processes of the barionic physics implemented (such as the star formation efficiency, black hole growth, galactic disc instability, etcetera). For this reason, these models have high dimensional parameter spaces, and their systematic exploration with Monte Carlo Markov Chains and Model Emulator techniques is recent. This work presents the implementation of a new technique called Particle Swarm Optimization to calibrate semi-analytic models, which is very efficient to explore spaces with high dimensionality and/or complexity.

Combining both numerical techniques, calibrations of the barionic parameters and, for the first time, the exploration of a barionic-cosmological parameter space were performed for a particular semi-analytic model, through the statistical comparison with observational galaxy properties at $z = 0$. The possibility to explore different cosmologies allow us to check if a galaxy formation model produces better results for different cosmological parameters than originally assumed.

Besides calibrations, an exploration using Monte Carlo Markov Chains of the surrounding region of the best set of parameters obtained was carried out, allowing the study of the existing correlations between the free parameters of the model, barionic both as cosmological. The methodologies adopted allow a rapid calibration of semi-analytic models in response to changes in the implementations of physical processes

and observational properties.

Índice general

1. El modelo cosmológico estándar ΛCDM y la formación de estructuras	1
1.1. La dinámica global del Universo	2
1.2. El corrimiento al rojo cosmológico	5
1.3. Perturbaciones cosmológicas	7
1.3.1. Evolución lineal de las perturbaciones	7
1.3.2. Estadística del campo de densidad cosmológico	9
1.3.3. Aproximación del Zel'dovich	11
1.4. Halos de materia oscura	13
1.4.1. Formación	13
1.4.2. La función de masas	14
1.4.3. Perfiles de densidad	15
1.4.4. Subestructura o subhalos	16
1.5. Materia bariónica y la formación de galaxias	16
2. Construyendo Universos: simulaciones numéricas de N-cuerpos y modelos semi-analíticos de formación de galaxias	21
2.1. Introducción	22
2.2. Simulaciones de materia oscura	22
2.2.1. Identificación de halos, subhalos y construcción de árboles de fusiones	25
2.3. Modelos semi-analíticos de formación de galaxias	31
2.4. Calibración de los SAMs: antecedentes	33
3. El modelo semi-analítico de formación y evolución de galaxias SAG	43
3.1. Introducción	44
3.2. Procesos físicos	44
3.2.1. Enfriado del gas, formación de estrellas y retroalimentación por SNe	46
3.2.2. Enriquecimiento químico y propiedades fotométricas	48

3.2.3. Fusiones de galaxias, inestabilidad de disco y brotes de formación estelar	48
3.2.4. Modelado de AGNs y crecimiento de agujeros negros	50
3.2.5. Extracción de gas por presión dinámica	51
3.3. Paralelismo de datos para el modelo SAG	52
4. Calibración de los parámetros bariónicos del modelo SAG	57
4.1. Introducción	58
4.2. Simulación de N -cuerpos	58
4.3. Calibración de parámetros bariónicos	58
4.3.1. Algoritmo PSO	59
Dinámica	60
Velocidad máxima	60
Condiciones iniciales	61
Condiciones de borde	62
Criterio de corte	62
Estimación de errores	63
4.3.2. Parámetros libres	63
4.3.3. Observables	64
4.4. Resultados	65
4.5. Conclusiones	71
5. Modificando la cosmología de los halos subhalos y sus historias de fusiones	77
5.1. Introducción	78
5.2. Escalando un catálogo de halos de una simulación de N -cuerpos	79
5.2.1. Simulaciones de N -cuerpos	81
5.2.2. ¿Cuándo es aceptable usar el método reducido de AW10?	82
5.3. Resultados	84
5.3.1. Comparación de las propiedades individuales de los halos	85
5.3.2. Historias de acreción de halos	86
5.3.3. Propiedades estadísticas de los halos y sus historias de crecimiento	88
5.4. Pruebas para diferentes cambios en cosmología	94
5.5. Conclusiones	98
6. Calibración conjunta de parámetros bariónicos y cosmológicos	103
6.1. Introducción	104

6.2. Simulaciones numéricas de N -cuerpos	105
6.3. Análisis de consistencia	106
6.4. Resultados	108
6.4.1. Primera prueba: variación cosmológica con parámetros bariónicos fijos	110
6.4.2. Segunda prueba: variación conjunta de parámetros bariónicos y cosmológicos	112
6.5. Conclusiones	117
7. Comentarios finales y trabajo futuro	121
8. Apéndice: Cadenas de Markov Monte Carlo	125

Capítulo 1

El modelo cosmológico estándar Λ CDM y la formación de estructuras

En este capítulo se presenta una revisión del modelo estándar para la formación de estructuras en el Universo, introduciendo las principales ideas y conceptos teóricos que servirán como base para la presente tesis.

1.1. La dinámica global del Universo

La cosmología puede definirse como el estudio de las propiedades del espacio-tiempo en escalas grandes. En la actualidad, los grandes relevamientos de galaxias como el *Two Degrees Field Galaxy Redshift Survey*¹ (2dFGRS) y el *Sloan Digital Sky Survey*² (SDSS) nos dieron a conocer poblaciones de galaxias en grandes volúmenes, por lo tanto, resulta fundamental para estudiar la formación y evolución de estas galaxias comprender el modelo cosmológico donde esto ocurre.

A lo largo de la historia se han propuesto diferentes escenarios para explicar la distribución de galaxias que se observa. Al día de hoy, el modelo cosmológico más aceptado es el llamado *Lambda Cold Dark Matter* (Λ CDM). Este modelo se basa en que el Universo es homogéneo e isótropo en escalas grandes (Principio Cosmológico), que posee una geometría espacial plana y donde la evolución del espacio-tiempo queda determinada por la distribución de materia bajo el formalismo de la Relatividad General de Einstein. El contenido de materia está compuesto por cuatro componentes: una densidad de radiación (ρ_γ), una densidad de materia bariónica (ρ_b), una densidad de materia oscura (ρ_{dm}) y una densidad de energía oscura (ρ_Λ). La densidad de radiación es casi despreciable en el presente, pero constituyó la componente dominante en el Universo primitivo. La materia bariónica está constituida por los protones, neutrones y electrones que conforman el Universo “visible” (estrellas y galaxias) y aporta con un $\sim 4\%$ al total. La materia oscura ($\sim 21\%$) y la energía oscura ($\sim 75\%$) son de naturaleza desconocida hasta el momento, sin embargo, hay fuerte evidencia observacional de su existencia. La idea materia oscura (o materia “invisible”) surge en la década de 1930 ante la necesidad de explicar observaciones como el faltante de masa en cúmulos de galaxias (Zwicky 1933), las curvas de rotación de las galaxias (Babcock 1939) y el acercamiento entre la Via Lactea y Andrómeda (Kahn & Woltjer 1959). La energía oscura fue postulada para explicar la evidencia de la expansión acelerada del Universo mediante estudios de la escala de distancias con explosiones de supernova tipo Ia (Riess et al. 1998; Perlmutter et al. 1999).

Conociendo el contenido de materia del Universo, la evolución del mismo queda determinada por las ecuaciones de campo de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

¹<http://www2.aao.gov.au/2dFGRS>

²<http://www.sdss.org>

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, que describe la geometría local del Universo, R es el escalar de curvatura, $g_{\mu\nu}$ es la métrica, $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento del contenido de materia del Universo y Λ es la constante cosmológica (responsable de la energía oscura). Se utilizan unidades donde $c = 1$. Para un Universo homogéneo e isótropo $g_{\mu\nu}$ está dado por la métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW)

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2(\theta) d\phi^2) \right], \quad (1.2)$$

siendo $\{x^\mu\}_{\mu=0,1,2,3}$ las coordenadas de observadores fundamentales en el espacio-tiempo $((t, r, \theta, \phi))$ en la segunda igualdad), K es una constante que define si la curvatura es abierta ($K = -1$), cerrada ($K = 1$) o plana ($K = 0$) y $a(t)$ es el factor de escala cósmico que regula la expansión del Universo. Utilizando la métrica de FRW y el tensor de energía-momento de un fluido uniforme ideal

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p), \quad (1.3)$$

donde ρ es la densidad total de materia (bariónica y oscura) y p la presión del fluido, se pueden obtener ecuaciones para la evolución temporal del factor de escala

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2\frac{K}{a^2} = 4\pi G(\rho - p) + \Lambda. \quad (1.5)$$

donde el punto indica derivación respecto al tiempo cósmico t . Sustituyendo (1.4) en (1.5) se obtiene

$$H^2(t) \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.6)$$

siendo $H(t)$ el parámetro de Hubble. Derivando (1.6) y combinándola con (1.4) se obtiene la ecuación de conservación de la energía

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.7)$$

La ecuación (1.6) se conoce como la ecuación de Friedmann, que combinada a la conservación de la energía (1.7) y la ecuación de estado $p = p(\rho)$ permite obtener soluciones para K y $a(t)$.

En los fluidos ideales, la presión es proporcional a la densidad, i.e. $p = \omega\rho$, por lo

tanto la ecuación (1.7) se reduce a

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}. \quad (1.8)$$

Si se asume la existencia de N fluidos independientes con ecuaciones de estado ω_i , la densidad total de energía puede ser expresada como

$$\rho = \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{3(1+\omega_i)}}, \quad (1.9)$$

denotando con $\rho_{i,0}$ a la densidad de cada fluido en el tiempo actual y adoptando como normalización del factor de escala la convención $a_0 = a(t=0) = 1$. Utilizando esto, la ecuación de Friedmann (1.6) puede escribirse como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{3(1+\omega_i)}} + \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.10)$$

La ecuación (1.10) nos permite obtener una expresión para la curvatura del Universo en función del contenido de materia y energía

$$K = H^2 \left(\frac{8\pi G}{3H^2} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{3(1+\omega_i)}} + \frac{\Lambda}{3H^2} - 1 \right). \quad (1.11)$$

Si se asume que $\Lambda = 0$, la ecuación (1.11) nos dice que el Universo será plano ($K = 0$) siempre que la densidad total de materia sea igual a un valor crítico definido por

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} = 2,7755 \times 10^{11} h^{-2} M_{\odot} \text{Mpc}^{-3}, \quad (1.12)$$

donde $h = H/(100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc})$ es el parámetro de Hubble adimensional. Este valor ρ_c se utiliza para definir el parámetro de densidad Ω_i para cada fluido i de acuerdo a

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}. \quad (1.13)$$

Definiendo además los parámetros de densidad para la energía oscura y la curvatura

$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{3H^2} \quad \text{y} \quad \Omega_K = \frac{K}{H^2} \quad (1.14)$$

la ecuación (1.11) se reduce a

$$\sum_{i=1}^N \Omega_i + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1, \quad (1.15)$$

por lo tanto, para $\Lambda \neq 0$, la curvatura sera plana ($\Omega_K = 0$) siempre que $\Omega_\gamma + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$, donde Ω_γ se refiere al contenido de bosones y partículas relativistas y Ω_m a la suma de las componentes bariónica y oscura de la materia.

Finalmente, con estas nuevas variables, la evolución del factor de escala del Universo queda determinado por

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left(\sum_{i=1}^N \frac{\Omega_{i,0}}{a^{3(1+\omega_i)}} + \frac{\Omega_{K,0}}{a^2} + \Omega_{\Lambda,0} \right), \quad (1.16)$$

donde el subíndice 0 denota cantidades evaluadas el tiempo presente t_0 .

1.2. El corrimiento al rojo cosmológico

La información más valiosa que nos provee el factor de escala $a(t)$ es a través de la medición de los corrimientos en frecuencia de la luz emitida por fuentes distantes. En la década de 1920, Edwin Hubble midió los corrimientos al rojo de las líneas espectrales de galaxias cercanas a la Vía Láctea y advirtió que este corrimiento aumentaba de manera proporcional a la distancia a la que se encontraban (Hubble 1929), por lo que no podía tratarse de un mero efecto Doppler. Este hecho se constituyó en la demostración empírica de que Universo se encontraba en expansión, y que esa expansión era la responsable de desplazar la líneas espectrales hacia frecuencias más bajas.

Para calcular esos cambios en frecuencia, podemos ubicarnos en el origen $r = 0$ (que de acuerdo al Principio Cosmológico es una mera convención) y considerar a una onda electromagnética viajando hacia nosotros en la dirección $-r$, con θ y ϕ fijos. La ecuación de movimiento para un dado pico de la onda está dado por la métrica FRW (1.2), notando que para un fotón $ds^2 = 0$, es decir

$$0 = dt^2 - a^2(t) \frac{dr^2}{1 - Kr^2}. \quad (1.17)$$

Entonces, si la onda parte de una galaxia ubicada en (r_1, θ_1, ϕ_1) a un tiempo t_1 , lle-

gará a nosotros a un tiempo t_0 dado por

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = f(r_1) \quad (1.18)$$

donde

$$f(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = \begin{cases} \arcsen(r_1), & \text{si } K = +1 \\ r_1, & \text{si } K = 0 \\ \operatorname{arcsenh}(r_1), & \text{si } K = -1 \end{cases} \quad (1.19)$$

Ya que las coordenadas (r_1, θ_1, ϕ_1) de la galaxia permanecen constantes puesto que toda la dependencia temporal está contenida en $a(t)$, notamos que $f(r_1)$ es independiente del tiempo. Entonces, si un segundo pico de la onda electromagnética deja la posición r_1 en un tiempo $t_1 + \delta t_1$, llegará a nosotros al tiempo $t_0 + \delta t_0$ dado por

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = f(r_1). \quad (1.20)$$

Restando (1.18) y (1.20), y considerando que el intervalo temporal entre los dos picos de la onda es muy chico (típicamente 10^{-14} segundos) de manera que $a(t)$ cambie muy poco, se obtiene que

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_1}{a(t_1)}. \quad (1.21)$$

De esta manera, la frecuencia ν_0 observada se relaciona con la frecuencia ν_1 emitida mediante

$$\frac{\nu_0}{\nu_1} = \frac{\delta t_1}{\delta t_0} = \frac{a(t_1)}{a(t_0)}. \quad (1.22)$$

Introduciendo el parámetro de corrimiento al rojo (o como llamaremos de aquí en más, *redshift*)

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_0}, \quad (1.23)$$

y recordando la convención adoptada $a(t_0) = 1$, obtenemos una expresión que vincula la expansión del Universo con el corrimiento al rojo de las líneas espectrales de las galaxias afectadas por esta expansión,

$$z = \frac{1}{a} - 1. \quad (1.24)$$

Esto es de gran utilidad, ya que a partir de mediciones espectroscópicas de las líneas de emisión o absorción en los espectros de la luz recibida de galaxias distantes (y descontando posibles efectos introducidos por velocidades peculiares) es posible medir

este parámetro de *redshift* que nos permite determinar tanto el tiempo de emisión, es decir la edad del Universo al que se observa la fuente, como así también la distancia física (Hogg 1999):

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}, \quad (1.25)$$

$$d(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (1.26)$$

donde $E(z) = H(z)/H_0$ está dado por la ecuación (1.16).

1.3. Perturbaciones cosmológicas

Si bien la hipótesis de homogeneidad e isotropía es válida solo cuando se observa al Universo en escalas de cientos de megapársecs³, es sabido que en los orígenes existieron pequeñas fluctuaciones en densidad que, mediante el proceso de inestabilidad gravitacional, crecieron hasta formar la estructuras que hoy observamos.

La mayor evidencia observacional de esto lo constituye el Fondo Cósmico de Microondas (*Cosmic Microwave Background* o CMB), descubierto fortuitamente por los radioastrónomos Arno Penzias y Robert Wilson (Penzias & Wilson 1965; Dicke et al. 1965). Esta fondo de radiación cósmica nos muestra como era el Universo cuando tenía ~ 300000 años de vida ($z \sim 1100$), mostrando que las fluctuaciones primordiales en temperatura eran de una parte en $\sim 10^5$. En la figura 1.1 se muestra un mapa del CMB obtenido por la sonda espacial *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*⁴ (WMAP).

1.3.1. Evolución lineal de las perturbaciones

El elemento de línea que describe un Universo FRW perturbado puede escribirse como

$$ds^2 = ds_{\text{FRW}}^2 + h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (1.27)$$

donde $\{x^\alpha\}_{\alpha=1,2,3}$ son las coordenadas espaciales y ds_{FRW}^2 es el elemento de línea dado por (1.2). Para el tratamiento lineal de la evolución de las perturbaciones se asume que estas son pequeñas ($h_{\alpha\beta} h^{\alpha\beta} \ll 1$) y que la escala de las perturbaciones es siempre menor que el radio de Hubble ($\lambda \lesssim cH^{-1} \sim 3000h^{-1}\text{Mpc}$), de manera que la materia puede ser tratada como un fluido no-colisional autogravitante en un Universo en expansión utilizando el formalismo Newtoniano (para una argumentación más detallada de estas aproximaciones referimos al lector a Peebles (1980)). El estudio de la

³1 Mpc = 10^6 pc = $3,086 \times 10^{22}$ m

⁴<http://map.gsfc.nasa.gov>

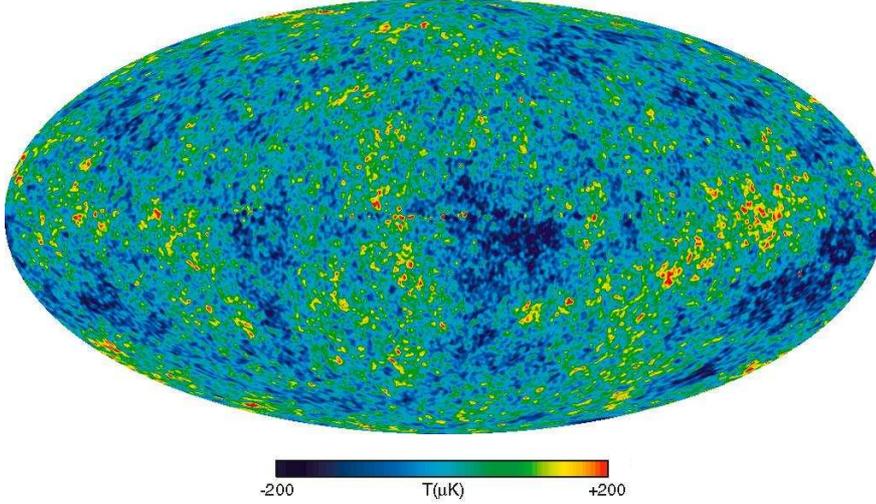


Figura 1.1: Mapa del fondo cósmico de microondas (CMB) obtenido por el satélite WMAP. En la barra inferior se puede ver el código de colores para las fluctuaciones en temperatura en micro-Kelvin ($1\mu K = 10^{-6} K$). Esas pequeñas desviaciones de la homogeneidad fueron las semillas de los actuales cúmulos y grupos de galaxias.

evolución no-lineal ha sido abordado mediante simulaciones numéricas de N -cuerpos, técnica que se tratará en el capítulo 2.

Para derivar expresiones para la evolución lineal de perturbaciones en un Universo en expansión es conveniente utilizar coordenadas desafectadas de la expansión de Hubble. Estas coordenadas reciben el nombre de *coordenadas comóviles* y se definen como

$$\vec{x} = \frac{\vec{r}}{a}, \quad (1.28)$$

donde \vec{r} es la coordenada física. En coordenadas comóviles, la velocidad física \vec{v} puede ser descompuesta en una velocidad de Hubble más una velocidad peculiar \vec{u} ,

$$\vec{v} = H\vec{r} + a\vec{u}. \quad (1.29)$$

Además, para describir las fluctuaciones, es de utilidad introducir el contraste en densidad respecto a la densidad media $\bar{\rho} \equiv \rho_c \Omega_m$,

$$\delta(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x})}{\bar{\rho}} - 1. \quad (1.30)$$

Las ecuaciones de continuidad y Euler en coordenadas comóviles pueden escribirse como (Peebles 1980)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot [(1 + \delta)\vec{u}] = 0, \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{u} + \frac{1}{a} (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \frac{1}{a} \nabla \phi = 0, \quad (1.32)$$

donde las derivadas espaciales son respecto a la coordenada comóvil \vec{x} y el potencial gravitatorio ϕ obedece la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 \delta. \quad (1.33)$$

Si se consideran pequeñas perturbaciones, el sistema de ecuaciones (1.31)-(1.33) puede linealizarse tomando δ y \vec{u} a primer orden para obtener (Peebles 1980)

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta. \quad (1.34)$$

La ecuación (1.34) es lineal en δ , por lo tanto es separable y la solución general puede ser escrita como

$$\delta(\vec{x}) = \delta_1(\vec{x}) D_1(t) + \delta_2(\vec{x}) D_2(t) \quad (1.35)$$

donde $D_1(t)$ responde al modo creciente y $D_2(t)$ al modo decreciente. Ya que nos interesa la evolución creciente de las perturbaciones, solo consideraremos la solución $D_1(t)$, la cual se denominará simplemente $D(t)$ en lo que sigue. De esta manera, en el régimen lineal la evolución temporal de las perturbaciones queda completamente determinada por $D(t)$, mientras que la distribución espacial está regida por las condiciones iniciales, i.e.

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x}, t=0) \frac{D(t)}{D(t=0)}, \quad (1.36)$$

donde la solución general para $D(t)$ está dada por (Heath 1977; Peebles 1980)

$$D(a) = \frac{5}{2} a \Omega_m \int_0^a \frac{da'}{(a' H(a'))^3}. \quad (1.37)$$

Un compendio de soluciones y aproximaciones analíticas para $D(t)$ en diferentes modelos cosmológicos puede encontrarse en Hamilton (2001).

1.3.2. Estadística del campo de densidad cosmológico

La distribución espacial del campo de densidad puede pensarse de manera general como la superposición estocástica de ondas de diferente amplitud. Si representamos a las perturbaciones en el espacio de Fourier se tiene

$$\hat{\delta}(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3x e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \delta(\vec{x}), \quad (1.38)$$

y se puede definir el espectro de potencias como

$$P(k) \equiv \langle |\hat{\delta}(\vec{k})|^2 \rangle. \quad (1.39)$$

El espectro de potencias o función de auto-covarianza de un campo de densidad es una estadística muy importante de un tipo particular de campos estocásticos: los campos aleatorios Gaussianos. Este tipo de campos son los predichos para las condiciones iniciales por los modelos inflacionarios, donde las fluctuaciones en densidad son generadas por fluctuaciones cuánticas de un campo escalar durante el proceso inflacionario (Dodelson 2003). Bajo estas condiciones, determinando $P(k)$ quedan determinadas todas las propiedades estadísticas del campo de densidad.

Una propiedad de gran interés que se relaciona con el espectro de potencias es la varianza de la masa o fluctuación cuadrática media del campo de densidad para una dada escala R (Peebles 1980)

$$\sigma^2(R) \equiv \left\langle \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{(4\pi)^2} \int_0^\infty dk W^2(kR) P(k) k^2, \quad (1.40)$$

donde se utiliza la convolución del $P(k)$ con una función ventana que es la transformada de Fourier de una función escalón, $W(x) = 3x^{-3}(\text{sen}(x) - x\text{cos}(x))$. En el régimen lineal ($|\hat{\delta}(\vec{k})|^2 \ll 1$), de acuerdo a la ecuación (1.36), se tiene que el espectro de potencias evoluciona temporalmente como

$$P(k, t) = P(k, t=0) \frac{D^2(t)}{D^2(t=0)}, \quad (1.41)$$

lo que implica inmediatamente que, para fluctuaciones chicas,

$$\sigma(R, t) = \sigma(R, t=0) \frac{D(t)}{D(t=0)}. \quad (1.42)$$

Para completar la descripción de esta sección es necesario especificar la forma del espectro de potencias de las fluctuaciones en densidad iniciales. Los escenarios inflacionarios producen espectros que son leyes de potencias

$$P(k) \propto k^n, \quad (1.43)$$

donde n regula la potencia en el crecimiento de los diferentes modos. El más notable de todos es el llamado *espectro de escala invariante*, que corresponde a $n = 1$. Si consideramos una perturbación $\delta\phi$ del potencial gravitatorio vemos que, de acuerdo a

la ecuación de Poisson en el espacio de Fourier,

$$\delta\phi(\vec{k}) = -4\pi G\bar{\rho}\frac{\hat{\delta}(\vec{k})}{k^2}, \quad (1.44)$$

lo que significa que, si $P(k) \propto k$, el espectro de potencias para el potencial gravitatorio es $P_\phi = \text{constante}$. Como el potencial gobierna la curvatura del espacio-tiempo, un espectro invariante de escala nos dice que las fluctuaciones de la geometría resultan fractales, es decir, que el espacio-tiempo presenta el mismo grado de “rugosidad” independientemente de la escala que se observa. Además, si se considera la dependencia del crecimiento de las fluctuaciones con el tamaño del horizonte de Hubble r_H se tiene (Peacock 1999),

$$\delta(r_H) \propto r_H^{-(n-1)/2}, \quad (1.45)$$

por lo tanto, si $n = 1$, el crecimiento de δ y r_H con el tiempo se compensan, de manera que el Universo siempre luce igual cuando se lo observa en escalas menores al horizonte. Este espectro de escala invariante recibe el nombre de espectro de Harrison-Zel’dovich-Peebles. Las mediciones más recientes dan un valor para índice espectral primordial de $n = 0,9623 \pm 0,0097$ (Story et al. 2012), ubicándolo a $3,9\sigma$ del valor para un espectro de escala invariante.

1.3.3. Aproximación del Zel’dovich

Un formalismo alternativo para tratar la evolución de las perturbaciones en densidad fue presentado por Zel’dovich (1970), donde propone una ingeniosa extrapolación de la inestabilidad gravitacional lineal hacia el régimen no-lineal siguiendo la trayectoria de “partículas” que representan elementos de fluido del campo de densidad continuo.

Si denotamos con \vec{q} a las coordenadas comóviles iniciales a tiempo $t = 0$, esta aproximación nos dice que la posición física final \vec{r} de la partícula estará dada por

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{x}(t) = a(t)[\vec{q} - D(t)\nabla\Phi(\vec{q})], \quad (1.46)$$

donde $-\nabla\Phi(\vec{q})$ es el campo de velocidades irrotacional inicial (ver Sahni & Coles (1995) para más detalles).

La relación $\vec{r} = f(\vec{q})$ de la ecuación (1.46) define un mapeo único entre las coordenadas \vec{r} y \vec{q} , a menos que las trayectorias de las partículas se crucen, produciendo campos multivariados y singularidades en el campo de densidad. Esto es predicho

por la aproximación de Zel'dovich y puede ser estimado aplicando la condición de conservación de la masa,

$$dM = \bar{\rho}(t)d^3q = \rho(\vec{x}, t)d^3x, \quad (1.47)$$

de donde se puede obtener una expresión para la densidad en términos del Jacobiano de la transformación entre \vec{x} y \vec{q} ,

$$\frac{\bar{\rho}(t)}{\rho(\vec{x}, t)} = J \left[\frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{q}} \right] = \left| \delta_{ij} - D(t) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial q_i \partial q_j} \right| \quad (1.48)$$

siendo δ_{ij} la función Delta de Kronecker. De esta manera, la expresión para la densidad está dada por

$$\rho(\vec{x}, t) = \bar{\rho}(t) \prod_{i=1}^3 [1 - D(t)\lambda_i(\vec{q})]^{-1} \quad (1.49)$$

donde $\{\lambda_i\}_{i=1,2,3}$ son los autovalores del tensor deformación $d_{ij} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial q_i \partial q_j}$.

En general, los autovalores pueden ser positivos o negativos, lo que significa que existe un tiempo t^* en el cual puede ocurrir que $D(t^*) = 1/\lambda_i$, generando una singularidad en el campo de densidad. Si ocurre que solo uno de ellos es positivo, el colapso se da a lo largo de una dirección (dada por λ_i) resultando en la formación de una singularidad bidimensional tipo panqueque. Si dos de ellos son positivos ocurre la formación de filamentos unidimensionales, típicamente ubicados en la intersección de dos panqueques. El caso en que el colapso sea a lo largo de los tres ejes (i.e., $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$) da lugar a la formación de singularidades de dimensión cero, formadas en la intersección de dos filamentos. Estas singularidades ocurren cuando dos partículas con diferentes condiciones iniciales acaban en la misma posición final, es decir, las trayectorias se cruzan y el mapeo dado por (1.46) deja de ser único. La región donde ocurre la intersección de las trayectorias (llamado *shell-crossing*) recibe el nombre de cáusticas.

La aproximación de Zel'dovich describe muy bien la evolución de las perturbaciones hasta el momento del *shell-crossing*, luego de esto el método colapsa (Coles et al. 1993). Al ser un método puramente cinemático, las partículas continúan moviéndose a través de las cáusticas en la misma dirección que vienen, haciendo que las estructuras existan de manera instantánea para luego desarmarse. Sin embargo, dado su buen comportamiento en el régimen lineal, este método ha sido ampliamente utilizado para generar condiciones iniciales de simulaciones numéricas de N -cuerpos.

1.4. Halos de materia oscura

Se define como halo de materia oscura a las regiones donde se ha concentrado una gran cantidad de materia, sirviendo como trazadores del campo de densidad y formando las unidades no-lineales fundamentales que sirven de sustento al escenario actual de formación de galaxias (White & Rees 1978). Entender sus propiedades básicas como historias de formación, estructura y abundancias constituye un importante paso para explorar la formación de galaxias en el modelo Λ CDM. Muchos de los aspectos presentados en esta sección fueron estudiados en profundidad gracias a las simulaciones numéricas de N -cuerpos, tema que se desarrolla con más detalle en el capítulo 2.

1.4.1. Formación

El modelo Λ CDM predice un esquema de formación jerárquica, en donde las estructuras pequeñas son las primeras en llegar a un estadio evolutivo no-lineal, lo que significa desacoplarse de la expansión de Hubble, colapsar y alcanzar un estado de equilibrio dinámico cercano al equilibrio virial. Las estructuras mayores se forman a partir de fusiones de halos pre-existentes y por acreción de materia difusa que nunca perteneció a ningún objeto colapsado. Los halos típicamente se forman de adentro hacia afuera, con un núcleo fuertemente ligado que colapsa inicialmente y material agregado en capas menos ligadas; solo en el caso de fusiones mayores⁵ se produce una mezcla completa de material nuevo y viejo.

Dentro de los modelos analíticos de formación cabe destacar al modelo de colapso esférico (Peebles 1980; Bertschinger 1985; Lahav et al. 1991), que permite definir un contraste en densidad crítico δ_{vir} a partir del cual se considera que un objeto ha colapsado y se encuentra en equilibrio virial. Para modelos con $\Lambda = 0$ se predice

$$\delta_{\text{vir}}(z) = 18\pi^2(1+z)^3, \quad (1.50)$$

mientras que para modelos más generales se tiene (Nakamura & Suto 1997)

$$\delta_{\text{vir}}(z, \Omega_m) \approx 18\pi^2 \left(\frac{1 + 0,4093x^{2,7152}}{1 + x^3} \right) \quad \text{donde} \quad x = \left(\frac{1}{\Omega_m^0} - 1 \right)^{1/3} (1+z)^{-1} \quad (1.51)$$

En el límite lineal, el colapso esférico predice un contraste en densidad crítico dado

⁵Usualmente se define como fusión mayor a una fusión donde la relación de masas entre el halo mayor y el menor satisface $M_{\text{menor}}/M_{\text{mayor}} > 0,3$

por

$$\delta_{\text{vir,lin}} = \frac{1,69}{D(z)}. \quad (1.52)$$

que resulta prácticamente insensible a diferentes modelos cosmológicos (Lacey & Cole 1993).

1.4.2. La función de masas

Press & Schechter (1974) desarrollaron un esquema muy simple pero sorprendentemente efectivo para estimar la densidad numérica de halos de materia oscura como función de sus masas y del *redshift*. El modelo resulta de una combinación de la teoría de crecimiento lineal, colapso esférico y propiedades de campos aleatorios gaussianos.

La fracción de masa en el Universo que está contenida en esferas de radio R con una densidad media que excede el valor crítico $\delta_{\text{vir,lin}}$ está dada por

$$F(R, z) = \int_{\delta_{\text{vir,lin}}}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi}D(z)\sigma(R)} \exp\left[-\frac{\delta^2}{2D^2(z)\sigma^2(R)}\right], \quad (1.53)$$

donde $D(z)$ es el factor de crecimiento lineal definido por (1.37) y $\sigma(R)$ la varianza de la masa en una escala R dada por (1.40). La estima de Press-Schechter es que esta fracción es la misma que la fracción de masa contenida en halos colapsados con una masa que excede el valor medio $M = 4\pi\bar{\rho}R^3/3$. Sin embargo, existe un problema con esta expresión, ya que cuando se toma el límite $M \rightarrow 0$, se tiene que $\sigma \rightarrow \infty$ y $F \rightarrow \frac{1}{2}$, es decir: solo la mitad de la masa del Universo está contenida en halos de cualquier masa. Para solucionar esto los autores adoptaron la alternativa de agregar un factor 2 *ad-hoc*. Posteriormente Bond et al. (1991) dieron un desarrollo teórico que justificaba la inclusión de dicho factor.

La función de masas se obtiene entonces derivando la distribución cumulativa (1.53) y dividiendo por la masa M ,

$$\frac{dn}{dM}(M, z)dM = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M} \frac{\delta_{\text{vir,lin}}}{D(z)\sigma^2(M)} \frac{d\sigma}{dM} \exp\left[-\frac{\delta_{\text{vir,lin}}^2}{2D^2(z)\sigma^2(M)}\right]dM. \quad (1.54)$$

Esta expresión nos da la cantidad de halos con masa entre M y $M + dM$ que existen a un dado *redshift*.

Si bien este fue el primer modelo para estimar la densidad numérica de halos, posteriormente se desarrollaron numerosas alternativas como la de Sheth et al.

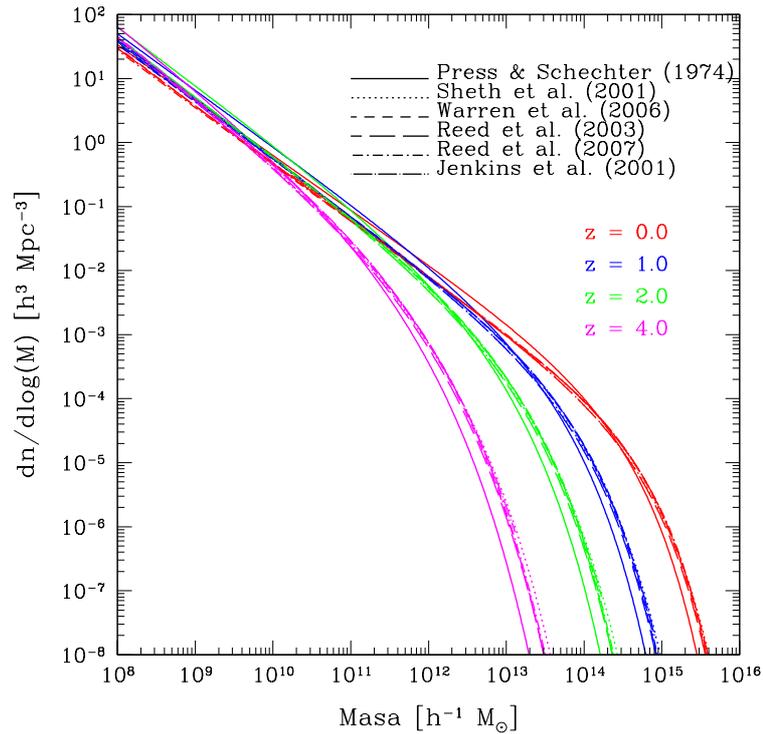


Figura 1.2: Funciones de masa para los modelos de Press & Schechter (1974), Sheth et al. (2001), Jenkins et al. (2001), Reed et al. (2003, 2007) y Warren et al. (2006) para diferentes valores de *redshift*.

(2001), donde utilizan el modelo de colapso elipsoidal, o ajustes a funciones de masas obtenidas mediante simulaciones numéricas como los de Jenkins et al. (2001), Reed et al. (2003, 2007), Warren et al. (2006) y Tinker et al. (2008). En la figura 5.4 se muestran diferentes funciones de masa para $z = 0, 1, 2$ y 4 computadas con el código público `genmf`⁶ utilizando un modelo Λ CDM plano con $\Omega_m = 0,28$.

1.4.3. Perfiles de densidad

Desde mediados de la década de 1980, las simulaciones numéricas de materia oscura permitieron conocer en detalle la estructura interna de los halos (Quinn et al. 1986; White et al. 1987; Frenk et al. 1988; Efstathiou et al. 1988; Dubinski & Carlberg 1991), pero el gran salto ocurrió a mediados de 1990, cuando se dio a conocer que los perfiles de densidad esféricamente promediados de los halos de materia oscura pueden ser ajustados (con razonable precisión) por un perfil “universal” independiente de los parámetros cosmológicos y época de formación (Navarro et al. 1996, 1997). Este

⁶<http://icc.dur.ac.uk/~reed/genmf.html>

1.5. Materia bariónica y la formación de galaxias

perfil, conocido como NFW, tiene la forma

$$\rho(r) = \frac{\rho_c \delta_0}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (1.55)$$

donde r_s es un radio de escala y δ_0 una densidad característica dada por

$$\delta_0 = \frac{\delta_{\text{vir}}}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)} \quad (1.56)$$

siendo $c = r_{\text{vir}}/r_s$ el parámetro de concentración del halo y r_{vir} el radio de una esfera que encierra una sobredensidad δ_{vir} .

Simulaciones con mayor resolución mostraron la existencia de desviaciones sistemáticas en los perfiles de los halos respecto al ajuste NFW (Moore et al. 1999; Fukushige & Makino 2003). Como alternativa, Navarro et al. (2004) propusieron utilizar perfiles de Einasto (Einasto 1965), un ajuste de 3 parámetros dado por

$$\rho(r) = \rho_{-2} \exp \left[-\frac{2}{\alpha} \left(\frac{r}{r_{-2}} \right)^\alpha \right], \quad (1.57)$$

donde α es la pendiente, r_{-2} es el radio para el cual $\alpha = -2$ y ρ_{-2} la densidad en ese radio. Gao et al. (2008) muestran que existe una dependencia temporal de α en un modelo Λ CDM, evidenciando desviaciones de un perfil universal; sin embargo, aun no se han estudiado sistemáticamente las posibles dependencias con los parámetros cosmológicos.

1.4.4. Subestructura o subhalos

Los halos de materia oscura no son objetos suaves, sino que poseen una gran cantidad de subestructuras ligadas gravitacionalmente que reciben el nombre de subhalos. Aproximadamente un $\sim 10\%$ de la masa del halo dentro del radio virial está contenida en subhalos, sin embargo esta cantidad puede variar de halo a halo (Gao et al. 2012). Esta población de subhalos tiende a habitar las zonas más externas del halo, evitando las concentraciones en el centro del mismo y adoptando una distribución radial aparentemente independiente de la masa de los subhalos.

1.5. Materia bariónica y la formación de galaxias

Los estudios sistemáticos de galaxias realizados por Hubble a principios del siglo XX le permitieron crear una clasificación morfológica de las mismas (Hubble 1926),

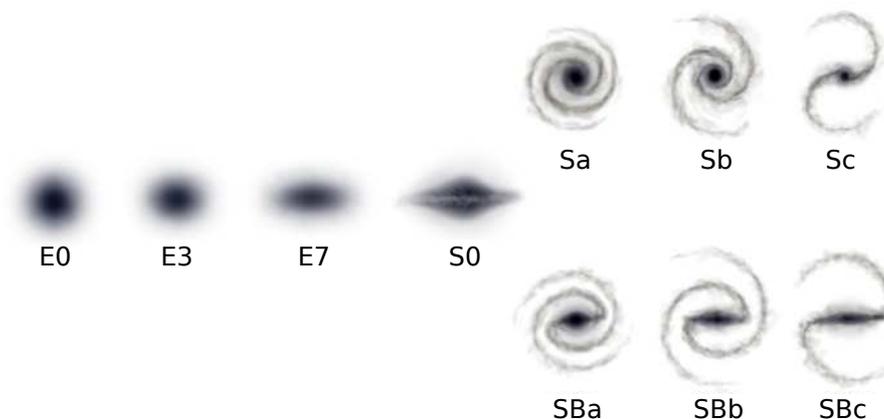


Figura 1.3: Clasificación morfológica de Hubble. Las galaxias se dividen principalmente en elípticas (E), espirales (S) y espirales con barra (SB). Las elípticas se clasifican de 0 a 7 dependiendo del grado de elipticidad de las mismas, siendo E0 las que presentan mayor esfericidad. Las espirales y espirales con barra se subdividen en tres categorías, donde las Sa/SBa presentan una predominancia de bulbo respecto a los brazos, relación que se invierte para las Sc/SBc. Las galaxias S0 son aquellas que poseen disco pero no presentan brazos espirales. Existe una última categoría que no está presente en la figura: las galaxias irregulares; galaxias que no presentan ninguna característica morfológica particular.

la cual se muestra en la figura 1.3. Si bien durante muchos años se pensó que esta clasificación era estática, hoy se sabe que las galaxias pueden cambiar sus características morfológicas a lo largo de su vida dependiendo del entorno donde se forman y evolucionan.

Los bariones reaccionan gravitatoriamente de la misma manera que la materia oscura, por lo tanto es de esperar que sigan su distribución en gran escala y que las galaxias se formen en los centros de los halos de materia oscura. En este contexto es posible encontrar fundamentos a la clasificación de Hubble siguiendo los lineamientos propuestos por Fall (1979): las galaxias espirales se forman en halos relativamente aislados con historias de formación con poca actividad, de manera que el gas puede condensarse de manera suave y formar discos, mientras que las galaxias elípticas se formarían en regiones más pobladas donde las fusiones con otros halos son más frecuentes, transfiriendo energía y momento angular a las estrellas y la materia oscura y permitiendo que los remanentes de estrellas y gas formen objetos compactos y de baja rotación.

Los bariones constituyen solo el $\sim 16\%$ del contenido total de materia, por consiguiente, se encuentran en desventaja cuando se analiza la distribución media de materia en halos. Sin embargo, cerca de los centros de los halos la tendencia es la opuesta: la

región visible de las galaxias brillantes parece estar dominada por bariones. Cuando el halo colapsa, los bariones asociados a él se compactan, enfrían y condensan en el centro para formar las galaxias, en un mecanismo que involucra una gran cantidad de procesos físicos que se describirán más detalladamente en los capítulos 2 y 3. Esta condensación central del gas para formar las galaxias sería capaz de ocasionar una compresión adiabática en las partes internas del halo de materia oscura, de manera que la densidad media dentro de la galaxia sería substancialmente mayor que en ausencia de bariones (Blumenthal et al. 1986; Mo et al. 1998). Sin embargo, estudios recientes con simulaciones numéricas muestran que los efectos de compresión de la materia oscura son significativamente débiles, incluso casi ausentes (Gnedin et al. 2004; Tissera et al. 2010).

BIBLIOGRAFÍA

- Babcock, H. W. 1939, Lick Observatory Bulletin, 19, 41
- Bertschinger, E. 1985, ApJS, 58, 39
- Blumenthal, G. R., Faber, S. M., Flores, R., & Primack, J. R. 1986, ApJ, 301, 27
- Bond, J. R., Cole, S., Efstathiou, G., & Kaiser, N. 1991, ApJ, 379, 440
- Coles, P., Melott, A. L., & Shandarin, S. F. 1993, MNRAS, 260, 765
- Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G., & Wilkinson, D. T. 1965, ApJ, 142, 414
- Dodelson, S. 2003, Modern cosmology
- Dubinski, J. & Carlberg, R. G. 1991, ApJ, 378, 496
- Efstathiou, G., Frenk, C. S., White, S. D. M., & Davis, M. 1988, MNRAS, 235, 715
- Einasto, J. 1965, Trudy Astrofizicheskogo Instituta Alma-Ata, 5, 87
- Fall, S. M. 1979, Nature, 281, 200
- Frenk, C. S., White, S. D. M., Davis, M., & Efstathiou, G. 1988, ApJ, 327, 507
- Fukushige, T. & Makino, J. 2003, ApJ, 588, 674
- Gao, L., Navarro, J. F., Cole, S., et al. 2008, MNRAS, 387, 536
- Gao, L., Navarro, J. F., Frenk, C. S., et al. 2012, MNRAS, 425, 2169
- Gnedin, O. Y., Kravtsov, A. V., Klypin, A. A., & Nagai, D. 2004, ApJ, 616, 16
- Hamilton, A. J. S. 2001, MNRAS, 322, 419
- Heath, D. J. 1977, MNRAS, 179, 351
- Hogg, D. W. 1999, arXiv:astro-ph/9905116
- Hubble, E. 1929, Proceedings of the National Academy of Science, 15, 168
- Hubble, E. P. 1926, ApJ, 64, 321
- Jenkins, A., Frenk, C. S., White, S. D. M., et al. 2001, MNRAS, 321, 372
- Kahn, F. D. & Woltjer, L. 1959, ApJ, 130, 705
- Lacey, C. & Cole, S. 1993, MNRAS, 262, 627
- Lahav, O., Lilje, P. B., Primack, J. R., & Rees, M. J. 1991, MNRAS, 251, 128
- Mo, H. J., Mao, S., & White, S. D. M. 1998, MNRAS, 295, 319
- Moore, B., Ghigna, S., Governato, F., et al. 1999, ApJL, 524, L19
- Nakamura, T. T. & Suto, Y. 1997, Progress of Theor. Phys., 97, 49

Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1996, *ApJ*, 462, 563

Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493

Navarro, J. F., Hayashi, E., Power, C., et al. 2004, *MNRAS*, 349, 1039

Peacock, J. A. 1999, *Cosmological Physics*

Peebles, P. J. E. 1980, *The large-scale structure of the universe*

Penzias, A. A. & Wilson, R. W. 1965, *ApJ*, 142, 419

Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999, *ApJ*, 517, 565

Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425

Quinn, P. J., Salmon, J. K., & Zurek, W. H. 1986, *Nature*, 322, 329

Reed, D., Gardner, J., Quinn, T., et al. 2003, *MNRAS*, 346, 565

Reed, D. S., Bower, R., Frenk, C. S., Jenkins, A., & Theuns, T. 2007, *MNRAS*, 374, 2

Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, *AJ*, 116, 1009

Sahni, V. & Coles, P. 1995, *Physics Reports*, 262, 1

Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, *MNRAS*, 323, 1

Story, K. T., Reichardt, C. L., Hou, Z., et al. 2012, *arXiv:astro-ph/1210.7231*

Tinker, J., Kravtsov, A. V., Klypin, A., et al. 2008, *ApJ*, 688, 709

Tissera, P. B., White, S. D. M., Pedrosa, S., & Scannapieco, C. 2010, *MNRAS*, 406, 922

Warren, M. S., Abazajian, K., Holz, D. E., & Teodoro, L. 2006, *ApJ*, 646, 881

White, S. D. M., Davis, M., Efstathiou, G., & Frenk, C. S. 1987, *Nature*, 330, 451

White, S. D. M. & Rees, M. J. 1978, *MNRAS*, 183, 341

Zel'dovich, Y. B. 1970, *A&A*, 5, 84

Zwicky, F. 1933, *Helvetica Physica Acta*, 6, 110

Capítulo 2

Construyendo Universos: simulaciones numéricas de N -cuerpos y modelos semi-analíticos de formación de galaxias

En este capítulo se describen las principales técnicas y herramientas numéricas que se utilizan para simular la estructura en gran escala del Universo y la formación y evolución de las galaxias.

2.1. Introducción

Los métodos analíticos para estudiar la formación y evolución de estructuras poseen validez solo en el régimen lineal ($\delta \ll 1$), y solo brindan soluciones no-lineales para casos donde se asume un alto grado de simetría (e.g. colapso esférico y colapso elipsoidal). Los métodos y simulaciones numéricas desarrolladas sostenidamente desde mediados de 1970 han permitido un estudio detallado de las estructuras no-lineales en el Universo.

El caso de la materia oscura es el más “sencillo” de tratar, ya que su dinámica está determinada puramente por interacciones gravitatorias en el régimen Newtoniano, mientras que la materia bariónica involucra una gran cantidad de procesos físicos que la convierte en un problema de mayor complejidad. En este capítulo se presentan los métodos utilizados para realizar y procesar simulaciones de materia oscura, que luego servirán de base a una alternativa simplificada para simular la formación y evolución de las galaxias: los modelos semi-analíticos (*Semi-Analytical Models* o SAMs).

A modo de resumen de lo que se describe a continuación, la figura 2.1 compara diferentes regiones de los grandes catálogos de galaxias SDSS y 2dFGRS y del catálogo del *Center for Astrophysics* (CfA) (Geller & Huchra 1989) con catálogos sintéticos contruidos combinando simulaciones numéricas de materia oscura con modelos semi-analíticos de formación de galaxias. Se puede observar la alta similitud en la distribución de las galaxias, grupos y cúmulos, similitud que no es solo cualitativa sino también cuantitativa (Springel et al. 2005, 2006).

2.2. Simulaciones de materia oscura

Ya que la materia oscura es la componente dominante de la materia en el Universo, las simulaciones de materia oscura pura nos brindan una aproximación muy buena de la distribución de materia en gran escala. En una simulación de N -cuerpos, los campos de densidad y velocidad se representan por un conjunto de partículas discretas y, como ya se mencionó, las ecuaciones que gobiernan la evolución temporal de esas partículas son las ecuaciones de movimiento de Newton para partículas en interacción gravitatoria en un Universo en expansión:

$$\ddot{\vec{x}} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\vec{x}} = -\frac{1}{a^2}\nabla\phi, \quad (2.1)$$

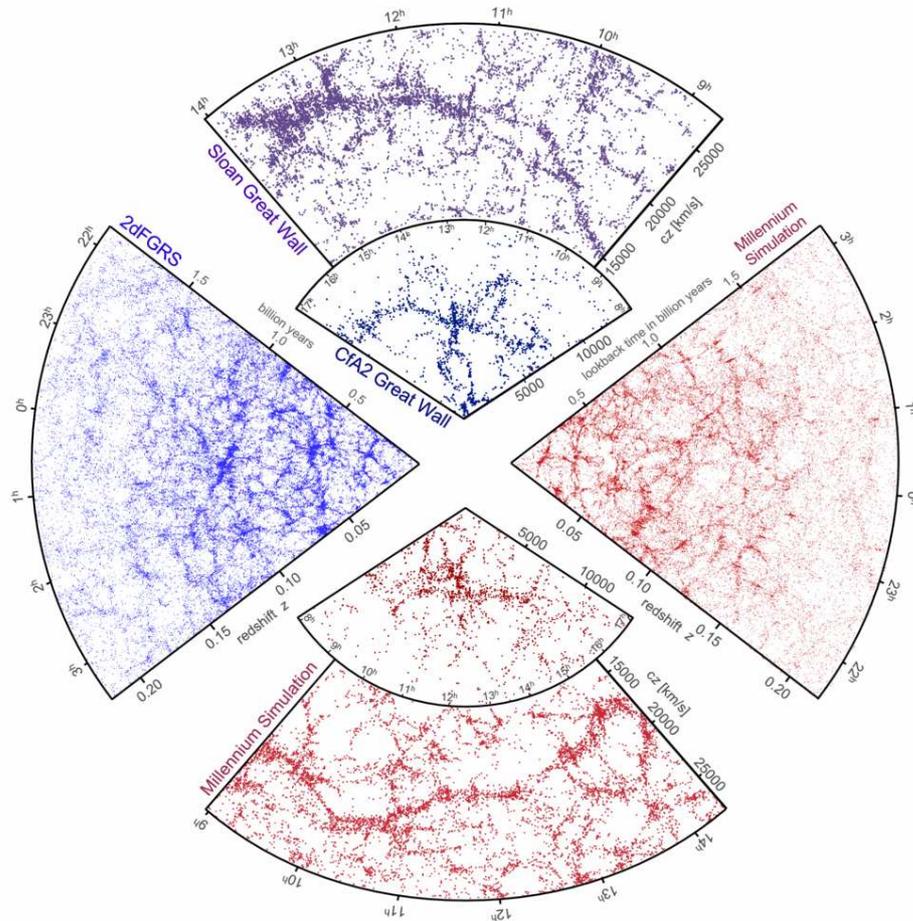


Figura 2.1: Distribución de galaxias de diferentes catálogos observacionales y de catálogos sintéticos contruidos con la simulación Millennium (Springel et al. 2005). Arriba, en el recuadro más chico se muestra la “Gran Barrera” del catálogo CfA (Geller & Huchra 1989), con el cúmulo Coma en el centro, mientras que el recuadro más grande se muestra la “Gran Barrera” del catálogo SDSS (Gott et al. 2005). El recuadro de la izquierda muestra la mitad del catálogo 2dFGRS (Colless et al. 2001). Los recuadros de abajo y de la derecha corresponden a catálogos sintéticos contruidos aplicando un modelos semi-analítico de formación de galaxias a las historias de fusiones de los halos y subhalos identificados en la simulación Millennium. Figura extraída de Springel et al. (2006).

2.2. Simulaciones de materia oscura

donde el potencial ϕ está determinado por la ecuación de Poisson (1.33).

Basicamente, una simulación de materia oscura consiste en calcular la fuerza gravitatoria entre las partículas resolviendo (1.33), actualizar las posiciones y velocidades mediante (2.1) y repetir el proceso un determinado número de pasos temporales, siendo el cálculo de la fuerza lo que mayor costo computacional demanda. La manera más sencilla y rápida de resolver la ecuación (1.33) es hacerlo en el espacio de Fourier, utilizando el algoritmo de la transformada rápida (*Fast Fourier Transform* o FFT, ver Press et al. (1992)). Si el campo de fluctuaciones es expresado como la suma discreta de los diferentes modos de Fourier

$$\delta = \sum_k \delta_k e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}, \quad (2.2)$$

la ecuación de Poisson queda expresada como

$$-k^2 \phi_k = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta_k, \quad (2.3)$$

y el gradiente del potencial ϕ (i.e. la fuerza) como

$$(\nabla\phi)_k = -i\phi_k \vec{k} = -i \frac{4\pi G a^2 \bar{\rho}}{k^2} \delta_k \vec{k} \quad (2.4)$$

Este esquema para el cálculo de la fuerza es utilizado por el algoritmo más simple para resolver el sistema de ecuaciones de movimiento, el método partícula-grilla (*particle-mesh* o PM). En este método se promedia la densidad en una grilla sobre la cual se calcula el potencial en el espacio de Fourier y luego se interpola la fuerza para actualizar las posiciones y velocidades de las partículas (Efstathiou et al. 1985). Si bien este método tiene el problema de la limitación en resolución dada por la grilla, existen métodos más desarrollados donde la grilla es adaptable, permitiendo un refinamiento en las zonas de mayor densidad (Kravtsov et al. 1997). Otros métodos como los códigos árbol (*tree codes*), donde la fuerza se calcula a través de desarrollos multipolares del campo gravitatorio han demostrado ser igualmente efectivos y de menor costo computacional (Springel et al. 2001b).

Como ya se mencionó en la sección 1.3.3, las condiciones iniciales se generan utilizando la aproximación de Zel'dovich. De esta manera, las posiciones y velocidades de las partículas al *redshift* inicial z_i son generadas mediante

$$\vec{x}(\vec{q}, z_i) = \vec{q} - D(z_i) \nabla \Phi(\vec{q}), \quad (2.5)$$

$$\vec{v}(\vec{q}, z_i) = -\frac{\dot{D}(z)|_{z=z_i}}{1+z_i} \nabla \Phi(\vec{q}), \quad (2.6)$$

siendo \vec{q} la posición inicial en una grilla regular y donde el potencial Φ se computa de acuerdo a

$$\Phi(\vec{q}) = \sum_k \frac{\delta_k}{k^2} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{q}}, \quad (2.7)$$

$$\delta_k = \sqrt{P(k)} \times \text{Gauss}(0, 1). \quad (2.8)$$

donde $\text{Gauss}(0, 1)$ es un número aleatorio gaussiano, de manera de satisfacer que el campo de densidad sea un campo aleatorio gaussiano con varianza dada por el espectro de potencias $P(k)$.

Todas las simulaciones utilizadas en esta tesis se realizaron con el código *treePM GADGET2*¹ (Springel 2005), que combina los dos métodos mencionados anteriormente, y las condiciones iniciales generadas con el algoritmo *GRAFIC2*² (Bertschinger 2001). Ambos códigos son públicos.

2.2.1. Identificación de halos, subhalos y construcción de árboles de fusiones

La realización de una simulación de N -cuerpos es sólo el primer paso en el proceso de simular la formación y evolución de las galaxias; es necesario contar con algoritmos que nos permitan identificar los objetos gravitacionalmente ligados: halos y subhalos.

La primera generación de identificadores de halos se focalizaron en la localización de objetos aislados mediante la identificación de máximos locales del campo de densidad, como la técnica *Spherical Overdensity* (SO) (Press & Schechter 1974), o algoritmos de percolación como el *Friends-of-Friends* (FOF) (Davis et al. 1985) que agrupa partículas siguiendo un criterio de proximidad espacial. Con el avance del poder de cómputo, las simulaciones fueron ganando resolución y, por consiguiente, empezó a ser posible la identificación de subestructuras embebidas dentro de objetos mayores. En los últimos años se han desarrollado una gran cantidad de códigos capaces de identificar halos y subhalos, siguiendo no solo las técnicas tradicionales (SO y FOF) sino también implementando nuevos algoritmos y procedimientos.

En la tabla 2.1 se resume la lista de identificadores desarrollados desde mediados de 1970 a la actualidad. Si bien, como ya se mencionó, existe una gran variedad de técnicas implementadas en los diferentes algoritmos, usualmente las identificaciones se realizan siguiendo algún criterio de recolección de partículas utilizando la infor-

¹<http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget>

²<http://web.mit.edu/edbert>

2.2. Simulaciones de materia oscura

Año	Nombre	Referencia
1974	SO	Press & Schechter (1974)
1985	FOF	Davis et al. (1985)
1991	DENMAX	Bertschinger & Gelb (1991)
1994	SO	Lacey & Cole (1994)
1995	Adaptive FOF	van Kampen (1995)
1996	IsoDen	Pfizner & Salmon (1996)
1997	BDM	Klypin & Holtzman (1997)
1998	HOP	Eisenstein & Hut (1998)
1999	Hierarchical FOF	Gottlöber et al. (1999)
2001	SKID	Stadel (2001)
2001	Enhanced BDM	Bullock et al. (2001)
2001	SUBFIND	Springel et al. (2001a)
2004	MHF	Gill et al. (2004)
2004	AdaptaHOP	Aubert et al. (2004)
2005	Improved DENMAX	Weller et al. (2005)
2005	VOBOZ	Neyrinck et al. (2005)
2006	PSB	Kim & Park (2006)
2006	6DFOF	Diemand et al. (2006)
2007	Subhalo Finder	Shaw et al. (2007)
2009	HSF	Maciejewski et al. (2009)
2009	LANL	Habib et al. (2009)
2009	AHF	Knollmann & Knebe (2009)
2010	pHOP	Skory et al. (2010)
2010	ASOHF	Planelles & Quilis (2010)
2010	pSO	Sutter & Ricker (2010)
2010	pFOF	Rasera et al. (2010)
2010	ORIGAMI	Falck et al. (2012)
2010	HOT3D y HOT6D	Ascasibar, en preparación
2010	ROCKSTAR	Behroozi et al. (2011)
2010	MENDIETA	Sgró et al. (2010)
2011	HBT	Han et al. (2011)
2011	STF	Elahi et al. (2011)
2012	GRASSHOPPER	Stadel et al., en preparación

Tabla 2.1: Lista cronológica de los diferentes métodos y códigos utilizados para la identificación de halos y subhalos en simulaciones numéricas (Adaptada de Knebe et al. (2013))

§2. Construyendo Universos: simulaciones numéricas de N -cuerpos y modelos semi-analíticos de formación de galaxias

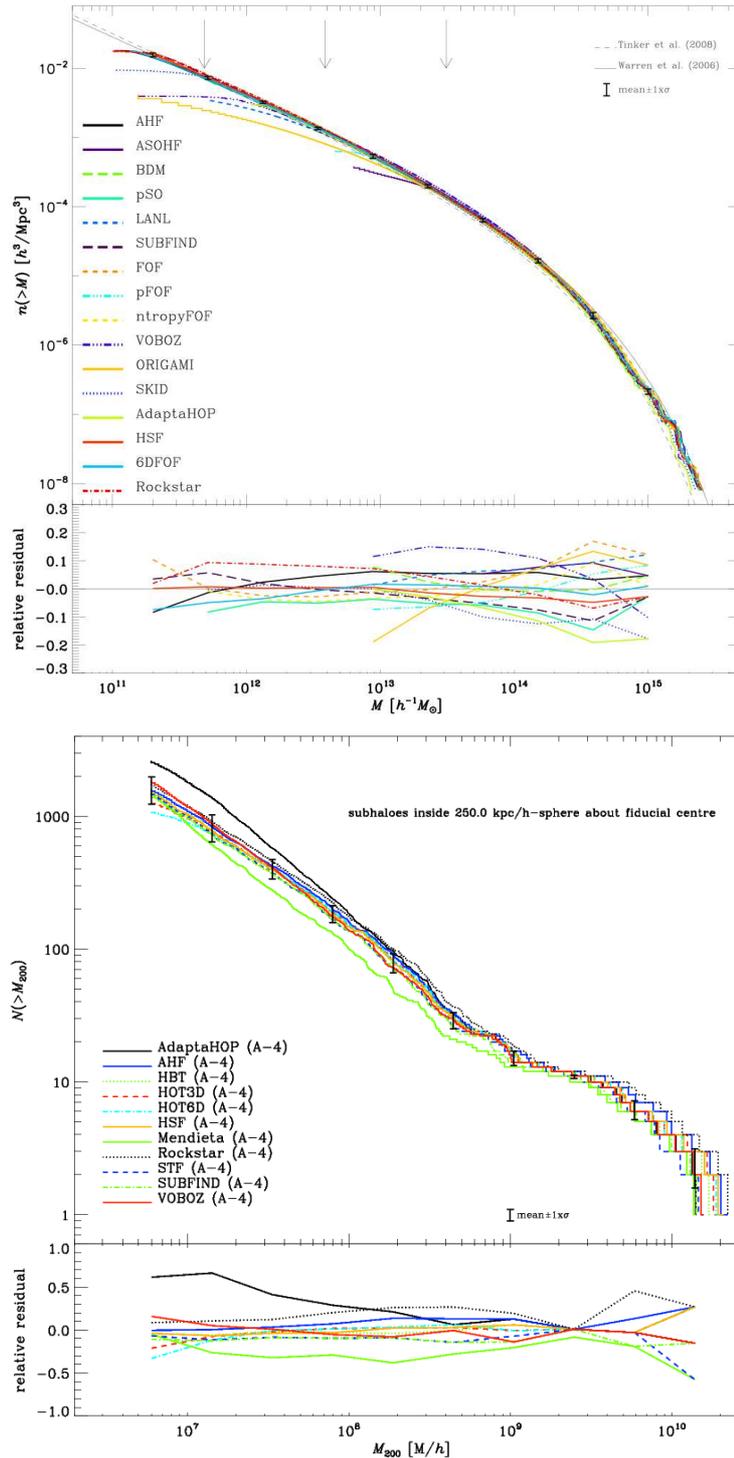


Figura 2.2: Comparación de diferentes algoritmos para la identificación de halos y subhalos en simulaciones numéricas. *Arriba:* Función de masa acumulativa de halos. Las flechas indican el límite de halos de 50 partículas para simulaciones de 1024^3 (izquierda), 512^3 (medio) y 256^3 (derecha) partículas. Las líneas negras corresponden a los ajustes determinados por Warren et al. (2006) (sólida) y Tinker et al. (2008) (cortada). *Abajo:* Función de masa acumulativa de los subhalos de la simulación Aquarius-A4 (Springel et al. 2008). En ambas figuras las barras de erros simbolizan la media sobre todos los códigos $\pm 1\sigma$ y los paneles inferiores muestran las diferencias relativas a la media. La figura de arriba fue tomada de Knebe et al. (2011) y la de la abajo de Onions et al. (2012).

mación espacial (3D), combinado con un esquema de “limpieza” donde se eliminan a todas las partículas que no se encuentran ligadas gravitacionalmente al (sub)halo. Más recientemente se han implementado algoritmos que utilizan la información completa del espacio de fases (6D) e incluso algunos que utilizan además la coordenada temporal (7D), de manera de tener (sub)halos consistentes a través de la historia.

El estado actual del desarrollo de códigos para la identificación de halos y subhalos puede resumirse en los resultados de dos colaboraciones: *Haloes going MAD*³ (Knebe et al. 2011) y *Subhaloes going Notts*⁴ (Onions et al. 2012; Knebe et al. 2013), destinadas a la comparación de diferentes algoritmos para el procesado de simulaciones numéricas. En la figura 2.2 se muestra la comparación de la función de masas para halos (arriba) en simulaciones de diferentes resoluciones y la función de masas de subhalos (abajo) para la simulación Aquarius-A4 (Springel et al. 2008), pudiéndose observar que la dispersión entre los resultados obtenidos por los diferentes identificadores es mayor para el caso de los subhalos. La importancia de este tipo de comparaciones radica en la necesidad de estudiar como la falta de homogeneidad en las identificaciones de halos y subhalos mediante diferentes algoritmos y métodos puede afectar los resultados que se obtienen cuando se los utiliza para estudiar las propiedades del Universo observado (para más detalles referimos al lector a la citas de ambas colaboraciones).

De manera independiente al trabajo realizado en esta tesis se participó de la colaboración *Subhaloes going Notts* con el código MENDIETA (Sgró et al. 2010), un identificador de (sub)halos basado en sucesivas identificaciones FOF jerárquicas, donde se va disminuyendo la longitud de percolación de las partículas, y conservando solo las partículas que se encuentran ligadas gravitacionalmente a algún subhalo. En la figura 2.3 se muestra un ejemplo de identificación en un halo FOF de masa $M = 1,6 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ (828406 partículas) (panel superior izquierdo), el cual es descompuesto en un subhalo principal (panel superior derecho), 313 subhalos menores con al menos 10 partículas (panel inferior izquierdo) y un dejo de partículas libres que no pertenecen a ninguna subestructura del halo. Si bien MENDIETA es capaz de identificar satisfactoriamente las subestructuras en simulaciones con resoluciones por partícula del orden de $m_p \sim 10^9 h^{-1} M_{\odot}$, falla en identificar subhalos de baja masa en las regiones de mayor densidad del halo para simulaciones de alta resolución como la Aquarius-A4 ($m_p \sim 4 \times 10^5 h^{-1} M_{\odot}$) utilizada en la comparación. Esto último puede

³<http://popia.ft.uam.es/HaloesGoingMAD>

⁴<http://popia.ft.uam.es/SubhaloesGoingNotts>

observarse en el panel inferior de la figura 2.2, donde se observa la deficiencia en la función de masas para subhalos de masas baja y media. Por este motivo, el código MENDIETA se encuentra aún bajo desarrollo.

Una vez identificados los halos y subhalos en las diferentes salidas de una dada simulación, el siguiente paso es obtener las historias de fusiones de los mismos. Como se describe en la sección 2.3, los árboles de fusiones son de fundamental importancia para los modelos semi-analíticos, ya que, bajo la hipótesis de que las galaxias se forman en los centros de los (sub)halos de materia oscura, sirven como base para poblar de galaxias las simulaciones numéricas, siguiendo sus historias de manera consistente.

Construir un árbol de fusiones consiste en averiguar cuando y como los (sub)halos fueron adquiriendo la masa que tienen al tiempo presente. Nuevamente, existen diferentes estrategias para construir las historias de fusiones, pero esencialmente se realiza monitoreando el intercambio de partículas entre los diferentes (sub)halos (cada partícula posee un número identificador o ID que nos permite encontrarla en las diferentes salidas de la simulación) tomando pares consecutivos de salidas temporales y revisando los siguientes criterios (Tweed et al. 2009):

- cada (sub)halo i a un tiempo t solo puede poseer un descendiente al tiempo $t + 1$;
- asumiendo que m_{ij} es la masa en común (i.e. partículas en común) entre el (sub)halo i de masa m_i al tiempo t y el (sub)halo j de masa m_j al tiempo $t + 1$, como descendiente de i se elige al (sub)halo j para el cual el cociente m_{ij}/m_i es maximal;
- de igual modo, el (sub)halo i de masa m_i al tiempo t es progenitor del (sub)halo j de masa m_j al tiempo $t + 1$ si y solo si j es el descendiente de i . El progenitor principal de j es el (sub)halo i para el cual el cociente m_{ij}/m_j es maximal.

En la figura 2.4 se muestra un ejemplo representativo de un árbol de fusiones para un halo de materia oscura.

En esta tesis, los halos de materia oscura fueron identificados utilizando un algoritmo FOF y luego las subestructuras ligadas (subhalos) extraídas utilizando el código SUBFIND. Se consideraron halos y subhalos con al menos 10 partículas y los árboles de fusiones se construyeron vinculando cada (sub)halo en una determinada salida de la simulación con sólo un descendiente en la salida siguiente.

Los motivos por los cuales se utilizó SUBFIND en lugar de MENDIETA para la identificación de (sub)halos son básicamente dos: (i) el código MENDIETA se encuentra aún

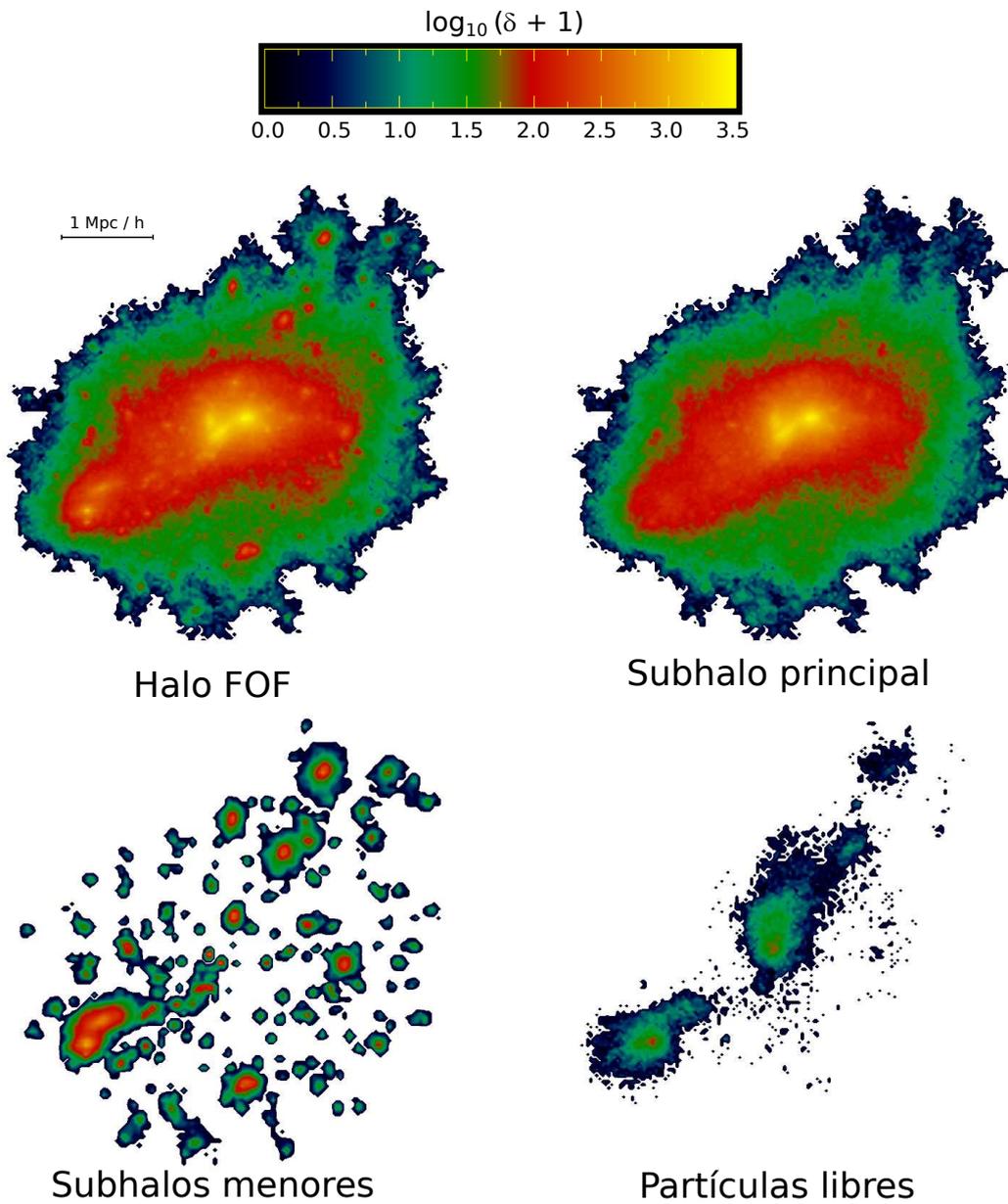


Figura 2.3: Ejemplo de identificación de subhalos con MENDIETA. El halo FOF original (arriba-izquierda) que posee 828406 partículas, con una masa total $M = 1,6 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$, es descompuesto en un subhalo principal que posee el $\sim 91,5\%$ de la masa (arriba-derecha), 313 subhalos menores (abajo-izquierda) que juntan el $\sim 7\%$ de la masa y un $\sim 1,5\%$ de partículas que no están ligadas gravitacionalmente a ninguna subestructura (abajo-derecha). La barra superior indica en código de color para la densidad de partículas en términos del $\log_{10}(\delta + 1)$.

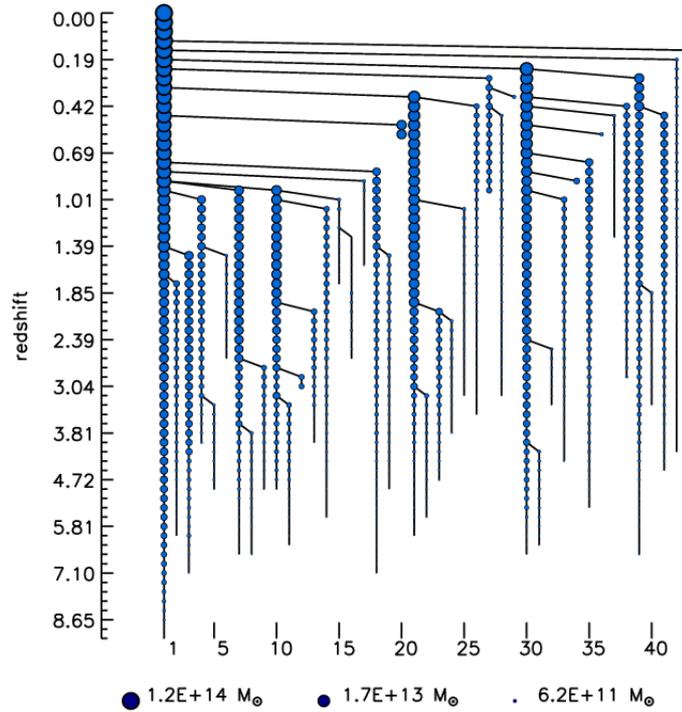


Figura 2.4: Ejemplo de un árbol de fusiones para un halo de materia oscura. La primer rama desde la izquierda es la principal (la rama que sigue al progenitor principal, i.e. el más masivo). Las restantes ramas son de los 42 progenitores secundarios más masivos. La leyenda inferior muestra la relación entre el tamaño del círculo y la masa del halo y el *redshift* de las diferentes salidas de la simulación se muestra a la izquierda. Figura tomada de Tweed et al. (2009).

bajo desarrollo y (ii) el SAM utilizado en esta tesis (descrito en el capítulo 3) está programado para funcionar sobre los árboles de fusiones identificados con SUBFIND.

2.3. Modelos semi-analíticos de formación de galaxias

Dos de las principales ideas que componen el paradigma de formación de galaxias actual fueron desarrolladas por Fred Hoyle hace más de 50 años. La teoría de que la rotación de las galaxias se origina mediante torques tidales durante el proceso de colapso gravitatorio fue presentada originalmente por Hoyle (1949), luego extendida por Peebles (1969) y White (1984) y estudiada en simulaciones numéricas por Efstathiou & Jones (1979). Además, Hoyle (1953) presentó la idea de que el rango de masas de las galaxias que se observa puede ser explicado considerando el tiempo que demora el gas en enfriar y condensarse en las galaxias. Esta misma idea fue luego desarrollada por Rees & Ostriker (1977) y Silk (1977).

Como se mencionó anteriormente en la sección 1.5, White & Rees (1978) presentaron un modelo de formación de galaxias basado en la formación jerárquica de estructuras y en el enfriado de gas como explicación para los diferentes tamaños de

2.3. Modelos semi-analíticos de formación de galaxias

galaxias que se observa, construyendo así los pilares de los modelos de formación de galaxias en la actualidad. Estos autores propusieron un esquema que involucra dos etapas: formación de halos de materia oscura por colapso gravitatorio no disipativo con galaxias formándose en su interior, como consecuencia del enfriado radiativo de los bariones. Además, notaron que el condensado del gas debido al enfriamiento disipativo estabilizaba las galaxias frente a las perturbaciones introducida por las fusiones de los halos de materia oscura y que un proceso adicional, la retroalimentación del gas, era necesario para dificultar la formación estelar en galaxias de baja masa, impidiendo así un exceso de galaxias débiles respecto a las observaciones.

Los primeros SAMs completos, que incluían muchas de las recetas usadas actualmente (halos de materia oscura, enfriado del gas, formación estelar, retroalimentación y poblaciones estelares) fueron desarrollados por White & Frenk (1991), Cole (1991) y Lacey & Silk (1991); sin embargo, los primeros modelos en seguir la formación y evolución de las galaxias utilizando como base las historias de fusiones de los halos de materia oscura fueron desarrollados posteriormente por Kauffmann et al. (1993) y Cole et al. (1994).

Estos primeros modelos simulaban la formación de galaxias en árboles de fusiones de halos solamente, pero a medida que las simulaciones aumentaron su resolución y se comenzaron a identificar las subestructuras en los halos de materia oscura, nació una nueva generación de SAMs que incluían la formación y evolución de galaxias “satélites” (Springel et al. 2001a, 2005; Kang et al. 2005).

En la actualidad los SAMs presentan un alto nivel de complejidad, siendo capaces de seguir la evolución de millones de galaxias en volúmenes comparables al de los grandes catálogos como SDSS. Existen varios catálogos de galaxias simuladas generados utilizando la simulación Millennium que son de dominio público (Bower et al. 2006; Croton et al. 2006; De Lucia & Blaizot 2007; Guo et al. 2011), que han logrado reproducir satisfactoriamente las propiedades de las galaxias observadas. Este éxito refleja el hecho de que es posible construir catálogos sintéticos donde las galaxias reproducen las propiedades y la estructura en gran escala del Universo observado, tal como se muestra en la figura 2.1. Cabe destacar el trabajo de Benson (2012), donde se presenta el primer código semi-analítico de dominio público, GALACTICUS⁵.

Los principales procesos que incluye la mayoría de los SAMs para simular la formación y evolución de las galaxias pueden sintetizarse en las siguientes recetas (Silk & Mamon 2012):

⁵<https://sites.google.com/site/galacticusmodel>

1. El tiempo de enfriado del gas debe ser menor para el gas que se enfría de manera disipativa en un disco. En particular, el gas no puede condensarse en halos de baja masa debido a la barrera de enfriado y condensa menos eficientemente en halos de alta masa debido al *shock* virial, mientras que puede acretarse gas frío a través de filamentos en halos de menor masa.
2. La formación estelar ocurre a una tasa dada por $\dot{m} \propto m_{\text{gas}}/t_{\text{din}}$, donde t_{din} es una medida del tiempo dinámico de la galaxia.
3. La retroalimentación por explosiones de supernovas y por *jets* relativistas originados en los agujeros negros supermasivos de las galaxias de núcleo activo (AGN) recalientan el gas circundante.
4. Cuando el gas se asienta en los discos, las fusiones mayores de galaxias causan inestabilidades que rompen los discos, transformando las galaxias en elípticas. El disco puede regenerarse mediante la acreción de gas frío, por lo que el remanente de la fusión es identificado como un bulbo embebido en una galaxia espiral. El bulbo también puede volver a generarse por repetidas fusiones menores, como así también los brotes de formación estelar y evolución secular de los discos.
5. Los SAMs siguen los tiempos de formación estelar y predicen luminosidades en diferentes longitudes de onda para las galaxias utilizando códigos de síntesis de poblaciones estelares y modelos de absorción interestelar y por polvo.
6. Cuando un halo pequeño entra en uno mayor, se convierte en un subhalo y su galaxia asociada se convierte en una galaxia satélite. En estos casos, usualmente el gas del subhalo es transferido hacia la galaxia central del halo.
7. Se asume que las trayectorias de las galaxias satélites están definidas por las órbitas de los subhalos a los cuales pertenecen, y cuando éstos dejan de ser identificados en la simulación debido a efectos de resolución, las galaxias son fusionadas con la galaxia central en un tiempo dado por la fricción dinámica.

Los detalles de como se implementan estos procesos listados anteriormente se detallan en el capítulo 3, donde se presenta el SAM utilizado en esta tesis.

Los lectores interesados en un desarrollo más amplio y detallado de los paradigmas actuales en la teoría de formación y evolución de las galaxias, tanto desde un punto de vista observacional como así también en relación a los modelos teóricos y numéricos,

pueden consultar los trabajos de Baugh (2006), Benson (2010), Silk & Mamon (2012) y Frenk & White (2012).

2.4. Calibración de los SAMs: antecedentes

Como se ha visto en este capítulo, la gran cantidad de procesos físicos que pueden ser incluidos en un SAM, a un bajo costo computacional, los convierten en una herramienta muy poderosa para el estudio de la formación y evolución de las galaxias. Sin embargo, el modelado mediante “recetas” inevitablemente involucra una no despreciable cantidad de parámetros libres que deben ser calibrados para que las galaxias simuladas con el modelo reproduzcan las propiedades de las galaxias reales observadas.

Calibrar un SAM es sinónimo de recorrer un espacio multidimensional: el espacio de parámetros del modelo. Lo que se pretende es encontrar un conjunto de éstos parámetros (o más correctamente, una región del espacio) que nos proporcione galaxias semi-analíticas con propiedades fieles a las observadas en el Universo. La creciente complejidad de los SAMs ha ido incrementando la cantidad de parámetros libres a calibrar, por lo que el uso de muestreos en grillas o calibraciones manuales resultan altamente ineficientes, volviéndose indispensable el uso de herramientas estadísticas más adecuadas para estos fines.

A continuación se describen brevemente las dos herramientas más utilizadas en la literatura para estudiar los espacios de parámetros de los SAMs: las Cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC, del inglés *Monte Carlo Markov Chains*) y los Emuladores de Modelos (ME, del inglés *Model Emulator*).

Las MCMC son caminatas aleatorias en el espacio multidimensional, donde cada punto muestreado posee una probabilidad proporcional a la verosimilitud del modelo para reproducir alguna determinada propiedad física que se desea estudiar (ver Apéndice para detalles de su implementación). Los primeros en proponer el uso de MCMC para estudiar el espacio de parámetros de un SAM fueron Kampakoglou et al. (2008), quienes buscaron calibrar siete parámetros libres de un modelo de formación estelar cósmica basado en el modelo de Daigne et al. (2004), que incluía retroalimentación por explosiones de supernova, acreción de gas y enriquecimiento químico. Utilizando como observables a reproducir la tasa de formación estelar cósmica hasta $z \sim 5$, la tasa de explosiones de supernova tipo II hasta $z \sim 0,7$, la fracción actual de bariones en cúmulos y el contenido de metales en el medio interestelar, estudian

diferentes escenarios de formación estelar y los efectos de la extinción por polvo.

Henriques et al. (2009) realizaron una exploración del espacio de parámetros del SAM de Munich (De Lucia & Blaizot 2007) combinado con los árboles de fusiones de los (sub)halos de la simulación Millennium. Los autores eligieron explorar seis parámetros libres que definen las masas estelares y de los agujeros negros a $z = 0$, utilizando como observables a reproducir la función de luminosidad en la banda K , el índice de color $B - V$ como función de la masa estelar y la relación entre la masa del agujero negro y la masa del bulbo, además de analizar las predicciones del mejor conjunto de parámetros para la función de luminosidad en la banda b_j y la función de masa estelar. Estudiando estos observables y las correlaciones entre los parámetros libres, los autores discuten las posibles modificaciones al modelo que pueden mejorar los ajustes a las observaciones e incluso reducir el número de grados de libertad mediante reescrituras del modelado de ciertos procesos en términos de combinaciones de parámetros correlacionados.

De manera similar, Lu et al. (2011, 2012) emplearon MCMC para restringir 14 parámetros libres del SAM que presentan, buscando reproducir la función de luminosidad en la banda K y analizando las predicciones que se obtienen para propiedades como la relación color-magnitud, la relación Tully-Fisher, la función de masa del HI, la evolución temporal de la función de masa estelar y la historia global de formación estelar. Los autores encuentran importantes tensiones entre las predicciones de su modelos con los datos observacionales (ver como ejemplo la fuerte sobreestimación de la función de masa de HI que se muestra en la figura 2.5), por lo que sugieren que muchos procesos importantes pueden estar faltando en su SAM y es necesario incluirlos (o mejorarlos) para solucionar estas discrepancias.

Recientemente, Mutch et al. (2013) exploraron cinco parámetros libres del SAM de Croton et al. (2006) con el fin de estudiar la capacidad de este modelo en reproducir las funciones de masa estelar a $z = 0$ y $z = 0,83$, y la relación entre la masa del agujero negro y la masa del bulbo a $z = 0$. Los autores encuentran que el modelo reproduce satisfactoriamente los observables a $z = 0$ y la función de masa estelar a $z = 0,83$ cuando se los utiliza de manera independiente, pero cuando se busca ajuste de que involucra a las observaciones en ambos *redshifts* de manera simultanea, aparecen tensiones entre las prescripciones físicas utilizadas para modelar algunos fenómenos, en particular la retroalimentación por explosiones de supernova y la eficiencia de formación estelar.

Alternativamente, la técnica de ME (ver, por ejemplo, Kennedy & O'Hagan (2001))

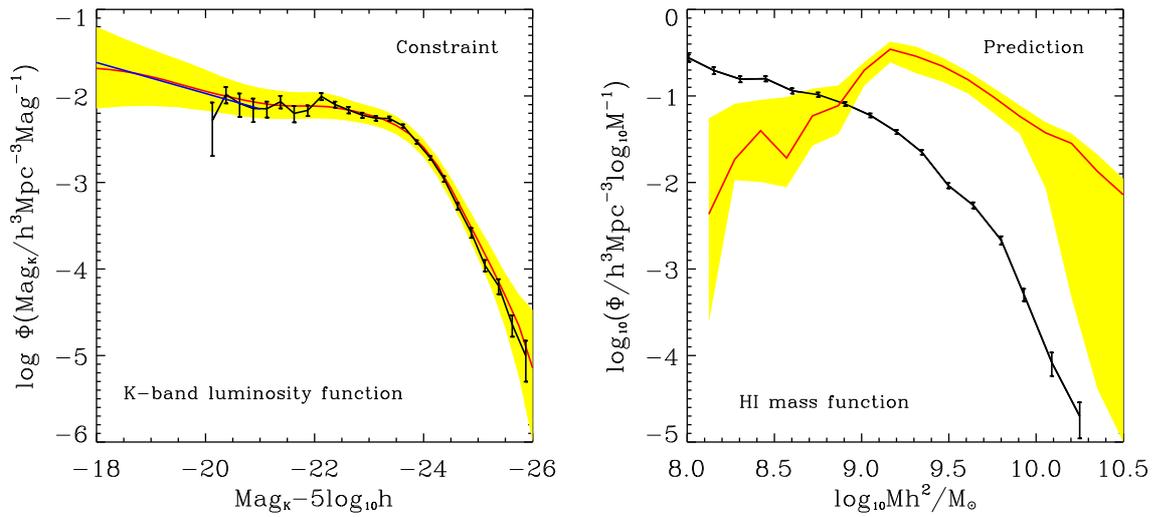


Figura 2.5: Ejemplo de tensiones entre observaciones y teoría tomado del trabajo de Lu et al. (2012). *Izquierda:* mejor ajuste obtenido para la función de luminosidad en la banda K . Los datos observacionales (en negro) corresponden a Bell et al. (2003). *Derecha:* predicción para la función de masa del HI. Las observaciones (también en negro) son las presentadas por Zwaan et al. (2005). En ambos casos las líneas rojas corresponden al valor medio y las regiones en amarillo representan el rango de 95% de confiabilidad.

consiste en construir un modelo estocástico que “emula” la salida de un determinado SAM. El emulador se construye de manera de reproducir resultados conocidos (i.e. puntos del espacio de parámetros donde se conoce la población de galaxias que genera el SAM) e interpola estadísticamente entre ellos, tomando en cuenta la longitud de correlación apropiada del modelo. De esta manera, para cualquier punto del espacio de parámetros, el emulador provee un valor de expectación para el resultado de una hipotética evaluación con el SAM y una varianza que refleja el grado de incerteza de la predicción del emulador.

Bower et al. (2010) fueron los primeros en emplear esta técnica en SAMs, utilizando la versión de Bower et al. (2006) de GALFORM. Analizaron un espacio de 16 parámetros libres, usando como observables a reproducir las funciones de luminosidad en la banda K y en la banda b_j . Si bien muestran que solo el 0,26% del volumen del hiperespacio inicial de búsqueda es capaz de producir resultados satisfactorios, concluyen que este subespacio (al cual pertenece el modelo presentado por Bower et al. (2006)) es lo suficientemente grande como para que exista la necesidad de incluir más observables a reproducir, de manera de romper degeneraciones entre parámetros correlacionados y lograr restricciones sobre aquellos parámetros que influyen de manera débil en el ajuste de las funciones de luminosidad, acotando aún más el subespacio resultante. Esta misma metodología, fue utilizada por Benson & Bower (2010) para recalibrar el modelo GALFORM luego de la inclusión de procesos físicos adicionales y

mejora de los ya existentes.

Finalmente, otro trabajo que empleó ME para estudiar espacios de parámetros de SAMs es el de Gómez et al. (2012). Utilizando el modelo ChemTreeN (Tumlinson 2006, 2010) junto a simulaciones de N -cuerpos de halos de masas $M \sim 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$, buscan explorar como las diferentes historias de formación pueden afectar las propiedades observacionales de galaxias similares a la Vía Láctea y su población de galaxias satélites. Si bien el método les permite encontrar ajustes para los parámetros libres (tres en este caso), el principal problema con el que se encuentran es que éstos dependen fuertemente de la historia de formación del halo, por lo que concluyen que es necesario analizar muestras más grandes de halos para caracterizar más robustamente la historia de formación de galaxias tipo Vía Láctea.

En esta tesis se presenta una nueva alternativa para calibrar un SAM, el algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) (Kennedy & Eberhart 1995), que se describe detalladamente en el capítulo 4. Esta técnica permite encontrar de manera rápida los mínimos globales en espacios de alta dimensionalidad, y combinado a MCMC explorar los entornos de esos mínimos de una manera eficiente. Además, se varían no solo un conjunto de parámetros bariónicos que regulan los procesos físicos modelados por el SAM, sino también parámetros cosmológicos, para analizar el impacto de modificar la cosmología en la calibración resultante.

BIBLIOGRAFÍA

- Aubert, D., Pichon, C., & Colombi, S. 2004, MNRAS, 352, 376
- Baugh, C. M. 2006, Reports on Progress in Physics, 69, 3101
- Behroozi, P. S., Wechsler, R. H., Wu, H.-Y., et al. 2011, arXiv:astro-ph/1110.4370
- Bell, E. F., McIntosh, D. H., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2003, ApJ, 149, 289
- Benson, A. J. 2010, Physics Reports, 495, 33
- Benson, A. J. 2012, New Astronomy, 17, 175
- Benson, A. J. & Bower, R. 2010, MNRAS, 405, 1573
- Bertschinger, E. 2001, ApJS, 137, 1
- Bertschinger, E. & Gelb, J. M. 1991, Computers in Physics, 5, 164
- Bower, R. G., Benson, A. J., Malbon, R., et al. 2006, MNRAS, 370, 645
- Bower, R. G., Vernon, I., Goldstein, M., et al. 2010, MNRAS, 407, 2017
- Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., et al. 2001, MNRAS, 321, 559
- Cole, S. 1991, ApJ, 367, 45
- Cole, S., Aragon-Salamanca, A., Frenk, C. S., Navarro, J. F., & Zepf, S. E. 1994, MNRAS, 271, 781
- Colless, M., Dalton, G., Maddox, S., et al. 2001, MNRAS, 328, 1039
- Croton, D. J., Springel, V., White, S. D. M., et al. 2006, MNRAS, 365, 11
- Daigne, F., Olive, K. A., Vangioni-Flam, E., Silk, J., & Audouze, J. 2004, ApJ, 617, 693
- Davis, M., Efstathiou, G., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1985, ApJ, 292, 371
- De Lucia, G. & Blaizot, J. 2007, MNRAS, 375, 2
- Diemand, J., Kuhlen, M., & Madau, P. 2006, ApJ, 649, 1
- Efstathiou, G., Davis, M., White, S. D. M., & Frenk, C. S. 1985, ApJS, 57, 241
- Efstathiou, G. & Jones, B. J. T. 1979, MNRAS, 186, 133
- Eisenstein, D. J. & Hut, P. 1998, ApJ, 498, 137
- Elahi, P. J., Thacker, R. J., & Widrow, L. M. 2011, MNRAS, 418, 320
- Falck, B. L., Neyrinck, M. C., & Szalay, A. S. 2012, ApJ, 754, 126
- Frenk, C. S. & White, S. D. M. 2012, Annalen der Physik, 524, 507
- Geller, M. J. & Huchra, J. P. 1989, Science, 246, 897
- Gill, S. P. D., Knebe, A., & Gibson, B. K. 2004, MNRAS, 351, 399

-
- Gómez, F. A., Coleman-Smith, C. E., O'Shea, B. W., Tumlinson, J., & Wolpert, R. L. 2012, *ApJ*, 760, 112
- Gott, III, J. R., Jurić, M., Schlegel, D., et al. 2005, *ApJ*, 624, 463
- Gottlöber, S., Klypin, A. A., & Kravtsov, A. V. 1999, in *ASPC Series*, Vol. 176, , 418
- Guo, Q., White, S., Boylan-Kolchin, M., et al. 2011, *MNRAS*, 413, 101
- Habib, S., Pope, A., Lukić, Z., et al. 2009, *Journal of Physics Conference Series*, 180, 012019
- Han, J., Jing, Y., Wang, H., & Wang, W. 2011, *arXiv:astro-ph/1103.2099*
- Henriques, B. M. B., Thomas, P. A., Oliver, S., & Roseboom, I. 2009, *MNRAS*, 396, 535
- Hoyle, F. 1949, *Problems of Cosmical Aerodynamics*, pp 195
- Hoyle, F. 1953, *ApJ*, 118, 513
- Kampakoglou, M., Trotta, R., & Silk, J. 2008, *MNRAS*, 384, 1414
- Kang, X., Jing, Y. P., Mo, H. J., & Börner, G. 2005, *ApJ*, 631, 21
- Kauffmann, G., White, S. D. M., & Guiderdoni, B. 1993, *MNRAS*, 264, 201
- Kennedy, J. & Eberhart, R. C. 1995, *IEEE*, 4, 1992
- Kennedy, M. C. & O'Hagan, A. 2001, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 63, 425
- Kim, J. & Park, C. 2006, *ApJ*, 639, 600
- Klypin, A. & Holtzman, J. 1997, *arXiv:astro-ph/9712217*
- Knebe, A., Knollmann, S. R., Muldrew, S. I., et al. 2011, *MNRAS*, 415, 2293
- Knebe, A., Pearce, F. R., Lux, H., et al. 2013, en preparación
- Knollmann, S. R. & Knebe, A. 2009, *ApJS*, 182, 608
- Kravtsov, A. V., Klypin, A. A., & Khokhlov, A. M. 1997, *ApJS*, 111, 73
- Lacey, C. & Cole, S. 1994, *MNRAS*, 271, 676
- Lacey, C. & Silk, J. 1991, *ApJ*, 381, 14
- Lu, Y., Mo, H. J., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2012, *MNRAS*, 421, 1779
- Lu, Y., Mo, H. J., Weinberg, M. D., & Katz, N. 2011, *MNRAS*, 416, 1949
- Maciejewski, M., Colombi, S., Springel, V., Alard, C., & Bouchet, F. R. 2009, *MNRAS*, 396, 1329
- Mutch, S. J., Poole, G. B., & Croton, D. J. 2013, *MNRAS*, 428, 2001
-

-
- Neyrinck, M. C., Gnedin, N. Y., & Hamilton, A. J. S. 2005, *MNRAS*, 356, 1222
- Onions, J., Knebe, A., Pearce, F. R., et al. 2012, *MNRAS*, 423, 1200
- Peebles, P. J. E. 1969, *ApJ*, 155, 393
- Pfizner, D. W. & Salmon, J. K., eds. 1996, Parallel halo finding in N-body cosmology simulations.
- Planelles, S. & Quilis, V. 2010, *A&A*, 519, A94
- Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing
- Rasera, Y., Alimi, J.-M., Courtin, J., et al. 2010, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 1241, 1134–1139
- Rees, M. J. & Ostriker, J. P. 1977, *MNRAS*, 179, 541
- Sgró, M. A., Ruiz, A. N., & Merchán, M. E. 2010, *BAAA*, 53, 43
- Shaw, L. D., Weller, J., Ostriker, J. P., & Bode, P. 2007, *ApJ*, 659, 1082
- Silk, J. 1977, *ApJ*, 211, 638
- Silk, J. & Mamon, G. A. 2012, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 12, 917
- Skory, S., Turk, M. J., Norman, M. L., & Coil, A. L. 2010, *ApJS*, 191, 43
- Springel, V. 2005, *MNRAS*, 364, 1105
- Springel, V., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 2006, *Nature*, 440, 1137
- Springel, V., Wang, J., Vogelsberger, M., et al. 2008, *MNRAS*, 391, 1685
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, *Nature*, 435, 629
- Springel, V., White, S. D. M., Tormen, G., & Kauffmann, G. 2001a, *MNRAS*, 328, 726
- Springel, V., Yoshida, N., & White, S. D. M. 2001b, *New Astronomy*, 6, 79
- Stadel, J. G. 2001, PhD thesis, University of Washington
- Sutter, P. M. & Ricker, P. M. 2010, *ApJ*, 723, 1308
- Tinker, J., Kravtsov, A. V., Klypin, A., et al. 2008, *ApJ*, 688, 709
- Tumlinson, J. 2006, *ApJ*, 641, 1
- Tumlinson, J. 2010, *ApJ*, 708, 1398
- Tweed, D., Devriendt, J., Blaizot, J., Colombi, S., & Slyz, A. 2009, *A&A*, 506, 647
- van Kampen, E. 1995, *MNRAS*, 273, 295
- Warren, M. S., Abazajian, K., Holz, D. E., & Teodoro, L. 2006, *ApJ*, 646, 881

Weller, J., Ostriker, J. P., Bode, P., & Shaw, L. 2005, MNRAS, 364, 823

White, S. D. M. 1984, ApJ, 286, 38

White, S. D. M. & Frenk, C. S. 1991, ApJ, 379, 52

White, S. D. M. & Rees, M. J. 1978, MNRAS, 183, 341

Zwaan, M. A., Meyer, M. J., Staveley-Smith, L., & Webster, R. L. 2005, MNRAS, 359, L30

Capítulo 3

El modelo semi-analítico de formación y evolución de galaxias SAG

En este capítulo se presenta al modelo semi-analítico de formación y evolución de galaxias utilizado en esta tesis, haciendo una descripción detallada de los procesos físicos involucrados, los parámetros libres del modelo y el esquema de paralelismo de datos implementado para acelerar los tiempos de ejecución.

3.1. Introducción

A lo largo de esta tesis se utilizó el modelo semi-analítico de formación y evolución de galaxias SAG (acrónimo de *Semi-Analytic Galaxies*) basado en la versión presentada por Cora (2006) y luego mejorado con la inclusión de retroalimentación por AGNs (Lagos et al. 2008, 2009) y de un modelo más detallado para la formación de discos (Tecce et al. 2010).

Los árboles de fusiones de los subhalos de materia oscura extraídos de las simulaciones numéricas de N -cuerpos son utilizados como base para el modelo SAG, el cual asume que las galaxias se forman en los centros de los subhalos de materia oscura. Una fracción del gas caliente en el halo pierde energía por enfriamiento radiativo y se deposita en el centro, formando un disco gaseoso con un perfil de densidad exponencial. Cuando la densidad del gas aumenta lo suficiente, comienza la formación estelar. El subhalo más masivo del halo FOF alberga a la galaxia central, llamada de *tipo 0*. Para este tipo de galaxias, el gas frío puede ser repuesto a través de gas enfriado que cae del medio intergaláctico. Las galaxias formadas en los subhalos menores del mismo halo FOF son consideradas galaxias satélites y llamadas de *tipo 1*. Cuando dos subhalos se fusionan, el subhalo de menor masa pierde masa por fuerzas tidales. Debido a esto, el número de partículas ligadas del subhalo puede descender por debajo del límite inferior impuesto para la identificación de subestructuras, perdiéndolo así a partir de ese momento y para las identificaciones en tiempos posteriores. Sin embargo, la galaxia contenida en él no es destruida y es fusionada con la galaxia central del subhalo en un tiempo dado por la fricción dinámica. Estas galaxias son llamadas satélites *tipo 2*. Cuando una galaxia se convierte en satélite (ya sea tipo 1 o 2), todo el gas caliente de su halo es removido y transferido al gas caliente de la galaxia central y, consecuentemente, el enfriamiento radiativo es suprimido. Solo las galaxias de tipo 0 y 1 pueden continuar acreciendo estrellas y gas de los satélites fusionados. Las fusiones y las inestabilidades de disco disparan brotes de formación estelar que contribuyen a la formación de un bulbo. Las explosiones de supernova (SNe) y AGNs inyectan energía que inducen transferencia de gas y metales de la fase fría a la fase de gas caliente, regulando la formación estelar.

3.2. Procesos físicos

En esta sección se detallan los procesos físicos incluidos para el tratamiento de las componentes bariónicas de las galaxias en el modelo SAG. Un resumen esquemático

de lo que se describe a continuación se muestra en la figura 3.1.

3.2.1. Enfriado del gas, formación de estrellas y retroalimentación por SNe

La masa total de gas caliente M_c^{gas} para cada galaxia tipo 0 es calculada al principio de cada paso temporal como

$$M_c^{\text{gas}} = f_b M_{\text{vir}} - \sum_{i=1}^{N_{\text{FOF}}} \left(M_{\star,i} + M_{f,i}^{\text{gas}} + M_{\text{BH},i} \right), \quad (3.1)$$

donde $f_b = \Omega_b/\Omega_m$ es la fracción de bariones y M_{\star} , M_f^{gas} y M_{BH} son las masas totales en estrellas, gas frío y agujero negro central, respectivamente, de las N_{FOF} galaxias en ese halo FOF. La masa virial M_{vir} está definida como como la masa contenida en una esfera de radio R_{vir} con una densidad media de 200 veces la densidad crítica del Universo, ρ_c . De esta manera, la velocidad virial queda definida como $V_{\text{vir}}^2 = GM_{\text{vir}}/R_{\text{vir}}$, siendo G la constante de gravitación universal.

El enfriado del gas es calculado siguiendo el modelo de Springel et al. (2001). El gas que cae es calentado a la temperatura virial del halo $T_{\text{vir}} = 35,9(V_{\text{vir}}/\text{km s}^{-1})^2 \text{ K}$ y es distribuido dentro del halo siguiendo el perfil de densidad de una esfera isoterma $\rho_c^{\text{gas}}(r) = M_c^{\text{gas}}/4\pi R_{\text{vir}} r^2$. En cada paso temporal la tasa de enfriamiento esta dada por

$$\frac{dM_{\text{enf}}}{dt} = 4\pi\rho_c^{\text{gas}}(r_{\text{enf}})r_{\text{enf}}^2 \frac{dr_{\text{enf}}}{dt}, \quad (3.2)$$

siendo r_{enf} el radio dentro del cual el gas posee un tiempo de enfriado menor que el tiempo dinámico del halo $t_{\text{din,halo}} = R_{\text{vir}}/V_{\text{vir}}$. El tiempo local de enfriado puede ser definido como

$$t_{\text{enf}} = \frac{3\mu m_{\text{H}} k_{\text{B}} T_{\text{vir}}}{2\rho_c^{\text{gas}}(r_{\text{enf}})\Lambda(T_{\text{vir}}, Z)}, \quad (3.3)$$

donde μm_{H} es densidad media del gas, k_{B} es la constante de Boltzmann y $\Lambda(T, Z)$ la tasa de enfriado por unidad de volumen de Sutherland & Dopita (1993). El gas enfriado se deposita en un disco soportado por rotación con un perfil de densidad superficial exponencial $\Sigma(r) = \Sigma_0 \exp(-r/R_{\text{disco}})$, donde Σ_0 es la densidad superficial central y R_{disco} el tamaño del disco calculado de acuerdo a Tecce et al. (2010). Como las galaxias satélites no pueden acretar gas frío nuevo ya que su halo de gas caliente fue removido completamente, el radio del disco R_{disco} de estas galaxias es fijado al valor que tenía en el último tiempo en el que fue identificada como galaxia central.

El modelo SAG tiene implementadas dos recetas de formación estelar. La primera de ellas sigue el modelo presentado por De Lucia et al. (2004), donde la tasa de for-

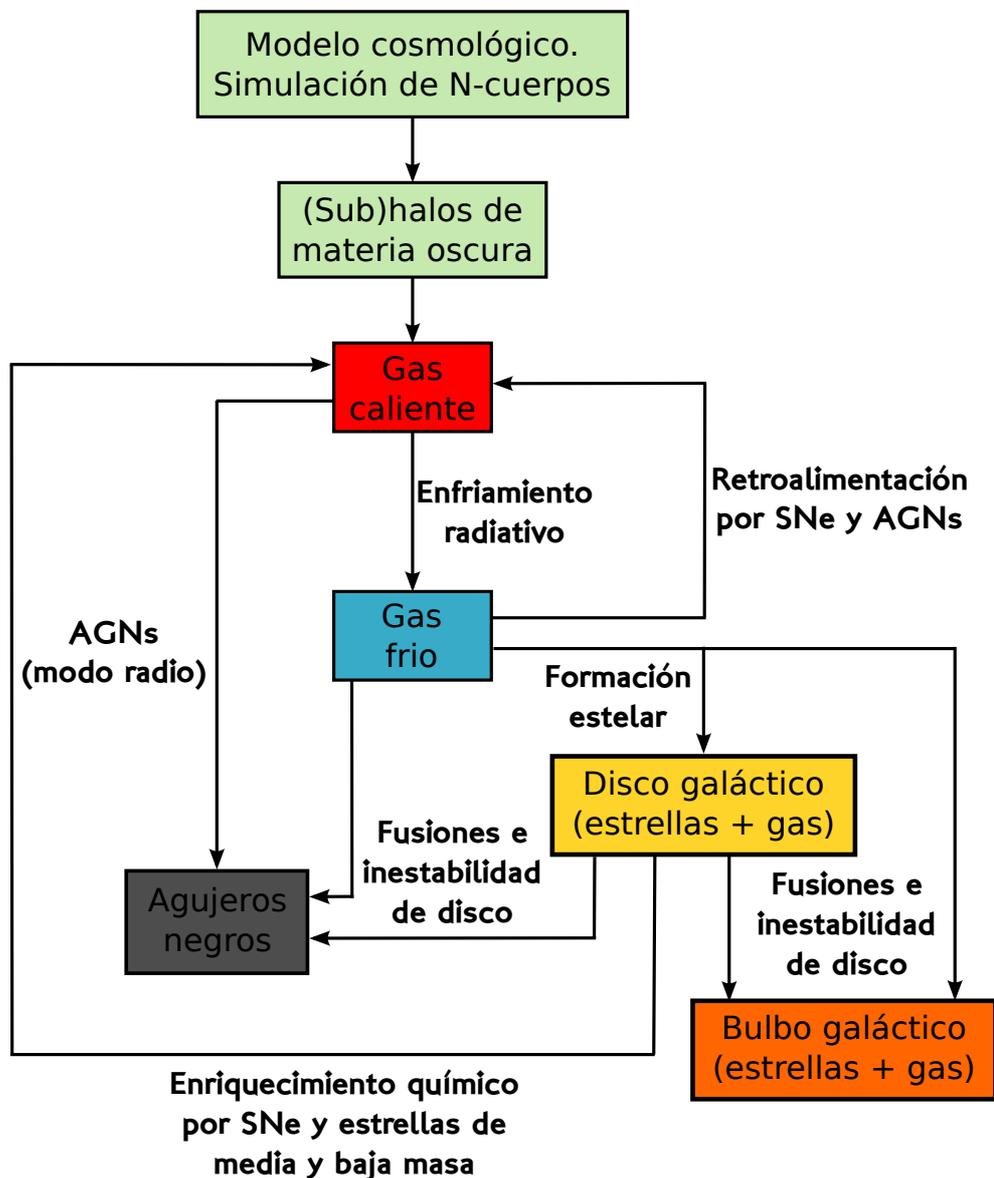


Figura 3.1: Resumen esquemático del funcionamiento del modelo semi-analítico de formación y evolución de galaxias SAG que incluye los principales procesos físicos modelados.

mación estelar para cada galaxia esta dada por

$$\frac{dM_{\star}}{dt} = \alpha \left(\frac{V_{\text{vir}}}{220 \text{ km s}^{-1}} \right)^{2,2} \frac{M_{\text{f}}^{\text{gas}}}{t_{\text{din}}}, \quad (3.4)$$

donde α es un parámetro libre y $t_{\text{din}} = 3R_{\text{disco}}/V_{\text{vir}}$ es el tiempo dinámico de la galaxia. El segundo esquema de formación estelar sigue la receta de Croton et al. (2006), la cual está basada en el trabajo observacional de Kennicutt (1998). En esta prescripción, el gas frío del disco de la galaxia puede formar estrellas solo si su densidad superficial es mayor a un valor crítico dado por (Kauffmann 1996)

$$\Sigma_{\text{crit}}(r) = 120 \left(\frac{V_{\text{vir}}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right) \left(\frac{r}{\text{kpc}} \right)^{-1} M_{\odot} \text{ pc}^{-2}, \quad (3.5)$$

Asumiendo una densidad crítica constante sobre el disco e integrando, la densidad superficial crítica puede convertirse en un masa crítica de gas frío

$$M_{\text{crit}} = 3,8 \times 10^9 \left(\frac{V_{\text{vir}}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right) \left(\frac{3R_{\text{disco}}}{10 \text{ kpc}} \right) M_{\odot}, \quad (3.6)$$

y las galaxias forman estrellas solo si la masa de gas frío excede a M_{crit} :

$$\frac{dM_{\star}}{dt} = \alpha \frac{M_{\text{f}}^{\text{gas}} - M_{\text{crit}}}{t_{\text{din}}}, \quad (3.7)$$

A lo largo de esta tesis, se ha utilizado siempre este segundo modelo de formación estelar.

Cada evento de formación estelar genera una masa en estrellas

$$\Delta M_{\star} = \frac{dM_{\star}}{dt} \frac{\Delta t_{\text{sim}}}{N}, \quad (3.8)$$

donde N son los pasos de igual tamaño utilizados para dividir el intervalo temporal Δt_{sim} entre dos salidas de la simulación, con el propósito de integrar las ecuaciones diferenciales que describen los cambios en masa y metalicidad de cada componente bariónico.

La masa de estrellas formada da lugar a un número η de SNe por colapso de núcleo (de tipos Ib/c y II). Adoptando una función inicial de masa Salpeter (Salpeter 1955) normalizada entre 0,1 y 100 M_{\odot} , se obtiene $\eta = 6,3 \times 10^{-3} M_{\odot}^{-1}$. La energía liberada por cada SNe es $E = 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$ y es utilizada para recalentar el gas frío en una cantidad

$$\Delta M_{\text{rec}}^{\text{gas}} = \frac{4}{3} \epsilon \frac{\eta E}{V_{\text{vir}}^2} \Delta M_{\star}, \quad (3.9)$$

donde ϵ es un parámetro libre que regula la eficiencia de retroalimentación por SNe.

3.2.2. *Enriquecimiento químico y propiedades fotométricas*

Las abundancias primordiales del gas caliente intergaláctico son establecidas en un 76 % hidrógeno y un 24 % helio. Las componentes bariónicas se ven químicamente enriquecidas a medida que la formación estelar y producción de metales es llevada a cabo. El modelo SAG considera la producción de metales debido a estrellas de baja y mediana masa y a través de supernovas tipo Ia. En el primer caso los metales son transferidos a las fases fría y caliente del gas mediante pérdidas de masa y vientos estelares. En lugar de incorporar todos los metales dentro del gas frío, una fracción $f_{\text{eyec}} = 0,5$ de la masa eyectada es transferida directamente al gas caliente, lo que genera una contaminación más gradual del gas frío asociado a la galaxia. La transferencia de gas frío enriquecido y recalentado por retroalimentación de SNe también contribuye al enriquecimiento químico del gas caliente. Este enriquecimiento tiene una fuerte influencia en la cantidad de gas caliente que puede enfriarse, ya que la tasa de enfriamiento depende de la metalicidad del gas.

La producción de 8 elementos químicos es considerada en detalle en el modelo SAG: H, ^4He , ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , ^{24}Mg , ^{28}Si y ^{56}Fe . Estos elementos son producidos por estrellas con masas en el rango $0,8 M_{\odot} < M < 100 M_{\odot}$, de acuerdo a los rendimientos calculados por Portinari et al. (1998) y Marigo (2001). La contribución por SNe tipo Ia es calculada siguiendo el modelo de Iwamoto et al. (1999). Los tiempos de vida estelares de Padovani & Matteucci (1993) son usados para modelar las escalas temporales en las que los metales sintetizados eyectados por las diferentes fuentes son incorporados dentro de las diferentes fases del gas (ver Cora (2006) para una descripción más detallada).

Para determinar las propiedades fotométricas de las galaxias se consideran los modelos de síntesis de poblaciones estelares de Bruzual & Charlot (2003), que dependen de la metalicidad del gas frío del cual la población estelar se formó, asumiendo una función inicial de masas Salpeter. Todas las magnitudes y colores incluyen una corrección por los efectos de atenuación debido a la absorción del polvo dentro de la galaxia siguiendo la implementación de De Lucia et al. (2004).

3.2.3. *Fusiones de galaxias, inestabilidad de disco y brotes de formación estelar*

El modelo Λ CDM es un escenario de formación de estructuras jerárquico, por lo tanto las fusiones de galaxias son una consecuencia natural de las fusiones de los (sub)halos de materia oscura. En este esquema, las galaxias tipo 2 se fusionan con las galaxias centrales (las cuales pueden ser tipo 0 o 1) en una escala temporal dado por la fricción dinámica (Binney & Tremaine 2008)

$$t_{\text{fric}} = \frac{0,86 f(\epsilon_{\text{orb}}) V_c r_c^2}{G M_{\text{sat}} \ln(\Lambda_C)}, \quad (3.10)$$

donde M_{sat} es la masa del satélite orbitando a un radio r_c dentro de un halo isoterma con velocidad circular V_c , $\ln(\Lambda_C)$ es el logaritmo de Coulomb aproximado por $1 + M_{\text{cen}}/M_{\text{sat}}$ y la función $f(\epsilon_{\text{orb}})$ describe la dependencia del decaimiento orbital con la excentricidad ϵ_{orb} y es aproximada por su valor medio $\langle f(\epsilon_{\text{orb}}) \rangle = 0,5$ (Tormen 1997). Luego de un tiempo t_{fric} , la satélite tipo 2 se fusiona con la galaxia central del subhalo y todas las estrellas que tenía la galaxia satélite son agregadas a la componente bulbo del remanente.

Las fusiones de galaxias son clasificadas de acuerdo al cociente de masas entre la satélite acreta y la galaxia central, $f_{\text{fusion}} = M_{\text{sat}}/M_{\text{cen}}$. Si $f_{\text{fusion}} > 0,3$ se la llama fusión mayor, todo el gas frío de las galaxias en fusión se transforma en un brote de formación estelar y todas las estrellas son asignadas al bulbo del remanente. Una subsecuente acreción de gas frío del medio intergaláctico puede dar lugar a la formación de un nuevo disco. Cuando $f_{\text{fusion}} \leq 0,3$ la fusión es considerada menor, solo las estrellas de la satélite son transferidas a la galaxia central y el disco de ésta sobrevive a la interacción. Siguiendo Malbon et al. (2007), en una fusión menor la existencia de un brote de formación estelar depende de la fracción de gas frío presente en el disco de la galaxia central. Si $M_{\text{cen,frío}}^{\text{gas}}/M_{\text{cen,disco}} > f_{\text{brote}}$, siendo $M_{\text{disco}} = M_{\star} + M_{\text{frío}}^{\text{gas}} - M_{\text{bulbo}}$ y f_{brote} un parámetro libre, un brote de formación estelar ocurre que lleva todo el gas frío de ambas galaxias al bulbo, donde es completamente convertido en estrellas.

Otro mecanismo para generar brotes de formación estelar y bulbos incluido en SAG es a través del proceso de inestabilidad de disco. Si un disco es suficientemente masivo de manera que su autogravedad es dominante, se torna inestable ante pequeñas perturbaciones generadas por satélites menores. De acuerdo a Cole et al. (2000), un

disco se torna inestable cuando

$$T_{\text{disco}} = \frac{V_{\text{disco}}}{\sqrt{GM_{\text{disco}}/R_{\text{disco}}}}, \quad (3.11)$$

es menor que un valor crítico $T_{\text{disco,crit}}$. Aquí V_{disco} es la velocidad circular máxima del disco. Cuando esto ocurre, todas las estrellas y gas frío del disco son transferidos al bulbo y todo el gas es consumido en un brote de formación estelar.

3.2.4. Modelado de AGNs y crecimiento de agujeros negros

Los *jets* altamente energéticos de gas que producen las AGNs pueden transferir energía al gas caliente que rodea la galaxia, reduciendo fuertemente la cantidad de gas que puede enfriarse. Esto proporciona un mecanismo para regular la formación estelar en galaxias masivas (Croton et al. 2006; Bower et al. 2006; Lagos et al. 2008). El modelo SAG implementa las AGNs a través del crecimiento de agujeros negros centrales con dos posibles mecanismos: un *modo quasar*, debido a la acreción de gas a través del centro galáctico (inducido por fusiones o inestabilidades de disco), y un *modo radio* debido a la acreción de gas durante el proceso de enfriado.

En el modo quasar, cuando una fusión de galaxias ocurre, se asume que los agujeros negros centrales se fusionan instantáneamente. La masa de gas acretado por el agujero negro resultante está dada por

$$\Delta M_{\text{BH}} = f_{\text{BH}} \frac{M_{\text{sat}}}{M_{\text{cen}}} \frac{M_{\text{f,sat}}^{\text{gas}} + M_{\text{f,cen}}^{\text{gas}}}{(1 + 200 \text{ km s}^{-1}/V_{\text{vir}})^2}, \quad (3.12)$$

donde f_{BH} es un parámetro libre del modelo. Para el caso de inestabilidad de disco, la ecuación (3.12) es modificada reemplazando $M_{\text{f,sat}}^{\text{gas}} = 0$ y $M_{\text{sat}}/M_{\text{cen}} = 1$. De esta manera, la tasa de acreción de masa del agujero negro es estimada como

$$\frac{dM_{\text{BH}}}{dt} = \frac{\Delta M_{\text{BH}}}{\Delta t_{\text{sim}}/N}. \quad (3.13)$$

En el modo radio, la acreción del gas hacia el agujero negro central se asume continua y está descrita por la siguiente expresión,

$$\frac{dM_{\text{BH}}}{dt} = \kappa_{\text{AGN}} \frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}} \frac{f_c^{\text{gas}}}{0,1} \left(\frac{V_{\text{vir}}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right)^3, \quad (3.14)$$

donde $f_c^{\text{gas}} = M_c^{\text{gas}}/M_{\text{vir}}$ y κ_{AGN} es un parámetro libre del modelo.

La retroalimentación por actividad de AGNs corta parcialmente la formación este-

lar en el halo galáctico. La luminosidad generada por el agujero negro puede expresarse como

$$L_{\text{BH}} = \eta_{\text{BH}} \frac{dM_{\text{BH}}}{dt} c^2, \quad (3.15)$$

donde c es la velocidad de la luz y η_{BH} es un parámetro libre que regula la eficiencia de producción de energía cerca del horizonte de eventos del agujero negro. La energía generada reduce la tasa de enfriamiento del gas dado por la ecuación (3.2),

$$\left(\frac{dM_{\text{enf}}}{dt} \right)_{\text{nueva}} = \frac{dM_{\text{enf}}}{dt} - \frac{2L_{\text{BH}}}{V_{\text{vir}}^2}, \quad (3.16)$$

La luminosidad máxima permitida para un agujero negro es la luminosidad de Eddington, $L_{\text{E}} = 4\pi G M_{\text{BH}} m_{\text{H}} \sigma_{\text{T}}^{-1} c$, donde σ_{T} es la sección eficaz de Thomson para un electrón. Cuando la luminosidad del agujero negro dada por la ecuación (3.15) excede a L_{E} , el límite $L_{\text{BH,max}} = L_{\text{E}}$ es impuesto. Sin embargo, no se limita la masa que el agujero negro puede acretar, una elección justificada dada la débil restricción observacional existente hasta el momento para la eficiencia η_{BH} .

3.2.5. Extracción de gas por presión dinámica

La presión dinámica sobre los discos de gas frío está implementada en el modelo SAG siguiendo el criterio propuesto por Gunn & Gott (1972). El gas frío del disco galáctico ubicado más allá del radio galactocéntrico R será extraído si la presión dinámica ejercida por el medio intracúmulo (ICM) sobre la galaxia excede a la fuerza restitutiva por unidad de área dada por la gravedad del disco,

$$\rho_{\text{ICM}} v^2 \geq 2\pi G \Sigma_{\text{d}}^*(R) \Sigma_{\text{f}}^{\text{gas}}(R), \quad (3.17)$$

donde ρ_{ICM} es la densidad del ICM en la posición de la galaxia, v es la velocidad de la galaxia relativa al ICM y Σ_{d}^* y $\Sigma_{\text{f}}^{\text{gas}}$ son las densidades superficiales de estrellas y gas frío en el disco galáctico, respectivamente. La densidad local del ICM y la velocidad relativa v son determinados a partir de las partículas de gas de la simulación o utilizando ajustes si no se cuenta con simulaciones hidrodinámicas (i.e. simulaciones de materia oscura sola).

Para discos de gas y estrellas exponenciales puede demostrarse a partir de la condición dada por la ecuación (3.17) que la presión dinámica removerá de la galaxia

3.3. Paralelismo de datos para el modelo SAG

a todo el gas frío que esté más allá de un radio de extracción $R_{\text{ext,f}}$ dado por

$$R_{\text{ext,f}} = -0,5R_d \ln \left(\frac{\rho_{\text{ICM}}v^2}{2\pi G \Sigma_{\text{d},0}^* \Sigma_{\text{f},0}^{\text{gas}}} \right) \quad (3.18)$$

donde $\Sigma_{\text{d},0}^*$ y $\Sigma_{\text{f},0}^{\text{gas}}$ son las densidades superficiales de estrellas y gas frío en el centro del disco, respectivamente. Se asume por simplicidad que ambas componentes tienen la misma longitud R_d . El efecto de la presión dinámica remueve el gas de afuera hacia adentro, y luego de que el proceso de extracción finalizó el remanente de gas en el disco forma un perfil exponencial con la misma longitud de escala que tenía antes del evento de extracción, pero truncado en $R_{\text{ext,f}}$.

Este modelo también incluye una extracción gradual del gas caliente de las galaxias satélites debido a efectos de la presión dinámica y fuerzas tidales. Si se considera que las galaxias pueden retener un halo de gas caliente en el momento en que se convierten en satélites, el gas caliente de la galaxia central del halo FOF dado por la ecuación (3.1) se convierte en

$$M_c^{\text{gas}} = f_b M_{\text{vir}} - M_{\star,\text{cen}} - M_{\text{f},\text{cen}}^{\text{gas}} - M_{\text{BH},\text{cen}} + \sum_{i=2}^{N_{\text{FOF}}} \left(M_{\star,i} + M_{\text{f},i}^{\text{gas}} + M_{\text{BH},i} + M_{\text{c},i}^{\text{gas}} \right), \quad (3.19)$$

El enfriado del gas solo se calcula para las galaxias tipo 0, y para las satélites se asume que todos los procesos de retroalimentación transfieren gas frío y metales de la galaxia satélite a la fase caliente de la galaxia central tipo 0 del halo FOF.

Una descripción detallada de los procesos mencionados en esta sección puede verse en Tecce et al. (2010, 2011, 2013).

3.3. Paralelismo de datos para el modelo SAG

El modelo SAG es un código programado para funcionar de manera serial, y la implementación de un esquema de paralelización utilizando MPI requeriría cambios mayores y reestructuraciones sustanciales que escapan al objetivo de este trabajo. Sin embargo, para optimizar los tiempos de ejecución y utilización de memoria sin necesidad de alterar el código original, se aplicó un esquema de paralelización de datos que consiste en dividir la simulación cosmológica de N -cuerpos que sirve de base al modelo SAG en diferentes sub-volúmenes que contengan árboles de fusiones completos de halos y subhalos, de manera que el modelo pueda ejecutarse independientemente en cada uno de estos sub-volúmenes.

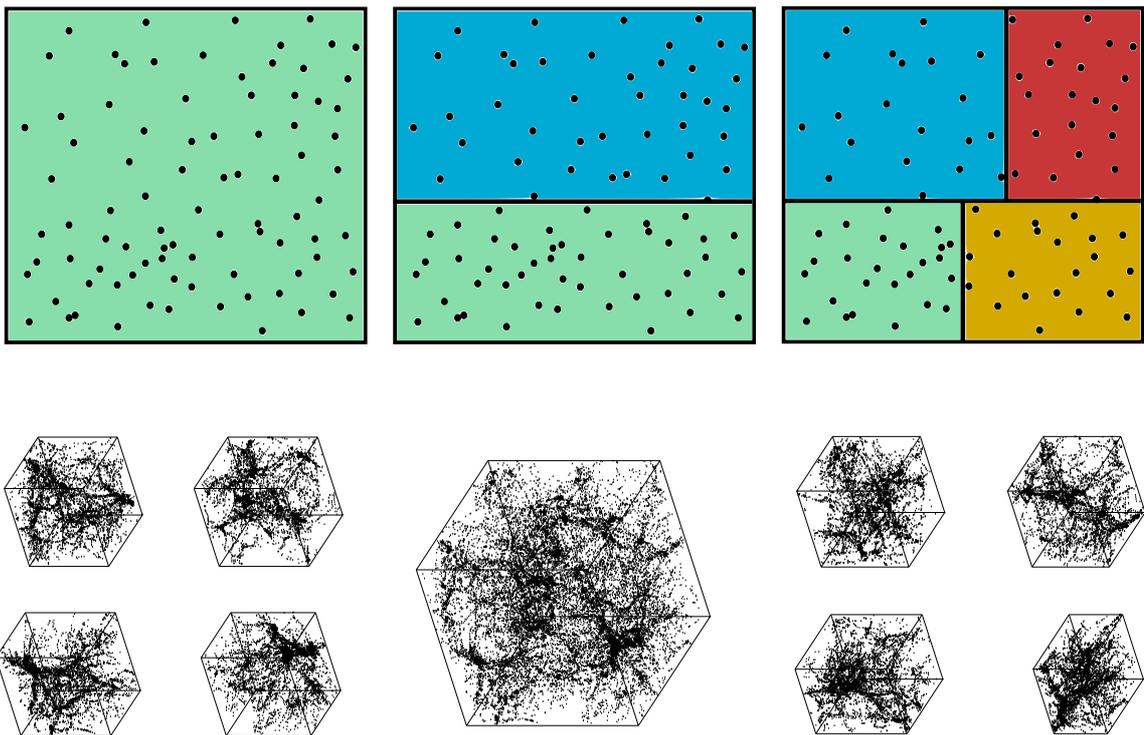


Figura 3.2: Paralelismo de datos implementado para optimizar el tiempo de ejecución del modelo SAG. *Arriba:* esquema 2D de como se efectúan las divisiones del volumen original de la simulación. Los puntos representan las partículas de materia oscura. *Abajo:* ejemplo aplicado a una simulación real. En la imagen central se muestra la simulación de N -cuerpos completa a $z = 0$ y a los lados los ocho sub-volúmenes generados mediante el esquema descrito en el texto. Se puede observar que, como consecuencia de exigir la misma densidad de materia en cada sub-volumen, éstos no son cubos regulares sino paralelepípedos.

3.3. Paralelismo de datos para el modelo SAG

Las divisiones de la simulación base se realizan mediante el siguiente esquema:

1. Se elige un número N con el que se dividirá cada una de las dimensiones del volumen original, de manera que se obtendrán N^3 sub-volúmenes.
2. Se toma la salida final de la simulación (generalmente a $z = 0$) y comenzando por alguna dirección particular (eje x , por ejemplo), se divide en N partes el volumen original teniendo en cuenta que la densidad de partículas de materia oscura sea la misma en cada sub-volumen. Cambiando de dirección (eje y o z), se procede a dividir nuevamente en N partes a estos primeros sub-volúmenes para finalmente volver a dividir, respecto al eje restante, en N cada uno de los N^2 sub-volúmenes obtenidos; realizando siempre las divisiones con el criterio de mantener constante la densidad media de partículas de materia oscura en cada uno de ellos. Como consecuencia de esto último, los sub-volúmenes no son cubos sino paralelepípedos.
3. Habiendo realizado las N^3 divisiones se procede a buscar todos los halos FOF (con sus subhalos) que estén dentro de cada uno de los sub-volúmenes al *redshift* en el que se aplicó la división. Para esto se utilizan las posiciones de los centros de masa de los halos.
4. Finalmente, se procede a recorrer los catálogos de objetos identificados en las salidas anteriores de la simulación para seleccionar todos aquellos halos y subhalos que sean progenitores de los contenidos en alguno de los sub-volúmenes, construyendo así catálogos nuevos que contienen solamente a aquellos halos y subhalos que acabarán, en el *redshift* final de la simulación, confinados en el sub-volumen elegido. De esta manera, el catálogo original queda dividido en N^3 catálogos menores que contienen árboles de fusiones completos para los halos y subhalos de materia oscura.

En la figura 3.2 se muestra un ejemplo de la paralelización de datos implementada. La figura superior es un esquema en dos dimensiones de como se va dividiendo el volumen original respecto a los diferentes ejes manteniendo constante la densidad de partículas de materia oscura. La figura inferior muestra un ejemplo sobre una simulación real. En la parte central se muestra el volumen completo a $z = 0$, el cual fue dividido en los 2^3 sub-volúmenes que están a los lados. Los puntos muestran las posiciones de los centros de masa de los halos FOF identificados.

La implementación de la paralelización de datos presentada brinda la posibilidad de utilizar el modelo SAG en computadoras con procesadores múltiples o *clusters*, logrando una optimización no solo por disminuir los tiempos de ejecución sino también por distribuir la memoria requerida, permitiendo la ejecución del código en simulaciones de gran volumen o alta resolución, donde el número de halos FOF identificados aumenta considerablemente.

BIBLIOGRAFÍA

- Binney, J. & Tremaine, S. 2008, *Galactic Dynamics: Second Edition* (Princeton University Press)
- Bower, R. G., Benson, A. J., Malbon, R., et al. 2006, *MNRAS*, 370, 645
- Bruzual, G. & Charlot, S. 2003, *MNRAS*, 344, 1000
- Cole, S., Lacey, C. G., Baugh, C. M., & Frenk, C. S. 2000, *MNRAS*, 319, 168
- Cora, S. A. 2006, *MNRAS*, 368, 1540
- Croton, D. J., Springel, V., White, S. D. M., et al. 2006, *MNRAS*, 365, 11
- De Lucia, G., Kauffmann, G., & White, S. D. M. 2004, *MNRAS*, 349, 1101
- Gunn, J. E. & Gott, III, J. R. 1972, *ApJ*, 176, 1
- Iwamoto, K., Brachwitz, F., Nomoto, K., et al. 1999, *ApJS*, 125, 439
- Kauffmann, G. 1996, *MNRAS*, 281, 475
- Kennicutt, J. R. C. 1998, *ApJ*, 498, 541
- Lagos, C. D. P., Cora, S. A., & Padilla, N. D. 2008, *MNRAS*, 388, 587
- Lagos, C. D. P., Padilla, N. D., & Cora, S. A. 2009, *MNRAS*, 395, 625
- Malbon, R. K., Baugh, C. M., Frenk, C. S., & Lacey, C. G. 2007, *MNRAS*, 382, 1394
- Marigo, P. 2001, *A&A*, 370, 194
- Padovani, P. & Matteucci, F. 1993, *ApJ*, 416, 26
- Portinari, L., Chiosi, C., & Bressan, A. 1998, *A&A*, 334, 505
- Salpeter, E. E. 1955, *ApJ*, 121, 161
- Springel, V., White, S. D. M., Tormen, G., & Kauffmann, G. 2001, *MNRAS*, 328, 726
- Sutherland, R. S. & Dopita, M. A. 1993, *ApJS*, 88, 253
- Tecce, T. E., Cora, S. A., & Tissera, P. B. 2011, *MNRAS*, 416, 3170
- Tecce, T. E., Cora, S. A., Tissera, P. B., Abadi, M. G., & Lagos, C. D. P. 2010, *MNRAS*, 408, 2008
- Tecce, T. E., Cora, S. A., Tissera, P. B., & Padilla, N. D. 2013, en preparación
- Tormen, G. 1997, *MNRAS*, 290, 411

Capítulo 4

Calibración de los parámetros bariónicos del modelo SAG

En este capítulo se trata el problema de la calibración de los parámetros que regulan la física del gas en el proceso de formación de galaxias del modelo SAG. Para esto, introducimos una herramienta estadística llamada *Particle Swarm Optimization*.

4.1. Introducción

Como se dijo en el capítulo 2, la utilización de modelos semi-analíticos de formación de galaxias trae aparejado el problema de calibrar los parámetros libres del mismo. Usualmente, esto se hace utilizando un determinado conjunto de observables que se espera sean reproducidos por las galaxias simuladas. Ya que calibrar un SAM es sinónimo de realizar una exploración en un espacio de parámetros multidimensional, es necesario recurrir a estrategias más elaboradas que simples muestreos con grillas, que resultan computacionalmente prohibitivos.

Las estrategias que han sido utilizadas por diferentes autores para abordar este problema pueden resumirse principalmente en dos: Cadenas de Markov Monte Carlo (Kampakoglou et al. 2008; Henriques et al. 2009; Lu et al. 2011, 2012; Mutch et al. 2013) y Emuladores de Modelos (Bower et al. 2010; Gómez et al. 2012) (ver sección 2.4 para más detalles).

En este capítulo, presentamos la implementación de un método de búsqueda inspirado en inteligencia artificial llamado *Particle Swarm Optimization*. Esta técnica ya fue utilizada exitosamente por Prasad & Souradeep (2012) para la estima de parámetros cosmológicos utilizando como observable el espectro de potencias del CMB obtenido por WMAP7.

4.2. Simulación de N -cuerpos

En este capítulo se utilizó una simulación de materia oscura con parámetros cosmológicos consistentes con WMAP5/WMAP7 (Komatsu et al. 2009; Jarosik et al. 2011): $\Omega_m = 0,28$, $\Omega_\Lambda = 0,72$, $\Omega_b = 0,046$, $\sigma_8 = 0,82$, $h = 0,70$ y $n = 0,96$. La simulación cuenta con 256^3 partículas evolucionadas temporalmente en un volumen cúbico de lado $L = 60,0h^{-1}\text{Mpc}$, por lo que la masa por partícula es $m_{\text{part}} = 1,0 \times 10^9 h^{-1} M_\odot$. La simulación se evolucionó desde su *redshift* inicial $z_{\text{inicial}} = 64,9$ hasta el presente almacenando 100 salidas (Benson et al. 2012) igualmente espaciadas en $\log_{10}(a)$ entre $z = 18$ y $z = 0$.

4.3. Calibración de parámetros bariónicos

En esta sección se describe una nueva metodología que puede utilizarse para calibrar SAMs, el algoritmo *Particle Swarm Optimization*, técnica que permite encontrar de manera rápida y eficiente un conjunto de parámetros que reproduzca el conjunto

de observables deseado. Combinando PSO con MCMC es posible estudiar de manera completa y rápida las correlaciones y degeneraciones existentes en el espacio de parámetros del modelo.

4.3.1. Algoritmo PSO

Particle Swarm Optimization es una técnica computacional introducida originalmente por Kennedy & Eberhart (1995) que optimiza búsquedas en espacios multidimensionales. Si decimos que $X = \{x_1, x_2, \dots, x_D\}$ es un punto en \mathbb{R}^D y que $F(X)$ es una función que mide la aptitud del punto X , la idea detrás del algoritmo PSO es calcular $F(X)$ simultáneamente en diferentes puntos del espacio mediante un conjunto de “partículas” que comparten información; determinando de esta manera nuevas posiciones de búsqueda a partir del conocimiento individual y colectivo de ellas. El proceso puede visualizarse como un enjambre (en inglés *swarm*) de partículas que exploran el espacio multidimensional comunicándose entre ellas. Es importante antes de describir la dinámica del algoritmo definir algunos conceptos y notación:

- **Partículas:** Se refiere a los agentes computacionales que realizan la búsqueda en el espacio multidimensional. Cada partícula posee un número identificador $i = 1, \dots, N_p$, donde N_p es el número total de partículas usadas. En cada paso temporal t , cada partícula posee una posición $X_i(t)$ y una velocidad $V_i(t)$ en el espacio.
- **Función de aptitud:** Es la función $F(X)$ que evalúa la calidad del punto X en el espacio. En la literatura recibe el nombre de función de aptitud o función de optimización y en esta tesis se adoptó una función de probabilidad *chi-cuadrado*.
- **Mejor valor individual:** Si llamamos $F_i^{\max}(t)$ al máximo valor de $F(X)$ encontrado por la partícula i -ésima al tiempo t , definimos como $B_i(t)$ a la posición en el espacio de ese mejor punto. Es decir

$$F_i^{\max}(t) = F[B_i(t)] \geq F[X_i(\tau)]; \tau \leq t. \quad (4.1)$$

- **Mejor valor global:** Si definimos $F^{\max}(t) = \max\{F_i^{\max}(t)\}_{i=1, \dots, N_p}$ como el mejor valor de $F(X)$ encontrado por todas las partículas al tiempo t , la posición de ese mejor valor global recibe el nombre $G(t)$ y satisface

$$F^{\max}(t) = F[G(t)] \geq F[B_i(t)]; i = 1, \dots, N_p. \quad (4.2)$$

Dinámica

Dado un nuevo paso temporal, las posiciones de las partículas son actualizadas siguiendo

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1), \quad (4.3)$$

donde la velocidad es calculada de acuerdo a

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1\xi_1 [B_i(t) - X_i(t)] + c_2\xi_2 [G(t) - X_i(t)]. \quad (4.4)$$

El coeficiente w es llamado *peso inercial*, c_1 y c_2 son las *constantes de aceleración* que deciden la contribución a la velocidad debido al conocimiento personal y social, respectivamente, y ξ_1 y ξ_2 son números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo $[0, 1]$.

El primer término de la derecha en la ecuación (4.4) mueve a la partícula en línea recta y el segundo y tercero la aceleran hacia las las posiciones $B_i(t)$ y $G(t)$. Si bien existen muchas implemetaciones del algoritmo PSO en problemas astrofísicos, con diferentes elecciones para los valores de w , c_1 y c_2 e incluso con parámetros nuevos (Skokos et al. 2005; Wang & Mohanty 2010; Rogers & Fiege 2011); para esta tesis se eligieron los valores utilizados por Prasad & Souradeep (2012) que son los sugeridos por PSO Standard 2006¹, donde

$$w = \frac{1}{2 \ln(2)} \approx 0,72, \quad (4.5)$$

$$c_1 = c_2 = 0,5 + \ln(2) \approx 1,193. \quad (4.6)$$

Velocidad máxima

Para impedir que las partículas adquieran velocidades arbitrariamente grandes, surge la necesidad de limitar la velocidad máxima que éstas pueden adquirir. Esto puede hacerse manteniendo la velocidad máxima proporcional al espacio de búsqueda:

$$V_i(t) = \begin{cases} V_{\max}, & \text{si } V_i(t) > V_{\max} \\ -V_{\max}, & \text{si } V_i(t) < -V_{\max} \end{cases} \quad (4.7)$$

donde $V_{\max} = 0,5(X_{\max} - X_{\min})$ y $[X_{\min}, X_{\max}]$ son los límites del espacio a explorar. De esta manera, el salto máximo que una partícula puede hacer es igual a la mitad del

¹www.particleswarm.info/Standard_PSO_2006.c

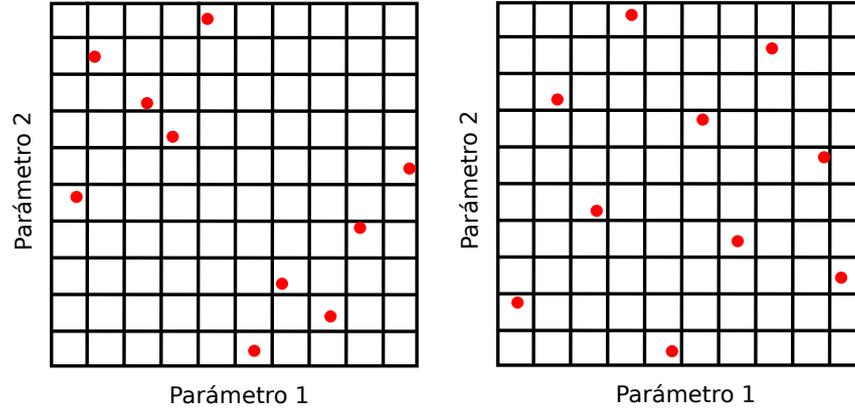


Figura 4.1: Ejemplo de *Latin Hypercube* (LH) (izquierda) y *Maximin Latin Hypercube* (MLH) (derecha) para un espacio 2D. El rango de cada parámetro está dividido en $N_p = 10$ intervalos iguales, y cada uno de los N_p puntos ubicados de manera que ninguna fila y columna posea más de un punto. Si bien ambos diseños satisfacen la condición exigida para ser LH, claramente el diseño MLH muestrea más eficientemente el espacio.

espacio de búsqueda.

Condiciones iniciales

Usualmente, las posiciones y velocidades iniciales de las partículas son asignadas de manera aleatoria de acuerdo a

$$X_i(t = 0) = X_{\min} + \xi (X_{\max} - X_{\min}) \quad (4.8)$$

$$V_i(t = 0) = \xi V_{\max}, \quad (4.9)$$

donde ξ es un número aleatorio uniformemente distribuido en el intervalo $[0, 1]$.

Alternativamente, otra manera de inicializar las posiciones de las partículas es mediante un *Latin Hypercube* (LH) (McKay et al. 1979), una técnica que muestrea más uniformemente el espacio multidimensional que una distribución aleatoria. Para construir un LH de N_p puntos, el rango de cada uno de los parámetros debe dividirse en N_p intervalos iguales; los puntos son entonces elegidos aleatoriamente de manera que dos puntos no ocupen el mismo intervalo para cualquiera de los parámetros.

Nuestras posiciones iniciales fueron generadas mediante un *Maximin Latin Hypercube* (Stein 1987), que consiste en construir varios miles LH y quedarse con aquel que posea la mayor distancia mínima entre todos los pares de puntos, obteniendo así un muestreo lo más uniforme posible. Un ejemplo de esto puede verse en la figura 4.1.

Condiciones de borde

Se adoptó una condición de borde “reflejante”, en la cual la partícula revierte su componente perpendicular de velocidad cuando trata de cruzar algún límite del espacio de búsqueda, es decir

$$v_{k,i}(t) = -v_{k,i}(t) \quad (4.10)$$

y

$$\begin{cases} x_{k,i}(t) = x_{k,\max} & \text{cuando } x_{k,i}(t) > x_{k,\max} \\ x_{k,i}(t) = x_{k,\min} & \text{cuando } x_{k,i}(t) < x_{k,\min} \end{cases} \quad (4.11)$$

siendo $x_{k,i}(t)$, $v_{k,i}(t)$ y $x_{k,\max,\min}$ las componentes k -ésimas de los vectores posición, velocidad y de frontera, respectivamente, para la partícula i -ésima al tiempo t .

Criterio de corte

En los métodos de búsqueda estocásticos, la probabilidad de convergencia al máximo global usualmente es garantizada solo en el límite asintótico. Es por este motivo que cualquier implementación práctica de un método estocástico debe incluir un criterio para concluir la búsqueda.

Las partículas en PSO exploran el espacio multidimensional encontrando diferentes valores para $G(t)$ a través del tiempo. Transcurridos suficientes pasos temporales, el valor de $G(t)$ se estaciona y las partículas no encuentran una posición para el mejor valor global que sea significativamente mejor. Tomando ventaja de ésto último, la exploración de las partículas es finalizada cuando se satisface

$$\log_{10}(\bar{\Delta}) \leq -2,5, \quad (4.12)$$

siendo

$$\bar{\Delta} = \left\langle \frac{\bar{x}_k(t) - g_k(t)}{g_k(t)} \right\rangle_{k=1,\dots,D}, \quad (4.13)$$

$$\bar{x}_k(t) = \langle x_{k,i}(t) \rangle_{i=1,\dots,N_p}, \quad (4.14)$$

donde $x_{k,i}(t)$ es la componente k -ésima de la partícula i -ésima al tiempo t y $g_k(t)$ es la componente k -ésima de la posición del mejor valor global al tiempo t .

Estimación de errores

La técnica PSO es muy eficiente y rápida para encontrar máximos globales, sin embargo no brinda una descripción detallada del entorno de ese mejor valor global que permita computar errores de una manera directa.

Es por esto que para la estimación de errores se siguió la idea presentada por Prasad & Souradeep (2012). El procedimiento consiste en tomar el subconjunto de $j = 1, \dots, M$ puntos en el entorno del mejor valor global que satisfagan

$$|\Theta_j| < 0,15 \quad \text{donde} \quad \Theta_j = \frac{X_j(t_f) - G(t_f)}{G(t_f)}, \quad (4.15)$$

siendo t_f el último paso temporal. En ese entorno, la función de aptitud es aproximada por

$$F_j(t_f) \simeq F^{\max}(t_f) \exp\left(-\frac{1}{2}\Theta_j^T \mathbf{R} \Theta_j\right), \quad (4.16)$$

donde \mathbf{R} es la matriz de curvatura de dimension $D \times D$. La inversa de la matriz de curvatura es la matriz de covarianza \mathbf{C} , la cual puede utilizarse para hacer una estima de los errores en las inmediaciones del mejor valor global (Jungman et al. 1996).

Tomando

$$\Delta_j^2 = -2\ln\left[\frac{F_j(t_f)}{F^{\max}(t_f)}\right] = \Theta_j^T \mathbf{R} \Theta_j \quad (4.17)$$

se puede ajustar un paraboloides D-dimensional al conjunto $\{\Delta_j^2\}_{j=1, \dots, M}$ y obtener de esta manera los $D(D+1)/2$ coeficientes independientes de la matriz \mathbf{R} . La matriz de covarianza es entonces computada invirtiendo la matriz de curvatura, i.e. $\mathbf{C} = \mathbf{R}^{-1}$, y el error σ_k del parámetro k -ésimo es estimado de acuerdo a

$$\sigma_k = g_k(t_f) \sqrt{C_{kk}}. \quad (4.18)$$

Para el ajuste del paraboloides D-dimensional y la inversión de la matriz de curvatura se utilizaron las subrutinas `gsl_multifit` y `gsl_linalg` de la biblioteca científica GNU².

4.3.2. Parámetros libres

Se eligió estudiar el comportamiento de 5 parámetros libres que regulan la evolución de galaxias en el modelo SAG, dejando los demás parámetros fijos en sus valores usuales. Estos parámetros son:

- La eficiencia de formación estelar, α (ecuación (3.7))

²<http://www.gnu.org/software/gsl>

4.3. Calibración de parámetros bariónicos

- La eficiencia de retroalimentación por explosiones de supernova, ϵ (ecuación (3.9))
- La fracción de gas frío acreta al agujero negro, f_{BH} (ecuación (3.12))
- La fracción de gas caliente acreta al agujero negro, κ_{AGN} (ecuación (3.14))
- El valor crítico para la inestabilidad de disco, $T_{\text{disc,c}}$ (ecuación (3.11))

4.3.3. Observables

Para calibrar el modelo SAG utilizando la técnica PSO, utilizamos los siguientes cuatro conjuntos de datos observacionales para restringir la población de galaxias, los cuales se muestra en la figura 4.2.

- **Función de luminosidad en la banda K (KLF):** Se combinaron los datos de Cole et al. (2001) del *Two Degrees Field Galaxy Redshift Survey* (2dF), Kochanek et al. (2001) del *Two Micron All Sky Survey* (2MASS), Bell et al. (2003) del *Sloan Digital Sky Survey - Data Release 1* (SDSS-DR1) y Jones et al. (2006) del *Six Degrees Field Galaxy Survey* (6dF). Los puntos finales se obtuvieron tomando el promedio de las observaciones en 29 intervalos de magnitud y los errores mediante la dispersión de esos promedios.
- **Función de luminosidad en la banda b_j ($b_j\text{LF}$):** Se utilizaron los datos de Norberg et al. (2002) del 2dF y de Jones et al. (2006) del 6dF. Los datos finales se obtuvieron de la misma manera que para la función de luminosidad en la banda K pero utilizando 34 intervalos de magnitud en este caso.
- **Relación entre la masa del agujero negro y la masa del bulbo (BHB):** Se combinaron los datos de Häring & Rix (2004) y Sani et al. (2011). Los puntos utilizados fueron obtenidos tomando el promedio de la masa del agujero negro en 7 intervalos de masa del bulbo, con errores estimados como la dispersión de esos promedios.
- **Fracciones morfológicas (MOR):** Se utilizaron las fracciones morfológicas en función de la masa estelar de Conselice (2006) obtenidas del SDSS. Sólo se usaron las fracciones de galaxias elípticas y espirales, combinadas como un solo observable.

Con la excepción de las fracciones morfológicas, éstos observables han sido ampliamente utilizados por diferentes autores para calibrar SAMs (Henriques et al. 2009;

Bower et al. 2010; Lu et al. 2012; Mutch et al. 2013). La función de luminosidad en la banda K es un buen estimador de una de las propiedades fundamentales de las galaxias, la masa estelar, ya que está relativamente poco afectada por la extinción por polvo y representa una muestra fiel de la población estelar. La función de luminosidad en la banda b_j brinda información sobre las poblaciones estelares jóvenes, convirtiéndolo en un buen observable para monitorear la eficiencia de formación estelar. Dada la gran importancia de la retroalimentación por AGNs, es importante incluir algún observable para calibrar los parámetros libres relacionados a su modelado, eligiendo la relación entre la masa del agujero negro y la masa del bulbo para este fin. Finalmente, se consideraron también las fracciones morfológicas como último observable para obtener una poblaciones de galaxias bimodal consistente con las observaciones.

4.4. Resultados

Para evaluar la aptitud de los puntos visitados por las partículas se utilizó la función de probabilidad χ^2 (Press et al. 1992)

$$Q(N/2, \chi^2/2) = \frac{\Gamma(N/2, \chi^2/2)}{\Gamma(N/2)} \quad (4.19)$$

con

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_{\text{SAG},i} - y_{\text{OBS},i})^2}{\sigma_{\text{SAG},i}^2 + \sigma_{\text{OBS},i}^2}, \quad (4.20)$$

donde N es el número de puntos, $y_{\text{SAG},i}$ y $y_{\text{OBS},i}$ son los valores i -ésimos de una dada propiedad para las galaxias SAG y para las observaciones, respectivamente, y $\sigma_{\text{SAG},i}$ y $\sigma_{\text{OBS},i}$ son los errores para ese i -ésimo punto.

Para un dado punto $X(t)$ se calcula la probabilidad para cada observable de manera independiente, tomando como aptitud final el producto de ellas, i.e.,

$$F(X) = Q_{\text{KLF}} \times Q_{\text{bjLF}} \times Q_{\text{BHB}} \times Q_{\text{MOR}}. \quad (4.21)$$

La primer elección que se debe hacer a la hora de calibrar con PSO es elegir el número de partículas que se va a utilizar para explorar el espacio de parámetros. No existe un criterio *a priori* para esta elección, y lo que se desea es tener un número suficiente de partículas tal que la búsqueda no corra riesgo de quedar “atrapada” en un mínimo local (si bien generar las condiciones iniciales mediante un *Maximin*

4.4. Resultados

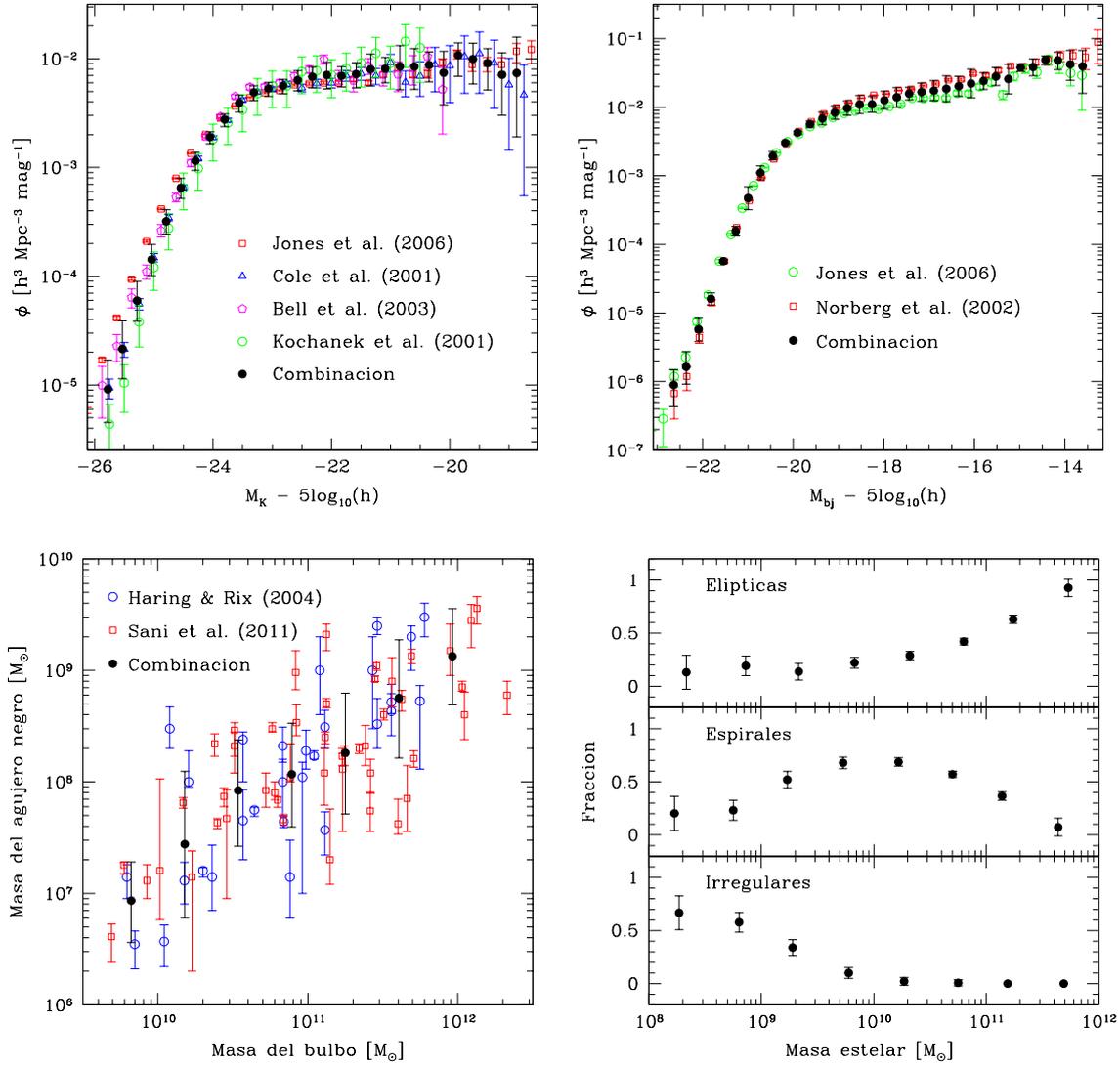


Figura 4.2: Restricciones observacionales utilizadas para calibrar el modelo SAG con PSO. *Arriba-derecha:* función de luminosidad en la banda K . Se utilizó la combinación de los datos de Cole et al. (2001), Kochanek et al. (2001), Bell et al. (2003) y Jones et al. (2006). *Arriba-izquierda:* función de luminosidad en la banda b_j . Se combinaron los datos de Norberg et al. (2002) y Jones et al. (2006). *Abajo-izquierda:* relación entre la masa del agujero negro y la masa de bulbo. Se trabajó con la combinación de datos de Häring & Rix (2004) y Sani et al. (2011). *Abajo-derecha:* fracciones morfológicas como función de la masa estelar. Se utilizaron los datos de Conselice (2006), considerando sólo las fracciones de elípticas y espirales como restricción. Ver texto para más detalles.

Parámetro	Rango explorado	Mejor valor
α	0,005 – 0,5	$0,04 \pm 0,01$
ϵ	0,01 – 1,0	$0,34 \pm 0,03$
f_{BH}	0,001 – 1,0	$0,025^{+0,008}_{-0,006}$
κ_{AGN}	10^{-7} – 0,01	$\left(1,3^{+0,6}_{-0,4}\right) \times 10^{-5}$
$T_{\text{disc,c}}$	0,5 – 1,5	$1,20 \pm 0,06$

Tabla 4.1: Mejor conjunto de parámetros para el modelo SAG obtenidos con PSO, rango explorado y estima de errores.

Latin Hypercube alivia el problema, para un número bajo de partículas aun existe riesgo). Para fijar el número de partículas de búsqueda se hicieron varias pruebas de calibración, y se observó que para $N_p = 25$ las diferentes calibraciones no diferían de manera sustancial. Por lo tanto, se adoptó este valor para realizar la exploración.

Los resultados de la exploración se suman en la tabla 4.1, donde se muestran los mejores valores obtenidos, el rango explorado y el error determinado mediante el esquema descrito en la sección 4.3.1.

En la figura 4.3 se muestran, en líneas rojas, los ajustes a los observables utilizando el mejor conjunto de parámetros obtenidos y las áreas grises representan los errores Poisson. En el caso de las fracciones morfológicas se definen como espirales a aquellas galaxias con $0 < M_{\text{bulbo}}/M_{\star} < f$ y elípticas a aquellas con $M_{\text{bulbo}}/M_{\star} > f$, donde f es un parámetro libre. La elección del valor de f se realiza de manera de obtener el mejor ajuste posible (i.e, mejor valor de Q_{MOR}), resultando en $f = 0,70$ para esta calibración en particular.

Como puede apreciarse en ésta figura, las predicciones de SAG para el mejor conjunto de parámetros muestran un buen acuerdo general con todos los observables, sin embargo el número de las galaxias más brillantes resulta sobrestimado, como puede observarse en la KLF y más aún en la bjLF. Esto se debe a la presencia de discos galácticos “gigantes” que no se destruyen debido a procesos como la inestabilidad de disco. Este fenómeno también se ve reflejado en las MOR para masa estelares $M_{\star} > 10^{11} M_{\odot}$, donde se observa un exceso de galaxias espirales respecto a las elípticas. Para el extremo débil de las funciones de luminosidad se observa un comportamiento bimodal: mientras que las galaxias débiles y azules (con formación estelar reciente) resultan bien modeladas (ver bjLF), las galaxias débiles en KLF se encuentran sobrestimadas. Este problema resulta común a diferentes implementaciones en SAMs (De Lucia & Blaizot 2007; Henriques et al. 2009), sumada a la importante dispersión existente en las observaciones (ver figura 4.2, arriba-izquierda). Entretanto

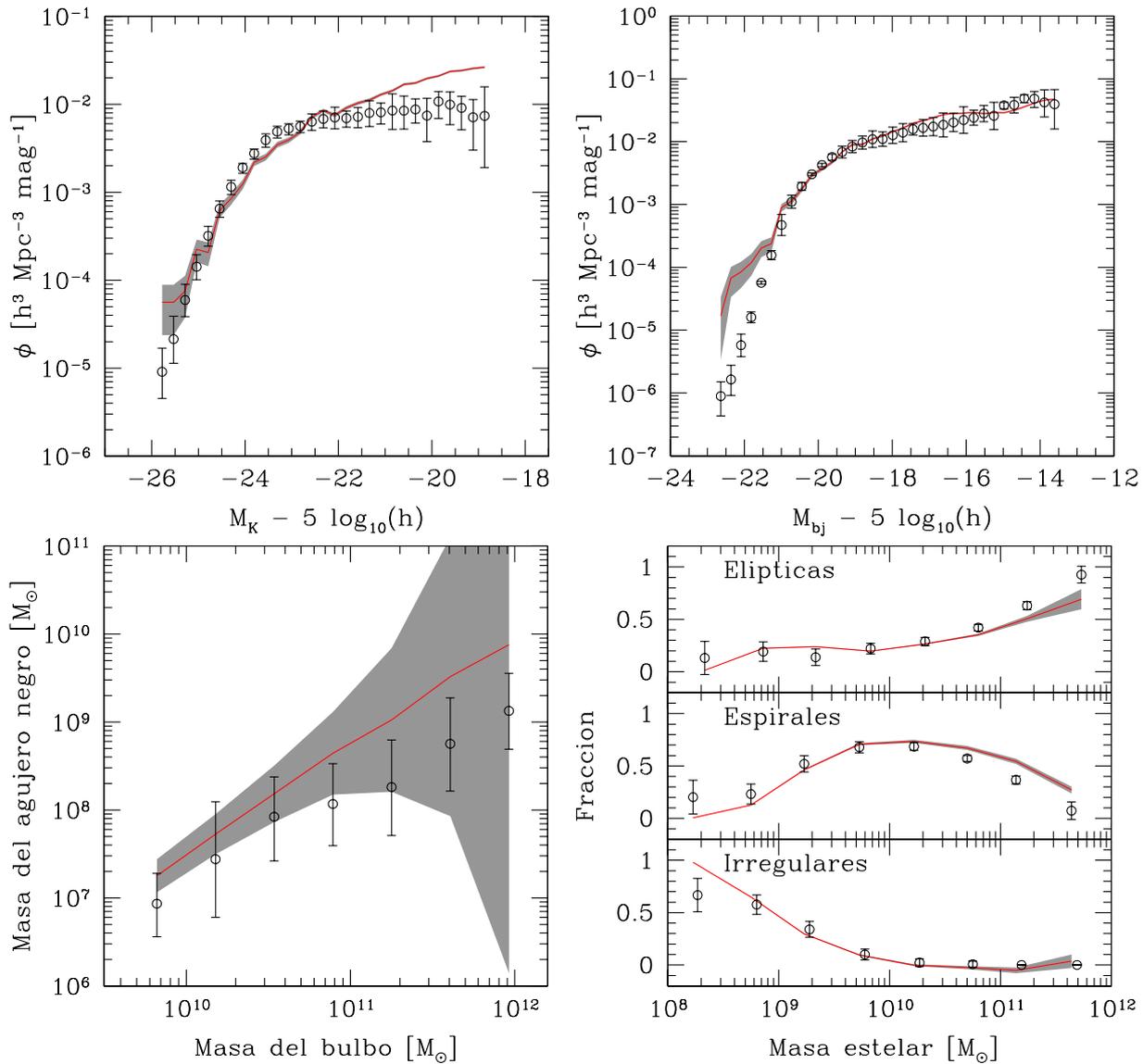


Figura 4.3: Propiedades de la población de galaxias obtenida con el modelo SAG utilizando los parámetros resultantes de la calibración con PSO: función de luminosidad en la banda K (arriba-izquierda), función de luminosidad en la banda b_j (arriba-derecha), relación entre la masa del bulbo y la masa del agujero negro (abajo-izquierda) y fracciones morfológicas en función de la masa estelar (abajo-derecha). En líneas rojas se muestra el mejor ajuste y las áreas grises indican los errores Poisson.

para la BHB se observa un ligero exceso sistemático en las masas medias de los agujeros negros; nótese que la gran dispersión para masas altas obedece simplemente al bajo número de objetos y la asignación de errores mediante una distribución tipo Poisson. El comportamiento general de las MOR reproduce satisfactoriamente las observaciones.

La figura 4.4 se muestra la evolución temporal del mejor valor global $G(t)$ (líneas sólidas) y del valor promedio sobre toda las partículas $\langle X_i(t) \rangle_{i=1, \dots, N_p}$ (líneas continuas) para cada uno de los parámetros elegidos para explorar: α (panel A), ϵ (panel B), f_{BH} (panel C), κ_{AGN} (panel D) y $T_{\text{disc,c}}$ (panel E). Se puede observar como a medida que la exploración evoluciona, ambas curvas tienden a converger. Esto está cuantificado en el panel F, donde se grafica la diferencia relativa entre el valor promedio de los diferentes parámetros y el mejor valor global (líneas en colores) y el promedio de estas diferencias relativas sobre todos los parámetros (línea negra gruesa). El criterio de convergencia adoptado (sección 4.3.1) se satisface en menos de 300 pasos, mostrando la efectividad del método PSO para explorar el espacio multidimensional.

Como se mencionó anteriormente, la técnica PSO no brinda información detallada del entorno del mejor valor global, por lo tanto, si se quiere estudiar las posibles degeneraciones entre los parámetros es necesario recurrir a otros métodos. En este punto, elegimos utilizar MCMC para inspeccionar la zona circundante a $G(t_f)$ (ver Apéndice para una descripción más detallada del algoritmo MCMC implementado).

La intención es explorar la topología del espacio de parámetros en la región donde el modelo es capaz de producir galaxias con propiedades razonables de acuerdo a los datos observacionales. En este punto se cuenta con una gran ventaja, ya que la técnica PSO nos permite identificar de manera rápida cual es esa región, permitiendo la realización de una búsqueda localizada y efectiva con MCMC.

Las cadenas entonces son inicializadas en un punto aleatorio en el espacio de parámetros dentro del entorno de 1σ del mejor valor global, donde el valor de σ es estimado mediante la ecuación (4.18). Se permite que las cadenas exploren todo el espacio de parámetros, sin embargo al inicializarse la búsqueda en las vecindades del mínimo global encontrado con PSO, las cadenas se mantienen localizadas, logrando un buen muestreo de las degeneraciones entre parámetros. Para este análisis se utilizaron 9 cadenas independientes de ~ 2000 pasos cada una, las cuales insumen un tiempo de cómputo mayor a 10 días ya que el modelo SAG solo cuenta con un esquema de paralelismo de datos, como se explica en el capítulo 3. Típicamente las implementaciones de MCMC para la calibración de SAMs implican el uso de una ca-

4.4. Resultados

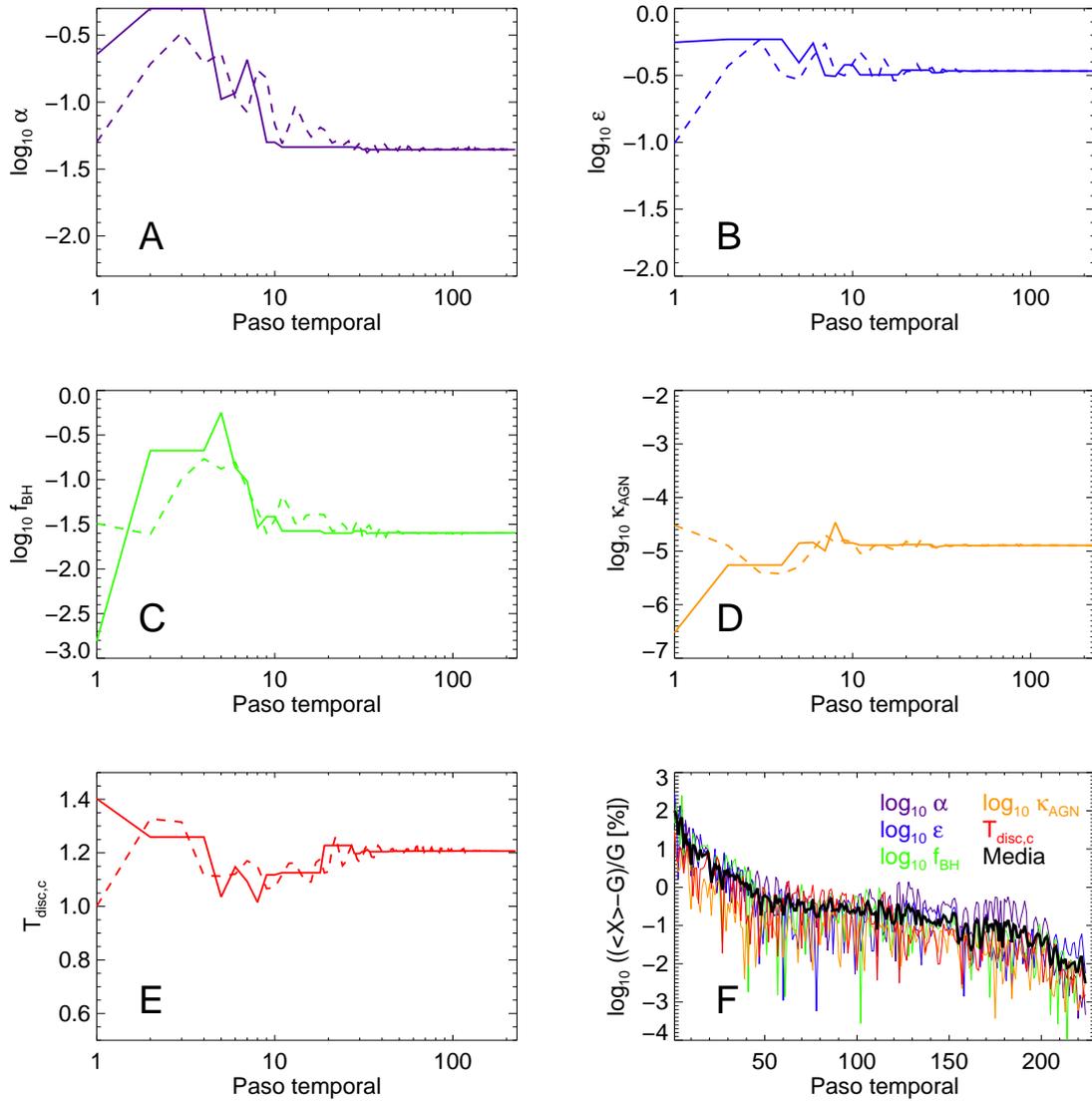


Figura 4.4: Evolución temporal del mejor valor global $G(t)$ (líneas sólidas) y el valor promedio $\langle X_i(t) \rangle_{i=1, \dots, N_p}$ (líneas cortadas) para los parámetros α (panel A), ϵ (panel B), f_{BH} (panel C), κ_{AGN} (panel D) y $T_{\text{disc,c}}$ (panel E). El panel F muestra la diferencia relativa entre el valor promedio de todas las partículas y el mejor valor global de cada parámetro (diferentes colores) y el valor medio de estas diferencias relativas (línea negra gruesa), el cual es usada para nuestro criterio de convergencia.

dena de mayor longitud (~ 30000 pasos), sin embargo debe tenerse en cuenta que en este caso la exploración es estrictamente localizada alrededor del mejor valor global encontrado por PSO, por lo tanto optamos por relajar esta restricción debido al costo computacional ya mencionado y combinar la información obtenida independientemente por las 9 cadenas utilizadas.

Los muestreos con MCMC se suman en la figura 4.5, donde se grafican las marginalizaciones 1D y 2D para los cinco parámetros libres del modelo SAG. Los contornos del 68% y 95% de aceptación se muestran con las curvas sólidas negras, mientras que el gradiente de color representa la probabilidad normalizada al máximo valor obtenido. En la diagonal se muestran las distribuciones posteriores 1D marginalizadas, donde el mejor valor global $G(t_f)$ se representa con las líneas verticales rojas y el área gris corresponde a la incerteza de 1σ .

De todos los parámetros analizados, aquellos para los cuales se obtienen regiones de mayor verosimilitud más localizadas son la eficiencia de formación estelar α y la eficiencia de retroalimentación por explosiones de supernova ϵ .

El parámetro de inestabilidad de disco $T_{\text{disc,c}}$ también se encuentra bien acotado, sin embargo su distribución de valores más probables presenta un claro sesgo hacia valores mayores que 1,0 (valor teórico correspondiente, ver Mo et al. (1998)). Estos altos valores se traducen en la presencia de galaxias con discos grande y estables, evidenciado en las predicciones del modelo para el extremo brillante de la *bjLF* y *MOR* (ver figura 4.3).

Por último, los parámetros que regulan el crecimiento de los agujeros negros centrales supermasivos (κ_{AGN} y f_{BH}) son los que se encuentran más pobremente restringidos, presentando distribuciones 1D marginales con bimodalidades y asimetrías e incluso una notable degeneración entre ellos. Esto puede deberse a solo se cuenta con un solo observable para restringir el proceso descrito por estos dos parámetros, sin embargo en el trabajo de Mutch et al. (2013), los autores logran romper este tipo de degeneración combinando las observaciones de la función de masa estelar y la *BHB*.

Para finalizar, cabe destacar que los resultados obtenidos con MCMC son consistentes con los obtenidos mediante la técnica PSO en el sentido que las distribuciones posteriores marginales 1D presentan máximos en acuerdo con el mejor valor global de cada parámetro y su estima de error, tal como puede observarse en los paneles diagonales de la figura 4.5.

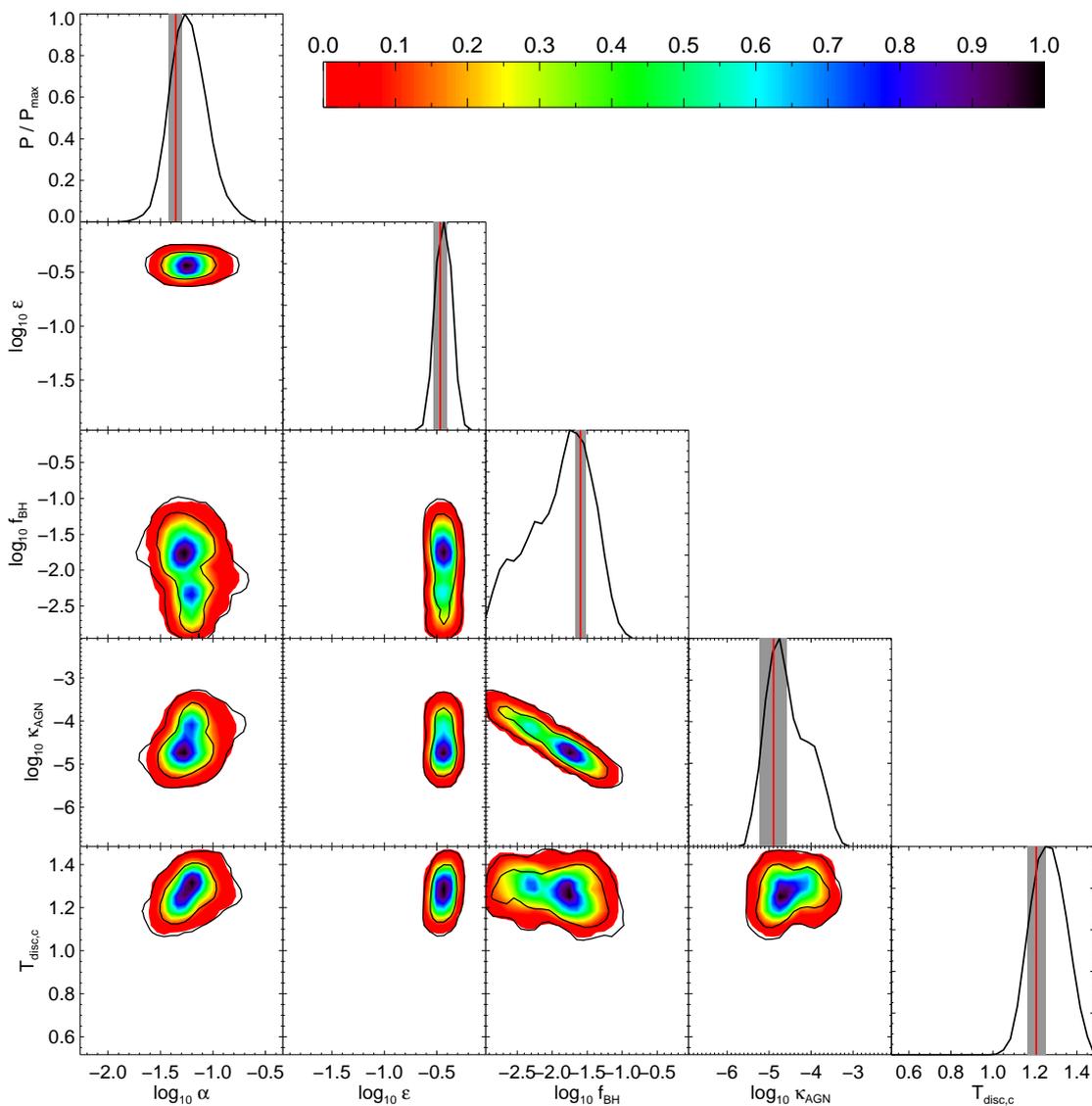


Figura 4.5: Muestreo con MCMC del entorno del mejor conjunto de parámetros obtenido con PSO. Los contornos sólidos encierran las regiones del 68 % y 95 % de aceptación (distribución posterior) y las superficies a color la probabilidad de cada intervalo normalizada al máximo valor (distribución del perfil). Los histogramas son las distribuciones posteriores 1D marginalizadas, siendo las líneas rojas verticales y las zonas grises las posiciones de los parámetros que dieron el mejor ajuste y su error 1σ , respectivamente.

4.5. Conclusiones

En este capítulo se presentó la implementación del algoritmo *Particle Swarm Optimization* para calibrar un modelo semi-analítico de formación de galaxias. Este método presenta la gran ventaja de ser muy rápido y efectivo a la hora de explorar un espacio multidimensional y encontrar un conjunto de parámetros que produzca poblaciones de galaxias cuyas propiedades se asemejen a las observadas, sin embargo no ofrece una descripción detallada del entorno de ese mejor conjunto de parámetros. Por este motivo, para explorar las posibles correlaciones entre los parámetros libres del modelo se recurrió al uso de Cadenas de Markov Monte Carlo, contando con la gran ventaja de saber que región del hipervolumen se desea explorar. En síntesis, si se trata solo de calibración, el algoritmo PSO es una alternativa óptima, ya que converge (al menos según el criterio adoptado para esta tesis) en menos de 300 pasos, mientras que si se desea además estudiar la región circundante se puede complementar PSO con una exploración localizada con MCMC.

Los valores encontrados por PSO para el mejor ajuste de los observables elegidos están en acuerdo con determinaciones previas en la literatura para parámetros que regulan procesos físicos similares. Si bien las implementaciones de los diferentes SAMs y las restricciones observacionales elegidas afectan a los valores de los mejores ajustes para cada caso, tanto los valores obtenidos como las correlaciones y distribuciones posteriores marginales de los parámetros son consistentes (Henriques et al. 2009; Mutch et al. 2013), siendo la única excepción el valor del parámetro de inestabilidad de disco que resulta en un valor extremo, sugiriendo la necesidad de una mejor implementación de este proceso en el modelo SAG.

BIBLIOGRAFÍA

- Bell, E. F., McIntosh, D. H., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2003, *ApJ*, 149, 289
- Benson, A. J., Borgani, S., De Lucia, G., Boylan-Kolchin, M., & Monaco, P. 2012, *MNRAS*, 419, 3590
- Bower, R. G., Vernon, I., Goldstein, M., et al. 2010, *MNRAS*, 407, 2017
- Cole, S., Norberg, P., Baugh, C. M., et al. 2001, *MNRAS*, 326, 255
- Conselice, C. J. 2006, *MNRAS*, 373, 1389
- De Lucia, G. & Blaizot, J. 2007, *MNRAS*, 375, 2
- Gómez, F. A., Coleman-Smith, C. E., O'Shea, B. W., Tumlinson, J., & Wolpert, R. L. 2012, *ApJ*, 760, 112
- Håring, N. & Rix, H.-W. 2004, *ApJL*, 604, L89
- Henriques, B. M. B., Thomas, P. A., Oliver, S., & Roseboom, I. 2009, *MNRAS*, 396, 535
- Jarosik, N., Bennett, C. L., Dunkley, J., et al. 2011, *ApJS*, 192, 14
- Jones, D. H., Peterson, B. A., Colless, M., & Saunders, W. 2006, *MNRAS*, 369, 25
- Jungman, G., Kamionkowski, M., Kosowsky, A., & Spergel, D. N. 1996, *Phys. Rev. D*, 54, 1332
- Kampakoglou, M., Trotta, R., & Silk, J. 2008, *MNRAS*, 384, 1414
- Kennedy, J. & Eberhart, R. C. 1995, *IEEE*, 4, 1992
- Kochanek, C. S., Pahre, M. A., Falco, E. E., et al. 2001, *ApJ*, 560, 566
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., et al. 2009, *ApJS*, 180, 330
- Lu, Y., Mo, H. J., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2012, *MNRAS*, 421, 1779
- Lu, Y., Mo, H. J., Weinberg, M. D., & Katz, N. 2011, *MNRAS*, 416, 1949
- McKay, M. D., Beckman, R. J., & Conover, W. J. 1979, *Technometrics*, 21, 239
- Mo, H. J., Mao, S., & White, S. D. M. 1998, *MNRAS*, 295, 319
- Mutch, S. J., Poole, G. B., & Croton, D. J. 2013, *MNRAS*, 428, 2001
- Norberg, P., Cole, S., Baugh, C. M., et al. 2002, *MNRAS*, 336, 907
- Prasad, J. & Souradeep, T. 2012, *Phys. Rev. D*, 85, 123008
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*
- Rogers, A. & Fiege, J. D. 2011, *ApJ*, 727, 80

Sani, E., Marconi, A., Hunt, L. K., & Risaliti, G. 2011, MNRAS, 413, 1479

Skokos, C., Parsopoulos, K. E., Patsis, P. A., & Vrahatis, M. N. 2005, MNRAS, 359, 251

Stein, M. 1987, Technometrics, 29, 143151

Wang, Y. & Mohanty, S. D. 2010, Phys. Rev. D, 81, 063002

Capítulo 5

Modificando la cosmología de los halos subhalos y sus historias de fusiones

En este capítulo se presenta una aplicación del método de Angulo & White (2010) que permite modificar la cosmología de los catálogos de halos extraídos de simulaciones numéricas. Se muestra que una versión reducida de éste método puede ser aplicada a simulaciones con un volumen cúbico de lado $L \sim 50h^{-1}\text{Mpc}$ sin pérdida de precisión y se realizan diferentes pruebas estadísticas sobre la precisión con la que se recuperan tanto las propiedades individuales de los halos como así también de las características globales de las poblaciones.

5.1. Introducción

Como se vio en el capítulo 2, las simulaciones numéricas de N -cuerpos nos proveen de una de las mejores herramientas para estudiar el problema de como las galaxias se forman y evolucionan en los halos de materia oscura en un contexto cosmológico, permitiéndonos entender las propiedades de estos halos en un amplio rango de escalas físicas y a través de sus historias cósmicas.

En los últimos años, la simulación Millennium (Springel et al. 2005) ha sido la base para numerosos estudios de la distribución y de las propiedades estadísticas de los halos de materia oscura y ha servido para la implementación de modelos semi-analíticos de formación y evolución de galaxias (Bower et al. 2006; Croton et al. 2006; De Lucia & Blaizot 2007; Guo et al. 2011). Sin embargo, es importante apreciar que esta simulación fue realizada usando los parámetros cosmológicos obtenidos por WMAP1 (Spergel et al. 2003), los cuales son sustancialmente diferentes de los actuales. Más recientemente Klypin et al. (2011) realizaron la simulación Bolshoi utilizando parámetros cosmológicos consistentes con los resultados de WMAP5 (Komatsu et al. 2009) y WMAP7 (Jarosik et al. 2011). La principal diferencia es que la simulación Millennium posee una amplitud en las perturbaciones sustancialmente mayor que la simulación Bolshoi.

Las diferencias en los parámetros de los modelos cosmológicos adoptados para una determinada simulación pueden afectar las abundancias y propiedades de los halos de materia oscura a un dado tiempo. En consecuencia, las propiedades de las galaxias que habiten esos halos pueden verse igualmente afectadas. Pequeñas variaciones en los parámetros cosmológicos pueden ser importantes a la hora de comprender los procesos físicos de los bariones involucrados en la formación de galaxias. Un ejemplo extremo puede verse en Cole et al. (1994), donde la máxima tasa de formación estelar se encuentra a $z = 1$ debido a la elección de $\Omega_m = 1$, que favorece las fusiones de halos a *redshifts* bajos.

Muchas de las diferencias entre, por ejemplo, las simulaciones Millennium y Bolshoi, pueden ser corregidas mediante diferentes métodos. Un primer intento de modificar la cosmología de una simulación fue presentado por Zheng et al. (2002) y aplicado luego por Harker et al. (2007) para restringir la amplitud lineal de las fluctuaciones en densidad en esferas de $8h^{-1}\text{Mpc}$ (σ_8) usando el modelo semi-analítico GALFORM (Baugh et al. 2005) y solo dos simulaciones de materia oscura. Más recientemente, Angulo & White (2010) (AW10 de ahora en más) presentaron un algoritmo que permite

un escalado mucho más flexible de los parámetros cosmológicos de una simulación. Este algoritmo escala una dada salida de una simulación cosmológica de N -cuerpos realizada en una determinada cosmología de manera que represente el crecimiento de las estructuras en una cosmología diferente.

El algoritmo desarrollado por AW10 posee dos partes. Una primera instancia que consiste en un escalado tanto del lado de la simulación como de los tiempos de las diferentes salidas y una segunda parte que tiene en cuenta las correcciones debido al cambio en los modos de gran escala de las perturbaciones presentes en el volumen de la simulación, como consecuencia del escalado del tamaño de la misma (ver sección 5.2 para los detalles). Por otro lado, en AW10 se aplica el escalado sobre todas las partículas de la simulación, de manera que el procesado de las salidas de la simulación debe ser repetido (i.e. identificación de halos y subhalos, cálculo de sus propiedades y construcción de las historias de fusiones). Esto puede ser computacionalmente muy demandante, especialmente si se requiere hacer el escalado en varias oportunidades. Por este motivo es que nos interesa estudiar en que circunstancias aplicar el método a los halos de materia oscura en lugar de a las partículas produce resultados igualmente precisos en las simulaciones escaladas, ya que esto permitiría reducir considerablemente los tiempos de cómputo.

La motivación para tener un método que nos permita modificar la cosmología de un dado catálogo de (sub)halos invirtiendo tiempos de cómputo despreciables radica en la posibilidad que éste brinda para extender el espacio de parámetros de los SAMs, incluyendo no solo los parámetros que regulan la física bariónica sino también parámetros cosmológicos. Esto último permitirá analizar el impacto que tiene las variaciones en cosmología sobre los parámetros bariónicos y las poblaciones de galaxias simuladas.

Se realizaron varias pruebas utilizando simulaciones de N -cuerpos en las cosmologías correspondientes a las simulaciones Millennium y Bolshoi, de manera de cuantificar con que precisión se recuperan las propiedades individuales y estadísticas de los halos de materia oscura cuando se aplica el escalado para ir de una cosmología a otra. Además se explora cómo el catálogo de halos escalado se ve afectado cuando el cambio en cosmología aumenta. Para esto último se tomó como cosmología base a los parámetros de WMAP7 y se analizaron desplazamiento en el plano $\Omega_m - \sigma_8$.

5.2. Escalando un catálogo de halos de una simulación de N -cuerpos

En esta sección se describe brevemente el proceso utilizado para escalar un catálogo de halos obtenido en una cosmología dada hacia uno nuevo que posea diferentes parámetros cosmológicos de base.

Como ya se mencionó en el capítulo 1, la variancia del campo de densidad lineal se define como

$$\sigma^2(R, z) = \frac{D(z)^2}{4\pi} \int_0^\infty k^2 P(k) W^2(kR) dk, \quad (5.1)$$

donde R es una escala comovil de suavizado, $D(z)$ el el factor de crecimiento lineal de las perturbaciones normalizado de manera que $D(z = 0) = 1$, $P(k)$ es el espectro de potencias lineal y $W(x)$ es la transformada de Fourier de un filtro escalón esférico dado por

$$W(x) = 3 \frac{\sin(x) - x \cos(x)}{x^3}. \quad (5.2)$$

Asumiendo que se busca un catálogo de halos en una dada cosmología (denotada por B) evolucionado hasta un *redshift* final z_B^f partiendo de otro catálogo de halos que posee una cosmología diferente (denotada por A), el procedimiento consiste en hallar un factor de escalado s del lado de la simulación y un *redshift* final z_A^f definido de manera que la amplitud lineal de las fluctuaciones $\sigma_A(s^{-1}R, z_A^f)$ en el rango $[s^{-1}R_1, s^{-1}R_2]$ sea lo más parecida posible a $\sigma_B(R, z_B^f)$ en el rango $[R_1, R_2]$. Esto es realizado mediante la minimización de la función

$$\delta_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{\ln(R_2/R_1)} \int_{R_1}^{R_2} \left[1 - \frac{\sigma_A(s^{-1}R, z_A^f)}{\sigma_B(R, z_B^f)} \right]^2 \frac{dR}{R}, \quad (5.3)$$

sobre s y z_A^f . Los valores para R_1 y R_2 son seleccionados de manera que $M(s^{-1}R_1)$ y $M(s^{-1}R_2)$ son las masas del menor y mayor halo de la simulación de partida, respectivamente.

Una vez que los parámetros s y z_A^f han sido obtenidos, el lado de la simulación es escalado de manera que $L_B = sL_A$ y los *redshifts* en la nueva cosmología ($z_B < z_B^f$) son obtenidos a partir de los de la cosmología original ($z_A < z_A^f$) mediante

$$D_B(z_B) = D_A(z_A) \frac{D_B(z_B^f)}{D_A(z_A^f)}. \quad (5.4)$$

Luego de escalar las posiciones de los halos con s y habiendo reasignado los tiempos cosmológicos, se debe considerar que las velocidades y las masas necesitan ser

corregidas mediante

$$\vec{v}_B = s \frac{(1+z_A) \dot{D}_B(z_B)}{(1+z_B) \dot{D}_A(z_A)} \frac{h_A}{h_B} \vec{v}_A, \quad (5.5)$$

$$M_B = s^3 \frac{\Omega_B}{\Omega_A} M_A, \quad (5.6)$$

donde el punto representa derivada con respecto al tiempo, h es el parámetro adimensional de Hubble y Ω es el parámetro de densidad de materia $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{dm}$, siendo Ω_b y Ω_{dm} los parámetros de densidad de bariones y materia oscura, respectivamente.

Los pasos presentados en las ecuaciones (5.1)-(5.6) es lo que llamaremos el método reducido de AW10. La implementación completa requiere la corrección de posiciones y velocidades debido a las diferencias residuales entre los espectros de potencias de ambas cosmologías debido al escalado del lado de la simulación. Para esto es necesario modificar la contribución de los modos de gran escala a las posiciones y a los campos de velocidades usando la aproximación de Zel'dovich (Zel'dovich 1970). El rango de modos donde la corrección debe ser aplicada es $k < k_{nl}$, donde k_{nl} satisface $\Delta^2(k_{nl}) = 1$ siendo $\Delta^2(k) = k^3 P(k) / 2\pi^2$ (ver AW10 para más detalles).

5.2.1. Simulaciones de N -cuerpos

Para probar el escalado de los halos y sus historias se utilizaron dos conjuntos de simulaciones. El primero posee seis simulaciones. Las dos simulaciones principales son la A , que posee una cosmología idéntica a la simulación Millennium, y la B que posee la cosmología de la simulación Bolshoi. Este primer conjunto de simulaciones también incluye versiones en baja resolución de A y B , con 128^3 partículas y otras con volúmenes ~ 100 veces mayor (con respecto al de A y B), las cuales fueron nombradas como *A_{low}*, *B_{low}* and *A_{big}*, *B_{big}*, respectivamente. Éstas simulaciones de menor resolución (ya sea por menor número de partículas o por mayor volumen) son para estudiar como impacta la disminución de resolución en el método de escalado. Cabe destacar que para el caso de las simulaciones con mayor volumen debió aplicarse el método completo de AW10 (ver sección 5.2.2).

A menos que se indique lo contrario, la cosmología B es tomada como el modelo de referencia y las simulaciones con cosmología A son escaladas para parecerse lo más posible al modelo de referencia.

El segundo conjunto contiene nueve simulaciones de baja resolución (128^3 partículas) diseñadas para medir las variaciones en la precisión con la que se escalan los catálogos de halos cuando varían los parámetros en el plano $\Omega_m - \sigma_8$ alrededor de

5.2. Escalando un catálogo de halos de una simulación de N -cuerpos

Nombre	N_p	z_i	m_{part} [$\times 10^{10} h^{-1} M_\odot$]	L [$h^{-1} \text{Mpc}$]	Ω_m	Ω_b	n	h	σ_8
<i>A</i>	256^3	74,7	0,089	60,00	0,25	0,0450	1,00	0,73	0,90
<i>Alow</i>	128^3	59,7	0,715	60,00	0,25	0,0450	1,00	0,73	0,90
<i>Abig</i>	256^3	43,3	9,08	280,00	0,25	0,0450	1,00	0,73	0,90
<i>B</i>	256^3	61,2	0,138	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Blow</i>	128^3	49,1	1,11	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bbig</i>	256^3	36,3	12,7	305,33	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bo₊₂</i>	128^3	55,7	0,639	52,72	0,33	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bo₊₁</i>	128^3	52,5	0,827	59,29	0,30	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bo₋₁</i>	128^3	45,7	1,55	78,78	0,24	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bo₋₂</i>	128^3	42,2	2,34	94,48	0,21	0,0469	0,95	0,70	0,82
<i>Bs₊₂</i>	128^3	52,8	1,11	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,88
<i>Bs₊₁</i>	128^3	50,9	1,11	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,85
<i>Bs₋₁</i>	128^3	47,3	1,11	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,79
<i>Bs₋₂</i>	128^3	45,5	1,11	67,68	0,27	0,0469	0,95	0,70	0,76
<i>Bo₊₁ s₊₁</i>	128^3	54,4	0,827	59,29	0,30	0,0469	0,95	0,70	0,85

Tabla 5.1: Parámetros relevantes de las simulaciones utilizadas. Las columnas muestran el nombre de la simulación, el número de partículas, el *redshift* inicial, la masa de una partícula, el lado de la simulación, el parámetro de densidad de materia, el parámetro de densidad de bariones, el índice espectral inicial, el parámetro adimensional de Hubble y la amplitud lineal de las fluctuaciones en esferas de $8h^{-1}\text{Mpc}$. El parámetro de densidad de constante cosmológica es $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$ (modelos planos) en todos los casos. Los tamaños de los lados de las simulaciones *B* fueron calculados usando el factor de escalado s obtenido mediante la minimización de la ecuación (5.3).

los originales. Para esto, se fijaron todos los parámetros y variamos solamente Ω_m o σ_8 en $\pm 1\sigma$ y $\pm 2\sigma$ de su valor original utilizando $\sigma = 0,03$, que está en acuerdo con la desviación estándar obtenida por WMAP7 para ambos parámetros, logrando un total de 8 simulaciones. La simulación restante fue realizada variando ambos parámetros en 1σ . Los parámetros relevantes de todas las simulaciones descriptas están resumidos en la tabla 5.1.

Las condiciones iniciales de todas las simulaciones fueron generadas utilizando la misma semilla aleatoria para facilitar las comparaciones a realizar. Las simulaciones fueron evolucionadas desde sus *redshifts* iniciales almacenando 100 salidas (Benson et al. 2012) igualmente espaciadas en $\log_{10}(a)$ entre $z = 20$ y $z = 0$.

Los resultados para los parámetros de escalado s y z_A^f obtenidos luego de minimizar la ecuación (5.3) se suman en la tabla 5.2.

5.2.2. ¿Cuándo es aceptable usar el método reducido de AW10?

Como se dijo anteriormente, el algoritmo de AW10 consta de una segunda parte que consiste en correcciones por los cambios en los modos de gran escala presentes

Nombre	s	z_A^f
B	1,128	0,361
$Blow$	1,128	0,361
$Bbig$	1,091	0,325
Bo_{+2}	0,779	-0,383
Bo_{+1}	0,876	-0,191
Bo_{-1}	1,164	0,201
Bo_{-2}	1,396	0,425
Bs_{+2}	1,000	-0,147
Bs_{+1}	1,000	-0,077
Bs_{-1}	1,000	0,076
Bs_{-2}	1,000	0,153
$Bo_{+1}s_{+1}$	0,876	-0,273

Tabla 5.2: Parámetros de escalado. En la primer columna se muestra el nombre de la simulación, la segunda es el factor de escalado s y la tercera el *redshift* final z_A^f . A excepción de la simulación *Bbig*, donde el rango que se uso fue $[M_1, M_2] = [1 \times 10^{11}, 5 \times 10^{15}]h^{-1}M_\odot$, para todas las otras simulaciones se utilizó el rango de masas $[M_1, M_2] = [1 \times 10^{10}, 5 \times 10^{14}]h^{-1}M_\odot$ para realizar la minimización.

en las simulaciones. Es esta subsección se muestra una prueba que permite saber en que circunstancias es aceptable ignorar estas correcciones cuasi-lineales, disminuyendo aun más los tiempos de cómputo involucrados en el proceso de escalado.

La prueba consiste en implementar ambas versiones del método de AW10, completo y reducido, a las posiciones de las partículas para estudiar las diferencias en función del tamaño del lado de la simulación y del *redshift*. Esto último es simplemente porque $k_{nl}(z)$ es una función del *redshift*.

Se utilizaron dos conjuntos de 4 simulaciones de 256^3 partículas específicas para esta subsección. El primer conjunto posee los mismos parámetros cosmológicos que la simulación A y el segundo conjunto los de la simulación B . Los lados de las simulaciones en la cosmología de referencia (i.e. la cosmología B) son $L = 50, 100, 500$ y $1000h^{-1}\text{Mpc}$ y fueron analizadas las salidas a $z = 0, 0,5, 1, 2$ y 4 .

El panel superior de la fig. 5.1 muestra la diferencia media cuadrática en las posiciones de las partículas, para el caso donde el método de AW10 es aplicado de manera completa y reducida (lineas sólida y cortada, respectivamente); cada linea muestra el cambio en el error a medida que el lado de la simulación aumenta hacia la derecha. Como puede verse, para simulaciones de lado $L \sim 50h^{-1}\text{Mpc}$, el método reducido produce posiciones que son tan precisas como las que se obtienen aplicando el método completo.

El panel inferior muestra el cociente entre las diferencias cuadráticas medias en las posiciones antes y después de aplicar el método completo de AW10 para diferentes

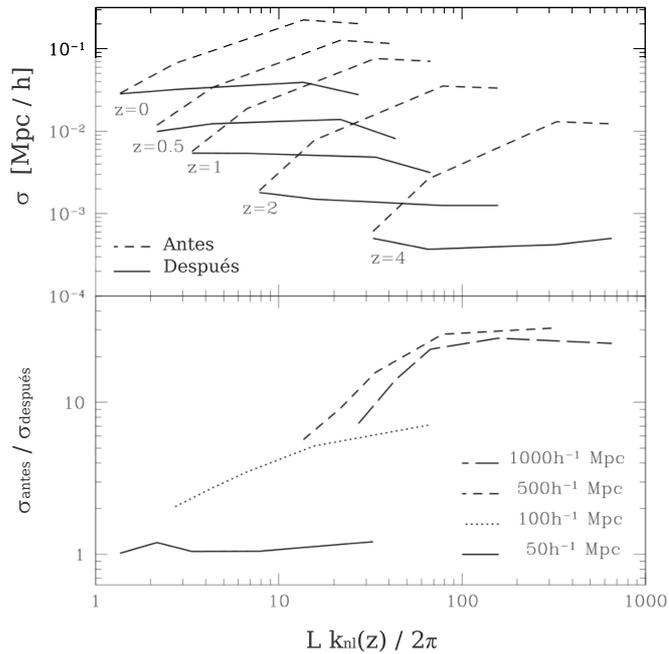


Figura 5.1: *Panel superior:* diferencia media cuadrática en las posiciones de las partículas escaladas para el método de AW10 completo (línea sólida) y reducido (línea cortada). Las líneas muestran la variación en los errores para *redshifts* fijos, en función del tamaño del lado de la simulación; los pares de líneas sólida y cortada corresponden a diferentes valores de *redshift*. *Panel inferior:* cociente entre las diferencias medias cuadráticas en las posiciones de las partículas antes y después de aplicar el método completo de AW10; cada línea muestra el resultado de fijar el tamaño del lado de la simulación y variar el *redshift*. El eje x muestra el producto entre el tamaño del lado de la simulación L y el modo límite no lineal $k_{nl}(z)$.

valores del lado de la simulación, a medida que el *redshift* se incrementa hacia la derecha. En este caso se ve claramente como las simulaciones de lado $L \sim 2\pi k_{nl}^{-1}(z=0)$ no muestran variación para todo el rango de *redshifts* explorados.

El hecho de que la corrección por modos de gran escala no sea importante en simulaciones de lado $L \sim 50h^{-1}\text{Mpc}$ es esperado, ya que por construcción los campos de desplazamiento son suavizados en modos más grandes que k_{nl}^{-1} . Notar además que esta prueba es dependiente de la cosmología seleccionada para estas simulaciones, por lo tanto estos resultados deben ser considerados solo como un ejemplo cualitativo.

5.3. Resultados

En esta sección se muestran las aplicaciones del método de escalado en las simulaciones presentadas anteriormente y como son recuperadas las propiedades individuales de los halos de materia oscura, incluyendo sus historias de crecimiento. Además, se estudió como se recuperan las propiedades estadísticas de la población global de halos. A partir de este punto se aplica sólo la versión reducida del método

de AW10 sobre los halos de materia oscura en todas las simulaciones excepto *Abig*, donde se debió aplicar el método completo debido a que el lado de la simulación era lo suficientemente grande como para que los efectos cuasi-lineales de los modos de gran escala sean importantes.

5.3.1. Comparación de las propiedades individuales de los halos

Se comparan las propiedades individuales de los halos con al menos 50 partículas de las simulaciones con la cosmología deseada (simulaciones *B*, halos de referencia) con las propiedades de los halos de las simulaciones *A* escalados a la cosmología de las simulaciones *B* (halos escalados). Estos halos pueden tener cualquier número de partículas (al menos 10). Para esto, asociamos pares de halos que compartan el mayor número de partículas utilizando el número identificador que GADGET2 asigna a cada partícula; esto es válido ya que las condiciones iniciales fueron construidas utilizando la misma semilla aleatoria. El porcentaje de halos en las simulaciones *B* que poseen un halo asociado en las simulaciones *A* es mayor al 99% en todos los casos.

En la figura 5.2 se comparan las propiedades individuales de los pares de halos asociados. El número de partículas de los halos escalados (panel A) muestra una ligera subestimación menor al 5%, y un claro aumento en la dispersión a medida que la masa del halo disminuye. Para halos de ~ 200 partículas, la dispersión es del orden del 10%. Los resultados para los halos de la simulación de menor resolución (*Alow*) se muestran en verde y para la simulación de volumen ~ 100 veces mayor (*Abig*) en rojo. Como puede verse, ni el menor número de partículas ni el volumen mayor afectan la precisión con la que se recupera el número de partículas de los halos. Los resultados para los catálogos de halos escalados de las simulaciones *Alow* y *Abig* son similares a los que se obtienen para los halos escalados de la simulación *A* en la mayoría de las comparaciones realizadas. Por lo tanto, para lograr mayor claridad, en los restantes paneles de la figura 5.2 se muestran solo los resultados para los halos escalados de la simulación *A*, excepto donde haya alguna diferencia notable.

Las posiciones de los halos son recuperadas con una precisión del $0,1h^{-1}\text{Mpc}$ (diferencia entre los percentiles 10 y 90 y la mediana) (panel B). Las velocidades muestran una diferencia relativa en el módulo menor al 5% y pequeños cambios en la dirección con una moda de 1 grado (paneles C y D). Como puede verse en la figura, las velocidades tienden a estar sesgadas hacia valores mayores para $|\vec{v}| < 350 \text{ km s}^{-1}$ y sesgadas hacia valores menores para $|\vec{v}| > 700 \text{ km s}^{-1}$, sin embargo siempre por debajo del 5%. La simulación con volumen mayor (línea verde) presenta un incremento en el sesgo

hacia velocidades mayores.

La masa virial de los halos fue calculada como la masa dentro de una esfera que contiene una sobredensidad virial media de $\delta_{\text{vir}}(z, \Omega_m) \approx 18\pi^2(1+0,4093x^{2,7152})(1+x^3)^{-1}$, donde $x = (1/\Omega_m(z=0) - 1)^{1/3}(1+z)^{-1}$ (Nakamura & Suto 1997). Como el método reducido aplicado no involucra una nueva identificación de los halos a partir de las partículas de materia oscura, la masa virial para los halos escalados resultante de aplicar la ecuación (5.6) es subestimada por un $\sim 10\%$ (panel E, línea punteada). Sin embargo, considerando una corrección que considera el cambio en $\delta_{\text{vir}}(z, \Omega_m)$, el cual es un 15% mayor para la cosmología de referencia, es posible reducir esta discrepancia en las masas viriales por debajo del 5%. Para realizar esta corrección se asume un perfil de densidad NFW (Navarro et al. 1996, 1997) para cada halo de materia oscura, se calcula la integral del perfil sobre la correspondiente sobredensidad virial en cada cosmología usando un parámetro de concentración dado por el modelo de Bullock et al. (2001), y luego se multiplica la masa escalada por el cociente entre ambas masas integradas.

En lo que respecta a como se recuperan las concentraciones de los halos, analizamos tres posibles definiciones. Las concentraciones estimadas mediante el cociente $v_{\text{max}}/v_{\text{vir}}$ (donde v_{max} es la velocidad circular máxima y v_{vir} es la velocidad circular en el radio virial) son recuperadas con un sesgo del $\sim 10\%$ y una fuerte dependencia con la concentración en la cosmología de referencia (panel F). Por otro lado, las concentraciones calculadas a partir del modelo de Bullock et al. (2001) muestran una despreciable diferencia entre los halos escalados y los de referencia (panel G). Por último, las concentraciones de Zhao et al. (2009) son obtenidas mediante un ajuste que es función del tiempo en el cual el progenitor principal (i.e. más masivo) del halo alcanzó el 4% de su masa final. Debido a la resolución de nuestras simulaciones, esta cantidad solo puede ser calculada de manera estable para los ~ 2000 halos más masivos. Para estos halos, las concentraciones escaladas no muestran ningún sesgo con respecto a las de referencia, pero sí se nota un aumento en la dispersión con respecto a las obtenidas con Bullock et al. (2001), particularmente para valores de c bajos (panel H).

Se observa que las propiedades de los halos escalados son recuperadas con una precisión consistente a la presentada por AW10, lo cual valida la aplicación de la versión reducida del método directamente sobre los halos de materia oscura en lugar de las partículas, siempre que se satisfaga la condición de que la simulación posea lados $L \sim 50h^{-1}\text{Mpc}$.

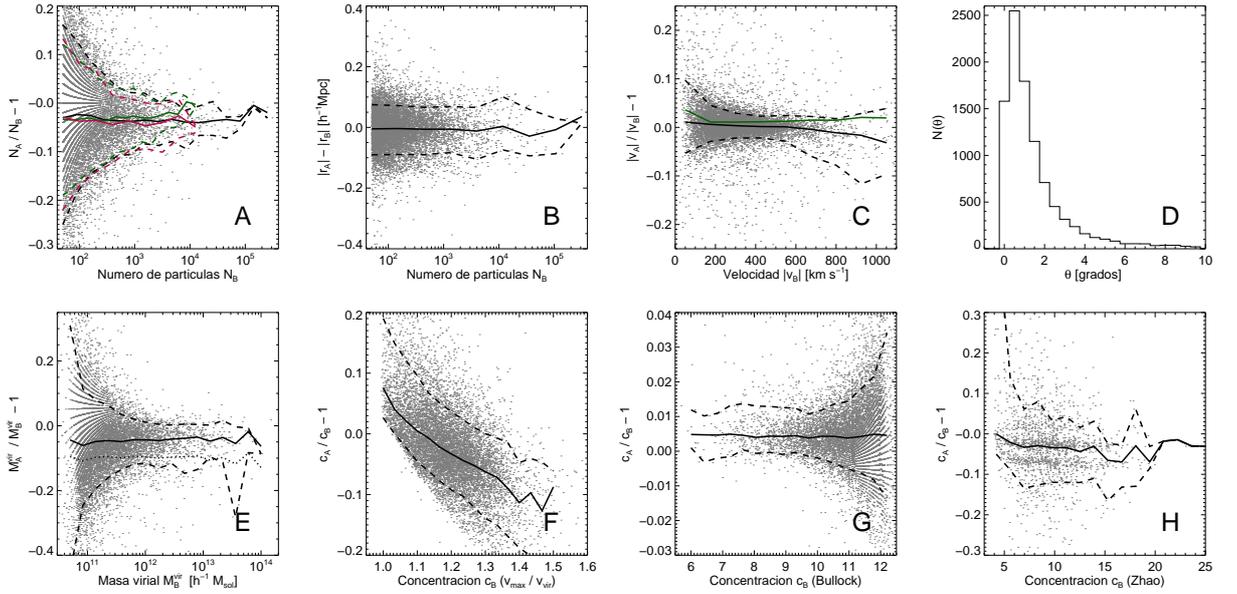


Figura 5.2: Comparación de las propiedades individuales entre los halos escalados y los de referencia. Los paneles superiores muestran la diferencia relativa en el número de partículas (A), la diferencia entre las posiciones en función del número de partículas (B), la diferencia relativa entre los módulos de las velocidades en función del número de partículas del halo (C) y el histograma del ángulo sustentado entre los vectores velocidad (D). Los paneles inferiores muestran la masa virial (E) y tres diferentes parámetros de concentración, estimados a partir del cociente v_{\max}/v_{vir} (F), calculado utilizando el formalismo de Bullock et al. (2001) (G) y utilizando la prescripción de Zhao et al. (2009) (H). En todos los paneles se muestra la población completa de halos. La línea sólida negra representa la mediana y las líneas cortadas negras encierran el 80% de los halos. Además se muestra el número de partículas recuperado para los halos de la simulación con volumen mayor y con menor número de partículas (panel A, líneas verde y roja respectivamente), la mediana de las velocidades para la simulación de volumen grande (panel C, línea sólida verde) y la mediana de del error relativo en las masas viriales antes de la corrección por $\delta_{\text{vir}}(z, \Omega_m)$ a través de un perfil NFW (panel E, línea punteada).

5.3.2. Historias de acreción de halos

Se comparan las historias detalladas de cuatro halos individuales. Las historias del 1^{ro}, 10^{mo}, 100^{mo} y 1000^{mo} halo más masivo se muestran en la figura 5.3. Los paneles muestran, de arriba hacia abajo, la historia de acreción total de masa, la acreción a través de fusiones con halos menores, la acreción a través de partículas de campo, la evolución del parámetro adimensional de espín y la fracción de masa en subestructuras; todo en función de factor de expansión $a(t)$. El número de partículas de los halos decrece hacia la derecha y cubren un rango de masas que va entre $4,2 \times 10^{14}$ y $1,1 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$. Más allá de la masa del halo en cuestión, las historias individuales de acreción, evolución del parámetro de espín y fracción de masa en subestructuras son recuperadas con gran precisión. Las únicas diferencias notables pueden verse en las acreciones a través de fusiones y partículas de campo, las cuales se cancelan en la acreción total ya que cuando una es subestimada la otra es sobrestimada, mostrando que esto puede deberse a un efecto de confusión entre objetos de baja masa y partículas de campo que tiene el identificador de halos. Este efecto puede verse más claramente en la historia de acreción del 10^{mo} halo más masivo en la figura 5.3.

5.3.3. Propiedades estadísticas de los halos y sus historias de crecimiento

Se estudia ahora como se ven afectadas las propiedades estadísticas de las poblaciones de halos cuando son escalados a una cosmología diferente.

Primero se estudia la función de masas de los halos de materia oscura. La figura 5.4 compara las funciones de masas de los halos escalados y de referencia (líneas cortadas y sólidas, respectivamente) para $z = 0, 0,5, 1$ y 2 . El acuerdo es excelente con solo diferencias menores. A *redshifts* bajos el catálogo escalado muestra una ligera subestimación en el número de halos, el cual es de $\sim 1\%$ para masas bajas y aumenta hasta un $\sim 5\%$ a medida que la masa se incrementa. Para los *redshifts* más altos que se muestran en la figura, se observa una sobrestimación de abundancia de halos del orden de 3 al 5%.

Estos efectos son pequeños comparados con la actual precisión en las mediciones de la función de masa en cúmulos de galaxias (Gladders et al. 2007) y funciones de luminosidad de galaxias (Blanton et al. 2003), las cuales, en las simulaciones, están influenciadas por la función de masa de los halos de materia oscura.

El parámetro de espín afecta directamente a las propiedades de los discos de las galaxias obtenidas mediante modelos semi-analíticos (Cole et al. 2000; Lagos et al.

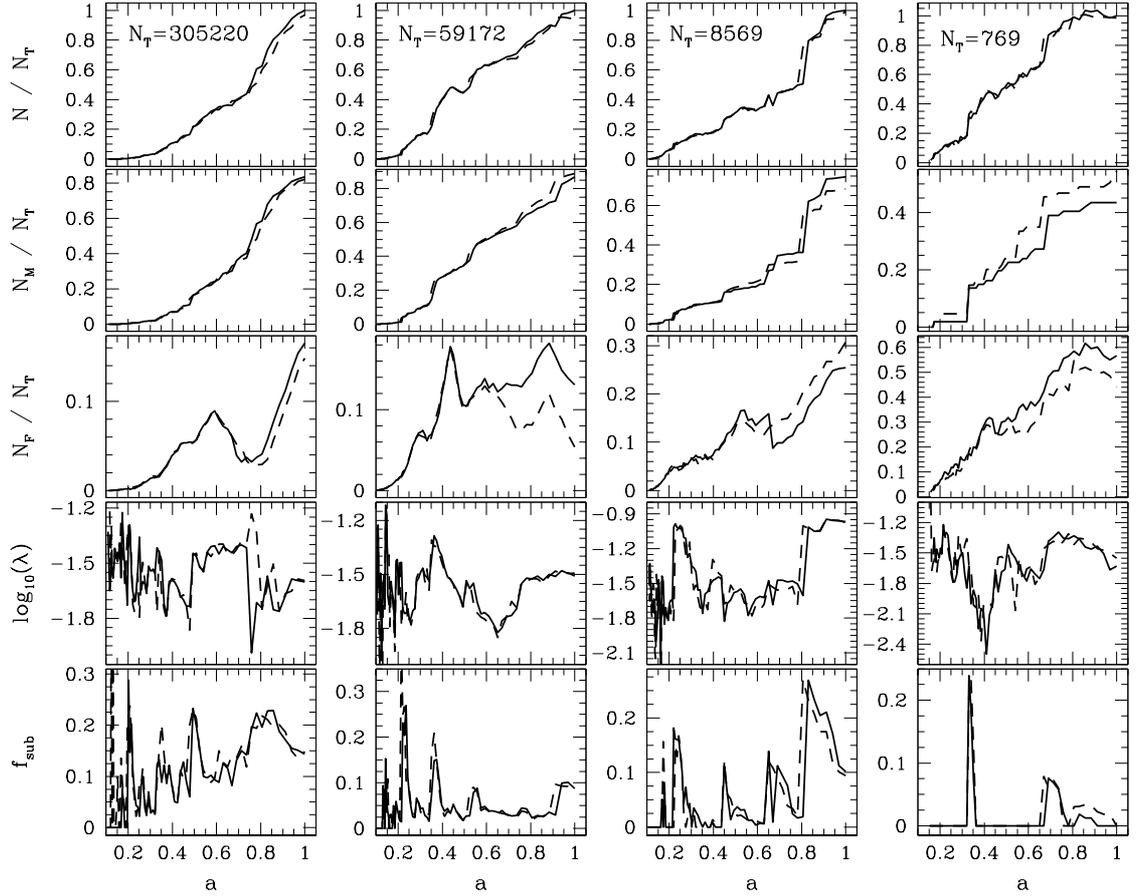


Figura 5.3: Comparación de las historias de acreción entre halos en la cosmología de referencia y su halo escalado asociado. El número de partículas del halo de referencia se muestra en los paneles superiores. De arriba hacia abajo los paneles muestran la historia de acreción acumulativa, la acreción acumulativa a través de fusiones, la acreción acumulativa a través de partículas individuales, la evolución del parámetro de espín y la fracción de masa en subestructuras; todo en función del factor de expansión a . Las líneas sólidas corresponden a la evolución verdadera (halos de referencia) y la línea cortada a la evolución de los halos escalados. Los halos corresponden al 1^{ro}, 10^{mo}, 100^{mo} y 1000^{mo} halo más masivo del catálogo de referencia (simulación B) y sus masas son $4,2 \times 10^{14}$, $8,2 \times 10^{13}$, $1,2 \times 10^{13}$ y $1,1 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ respectivamente.

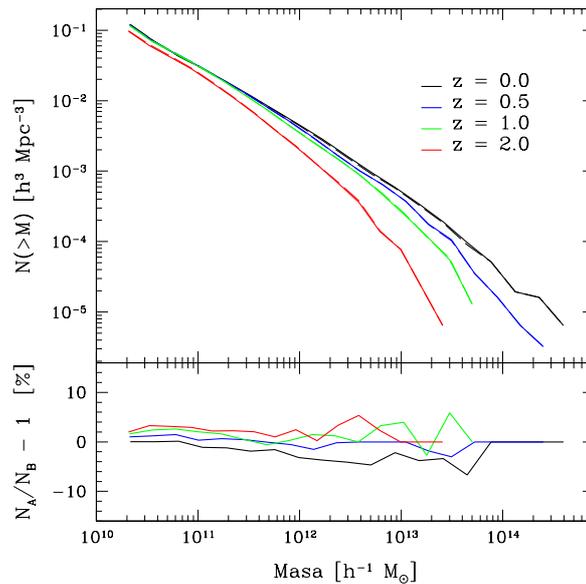


Figura 5.4: Función de masas de los catálogos de halos escalados y los de referencia (lineas sólidas y cortadas, respectivamente) para diferentes *redshifts* (diferentes colores como se indica en la figura). El panel inferior muestra la diferencia relativa entre ambos catálogos de halos, con el mismo esquema de colores.

2008; Tecce et al. 2010), por lo tanto es importante revisar las distribuciones de espín resultantes de los catálogos escalados. La figura 5.5 muestra las distribuciones del parámetro de espín para los catálogos escalado y de referencia (línea cortada y sólida, respectivamente) y, como puede verse, ambas distribuciones son consistentes. Esto está en acuerdo con la concordancia de las historias de los parámetros de espín para halos individuales presentado en la figura 5.3.

Dado que las poblaciones estelares de una galaxia son altamente dependientes de la historia de acreción de masa del halo de materia oscura, ya sea a través de fusiones con halos menores o por partículas de campo que se acretan suavemente, un estudio estadístico de los árboles de fusiones de los halos es importante. La figura 5.6 muestra las diferencias para cuatro características particulares de los árboles de fusiones entre los modelos escalado y de referencia. La cantidad mostrada en el panel superior-izquierdo corresponde al tiempo t^{sa} en que la mitad de la masa final del halo se forma en el árbol (incluyendo la masa en satélites que luego se fusionarán con el halo central); tiempo que es un indicador de la edad de la población estelar final de la galaxia. Las diferencias muestran un claro pico en 0 Gyr y una mediana de 0,19 Gyr, con un ancho medio de 0,84 Gyr. Para una población de galaxias a $z = 0$, la primer diferencia puede producir efectos despreciables, pero la segunda puede introducir ensanchamientos artificiales en propiedades como los colores.

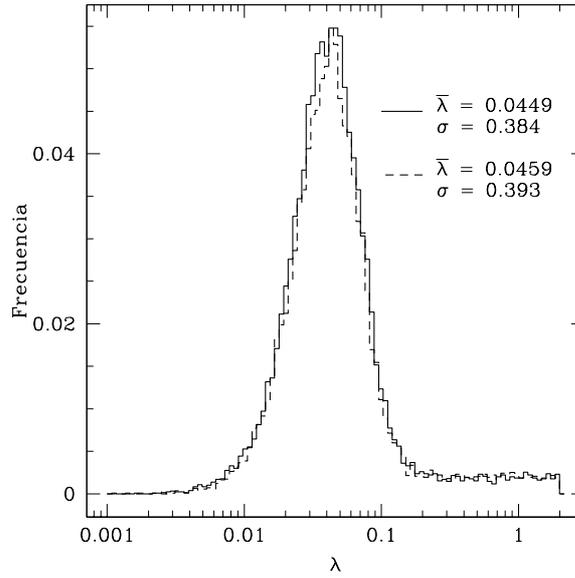


Figura 5.5: Distribución del parámetro de espín para los halos escalados (línea cortada) y los de referencia (línea sólida). Los valores medios y desviaciones estándar de las distribuciones se muestran en la leyenda.

El panel superior-derecho muestra las diferencias del tiempo t^a en que la rama principal del árbol de fusiones adquiere la mitad de la masa final del halo, tiempo que está vinculado al tiempo de ensamble de la masa final de la galaxia. La distribución presenta un corrimiento de $\sim 0,19$ Gyr con un ancho medio de $0,86$ Gyr. Resultados similares se obtienen para el tiempo t^{mm} en el que ocurrió la última fusión mayor (panel inferior-izquierdo), que presenta una mediana en $0,12$ Gyr y un ancho medio de $0,69$ Gyr. Este último tiempo está relacionado con el último gran evento de formación estelar (*starburst*).

Dado que los tiempos de formación y ensamble estelar están afectados de maneras similares, no se esperan cambios importantes en el tipo espectral de las galaxias obtenidas a partir de árboles de fusiones escalados, con la excepción de un efecto de corrimiento general hacia poblaciones estelares más viejas del orden de $\sim 0,2$ Gyr. El panel inferior-derecho de la figura 5.6 muestra el histograma de las diferencias en el número de fusiones mayores experimentadas (definiendo como fusión mayor a una fusión cuyo cociente de masas sea $0,3$) por los halos escalados y de referencia entre $z = 0$ y $z = 4$. La distribución es simétrica, con un claro pico en cero (el cual contiene más del 50% de la muestra), y una diferencia máxima de 2 o más fusiones mayores para el $\sim 10\%$ de los halos.

La dispersión en las posiciones que se observa en el panel B de la figura 5.2 podría afectar a la función de correlación de los halos. En la figura 5.7 se muestra la función

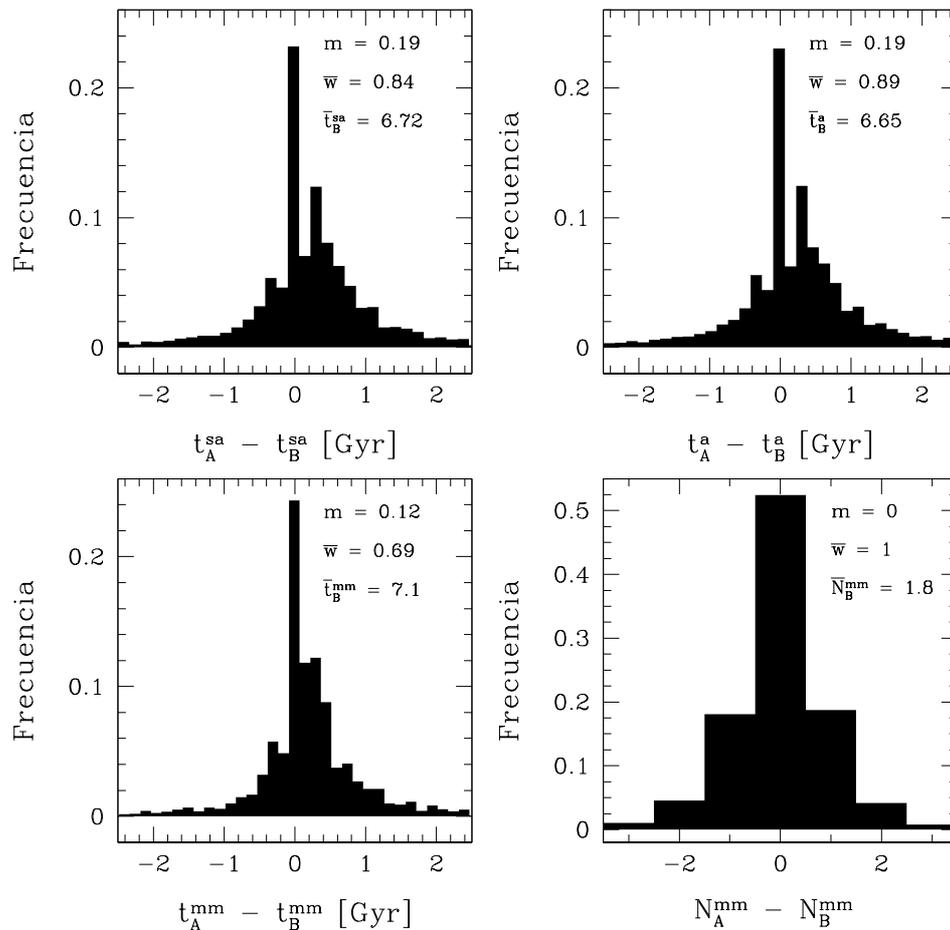


Figura 5.6: Distribuciones de las diferencias entre las propiedades de las historias de fusiones de los halos escalados y los de referencia. *Arriba-izquierda:* distribución de las diferencias en el tiempo en que la masa añadida a través de todas las ramas del árbol de fusiones alcanza la mitad de la masa final del halo. *Arriba-derecha:* distribución de las diferencias en el tiempo en que el la rama principal del árbol de fusiones alcanza la mitad de la masa final del halo. *Abajo-izquierda:* diferencias en el tiempo en el que ocurrió la última fusión mayor (i.e. con al menos una razón de masas de 0,3). *Abajo-derecha:* diferencias entre el número de fusiones mayores para los halos que han sufrido al menos una fusión mayor en su historia. Las medianas m y el ancho medio \bar{w} de las distribuciones se muestran en la leyenda de cada panel; además se muestran las cantidades promedio para los halos de referencia. Para los paneles superiores y el inferior-izquierdo, las unidades son Gyr.

de correlación cruzada para los halos escalados y los de referencia. La elección de utilizar la función de correlación cruzada en lugar de la función de autocorrelación es para mejorar la relación señal-ruido en las mediciones (ver, por ejemplo, Bornancini et al. (2006); Lacerna & Padilla (2011)). Se tomaron como centros a halos con diferentes límites inferiores en masa, mientras que como trazadores se usaron todos los halos de los catálogos. Se eligieron tres límites inferiores en masa para los halos usados como centros ($M_C > 10^{12}$, 10^{13} y $3 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$) de manera que el rango estudiado encierra el límite no-lineal en masa para la cosmología de la simulación B , $M_{nl} \sim 10^{13} h^{-1} M_\odot$, alrededor de la cual el factor de sesgo muestra un claro incremento (para halos con masa M_{nl} el factor de sesgo es $b = 1$; para más detalles ver Sheth et al. (2001)).

Como se observa, para escalas $r > 0,5$, $2,5$ y $4h^{-1} \text{Mpc}$ y masas $M_C > 10^{12}$, 10^{13} y $3 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$, respectivamente, la precisión con la que se recupera la función de correlación para los halos escalados es mayor al 5% (ver panel inferior de la figura 5.7). Debido al corrimiento que presenta el número de partículas de los halos escalados con respecto a los de referencia (figura 5.2, panel A), también se probó usando un límite inferior en masa para los centros que sea equivalente, encontrando resultados indistinguibles.

Este nivel de precisión es del orden del obtenido por grandes relevamientos de galaxias a $z = 0$ como SDSS (ver por ejemplo Zehavi et al. (2004)). Sin embargo, como señalan Wu et al. (2008), los futuros grandes relevamientos como el *Dark Energy Survey* (Tucker et al. 2007) o el *Large Synoptic Survey Telescope* (LSST Science Collaborations et al. 2009) requerirán niveles de precisión mucho más elevados, por lo que no podrá usarse catálogos de halos escalados para realizar comparaciones con estos relevamientos.

Como prueba final se estudió el cambio introducido por el método de escalado en la fracción de masa del halo que se encuentra en subestructuras (considerando todas las subestructuras presentes en el halo). La Fig 5.8 muestra esta fracción en función del número de partículas del halo para los halos escalados y de referencia (líneas y puntos azules y rojos, respectivamente). Tanto la mediana (línea sólida) como los percentiles engloban el 80% de la muestra (líneas cortadas) muestran un muy buen acuerdo. Esta estadística se relaciona con diferentes propiedades de las galaxias que pueblan estos halos. Por un lado puede influenciar la variación en la amplitud de las correlaciones como función de la masa de las subestructuras, ya que la masa promedio del subhalo principal en una selección de subhalos puede verse afectada si

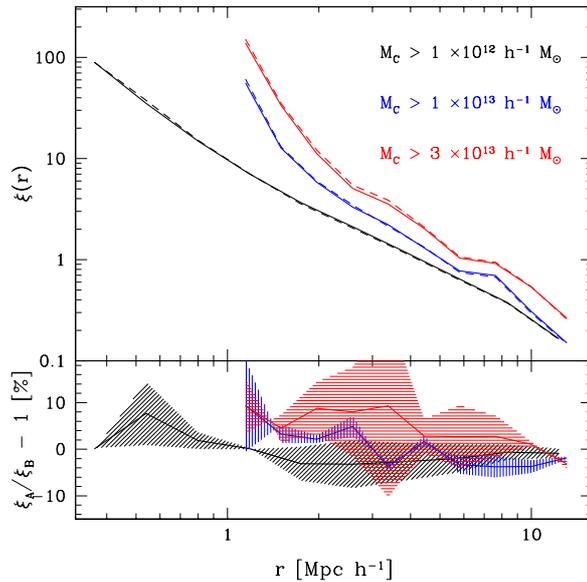


Figura 5.7: Función de correlación cruzada de los halos escalados (línea cortada) y los halos de referencia (línea sólida) para diferentes límites inferiores en masa (diferentes colores mostrados en la leyenda) y la población completa de halos (con al menos 10 partículas). El panel inferior muestra la diferencia relativa entre las funciones de correlación obtenidas para los catálogos de referencia y escalado. Las regiones sombreadas muestran las incertezas estimadas mediante la técnica de muestreo *bootstrap*.

esta fracción no es recuperada correctamente. Por otro lado, este resultado está en acuerdo con lo dicho anteriormente que no se esperan cambios considerables en los espectros de galaxias semi-analíticas obtenidas de los catálogos escalados. Esto es debido al hecho de que los cambios en los tiempos característicos de los árboles de fusiones están ligeramente sesgados pero estos sesgos son siempre hacia el mismo lado, por lo tanto al ser las historias de fusiones consistentes se espera que la fracción de masa en subestructuras también lo sea.

5.4. Pruebas para diferentes cambios en cosmología

En esta sección se analiza de que manera el acuerdo entre las propiedades de los halos escalados y los de referencia se degrada a medida que el cambio en los parámetros cosmológicos aumenta.

Para esta prueba se eligió variar solamente dos parámetros cosmológicos, la densidad total de materia Ω_m y la amplitud lineal de las fluctuaciones en esferas de $8h^{-1}\text{Mpc}$, σ_8 . En este caso tomamos como punto de partida los parámetros de la simulación *Blow* y exploramos los halos escalados hacia las simulaciones B_{o-2} , B_{o-1} , B_{o+1} , B_{o+2} (las cuales mantienen los parámetros cosmológicos de *Blow* pero varían Ω_m en $\Omega_m \pm 2\sigma$ con $\sigma = 0,03$); las simulaciones B_{s-2} , B_{s-1} , B_{s+1} , B_{s+2} (que con respecto a *Blow*

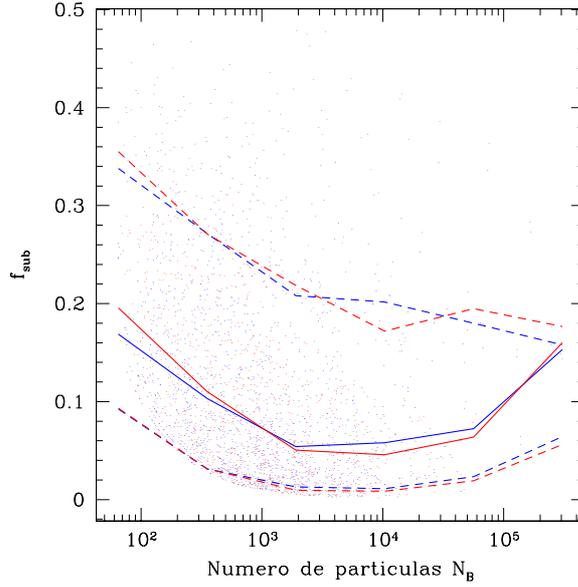


Figura 5.8: Dependencia de la mediana (línea sólida) y los percentiles 10 y 90 (líneas cortadas) de las diferencias entre la fracción de masa en subestructuras para los halos escalados (azul) y los de referencia (rojo). El incremento en f_{sub} para masas chicas puede deberse a un efecto de resolución.

solo cambia σ_8 en $\sigma_8 \pm 2\sigma$ con $\sigma = 0,03$); y una simulación donde ambos parámetros son incrementados en 1σ , $B_{o+1,s+1}$ (los detalles de estas simulaciones se resumen en la tabla 5.1). El valor elegido para las variaciones, $\sigma = 0,03$, está en acuerdo con las desviaciones estándar encontradas por WMAP7 para estos parámetros (Jarosik et al. 2011). Ya que las simulaciones utilizadas en esta sección son de volumen chico, solo aplicamos el método reducido de AW10 para hacer los escalados.

La figura 5.9 resume las pruebas realizadas. Se estudió la diferencia relativa media y su dispersión en la función de correlación cruzada entre los halos con masas mayores a $10^{12}h^{-1}h^{-1}M_{\odot}$ y la población completa de halos en el rango $1 < r/h^{-1}\text{Mpc} < 10$ (arriba-izquierda), la diferencia relativa media en la función de masas acumulativa para halos con masas en el rango $11 < \log_{10}(M/h^{-1}M_{\odot}) < 13$ y la dispersión de la distribución (arriba-derecha), la mediana y percentiles 10 y 90 de la variación en el número de partículas con el que se recuperan los halos promediada para halos entre 200 y 1000 partículas (abajo-izquierda) y la diferencia de la mediana y los percentiles 10 y 90 de los tiempos de ensamble entre los halos escalados y los de referencia. En todos los casos en el eje x se muestra el alejamiento en términos de σ de los parámetros de *Blow*. Se observa claramente que los efectos de modificar Ω_m (líneas rojas) es, en todos los casos, más importantes que cuando se varía solo σ_8 (líneas azules). Mostramos además, con los círculos verdes, los efectos de variar ambos parámetros en $+1\sigma$,

5.5. Conclusiones

mostrando la tendencia esperada y resultando en diferencias y dispersiones mayores que cuando se varía de a un parámetro a la vez.

La sobrestimación en el número individual de partículas y densidad espacial de los halos escalados, como así también la subestimación en la amplitud de la función de correlación, responden a un valor decreciente del parámetro de escalado s . Esto puede verse en la figura 5.10, donde se muestra en un gradiente de color que, para un valor fijo de Ω_m (como por ejemplo el valor usado en la simulación *Blow*, mostrado con una línea vertical blanca), un mayor valor final del parámetro de densidad de materia es necesario para lograr $s < 1$. En esta figura se muestran además dos diagonales en color blanco que representan los contornos para el mismo valor de s que satisface estar alejado $\Delta\Omega_m = 0,03$ de la cosmología *Blow*, mostrando que para valores menores de Ω_m en la cosmología de partida, los sesgos mostrados en la figura 5.9 pueden ser reproducidos solamente para valores menores de $\Delta\Omega_m$. Ya que este valor es independiente de los valores de σ_8 tanto en la cosmología de partida como en la deseada, esto muestra que un conjunto de simulaciones cosmológicas debería muestrear más las regiones de Ω_m bajo, siguiendo la relación aproximada $\Delta\Omega_m = 0,03 \times (\Omega_m/0,27)$, para asegurar valores razonables de precisión en escalados moviéndose por diferentes valores de Ω_m . Los cambios en σ_8 impactan solamente en la reasignación de tiempos cosmológicos (i.e. z_A^f), por lo que no intrducen una nueva dimensión en un hipotético conjunto de simulaciones para explorar el plano $\Omega_m - \sigma_8$.

5.5. Conclusiones

En este capítulo se realizaron pruebas con el método de escalado presentado por Angulo & White (2010) para cambiar los parámetros cosmológicos de una simulación de N -cuerpos, con la intención de desarrollar un método que permita la exploración de parámetros cosmológicos utilizando modelos semi-analíticos de formación de galaxias.

Se mostró que la aplicación de una versión reducida del método directamente sobre los halos de materia oscura en lugar de las partículas reduce dramáticamente los tiempos de computo involucrados sin pérdida de precisión en los resultados de aplicar el método en su versión completa. El precio a pagar por utilizar la versión reducida es estar limitado a utilizar simulaciones de tamaño chico. Para los valores de los parámetros cosmológicos de las simulaciones A y B (ver Tabla 5.1), los tamaños de los lados de la simulaciones deben ser $L \sim 50h^{-1}\text{Mpc}$.

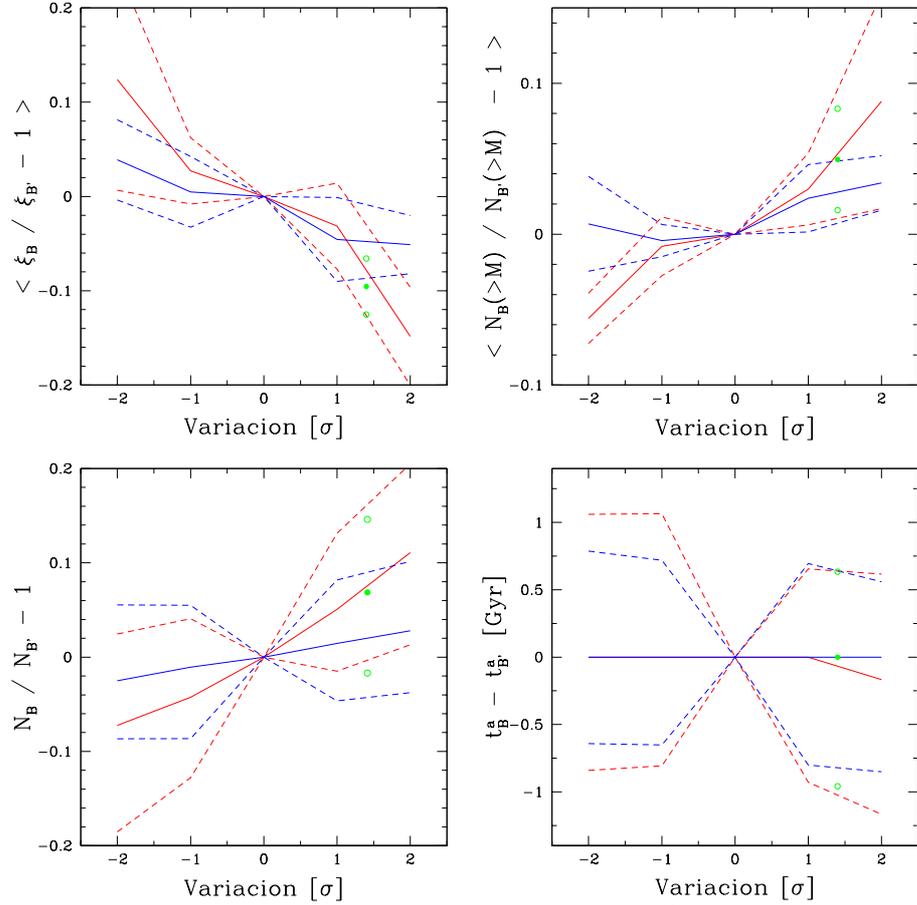


Figura 5.9: Recuperación de las propiedades de los halos en función de como varía el cambio de cosmología que se aplica para el escalado. En todos los paneles las líneas azules corresponden a la variación en σ_8 y las líneas rojas a la variación en Ω_m . Las líneas sólidas muestran la media (paneles superiores) o la mediana (paneles inferiores). Las líneas cortadas muestran los percentiles 10 y 90 en los paneles superiores y las dispersiones en los paneles inferiores. El círculo lleno verde muestra como se recuperan las propiedades de los halos cuando tanto σ_8 como Ω_m son incrementados en 1σ , ubicándolos en $\sqrt{1^2 + 1^2}\sigma$ sobre el eje x ; los círculos vacíos muestran los percentiles 10 y 90 o la dispersión, según corresponda. *Arriba-izquierda:* diferencias en la función de correlación, promediada sobre el rango $1 < r/h^{-1}\text{Mpc} < 10$. *Arriba-derecha:* diferencias en el número cumulativo de halos con masas en el rango $11 < \log_{10}(M/h^{-1}M_{\odot}) < 13$. *Abajo-izquierda:* diferencias en el número de partículas de los halos, promediado sobre los halos con 200 – 1000 partículas. *Abajo-derecha:* diferencias entre los tiempos de ensamble t^a entre los halos escalados y los de referencia.

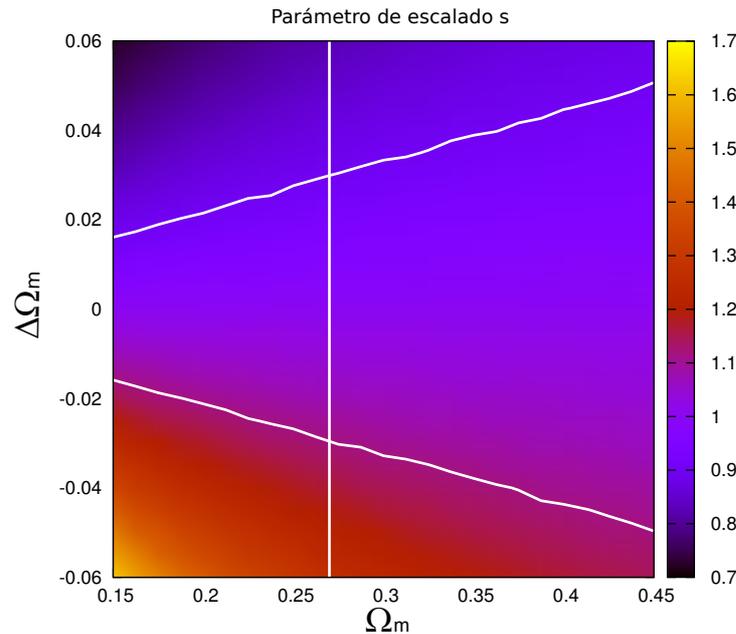


Figura 5.10: Parámetro de escalado s (gradiente de color) como función del parámetro de densidad inicial Ω_m (eje x) y el intervalo $\Delta\Omega_m$ necesario para alcanzar la cosmología deseada (eje y). Todos los demás parámetros cosmológicos son los mismos que para la simulación B , con la excepción de σ_8 que es 0,82 para la cosmología inicial y 0,73 para la cosmología final. La línea vertical blanca indica la posición de $\Omega_m = 0,27$, y las diagonales representan los contornos que cortan $\Omega_m = 0,27$ cuando $\Delta\Omega_m = \pm 0,03$. El parámetro de escalado s no muestra sensibilidad ante cambios en σ_8 .

Se midió la precisión con la que se logran escalar halos extraídos de una simulación con determinados parámetros cosmológicos (como los usados por la simulación Millennium) comparándolos con halos extraídos de otra simulación que posea la cosmología deseada (por ejemplo, la de la simulación Bolshoi), construida utilizando la misma semilla aleatoria para las condiciones iniciales.

Se compararon las propiedades individuales de los halos escalados, tales como el número de partículas por halo, sus velocidades y posiciones, parámetros de concentración, masas viriales, etcétera. En todos los casos la precisión con la que se recuperaron las propiedades es comparable con la que se obtiene de aplicar el método completo de AW10 sobre las partículas de la simulación y luego identificando nuevamente los halos. Las posiciones se recuperan con una precisión de $100h^{-1}\text{kpc}$ y un 5% en las velocidades. Tanto el número de partículas por halo y la masa virial se recuperan con una ligera subestimación del 5%.

Cabe destacar que para obtener ese grado de precisión en las masas viriales es necesario realizar una corrección adicional que tiene en cuenta las variaciones de $\delta_{\text{vir}}(z, \Omega_m)$ en las cosmologías de base y la de referencia. Las concentraciones derivadas del modelo de Bullock et al. (2001) son las que mejor se recuperan, sin ninguna

dependencia con la masa del halo en cuestión.

Se probó el efecto de disminuir la resolución de la simulación en un factor 8 en el número de partículas (manteniendo el mismo volumen) e incrementando en un factor ~ 100 el volumen (para el mismo número de partículas). En cualquiera de los dos casos la precisión con la que se recuperará el número de partículas no se vio afectada. Esto implica que a menor resolución, menor la precisión para una masa fija. El efecto de menor resolución no produjo ningún otro sesgo significativo.

Se exploró además las diferencias en las historias de acreción de los halos, encontrando solo ligeras diferencias. Para esto se tomaron el 1^{ro}, 10^{mo}, 100^{mo} y 1000^{mo} halo más masivo del catálogo, y el acuerdo resultante muestra ser independiente de la masa del halo. Estos resultados indican que los halos escalados y sus historias pueden ser utilizados sin inconveniente, con sólo algunos efectos menores en la población de galaxias semi-analíticas resultante.

Para ver los posibles efectos sistemáticos que podría tener una población de galaxias generada con halos escalados, se estudiaron diferentes propiedades estadísticas tales como función de masa, función de correlación, distribuciones de espines y tiempos característicos de las historias de fusiones. Tanto la función de masa como la de correlación muestran diferencias menores al 5%, y tampoco se encuentran diferencias notables en las distribuciones de espín o el número de fusiones mayores que experimentan los halos. La única discrepancia posiblemente importante es el sesgo sistemático presente en los tiempos relacionados al último evento de formación estelar, ensamble final de la masa y formación estelar global; los cuales están sesgados hacia edades menores. Dado que los tres sesgos están correlacionados, se espera que las formas relativas de las distribuciones espectrales de energía para galaxias de diferentes tipos permanescan inalteradas, pero si se espera un cambio global en la población hacia colores ligeramente más azules.

Por último se muestra que, en término del parámetro de densidad de materia Ω_m y la amplitud de las fluctuaciones parametrizada por σ_8 , los sesgos sobre las diferentes propiedades aumentan considerablemente más para el caso de adoptar variaciones en Ω_m que cuando se modifica el valor de σ_8 en el proceso de escalado. Esto puede ser usado para fijar los límites de que tan lejos se puede extender el escalado en términos de estos parámetros. Con un conjunto de simulaciones correctamente posicionadas, es posible utilizar este método para incluir variaciones en los parámetros cosmológicos de los catálogos de halos que sirven como base para generar poblaciones de galaxias mediante modelos semi-analíticos.

BIBLIOGRAFÍA

- Angulo, R. E. & White, S. D. M. 2010, MNRAS, 405, 143
- Baugh, C. M., Lacey, C. G., Frenk, C. S., et al. 2005, MNRAS, 356, 1191
- Benson, A. J., Borgani, S., De Lucia, G., Boylan-Kolchin, M., & Monaco, P. 2012, MNRAS, 419, 3590
- Blanton, M. R., Hogg, D. W., Bahcall, N. A., et al. 2003, ApJ, 592, 819
- Bornancini, C. G., Padilla, N. D., Lambas, D. G., & De Breuck, C. 2006, MNRAS, 368, 619
- Bower, R. G., Benson, A. J., Malbon, R., et al. 2006, MNRAS, 370, 645
- Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., et al. 2001, MNRAS, 321, 559
- Cole, S., Aragon-Salamanca, A., Frenk, C. S., Navarro, J. F., & Zepf, S. E. 1994, MNRAS, 271, 781
- Cole, S., Lacey, C. G., Baugh, C. M., & Frenk, C. S. 2000, MNRAS, 319, 168
- Croton, D. J., Springel, V., White, S. D. M., et al. 2006, MNRAS, 365, 11
- De Lucia, G. & Blaizot, J. 2007, MNRAS, 375, 2
- Gladders, M. D., Yee, H. K. C., Majumdar, S., et al. 2007, ApJ, 655, 128
- Guo, Q., White, S., Boylan-Kolchin, M., et al. 2011, MNRAS, 413, 101
- Harker, G., Cole, S., & Jenkins, A. 2007, MNRAS, 382, 1503
- Jarosik, N., Bennett, C. L., Dunkley, J., et al. 2011, ApJS, 192, 14
- Klypin, A. A., Trujillo-Gomez, S., & Primack, J. 2011, ApJ, 740, 102
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., et al. 2009, ApJS, 180, 330
- Lacerna, I. & Padilla, N. D. 2011, MNRAS, 412, 1283
- Lagos, C. D. P., Cora, S. A., & Padilla, N. D. 2008, MNRAS, 388, 587
- LSST Science Collaborations, Abell, P. A., Allison, J., et al. 2009, arXiv:astro-ph/0912.0201
- Nakamura, T. T. & Suto, Y. 1997, Progress of Theor. Phys., 97, 49
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1996, ApJ, 462, 563
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, ApJ, 490, 493
- Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, MNRAS, 323, 1
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al. 2003, ApJS, 148, 175
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, Nature, 435, 629

Tecce, T. E., Cora, S. A., Tissera, P. B., Abadi, M. G., & Lagos, C. D. P. 2010, MNRAS, 408, 2008

Tucker, D. L., Annis, J., Lin, H., et al. 2007, in Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 39, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 132.27

Wu, H.-Y., Rozo, E., & Wechsler, R. H. 2008, ApJ, 688, 729

Zehavi, I., Weinberg, D. H., Zheng, Z., et al. 2004, ApJ, 608, 16

Zel'dovich, Y. B. 1970, A&A, 5, 84

Zhao, D. H., Jing, Y. P., Mo, H. J., & Börner, G. 2009, ApJ, 707, 354

Zheng, Z., Tinker, J. L., Weinberg, D. H., & Berlind, A. A. 2002, ApJ, 575, 617

Capítulo 6

Calibración conjunta de parámetros bariónicos y cosmológicos

Mediante la utilización de la metodología desarrollado en el capítulo anterior, en este capítulo se analiza el impacto que tiene variar los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 sobre los parámetros que regulan la física bariónica en el modelo SAG, estudiando un espacio de parámetro conjunto bariónico-cosmológico.

6.1. Introducción

Los espacios de parámetros de los SAMs estudiados en la literatura están compuesto exclusivamente de parámetros que regulan los procesos de la física bariónica (Kampakoglou et al. 2008; Henriques et al. 2009; Bower et al. 2010; Lu et al. 2011, 2012; Mutch et al. 2013; Henriques et al. 2012). La única excepción es la calibración del modelo GALFORM realizada por Benson & Bower (2010), donde los autores permiten la variación de 6 parámetros cosmológicos que intervienen en la generación de árboles de fusión Monte Carlo para los halos de materia oscura, metodología utilizada por este SAM a diferencia de modelos que utilizan árboles de fusiones extraídos de simulaciones de N -cuerpos, tal como es el caso del modelo SAG. Sin embargo los autores no exploran en mayor detalle las consecuencias de la variación de los parámetros cosmológicos, centrandó el análisis en las nuevas implementaciones de procesos bariónicos en GALFORM.

Otro trabajo que estudia los efectos de la variación de los parámetros cosmológicos en el contexto de formación de galaxias semianalíticas es el de Guo et al. (2013), donde utilizan el método de escalado cosmológico de Angulo & White (2010) para modificar la cosmología de la simulaciones Millennium (Springel et al. 2005) y Millennium-II (Boylan-Kolchin et al. 2009) de los valores correspondientes a WMAP1 (Spergel et al. 2003) a los presentados por WMAP7 (Jarosik et al. 2011), con el fin de comparar ambas poblaciones de galaxias. Una importante observación de este trabajo es que dadas las importantes incertezas residuales de los SAMs, es difícil distinguir entre ambos modelos cosmológicos a través de las observaciones de las propiedades de las galaxias y su evolución.

Utilizando el método de escalado de simulaciones numéricas de N -cuerpos desarrollado por Angulo & White (2010) y Ruiz et al. (2011) (ver capítulo 5), se estudió un espacio de parámetros extendido conformado por los 5 parámetros bariónicos estudiados en el capítulo 4 más la inclusión de los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 . Estos dos parámetros se encuentran entre los más importantes (en términos del impacto en la abundancia y evolución de los (sub)halos de materia oscura) que se pueden variar utilizando éstos métodos de escalado. Otro parámetro importante que se podría haber modificado es Ω_b , sin embargo se mantuvo fija la fracción de bariones $f_b = \Omega_b/\Omega_m$ dado que la misma se encuentra bien determinada experimentalmente.

En la sección 6.2 se presentan las simulaciones numéricas de N -cuerpos utilizadas para este análisis combinado. En la sección 6.3 se prueba la precisión de la

metodología de escalado cosmológico implementada en términos de una comparación entre las poblaciones de galaxias resultantes obtenidas con el modelo SAG. Finalmente en la sección 6.4 se presentan los resultados obtenidos en la exploración del espacio de parámetros conjunto bariónico-cosmológico utilizando PSO y MCMC con los observables ya presentados en el capítulo 4.

6.2. Simulaciones numéricas de N -cuerpos

En este capítulo se trabajó con un conjunto de 9 simulaciones diseñadas especialmente para poder estudiar las variaciones en los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 . Se eligió estudiar la región definida por $\Omega_m = 0,28 \pm 3 \times 0,03 = [0,19; 0,37]$ y $\sigma_8 = 0,82 \pm 3 \times 0,03 = [0,73; 0,91]$, en acuerdo con los valores reportados por Jarosik et al. (2011) (WMAP7) $\pm 3\sigma$, siendo σ el error medio para ambos parámetros. Siguiendo los resultados presentados en la sección 5.4, la estrategia adoptada para construir las simulaciones es descripta a continuación.

El mayor impacto en la precisión con la que se recuperan las propiedades de los (sub)halos es para variaciones en Ω_m (ver figura 5.9), por lo que es importante elegir cuidadosamente los valores de este parámetros con el fin de obtener un buen muestreo del intervalo que se desea explorar, sin la necesidad de generar un gran número de simulaciones base. Utilizando los resultados resumizados en la figura 5.10, se eligieron los valores de Ω_m de manera que el parámetro de escalado s entre dos de ellas siempre satisfaga $s \in [0,95; 1,05]$, i.e. que el escalado del lado de la simulación siempre sea menor al 5%. Así, el intervalo en Ω_m queda completamente muestreado con 9 simulaciones. Por otro lado, la variación en σ_8 quedará determinada a través de la dependencia temporal lineal de la variancia del campo de densidad (ecuación 1.40).

En resumen, para escalar los (sub)halos a la cosmología que se desea explorar, se busca cual de las 9 simulaciones tiene un Ω_m más parecido al de interés y luego el mismo procedimiento de minimización (ecuación 5.3) define la salida a la cual se debe considerar como $z = 0$ para tener el σ_8 deseado.

La tabla 6.1 resume los parámetros fundamentales con los cuales las 9 simulaciones fueron realizadas. Para generar las condiciones iniciales se utilizaron espectros de potencias que poseen la misma fracción de bariones $f_b = \Omega_b/\Omega_m = 0,1642$ (Jarosik et al. 2011) y la misma semilla aleatoria, de manera que cualquier diferencia se deba a las diferencias en los parámetros cosmológico y no debido a cambios en la población de (sub)halos. Todas las simulaciones cuentan con 256^3 partículas evolucionadas en

6.2. Simulaciones numéricas de N -cuerpos

Nombre	Ω_m	Ω_{dm}	Ω_b	Ω_Λ	m_{part} [$h^{-1}M_\odot$]	$z_{inicial}$
Sim1	0,1900	0,1588	0,0312	0,8100	$6,79 \times 10^8$	69,0
Sim2	0,2048	0,1712	0,0336	0,7952	$7,32 \times 10^8$	69,5
Sim3	0,2214	0,1850	0,0364	0,7786	$7,91 \times 10^8$	70,1
Sim4	0,2399	0,2005	0,0394	0,7601	$8,57 \times 10^8$	70,7
Sim5	0,2607	0,2179	0,0428	0,7393	$9,32 \times 10^8$	71,5
Sim6	0,2840	0,2374	0,0466	0,7160	$1,01 \times 10^9$	72,4
Sim7	0,3101	0,2592	0,0509	0,6899	$1,11 \times 10^9$	73,4
Sim8	0,3393	0,2836	0,0557	0,6607	$1,21 \times 10^9$	74,5
Sim9	0,3720	0,3109	0,0611	0,6280	$1,33 \times 10^9$	75,8

Tabla 6.1: Simulaciones utilizadas para la calibración conjunta. De izquierda a derecha las columnas muestran el nombre de la simulación, el parámetro de densidad de materia total, el parámetro de densidad de materia oscura, el parámetro de densidad de bariones, el parámetro de densidad de constante cosmológica, la masa por partícula y el *redshift* inicial. Todas las simulaciones tienen espectros de potencias iniciales con la misma fracción de bariones $f_b = \Omega_b/\Omega_m = 0,1642$, poseen 256^3 partículas en volúmenes cúbicos de lado $L = 60h^{-1}\text{Mpc}$ evolucionadas con un *softening* gravitatorio de $5h^{-1}\text{kpc}$, índice espectral $n = 0,96$, parámetro de Hubble $h = 0,7$ y variancia lineal de las fluctuaciones $\sigma_8 = 0,91$.

volúmenes cúbicos de lado $L = 60h^{-1}\text{Mpc}$, índice espectral $n = 0,96$, parámetro de Hubble $h = 0,7$ y variancia lineal de las fluctuaciones $\sigma_8 = 0,91$. Esta elección de σ_8 obedece a la necesidad de poder extrapolar los catálogos de (sub)halos a $z = 0$ para las diferentes elecciones de Ω_m . Se guardaron 100 salidas (Benson et al. 2012) equiespaciadas en $\log_{10}(a)$ entre $z = 18$ y $z = 0$.

En la figura 6.1 se muestra una tajada de $5h^{-1}\text{Mpc}$ de ancho centrada en el halo FOF más masivo para las 9 simulaciones. La escala de colores inferior-derecha representa la densidad de partículas en términos de $\log_{10}(\delta + 1)$. Las diferencias entre las diferentes simulaciones son muy sutiles y difíciles de apreciar a simple vista, por ello en el panel inferior del medio se muestra la diferencia (celda a celda) entre las dos simulaciones más extremas (Sim1 y Sim9) en términos de $\Delta \log_{10}(\delta + 1)$ codificado en la barra de color vertical izquierda. Las diferencias muestran contrastes en δ de ~ 100 en los casos más extremos (localizados principalmente en los filamentos), evidenciando las diferencias evolutivas entre las diferentes cosmologías.

Finalmente, en el panel inferior izquierdo se grafican las funciones de masa de los halos FOF en gradiente de rojo para las simulaciones y el modelo teórico de Sheth et al. (2001) en líneas cortadas negras a modo de comparación. A excepción de Sim5, las diferentes funciones de masa fueron desplazadas verticalmente por claridad.

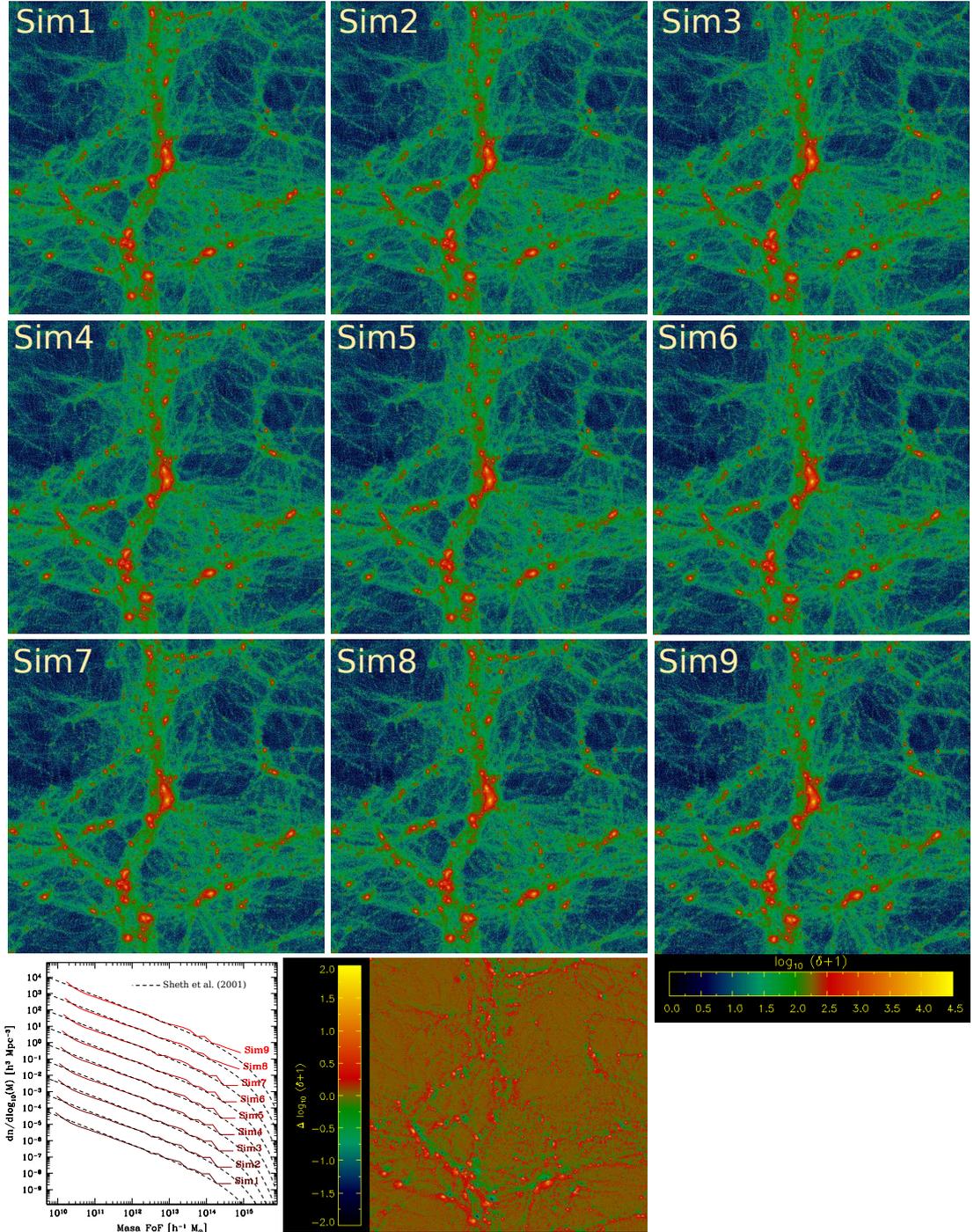


Figura 6.1: Simulaciones utilizadas para la calibración conjunta. Se grafica una tajada de $5h^{-1}\text{Mpc}$ de ancho centrada en el halo más masivo, la barra inferior derecha muestra el código de colores para la densidad en términos de $\log_{10}(\delta + 1)$. Si bien las nueve simulaciones pueden resultar indistinguibles a simple vista, en el panel medio inferior se muestran las diferencias $\Delta \log_{10}(\delta + 1)$ entre Sim1 y Sim9 (las más extremas), mostrando importantes diferencias en el campo de densidad debido a sus diferencias evolutivas. En el panel inferior izquierdo se muestran las funciones de masa de las simulaciones (gradiente de color rojo) y la comparación con el modelo teórico de Sheth et al. (2001) (línea cortada negra). Las diferentes funciones de masa (con la excepción de Sim5) fueron desplazadas verticalmente por claridad.

6.3. Análisis de consistencia

Antes de analizar el impacto resultante de incluir parámetros cosmológicos en la calibración del modelo SAG, es necesario probar la precisión del método que se va a aplicar. Para esto se escaló la simulación Sim6 a la utilizada en la capítulo 4, obteniendo los parámetros de escalado $s = 1,02$ y $z_A^f = 0,22$ (ver capítulo 5, sección 5.2). Obtenidos los parámetros de escalado se compararon las propiedades de las galaxias obtenidas en el capítulo 4 (galaxias “base”) con las galaxias generadas con el modelo SAG en los (sub)halos escalados (galaxias “escaladas”) utilizando los mismos parámetros bariónicos mostrados en la tabla 4.1.

La figura 6.2 muestra la comparación entre las galaxias base en color rojo y las galaxias escaladas en color azul. Los paneles superiores muestran las funciones de luminosidad en las bandas K (izquierda) y b_j (derecha), los paneles medios muestran la relación entre la masa del agujero negro y la masa del bulbo (izquierda) y las fracciones morfológicas como función de la masa estelar (derecha). Puede destacarse el buen acuerdo para ambas funciones de luminosidad, exceptuando las diferencias en el extremo brillante debidas a la variancia estadística de bajos números. Un idéntico comportamiento puede apreciarse en los otros dos observables. Esto debe interpretarse como una prueba de la buena precisión lograda en el escalado cosmológico de los catálogos de (sub)halos, sobre los cuales se basa el modelo SAG para generar las poblaciones de galaxias. Esta precisión es un reflejo de la correcta elección del conjunto de simulaciones (ver tabla y figura 6.1).

Los paneles inferiores de la figura 6.2 muestran a la izquierda los histogramas de ambas poblaciones de galaxias para las magnitudes en la banda K (línea sólida) y b_j (línea cortada); y a la derecha para las masas estelares (línea cortada), de bulbo (línea punteada) y agujero negro (línea sólida). Nuevamente el acuerdo alcanzado entre las propiedades de ambas poblaciones de galaxias es muy bueno, ratificando que es viable realizar cálculos con SAMs sobre catálogos de (sub)halos escalados a diferentes cosmologías dentro de la metodología planteada para este trabajo.

6.4. Resultados

En esta sección se pretende analizar el impacto que tiene sobre la calibración del modelo SAG considerar a los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 como libres. Se presentan dos pruebas: en la primera (sección 6.4.1) los parámetros bariónicos están fijos en los valores obtenidos en la calibración del capítulo 4 y solo se varían los dos

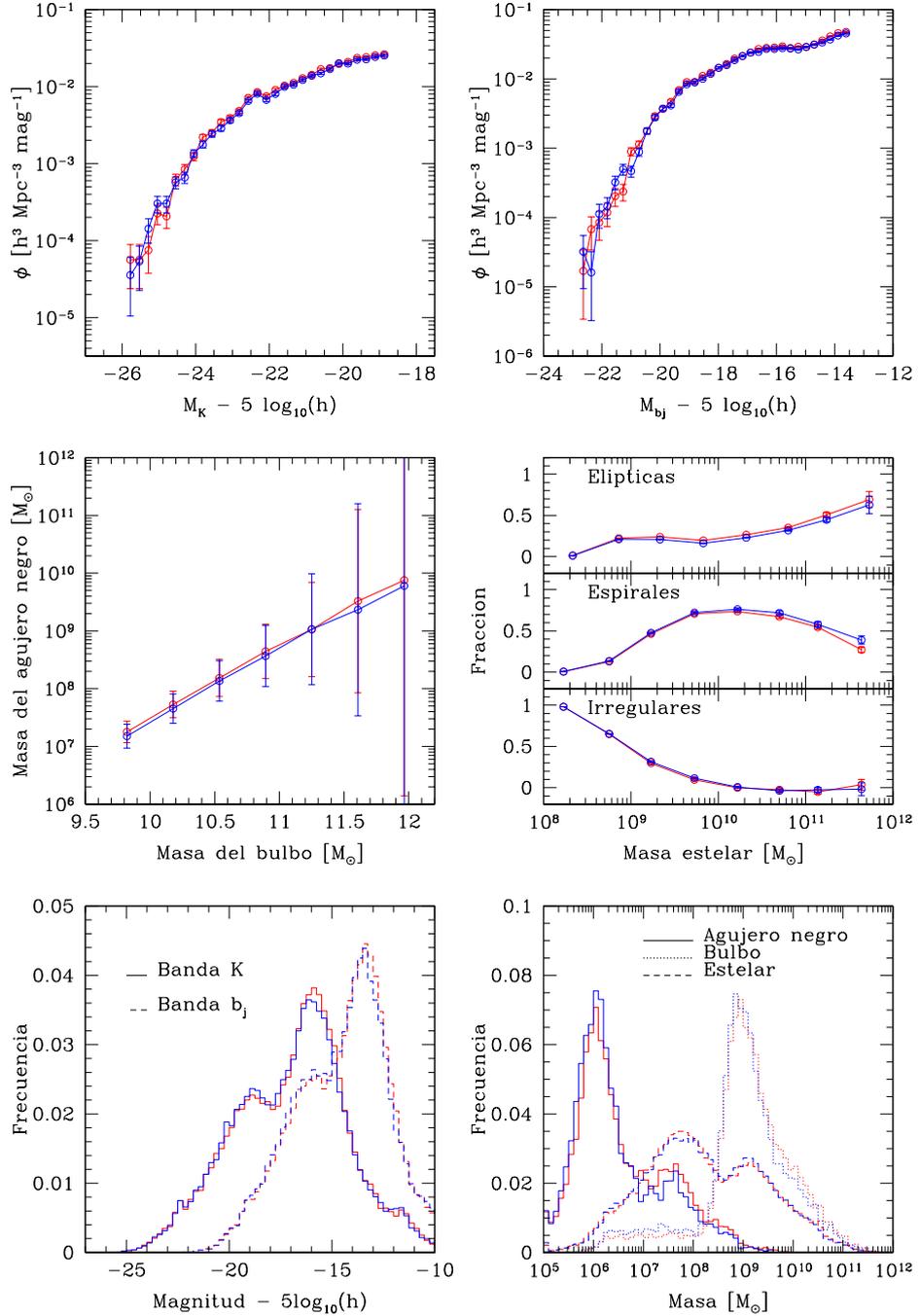


Figura 6.2: Prueba de consistencia de resultados obtenidos con SAG sobre (sub)halos escalados en cosmología. Los paneles superiores muestran las KLF (izquierda) y bjLF (derecha), los intermedios la BHB (izquierda) y las MOR (derecha) y los inferiores los histogramas de las diferentes propiedades de las galaxias utilizadas para computar los observables: a la izquierda están las magnitudes en las bandas K (línea sólida) y b_j (línea cortada) y a la derecha las masas estelares (línea cortada), de bulbo (línea punteada) y del agujero negro (línea sólida). En todos los casos las líneas rojas corresponden a los resultados obtenidos con la simulación base y las azules a lo obtenido con la simulación escalada.

parámetros cosmológicos, en la segunda (sección 6.4.2) el espacio de parámetros del modelo SAG es extendido mediante la inclusión de Ω_m y σ_8 , recalibrando el modelo en este nuevo espacio de 7 dimensiones.

6.4.1. Primera prueba: variación cosmológica con parámetros bariónicos fijos

En esta primera prueba se pretende estudiar los efectos de la variar los parámetros cosmológicos mediante la técnica de escalado introducida en el capítulo 5, fijando los parámetros bariónicos del modelo SAG en los valores reportados en la tabla 4.1. Esto permite explorar la sensibilidad de los resultados del modelo a variaciones en los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 .

Dado que en este caso el subespacio analizado es bidimensional, no es necesario recurrir a PSO y/o MCMC para explorarlo, por lo que basta realizar la búsqueda del mejor par de parámetros en una grilla. Para esto se muestreó el espacio definido por $\Omega_m = [0,19; 0,37]$ y $\sigma_8 = [0,73; 0,91]$ utilizando una grilla de 18×18 , lo cual implica una resolución de 0,01 en cada parámetro. Cabe destacar que esta es la región que nos permite estudiar las simulaciones presentadas en la sección 6.2, definida por $\pm 3\sigma$ los valores reportados por Jarosik et al. (2011), siendo σ tres veces más grande que la resolución de la grilla.

Los valores de los parámetros cosmológicos utilizados en la calibración bariónica del capítulo 4 son $(\Omega_m; \sigma_8) = (0,28; 0,82)$, mientras que el mejor par encontrado (en términos de la función de aptitud $F(X)$, ecuación (4.21)) resultan diferentes, siendo sus valores $(\Omega_m; \sigma_8) = (0,26; 0,90)$. La variación en Ω_m no es de gran significancia ya que se encuentra a menos de 1σ de WMAP7, mientras que para σ_8 el cambio es mucho más importante ($\sim 3\sigma$). Esto puede apreciarse en la figura 6.3 donde se grafica el valor de la función de aptitud en término del $\log_{10}(F)$ normalizado al máximo valor obtenido (ver escala de colores) en la grilla mencionada anteriormente. La cruz central señala el valor utilizada en la calibración bariónica y la otra indica el mejor par encontrado en la exploración de este subespacio cosmológico.

Al analizar los valores de la función de aptitud $F(X)$ puede notarse la existencia de una región plausible para Ω_m bien definida en el rango $[0,21; 0,30]$, lo cual en contrapartida excluye fuertemente la región de Ω_m complementaria, al menos para éste dado conjunto de parámetros bariónicos y ésta selección de observables. Por el contrario, para σ_8 no se evidencia una restricción tan marcada, lo cual puede deberse a la no utilización de datos observacionales a diferentes épocas (*redshifts*), dado que diferentes historias de formación de estructuras pueden dar lugar a resultados similares a

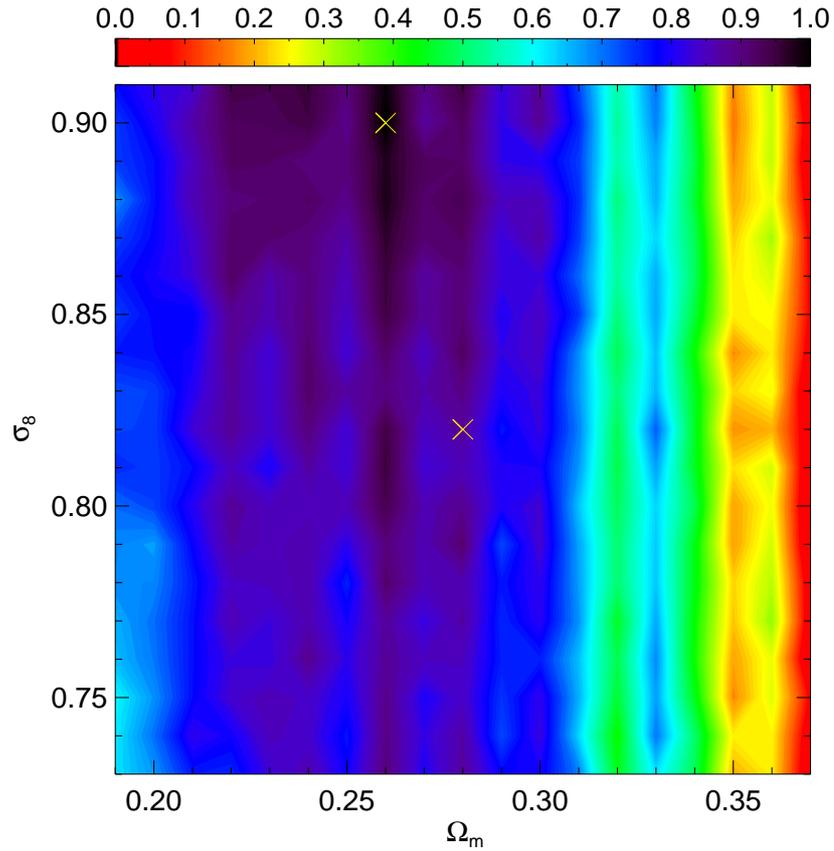


Figura 6.3: Función de aptitud $F(X)$ (ecuación (4.21)) en el plano $\Omega_m - \sigma_8$, manteniendo los parámetros bariónicos fijos en los valores obtenidos en la calibración del capítulo 4. La escala de colores codifica el valor de $\log_{10}(F)$ normalizado al máximo valor obtenido. La cruz amarilla en el medio del gráfico marca la posición $(\Omega_m; \sigma_8) = (0,28; 0,82)$, que es la cosmología adoptada en el capítulo 4 para realizar la calibración de los parámetros bariónicos del modelo SAG; mientras que la segunda cruz marca la posición $(\Omega_m; \sigma_8) = (0,26; 0,90)$, para la cual se obtiene el mejor ajuste de los datos observacionales.

$z = 0$.

En la figura 6.4 se muestran las propiedades de las galaxias obtenidas con el modelo SAG para esta prueba. Los resultados son comparables a los presentados en la figura 4.3, mostrando comportamientos similares en todos los observables. Puede notarse que las diferencias principales (como ser los extremos brillantes de las funciones de luminosidad o exceso sistemático en la masas de los agujeros negros para galaxias de igual masa estelar) entre el modelo y las observaciones no cambian sustancialmente ante el cambio en los valores de los parámetros cosmológicos. También cabe mencionar que el parámetro libre f que regula las fracciones morfológicas (ver sección 4.4) se mantiene en el mismo valor $f = 0,7$ obtenido en la calibración bariónica del capítulo 4, lo que implica consistencia en las fracciones morfológicas computadas.

6.4.2. Segunda prueba: variación conjunta de parámetros bariónicos y cosmológicos

Hasta el momento, todas las calibraciones de los parámetros libres de los SAMs realizadas con diferentes métodos (ver sección 2.4) han sido realizadas con modelos cosmológicos fijados por la simulación base, por lo que conclusiones que de ellos se extraen carecen de generalidad en este sentido. De este modo, utilizando la técnica desarrollada en el capítulo 5 y las ventajas de la técnica PSO para la exploración de espacios multidimensionales, en esta sección se realizó una calibración sobre un espacio de parámetros extendido a 7 dimensiones que incluye los 5 parámetros bariónicos definidos en la sección 4.3.2 y los cosmológicos Ω_m y σ_8 .

La búsqueda del mejor conjunto de parámetros se realizó utilizando la técnica PSO, lo que implica que para cada partícula del enjambre, la actualización de su posición se realiza generando una población de galaxias con el modelo SAG sobre los árboles de fusiones de (sub)halos escalados cosmológicamente utilizando como nodos las simulaciones descritas previamente en la sección 6.2. Como puede apreciarse en la figura 6.5 (panel H), el tiempo de convergencia de la búsqueda del mejor conjunto de parámetros no se ve afectada por la inclusión de dos grados de libertad, ya que el criterio de convergencia adoptado (ecuación (4.12)) se satisface nuevamente en menos de ~ 300 pasos. Debido a la mayor dimensionalidad, en este caso se utilizaron 30 partículas para realizar la exploración con PSO.

El mejor conjunto de parámetros obtenido con PSO se resume en la tabla 6.2. En comparación con los valores obtenidos en la calibración bariónica del capítulo 4, se observa que los valores de f_{BH} , κ_{AGN} y $T_{\text{disc,c}}$ son totalmente consistentes,

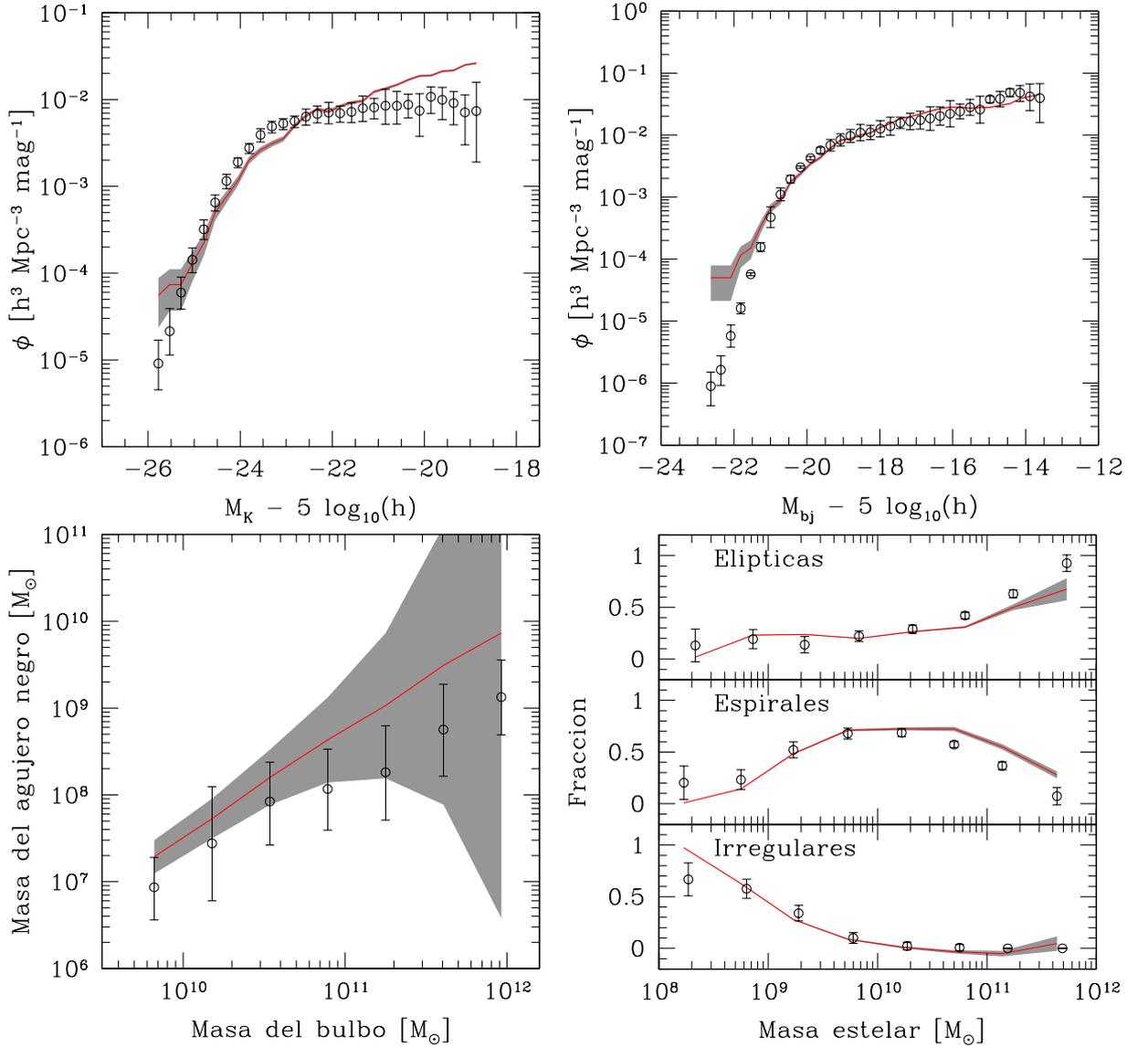


Figura 6.4: Propiedades de la población de galaxias obtenida con el modelo SAG utilizando la calibración de parámetros bariónicos realizada en el capítulo 4 y buscando el par $\Omega_m - \sigma_8$ que mejor ajusta los datos observacionales. Los observables son los mismos que los de la figura 4.3: función de luminosidad en la banda K (arriba-izquierda), función de luminosidad en la banda b_j (arriba-derecha), relación entre la masa del bulbo y la masa del agujero negro (abajo-izquierda) y fracciones morfológicas en función de la masa estelar (abajo-derecha). En líneas rojas se muestra el mejor ajuste y las áreas grises indican los errores Poisson.

6.4. Resultados

Parámetro	Rango explorado	Mejor valor
α	0,005 – 0,5	$0,09^{+0,02}_{-0,01}$
ϵ	0,01 – 1,0	$0,26 \pm 0,02$
f_{BH}	0,001 – 1,0	$0,034^{+0,008}_{-0,006}$
$\kappa_{\text{AGN}} [M_{\odot} \text{ yr}^{-1}]$	$10^{-7} - 0,01$	$(1,4^{+0,4}_{-0,3}) \times 10^{-5}$
$T_{\text{disc,c}}$	0,5 – 1,5	$1,19 \pm 0,06$
Ω_{m}	0,19 – 0,37	$0,251 \pm 0,014$
σ_8	0,73 – 0,91	$0,846 \pm 0,015$

Tabla 6.2: Mejor conjunto de parámetros para obtenidos con PSO el modelo SAG incluyendo los parámetros cosmológicos Ω_{m} y σ_8 , rango explorado y estima de errores.

mientras que α y ϵ experimentan una variación considerable. Los valores encontrados para parámetros cosmológicos resultan en acuerdo a los utilizados en la calibración bariónica. Recordando que los valores para estos parámetros cosmológicos según WMAP7 son $\Omega_{\text{m}} = 0,28 \pm 0,03$ y $\sigma_8 = 0,82 \pm 0,03$, se puede afirmar que los valores obtenidos mediante la calibración conjunta son consistentes a 1σ . Dado que la fracción de bariones es constante en el conjunto de simulaciones utilizado, una disminución de Ω_{m} implica una disminución de Ω_{b} , lo que podría explicar el aumento de la eficiencia de formación estelar α y disminución de la retroalimentación por explosiones de supernova ϵ de manera de obtener la misma masa estelar (luminosidad) a $z = 0$. El aumento de σ_8 puede entenderse en términos similares: una mayor amplitud de fluctuaciones implica una mayor formación de estructuras a un tiempo dado.

La comparación con las observaciones de las propiedades de las galaxias obtenidas con los parámetros resultantes de la calibración conjunta se muestran en la figura 6.6. La mayor diferencia respecto a las calibraciones anteriores puede notarse en la KLF, donde se encuentra un mejor acuerdo en el extremo de alta luminosidad. Un comportamiento similar, aunque menos acentuado, se observa para la bjLF, mientras que para la BHB y MOR no se evidencian cambios substanciales. Al igual que en las dos calibraciones previas, el parámetro libre f que define las fracciones morfológicas conserva el valor $f = 0,7$, lo que permite una comparación consistente entre las tres calibraciones.

De manera similar a lo realizado en el espacio bariónico 5D, se exploró mediante MCMC el entorno del mejor conjunto de parámetros encontrado con PSO, utilizando nuevamente 9 cadenas para este fin. Los resultados de dicha exploración se muestra en la figura 6.7 en términos de las distribuciones marginalizadas 1D y 2D para cada parámetro, de manera similar a la figura 4.5. Como puede observarse por compara-

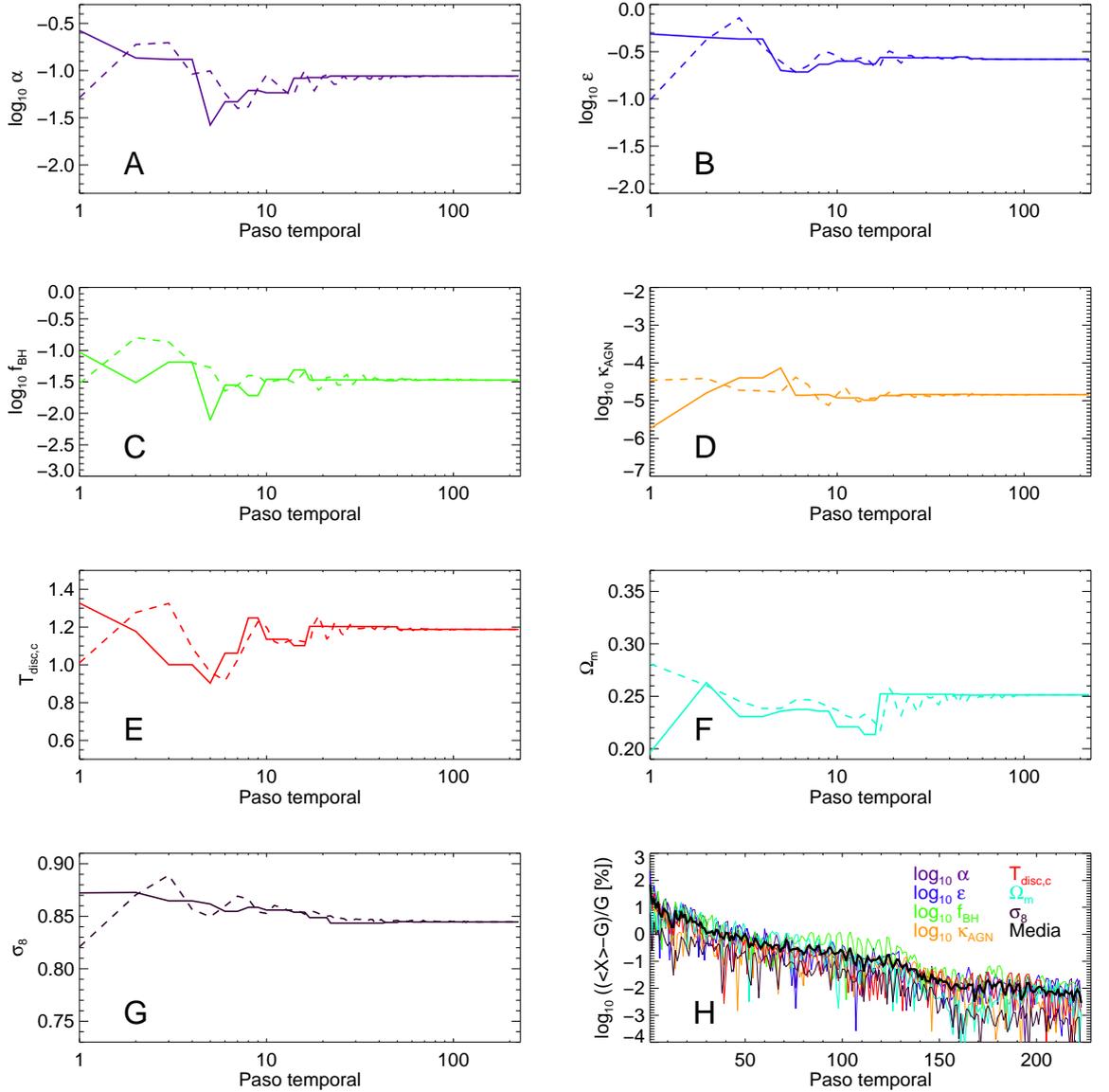


Figura 6.5: Evolución temporal del mejor valor global $G(t)$ (líneas sólidas) y el valor promedio $\langle X_i(t) \rangle_{i=1, \dots, N_p}$ (líneas cortadas) para los parámetros α (panel A), ϵ (panel B), f_{BH} (panel C), κ_{AGN} (panel D), $T_{\text{disc,c}}$ (panel E), Ω_m (panel F) y σ_8 (panel G). El panel H muestra la diferencia relativa entre el valor promedio de todas las partículas y el mejor valor global de cada parámetro (diferentes colores) y el valor medio de estas diferencias relativas (línea negra gruesa).

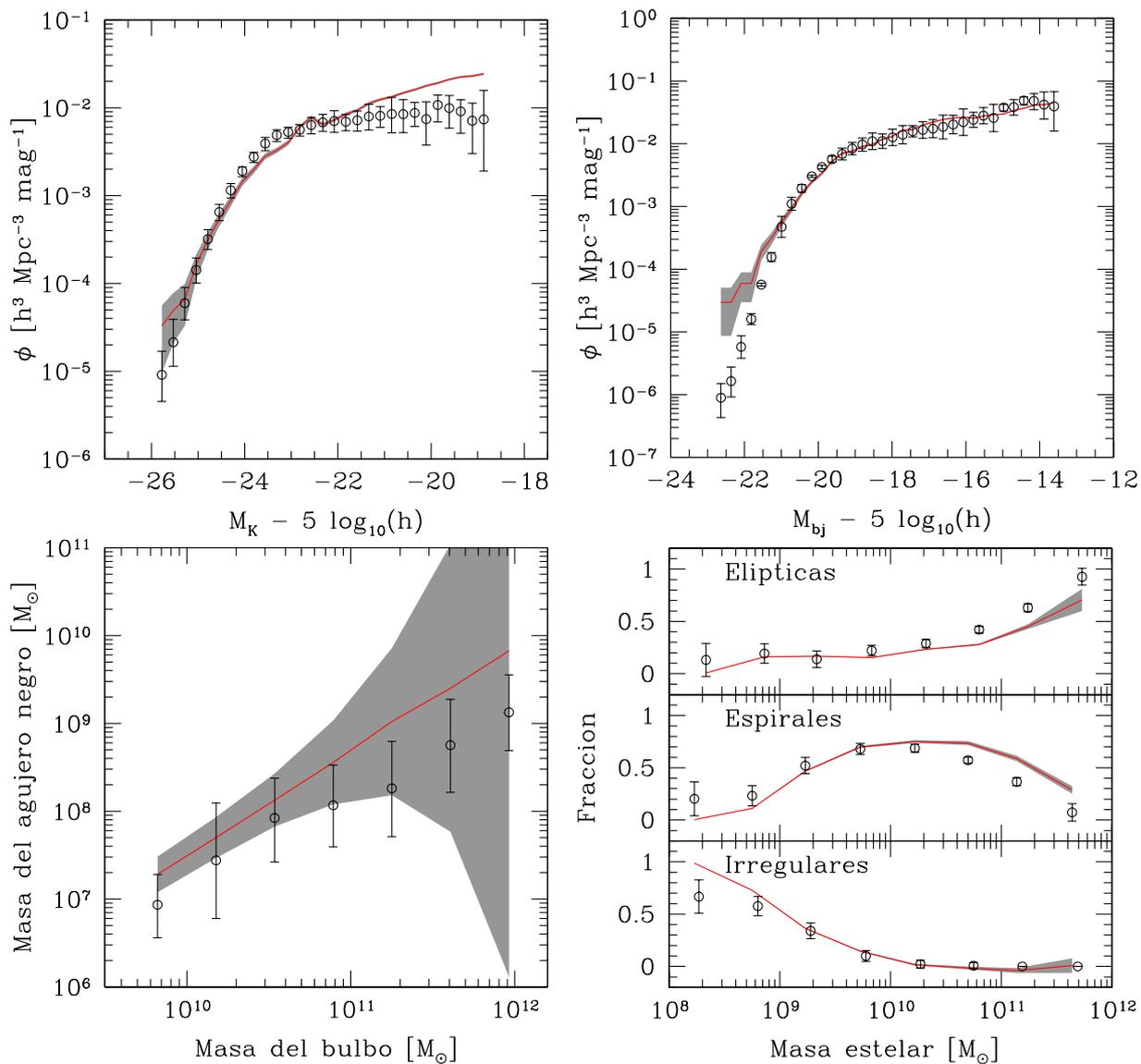


Figura 6.6: Igual que la figura 6.4 pero en este caso para los valores obtenidos con la calibración conjunta de los 5 parámetros bariónicos y los 2 cosmológicos.

ción entre ambas figuras, tanto las degeneraciones entre parámetros bariónicos como sus asimetrías se manifiestan de manera similar en las proyecciones marginalizadas 1D y 2D. La distribución marginalizada 1D del parámetro de inestabilidad de disco $T_{\text{disc,c}}$ es quien presenta una mayor variación respecto al caso anterior, ya que si bien el valor del mejor ajuste es indistinguible, para la calibración conjunta su distribución 1D resulta claramente asimétrica.

Las última dos filas de la figura 6.7 describen las dependencias entre los parámetros bariónicos libres del modelo SAG con los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 . Al igual que lo que se observa en la figura 6.3, los observables utilizados en combinación con las predicciones del modelo imponen fuertes límites a los posibles valores para Ω_m , con una marcada bimodalidad. En tanto σ_8 también presenta un comportamiento bimodal menos acentuado. La exploración en este espacio extendido muestra una degeneración mucho más acotada entre Ω_m y σ_8 que el observado en la exploración de la primer prueba (sección 6.4.1). Ninguno de los parámetros bariónicos presenta una dependencia fuerte con los parámetros cosmológicos explorados en esta sección, lo que induce a pensar que esta clase de exploraciones puede servir como prueba de consistencia para los modelos semianalíticos en el siguiente sentido: dado un SAM que produzca poblaciones de galaxias con propiedades acordes a las observaciones, es de esperar que las mismas se desarrollan en cosmologías no demasiado extremas.

6.5. Conclusiones

Mediante las técnicas desarrolladas se ha explorado por primera vez de manera consistente un espacio de parámetros extendido (incluyendo los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8) para un modelo semi-analítico.

El mejor conjunto de parámetros encontrado (ver tabla 6.6) permite un buen ajuste a los datos observacionales a $z = 0$ utilizados. Los parámetros bariónicos α y ϵ presentan cambios significativas respecto a los valores obtenidos sin la variación de los parámetros cosmológicos (sección 4.4), mientras que los restantes no experimentan variaciones sensibles. Más allá de estos cambios, la topología del subespacio de parámetros bariónicos no resulta afectada por la inclusión de los dos grados de libertad cosmológicos. Además los parámetros bariónicos no presentan una dependencia importante con los parámetros cosmológicos estudiados, resultado que podría verse modificado ante la inclusión de diferentes observables.

La región explorada para los parámetros cosmológicos está definida por $\Omega_m = 0,28 \pm$

6.5. Conclusiones

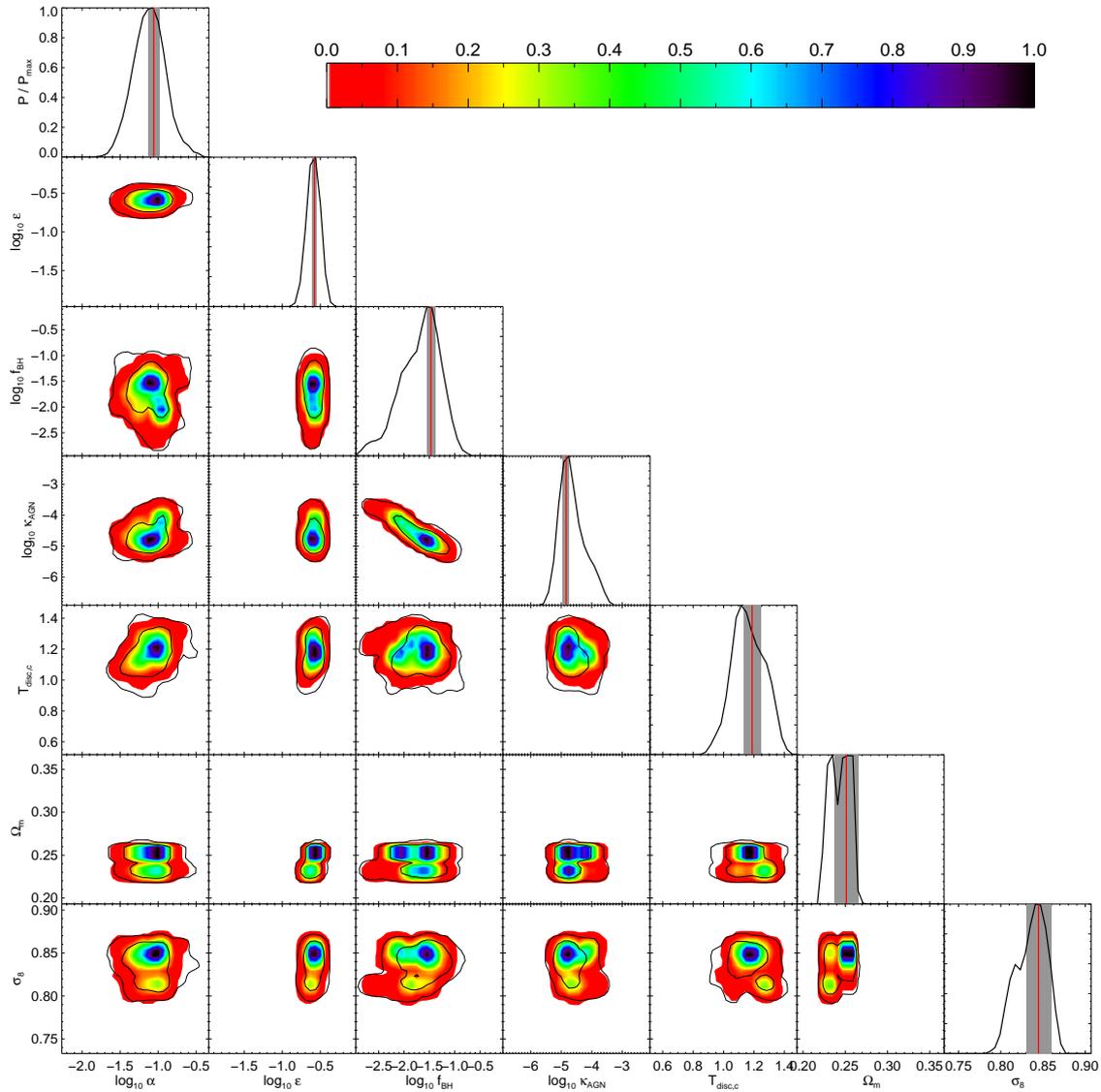


Figura 6.7: Muestreo con MCMC del entorno del mejor conjunto de parámetros obtenido con PSO. Los contornos sólidos encierran las regiones del 68% y 95% de aceptación (distribución posterior) y las superficies a color la probabilidad de cada intervalo normalizada al máximo valor (distribución del perfil). Los histogramas son las distribuciones posteriores 1D marginalizadas, siendo las líneas rojas verticales y las zonas grises las posiciones de los parámetros que dieron el mejor ajuste y su error 1σ , respectivamente.

$3 \times 0,03 = [0,19; 0,37]$ y $\sigma_8 = 0,82 \pm 3 \times 0,03 = [0,73; 0,91]$, siendo el valor obtenido en la calibración conjunta $(\Omega_m; \sigma_8) = (0,251; 0,846)$. Este valor está en completo acuerdo con las determinaciones actuales de los parámetros cosmológicos.

En acuerdo con las conclusiones de Guo et al. (2013), la calibración de un SAM en un espacio que incluye parámetros cosmológicos no debe interpretarse como un intento de determinación precisa de la cosmología, sino por el contrario una prueba de consistencia de los procesos físicos modelados en el SAM, y un intento de determinación de la posible dependencia de los parámetros que regulan los mismos con los parámetros cosmológicos.

Debe destacarse que las comparaciones entre las calibraciones obtenidas con diferentes SAMs (y diferentes técnicas de exploración) experimentan una alta falta de uniformidad en las diferentes implementaciones de los procesos físicos y por ende del significado de los parámetros libres que los regulan, lo que impide en el estado actual de desarrollo obtener conclusiones independientes del modelo de formación y evolución de (sub)halos de materia oscura y su correspondiente población de galaxias.

BIBLIOGRAFÍA

- Angulo, R. E. & White, S. D. M. 2010, MNRAS, 405, 143
- Benson, A. J., Borgani, S., De Lucia, G., Boylan-Kolchin, M., & Monaco, P. 2012, MNRAS, 419, 3590
- Benson, A. J. & Bower, R. 2010, MNRAS, 405, 1573
- Bower, R. G., Vernon, I., Goldstein, M., et al. 2010, MNRAS, 407, 2017
- Boylan-Kolchin, M., Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., & Lemson, G. 2009, MNRAS, 398, 1150
- Guo, Q., White, S., Angulo, R. E., et al. 2013, MNRAS, 428, 1351
- Henriques, B., White, S., Thomas, P., et al. 2012, arXiv:astro-ph/1212.1717
- Henriques, B. M. B., Thomas, P. A., Oliver, S., & Roseboom, I. 2009, MNRAS, 396, 535
- Jarosik, N., Bennett, C. L., Dunkley, J., et al. 2011, ApJS, 192, 14
- Kampakoglou, M., Trotta, R., & Silk, J. 2008, MNRAS, 384, 1414
- Lu, Y., Mo, H. J., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2012, MNRAS, 421, 1779
- Lu, Y., Mo, H. J., Weinberg, M. D., & Katz, N. 2011, MNRAS, 416, 1949
- Mutch, S. J., Poole, G. B., & Croton, D. J. 2013, MNRAS, 428, 2001
- Ruiz, A. N., Padilla, N. D., Domínguez, M. J., & Cora, S. A. 2011, MNRAS, 418, 2422
- Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, MNRAS, 323, 1
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al. 2003, ApJS, 148, 175
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, Nature, 435, 629

Capítulo 7

Comentarios finales y trabajo futuro

Para esta tesis se utilizaron fundamentalmente dos herramientas numéricas: las simulaciones de N -cuerpos de materia oscura y un modelo de formación y evolución de galaxias llamado SAG. El desarrollo de algoritmos numéricos puede resumirse en los puntos que se detallan a continuación.

Como el modelo SAG no es un código paralelo, para poder acelerar los tiempos de ejecución del mismo se implementó un esquema de paralelismo de datos. Este esquema consiste en dividir una dada simulación numérica en sub-volúmenes que contengan árboles de fusiones de (sub)halos completos, de manera de ejecutar de forma independiente el modelo en los diferentes sub-volúmenes.

Para la tarea de calibrar el modelo SAG se implementó el algoritmo *Particle Swarm Optimization* (Kennedy & Eberhart 1995), una herramienta estocástica que permite encontrar mínimos globales en espacios de alta dimensionalidad a un bajo costo computacional. Combinando este algoritmo con datos observacionales de poblaciones de galaxias a $z = 0$, se exploró un espacio de parámetros libres de 5 dimensiones conformado por la eficiencia de formación estelar α , la eficiencia de retroalimentación por SNe ϵ , la fracción de gas frío acretaado al agujero negro central f_{BH} , la eficiencia de gas caliente acretaado al agujero negro central κ_{AGN} y el valor crítico de inestabilidad de disco $T_{\text{disc,c}}$; encontrando el conjunto de parámetros que mejor ajusta los datos observacionales utilizados.

Dado que el algoritmo PSO no brinda información detallada del entorno del mejor conjunto de parámetros, se utilizaron Cadenas de Markov Monte Carlo para realizar una exploración localizada en los alrededores del mejor valor global encontrado con PSO, pudiendo analizar de esta manera la topología del espacio de parámetros en la zona de interés.

La intención de este trabajo era calibrar no solo los parámetros libres que regulan

la física bariónica del modelo SAG, sino también extender este espacio de parámetros mediante la inclusión de parámetros cosmológicos, de manera de estudiar como éstos influyen en la calibración de un modelo semi-analítico. Para esto, se aplicó el esquema de escalado cosmológico desarrollado por Angulo & White (2010) y Ruiz et al. (2011) para modificar la cosmología de los catálogos de (sub)halos extraídos de las simulaciones numéricas. Utilizando esta metodología se calibró el modelo SAG en un espacio que, además de los 5 parámetros bariónicos escogidos, incluía a los parámetros cosmológicos Ω_m y σ_8 .

Comparando con la calibración bariónica, la nueva calibración en este nuevo espacio de siete dimensiones resultó en valores muy similares para los parámetros f_{BH} , κ_{AGN} y $T_{disc,c}$, mientras que los parámetros α y ϵ presentaron cambios más significativos. Respecto a los parámetros cosmológicos obtenidos, éstos están en completo acuerdo con las determinaciones de WMAP7 (Jarosik et al. 2011). Esto último es algo esperable, ya que si se cuenta con un modelo semi-analítico capaz de reproducir propiedades observacionales de las galaxias reales, es de esperar que lo haga en cosmologías razonablemente próximas a la determinada por mediciones independientes. Del mismo modo, los cambios en la calibración de algunos parámetros bariónicos puede entenderse como un intento de compensación para las variaciones introducidas al dejar libres los parámetros cosmológicos mencionados. Si bien los valores del mejor punto obtenidos para α y ϵ difieren a los valores calibrados con cosmología fija, la topología del subespacio de parámetros bariónicos se mantiene con las mismas características.

Como trabajo futuro se pretende utilizar la eficiencia del algoritmo PSO para estudiar el comportamiento del modelo SAG ante diferentes recetas para los procesos físicos involucrados y utilizando otros conjuntos de datos observacionales, no solo a $z = 0$ sino también que incluyan evolución temporal, como por ejemplo la tasa de formación estelar en función del *redshift* (Behroozi et al. 2012) o funciones de luminosidad para diferentes épocas (Cirasuolo et al. 2010). Este mecanismo de calibración tan dinámico permite analizar de manera rápida posibles soluciones a los problemas presentes en el modelado de la población de galaxias.

El motivo por el cual se variaron sólo dos parámetros cosmológicos radica en que mientras más parámetros se incluyan, más simulaciones deben realizarse para tener una grilla de simulaciones que muestreen razonablemente el espacio a explorar. Sin embargo, buscando una estrategia adecuada, queda como asignatura pendiente estudiar el comportamiento del modelo cuando se incluyen más parámetros cosmológicos

al espacio de parámetros libres.

Cabe destacar que los algoritmos implementados en esta tesis no son dependientes del modelo utilizado, por lo tanto pueden aplicarse a cualquier modelo semi-analítico de interés. Si bien, como ya se mencionó, la uniformidad en los SAMs es algo muy relativo debido a las variadas implementaciones de los procesos físicos, el significado de sus parámetros libres e incluso las diferentes formas en que se construyen los árboles de fusiones de los (sub)halos de materia oscura que sirven como base; tener una herramienta de calibración rápida permitiría una eventual comparación entre diferentes modelos ante condiciones similares.

BIBLIOGRAFÍA

Angulo, R. E. & White, S. D. M. 2010, MNRAS, 405, 143

Behroozi, P. S., Wechsler, R. H., & Conroy, C. 2012, arXiv:astro-ph/1207.6105

Cirasuolo, M., McLure, R. J., Dunlop, J. S., et al. 2010, MNRAS, 401, 1166

Jarosik, N., Bennett, C. L., Dunkley, J., et al. 2011, ApJS, 192, 14

Kennedy, J. & Eberhart, R. C. 1995, IEEE, 4, 1992

Ruiz, A. N., Padilla, N. D., Domínguez, M. J., & Cora, S. A. 2011, MNRAS, 418, 2422

Capítulo 8

Apéndice: Cadenas de Markov Monte Carlo

Las Cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC) es una clase algoritmo que nos permite muestrear un espacio multidimensional con una probabilidad proporcional a la verosimilitud con la que el modelo describe las propiedades observacionales que se desean reproducir. A continuación se describe brevemente su implementación, refiriendo al lector a Verde (2007) y Trotta (2008) para una revisión completa de MCMC y su aplicación en astrofísica y cosmología.

La aplicación de este método es viable cuando es posible calcular la probabilidad $P(D|x)$ de un conjunto de datos D , dado un conjunto de parámetros x del modelo. Mediante el teorema de Bayes y dado un *prior* $P(D)$ definido, es posible obtener la probabilidad posterior $P(x|D) \propto P(D|x)P(x)$, que es proporcional a la hipersuperficie de mejor ajuste.

El método utiliza cadenas de Markov para moverse entre los diferentes puntos del espacio que muestrea, de manera que cada nuevo punto es elegido a partir de una distribución que depende solo del punto precedente. La probabilidad de transición $\pi(x_2|x_1)$ para pasar del punto x_1 al punto x_2 debe satisfacer $P(x_1)\pi(x_2|x_1) = P(x_2)\pi(x_1|x_2)$, relación conocida como la ecuación de balance detallado.

En la práctica, se utilizó el algoritmo de Metropolis-Hastings (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970):

1. Se inicia la cadena desde un punto aleatorio x_1 del espacio de parámetros y se calcula su probabilidad.
2. Se elige un nuevo candidato x_2 de una distribución de candidatos $q(x_2|x_1)$ y se calcula la probabilidad para este nuevo punto.

3. Se calcula la probabilidad de aceptación

$$\alpha = \frac{P(x_2|D)q(x_2|x_1)}{P(x_1|D)q(x_1|x_2)} \quad (8.1)$$

4. Si $\alpha \geq 1$ el nuevo punto es aceptado como parte de la cadena y se continúa desde (2) luego de la sustitución $x_1 \rightarrow x_2$

5. Si $\alpha < 1$ se toma un número aleatorio β uniformemente distribuido en el intervalo $[0, 1]$. Si $\beta \geq \alpha$ el punto es rechazado, se retiene el valor x_1 y se continúa desde (2). Si $\beta < \alpha$ el punto es aceptado y se procede como en (4).

En este trabajo se eligieron distribuciones de candidatos gaussianas, de manera que $q(x_1|x_2) = q(x_2|x_1)$, por lo que la probabilidad de aceptación calculada en (3) se reduce a

$$\alpha = \frac{P(x_2|D)}{P(x_1|D)} \quad (8.2)$$

La principales ventajas de las MCMC es que las distribuciones posteriores y las correlaciones entre los parámetros del modelo pueden recuperarse fácilmente de la lista de puntos muestreados, y que el costo computacional requerido escala de manera lineal con el número de dimensiones del espacio.

BIBLIOGRAFÍA

Hastings, W. K. 1970, *Biometrika*, 57, 97

Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M. M., Teller, A., & Teller, E. 1953, *JCP*, 21, 1087

Trotta, R. 2008, *Contemporary Physics*, 49, 71

Verde, L. 2007, [arXiv:astro-ph/0712.3028](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0712.3028)