

# **Formación Planetaria en Sistemas Binarios Compactos**

Correa-Otto, Jorge Alfredo

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física  
como parte de los requerimientos para obtener el título de  
Doctor en Astronomía de la

Universidad Nacional de Córdoba

Noviembre, 2012

© Famaf - UNC, 2012

Director: Dr. Cristián Beaugé

# Agradecimientos

A lo largo de mis 5 años en Córdoba son numerosas las personas e instituciones que contribuyeron a que pueda completar con éxito mis objetivos. Aquí pretendo hacer publico mi agradecimientos a todos y todas.

En primer lugar quiero agradecerle a mi **Esposa**, con quien compartimos las mejores experiencias en estos 5 años, su permanente apoyo es quien me permitió alcanzar la meta. También le agradezco a mi *Madre* ya que sin su enorme esfuerzo no estaría hoy acá, nuestra difícil situación solo pudo ser superada gracias a su tenacidad y esfuerzo. En esos momentos difíciles fue con mi *Hermano* con quien siempre peleamos para avanzar, esto nos unió de una manera especial y por ello le agradezco su apoyo incondicional. La familia es el pilar de cualquier persona, por lo que aprovecho para agradecerle a mi padre, abuelos, tíos y demás que siempre me acompañaron y me ayudaron en los momentos en que los necesite.

En el plano profesional, estaré siempre agradecido a *Cristián* por haber confiado en mi al iniciar esta nueva etapa, y por el apoyo y ayuda que me dio. Sus enseñanzas han sido fundamentales para que me desarrolle en la carrera de astronomía. Tanto el como los 6, 7, 8 integrantes del grupo de mecánica del observatorio hemos conformado un grupo humano muy fuerte, en el cual no solo colaboramos en lo profesional sino también en lo personal. Formamos de alguna manera una familia, y estoy agradecido con todos y cada uno de ellos.

Durante mi actividad cotidiana en el Observatorio, IATE y FaMAF he precisado de ayuda y siempre recibí una respuesta favorable, por ello le estoy agradecido a todo el personal docente y no docente de la 3 instituciones. También a las instituciones mencionadas les estoy agradecido por haberme permitido desarrollar mi actividad en estos años. Finalmente le agradezco a CONICET por ser la institución que financio mis estudios.

## RESUMEN

El objetivo de esta Tesis fue intentar mejorar nuestra comprensión sobre el proceso de acreción de planetesimales en sistemas binarios compactos. Por la complejidad del problema en estudio se eligió el sistema  $\gamma$ -Cephei como ejemplo de aplicación. Para desarrollar nuestro proyecto se construyeron modelos analíticos para los efectos del disco de gas y de la compañera sobre los planetesimales. Posteriormente se combinaron ambos modelos y se analizó la dinámica de los pequeños cuerpos con el fin de determinar las posibilidades del proceso acrecional.

Para modelar la influencia del disco de gas se utilizó una fuerza de fricción que depende del cuadrado de la velocidad relativa entre el planetesimal y el gas, sin embargo para determinar el efecto de esta fuerza era necesario conocer la dinámica del disco. Dado que las simulaciones hidrodinámicas no permitieron obtener resultados concluyentes, se consideraron dos escenarios hipotéticos, que parecieron ser los más amigables al proceso de acreción: i) disco estático con excentricidad baja, alineado con la compañera binaria; ii) disco precesante con excentricidad alta. Para los efectos gravitatorios de la secundaria se mejoró el modelo analítico, ya que las teorías existentes no resultaron apropiadas para la dinámica de sistemas binarios compactos (perturbador masivo con excentricidad alta).

Luego, con la combinación del modelo para la influencia del gas y del modelo para los efectos de la compañera se contruyó un mapa algebraico que constituyó un método eficaz y rápido para nuestro estudio. Con este mapa fuimos capaces de analizar numéricamente el comportamiento de diversas condiciones iniciales, lo que nos permitió determinar la dinámica de los planetesimales. Los resultados obtenidos incluyeron la evolución de un gran número de partículas de diferentes tamaños para los dos escenarios propuestos.

A partir del comportamiento dinámico de los planetesimales, se llevó a cabo un análisis de las velocidades de encuentro entre ellos. El objetivo fue determinar si estas velocidades estaban por debajo del límite de disrupción, para estimar las posibilidades del proceso de acreción. En el caso del disco estático todos los planetesimales (independientemente de su tamaño) fueron capaces de acretar en la región 2–3 UA. Para el disco precesante en cambio, los pequeños planetesimales  $\sim 2$  km sólo pudieron acretar en la región externa del disco ( $\sim 4$  UA). Los cuerpos de mayor tamaño ( $\geq 5$  km), por otra parte, fueron capaces de acretar en la región de 2–3 UA.

Como la posición del planeta en  $\gamma$ -Cephei es  $\sim 2$  UA, concluimos que las probabilidades del proceso de acreción en ambas configuraciones del disco de gas eran altas. Para el primer escenario la acreción y formación de embriones se desarrollaría sin problemas en la región de interés (2–3 UA). En el segundo escenario, la formación planetaria comenzaría en el borde externo del disco. Luego, a medida que migran los planetesimales, adquirirían la masa necesaria para continuar su acreción en la región de interés (2–3 UA). Finalmente, pudimos concluir que nuestros resultados serían extensibles a cualquier sistema binario compacto.

**Palabras Claves:** Planetas extrasolares. Sistemas binarios. Formación Planetaria. Dinámica. Resonancias.

Clasificaciones PACS 2010:

**97.82.-j** Extrasolar planetary systems.

**97.80.Fk** Spectroscopic binaries; close binaries

**95.10.Ce** Celestial mechanics (including n-body problems)

**95.30.Lz** Hydrodynamics

**96.10.+i** General; solar nebula; cosmogony

**96.12.Bc** Origin and evolution

**02.60.-x** Numerical approximation and analysis

**02.60.Cb** Numerical simulation; solution of equations

## ABSTRACT

The purpose of this Thesis was to improve our understanding of the accretion process of planetesimals in tight binary systems. Due to the complexity of the problem, the  $\gamma$ -Cephei system was chosen as the application example. To develop our project we built analytical models for the effects on the planetesimals of both the gas disk and the stellar companion. These models were subsequently combined and used to analyze the dynamics of small bodies in order to determine the possibilities of the accretionary process.

To model the influence of the gas disk, we used a frictional force with quadratic dependence in the relative velocity between the planetesimal and gas. However, we needed to understand the dynamics of the disc in order to determine the effect of this force. Since the hydrodynamic simulations did not give any conclusive results we considered two hypothetical scenarios, which seemed to be friendly towards the accretion process: i) a static disk with low eccentricity, aligned with the binary; ii) a precessing disc with high eccentricity. We improved the analytical model for the gravitational effects of the secondary, since the existing theories were not appropriate for the dynamics of tight binary systems (massive and high eccentric perturbing body).

We then constructed an algebraic map with the combination of the two models described in the previous paragraph. This map is a fast and effective method to carry out our study. Moreover, with this map we were able to numerically analyze the behavior of different initial conditions, which allowed us to determine the dynamics of planetesimals. The results included the evolution of a large number of particles of different sizes for the two proposed scenarios.

From the planetesimals dynamical behavior, we analyzed their encounter speeds. The aim was to determine whether these velocities were below the disruption limit to estimate the likelihood of the accretion process. For the static disk, all planetesimals (regardless of size) were able to accrete in the 2–3 AU region. For the precessing disk however, the small planetesimals  $\sim 2$  km were only able to accrete in the outer region of the disk ( $\sim 4$  AU). Larger bodies ( $\geq 5$  km) on the other hand, were able to accrete in the 2–3 AU region.

As the planet's position in  $\gamma$ -Cephei is  $\sim 2$  AU, we concluded that the odds for the accretion process were high in both configurations of the gas disk. In the first scenario the accretion and formation of embryos would develop smoothly in the region of interest (2–3 AU). For the second scenario, the planetary formation begins at the outer edge of the disk. Then, when the planetesimals migrate, they acquire the mass needed to continue its accretion in the region of interest (2–3 AU). Finally, we conclude that our results could be extended to any tight binary system.

# Índice general

<b>Lista de Figuras</b>	<b>8</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>11</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>12</b>
1.1. Exoplanetas . . . . .	12
1.1.1. Técnicas de Detección . . . . .	13
1.1.2. Características . . . . .	18
1.2. Formación Planetaria . . . . .	20
1.2.1. Primera etapa: Formación del disco de gas y polvo. . . . .	22
1.2.2. Segunda etapa: Formación de planetesimales . . . . .	24
1.2.3. Tercera etapa: Formación de embriones planetarios . . . . .	26
1.2.4. Cuarta etapa: Formación de planetas. . . . .	29
1.2.5. La revolución de los exoplanetas . . . . .	30
1.3. Sistemas Estelares Binarios . . . . .	31
1.3.1. Exoplanetas en sistemas estelares binarios compactos . . . . .	32
1.3.2. Evolución dinámica y estabilidad en sistemas estelares binarios . . . . .	33
1.3.2.1. Estabilidad de órbitas tipo-S . . . . .	34
1.3.2.2. Estabilidad de órbitas tipo P . . . . .	36
1.3.3. Discos en sistemas estelares binarios . . . . .	37
1.4. Formación planetaria en sistemas binarios compactos . . . . .	39
<b>2. Antecedentes y objetivos de la Tesis</b>	<b>45</b>
2.1. Objetivo . . . . .	52
2.2. El sistema $\gamma$ -Cephei como ejemplo . . . . .	53
<b>3. Fricción de gas sobre planetesimales en SBC</b>	<b>57</b>
3.1. Modelando la fricción de un disco de gas circumprimario . . . . .	57
3.1.1. Fricción por gas . . . . .	58
3.1.2. Velocidad relativa . . . . .	60
3.1.3. Modelo analítico para la fricción . . . . .	61
3.2. Fricción de gas en una estrella simple . . . . .	62
3.3. Fricción de gas en un SBC . . . . .	67
3.3.1. Ecuaciones de movimiento del P3CR . . . . .	67

3.3.2.	Dinámica en el P3CR perturbado . . . . .	71
3.4.	Velocidades relativas entre los planetesimales . . . . .	72
3.4.1.	Desfasaje orbital de los planetesimales debido al tamaño . . . . .	72
3.4.2.	Perfil de densidad del disco . . . . .	74
3.4.3.	Velocidades de encuentro . . . . .	77
3.4.4.	Escalas de tiempo para el decaimiento orbital y el equilibrio secular . . . . .	79
<b>4.</b>	<b>Discos de gas circumprimarios en SBC</b>	<b>82</b>
4.1.	Dinámica de fluidos . . . . .	82
4.1.1.	Gases ideales . . . . .	82
4.1.2.	Resolución Euleriana . . . . .	84
4.1.3.	Resolución Lagrangiana . . . . .	86
4.1.4.	Viscosidad . . . . .	87
4.2.	Dinámica de fluidos en discos de gas protoplanetarios . . . . .	88
4.2.1.	Estructura vertical de discos protoplanetarios . . . . .	89
4.2.2.	Balance de las fuerzas radiales . . . . .	91
4.2.3.	Perfil de temperatura del disco . . . . .	92
4.2.3.1.	Ecuación de estado en un disco protoplanetario . . . . .	92
4.2.4.	Viscosidad en discos protoplanetarios . . . . .	92
4.3.	Simulaciones hidrodinámicas en SBC . . . . .	94
4.3.1.	Discos radiativos y/o con autogravedad . . . . .	97
4.3.2.	Condiciones de contorno . . . . .	102
4.4.	Simulaciones hidrodinámicas propias . . . . .	104
4.4.1.	FARGO . . . . .	104
4.4.2.	GADGET2 . . . . .	106
4.4.3.	Disco en la secundaria y efecto de transferencia . . . . .	111
4.5.	Conclusiones . . . . .	112
<b>5.</b>	<b>Dinámica secular de planetesimales en SBC</b>	<b>113</b>
5.1.	El modelo secular de primer orden . . . . .	113
5.2.	Simulaciones numéricas . . . . .	114
5.3.	El modelo secular de segundo orden . . . . .	117
5.4.	Extendiendo la aproximación de Thébault et al. (2006) . . . . .	119
5.5.	Dinámica secular de planetesimales en $\gamma$ -Cephei . . . . .	123
5.5.1.	Simulaciones de partículas individuales con fricción de gas . . . . .	123
<b>6.</b>	<b>Dinámica resonante en SBC</b>	<b>128</b>
6.1.	Zona de influencia de las RMM de alto orden . . . . .	128
6.1.1.	El modelo resonante . . . . .	132
6.1.2.	Ancho de una resonancia . . . . .	133
6.1.3.	Superposición de resonancias . . . . .	138
6.2.	Límite de la región estable y truncamiento del disco . . . . .	138
6.2.1.	El modelo analítico . . . . .	140
6.2.2.	Extensión del modelo al P3CR elíptico . . . . .	141

6.2.3.	Aplicación al sistema $\gamma$ -Cephei . . . . .	142
6.2.4.	Deducción de una formula analítica a partir del modelo . . . . .	142
6.3.	Captura divergente . . . . .	146
<b>7.</b>	<b>Posibilidades de acreción en SBC: Velocidades de encuentro</b>	<b>150</b>
7.1.	Modelo para la evolución de planetesimales en SBC . . . . .	150
7.1.1.	Superposición lineal de los dos modelos . . . . .	154
7.1.2.	Validéz del modelo simplificado . . . . .	156
7.2.	Un Mapa Algebraico para el modelo simplificado . . . . .	159
7.2.1.	Mapas algebraicos en sistemas disipativos . . . . .	159
7.2.2.	Aplicación al modelo simplificado . . . . .	160
7.2.3.	Eficiencia del mapa algebraico . . . . .	163
7.2.4.	Velocidad del mapa algebraico . . . . .	163
7.2.5.	Comparación con resultados numéricos . . . . .	165
7.3.	Velocidades de encuentro: Escenarios favorables para la acreción . . . . .	166
7.3.1.	Escenario 1: Disco alineado sin precesión ( $g_g = 0; \varpi_g = 0^\circ$ ). . . . .	169
7.3.2.	Escenario 2: Discos con precesión retrógrada ( $g_g < 0$ ). . . . .	171
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>176</b>
8.1.	Perspectivas . . . . .	178



# Índice de figuras

1.1.	Curva de velocidad radial. . . . .	13
1.2.	Distribución $P$ - $m$ de los exoplanetas conocidos. . . . .	19
1.3.	Distribución $a$ - $e$ de los exoplanetas conocidos. . . . .	19
1.4.	Distribución $m$ - $e$ de los exoplanetas conocidos. . . . .	21
1.5.	Las 4 etapas de formación planetaria. . . . .	22
1.6.	Representación esquemática de sistemas planetarios en binarias. . . . .	34
1.7.	Semieje crítico ( $a_c$ ) para un planeta en órbita tipo-S. . . . .	35
1.8.	Dependencia de $a_c$ con $e_B$ para un sistema tipo-P. . . . .	37
1.9.	Truncamiento de discos de gas en sistemas binarios. . . . .	39
1.10.	Imagen del sistema binario L1551. . . . .	40
1.11.	Formación planetaria en SBC. . . . .	43
1.12.	Velocidades de encuentro de planetesimales en SBC. . . . .	44
2.1.	Evolución secular de un enjambre de planetesimales en un SBC. . . . .	45
2.2.	Distribución de planetesimales en los planos $a$ - $e$ y $a$ - $\varpi$ . . . . .	46
2.3.	Distribución de planetesimales en los planos $a$ - $e$ y $a$ - $\varpi$ . . . . .	47
2.4.	Evolución de las velocidades de impacto. . . . .	48
2.5.	Velocidades de encuentro para planetesimales de 50 km. . . . .	49
2.6.	Distribución de planetesimales en el plano $a$ - $e$ y $a$ - $\varpi$ . . . . .	50
2.7.	Distribución de planetesimales en el plano $a$ - $e$ . . . . .	50
2.8.	Velocidad de encuentro para planetesimales de tres tamaños diferentes. . . . .	51
2.9.	Datos de velocidades radiales de $\gamma$ -Cephei. . . . .	54
3.1.	Órbita de un planetesimal. . . . .	59
3.2.	Soluciones seculares para planetesimales. . . . .	63
3.3.	Excentricidad y $\Delta\varpi$ de equilibrio. . . . .	66
3.4.	Evolución orbital de planetesimales en un disco excéntrico. . . . .	68
3.5.	Evolución orbital de planetesimales en un disco con precesión. . . . .	69
3.6.	Ciclo límite para planetesimales con distintos radios. . . . .	70
3.7.	Soluciones de equilibrio para un disco estático y uno que precesa. . . . .	73
3.8.	Disco de gas con excentricidad pequeña. . . . .	74
3.9.	Escalas características de la evolución secular y el decaimiento orbital. . . . .	78
3.10.	Simulaciones orbitales para planetesimales de $s = 1$ km . . . . .	80

4.1.	Estructura vertical de un disco de gas. . . . .	89
4.2.	Simulación hidrodinámica en $\gamma$ -Cephei. . . . .	94
4.3.	Distribución radial de la densidad superficial y la excentricidad. . . . .	95
4.4.	Evolución temporal de $e_d$ y $\varpi_d$ del disco . . . . .	96
4.5.	Distribución de $e_d$ y $\varpi_d$ . . . . .	98
4.6.	Comparación de la evolución de $e_d$ y $\varpi_d$ . . . . .	99
4.7.	Comparación de la evolución de $e_d$ y $\Sigma_d$ . . . . .	100
4.8.	Evolución de $e_d$ y $\Sigma_d$ . . . . .	101
4.9.	Diferencia en la evolución de $e_d$ y $\Sigma_d$ . . . . .	102
4.10.	Evolución temporal de la excentricidad para un disco de gas en un SBC. . . . .	103
4.11.	Simulación Hidrodinámica con FARGO. . . . .	105
4.12.	Perfil de densidad superficial obtenido con GADGET2. . . . .	107
4.13.	Excentricidad y longitud de pericentro del disco en función de $r$ . . . . .	108
4.14.	Perfil de densidad superficial $\Sigma$ en función de $r$ . . . . .	108
4.15.	Evolución de la excentricidad y la longitud de pericentro del disco de gas. . . . .	109
4.16.	Perfil de densidad superficial obtenido con GADGET2. . . . .	110
4.17.	Disco de gas en la secundaria. . . . .	111
5.1.	$e_f$ y $g$ como función del semieje mayor propio. . . . .	115
5.2.	$e_f$ y $g$ como función de $a^*$ con tres métodos diferentes. . . . .	120
5.3.	Variación de la excentricidad forzada y la frecuencia secular. . . . .	122
5.4.	Evolución orbital de cuatro planetesimales de diferentes tamaños. . . . .	124
5.5.	Evolución orbital de planetesimales en un disco con precesión. . . . .	125
5.6.	Captura de un planetesimal en una resonancia de movimientos medios. . . . .	127
6.1.	Mapa MEGNO. . . . .	130
6.2.	Anchos de las sub-resonancias de la RMM 6/1. . . . .	134
6.3.	Comparación de los anchos sub-resonancias de la RMM 6/1. . . . .	135
6.4.	Ancho de las sub-resonancias de la RMM 6/1. . . . .	136
6.5.	Comparación de los anchos de la sub-resonancia $j_4 = 1$ . . . . .	137
6.6.	Predicción del ancho de las zonas de libración. . . . .	139
6.7.	Semieje mayor crítico en función de $\mu$ . . . . .	143
6.8.	Semieje mayor crítico en función de $e$ . . . . .	144
6.9.	Predicción del modelo analítico. . . . .	145
6.10.	Evolución del semieje mayor de las partículas en un disco estático. . . . .	146
6.11.	Evolución del semieje mayor de las partículas en un disco precesante. . . . .	147
7.1.	$e_f$ y $g$ obtenidas con diferentes modelos. . . . .	154
7.2.	Relación entre $a$ y $a^*$ . . . . .	155
7.3.	Evolución de $a$ y $e$ para planetesimales de distinto tamaño con $a_0 = 2$ AU. . . . .	157
7.4.	Evolución de $a$ y $e$ para planetesimales de distinto tamaño con $a_0 = 3$ AU. . . . .	158
7.5.	Errores absolutos en función del paso del mapa. . . . .	164
7.6.	Razón de tiempos de cómputo entre el integrador de alta precisión y el mapa. . . . .	165
7.7.	Variación de la excentricidad con el semieje mayor $a$ . . . . .	167

7.8. Evolución de la excentricidad con el semieje mayor  $a$ . . . . . 168

7.9. Excentricidad y argumento de pericentro en función del semieje mayor. . . . 170

7.10. Distribución de velocidades relativas. . . . . 172

7.11. Excentricidad y argumento de pericentro en un disco que precesa. . . . . 174

7.12. Velocidades relativas de colisión en función del semieje mayor. . . . . 175

# Índice de tablas

1.1. Exoplanetas en sistemas binarios compactos. . . . .	32
2.1. Datos del sistema $\gamma$ -Cephei. . . . .	53
2.2. Parámetros orbitales para $\gamma$ -Cephei. . . . .	55
3.1. Velocidades de colisión relativas. . . . .	76
3.2. Velocidades de colisión relativas en un disco excéntrico. . . . .	76
4.1. Comparación de la excentricidad variando las condiciones de contorno. . . . .	103
4.2. Comparación de la excentricidad de equilibrio en el sistema $\gamma$ -Cephei. . . . .	104
6.1. Semieje mayor nominal de RMM. . . . .	131

# Capítulo 1

## Introducción

El descubrimiento de los exoplanetas supuso un cambio en el *paradigma* de la formación planetaria. Sin embargo para comprender el “*switch gestáltico*”<sup>1</sup> (Khum 1962) que llevó a la evolución del modelo de formación planetaria a las actuales teorías, es necesario repasar qué se entiende por exoplaneta, cuales son sus características y en que se diferencian con los planetas de nuestro Sistema Solar.

### 1.1. Exoplanetas

En el año 2003, la Unión Astronómica Internacional (UAI) recomendó que todos aquellos objetos con masas inferiores a la masa límite para la fusión termonuclear del deuterio ( $13 m_{\text{jup}}$  para cuerpos de metalicidad solar), que orbiten una estrella o un remanente estelar, fuesen considerados *exoplanetas*, sin importar como se han formado (Perryman 2011). Dicha recomendación se emitió por el problema en la distinción entre enana marrón y exoplaneta. Dentro de su recomendación la UAI, distinguió a las *enanas marrones* como aquellos objetos con masas superiores a la masa límite para la quema de deuterio, sin importar cómo se formen. Por otra parte, en la “Resolución B5” del 2006, la UAI clasificó los cuerpos del Sistema Solar en tres categorías: *Planetas* (cuerpo celeste en órbita alrededor del Sol, con masa suficiente para asumir forma de equilibrio hidrostático (casi esférico), y que ha sido capaz de limpiar la vecindad de su órbita), *Planetas enanos* (cuerpo celeste en órbita alrededor del Sol, con masa suficiente para asumir forma de equilibrio hidrostático, que no ha sido capaz de limpiar su vecindad inmediata y no es un satélite) y *Cuerpos pequeños* (otros objetos celestes orbitando el Sol que no son satélites). Esta nueva clasificación no afecta, por el momento, lo que entendemos por exoplaneta, ya que para estos objetos celestes una distinción entre *planetas* y *cuerpos menores* aún no es relevante.

Actualmente se han descubierto más de 800 exoplanetas, detectados por diferentes técnicas. Las características de estos cuerpos se ven muchas veces limitadas por las técnicas de observación con las que fueron descubiertos. Por lo tanto, antes de exponer sus rasgos princi-

---

<sup>1</sup>Se denomina *switch gestáltico* al cambio de un paradigma por otro, a través de una *revolución*.

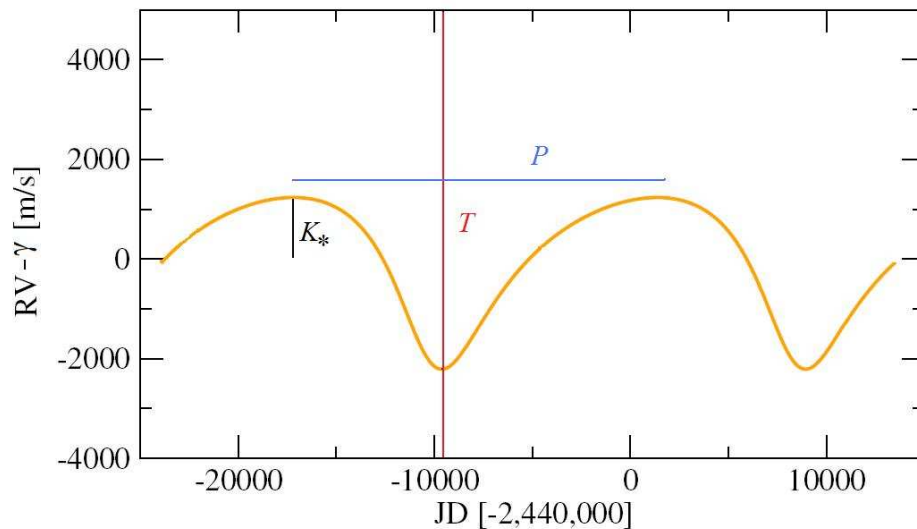


Figura 1.1: Dibujo esquemático de una curva de velocidad radial. En el dibujo se indican  $P$ ,  $K_*$ ,  $\gamma$  y  $T$  (ver texto para detalles), la curva corresponde a un exoplaneta con excentricidad  $e$ .

pales y compararlos con nuestro Sistema Solar, resulta conveniente llevar a cabo una revisión de las diferentes técnicas de detección utilizadas y las limitaciones de cada una de ellas.

### 1.1.1. Técnicas de Detección

Debido a que los planetas (o cualquier objeto con una masa menor a  $13 m_{\text{jup}}$ ) presentan brillos extremadamente débiles comparados con el de la estrella que orbitan, su observación directa es una tarea muy difícil. Por ejemplo, Júpiter, el planeta más brillante de nuestro Sistema Solar, tiene sólo  $10^{-9}$  veces la luminosidad solar. Por lo tanto, se debe deducir la existencia de un planeta analizando cambios en algún aspecto observable de la estrella que orbita. Tales métodos indirectos de observación constituyen la base del proceso de búsqueda de exoplanetas.

Existen diversos métodos de detección, sin embargo las técnicas de *velocidades radiales* y de *tránsitos* son las más fructíferas, siendo las responsables de más del 95 % de la muestra de los exoplanetas conocidos. Se deduce entonces, que dicho par es quien más información ha aportado sobre las características de los exoplanetas. Por lo tanto, se presentará una breve descripción de algunas de las otras técnicas y se discutirán con mayor detalle estas dos.

- Velocidades radiales:** Con cerca de 500 planetas detectados, lo que constituye aproximadamente el 60 % de la muestra total de exoplanetas, la técnica de *velocidades radiales* es hasta el momento la más exitosa de todas. El método consiste en detectar el movimiento de la estrella alrededor del centro de masa (baricentro) del sistema estrella-planeta. Para ello se obtiene una serie temporal de espectros de alta resolución de la estrella en observación para luego buscar las variaciones periódicas en las líneas de absorción debidas al corrimiento Doppler.

La órbita de un planeta alrededor de una estrella se define por los siguientes parámetros: el período orbital  $P$  (semieje mayor  $a$ ), la inclinación del plano de la órbita con respecto al plano tangente del cielo  $i$ , la longitud de nodo  $\Omega$ , la longitud de pericentro  $\omega$ , la excentricidad  $e$  y el tiempo de paso por el pericentro  $T$ . Con estos parámetros, la curva de velocidad radial  $v$  de la estrella se puede definir de la siguiente forma:

$$v = \gamma + K_* \{ \cos f + \omega + e \cos \omega \}, \quad (1.1)$$

donde  $\gamma$  es la velocidad radial del baricentro del sistema,  $K_*$  la amplitud de la velocidad radial de la estrella alrededor del centro de masa y  $f$  la anomalía verdadera. A modo de ejemplo, se presenta en la Figura 1.1 una curva de velocidad radial correspondiente a un hipotético exoplaneta con excentricidad  $e$ , sobre la curva se indican las cantidades  $P$ ,  $K_*$ ,  $\gamma$  y  $T$ .

Los parámetros  $P$ ,  $T$ ,  $e$  y  $\omega$  se pueden determinar directamente a partir de la forma de la curva de velocidad radial. En cambio  $i$  y  $\Omega$  no se pueden obtener sólo con observaciones espectroscópicas. Por otra parte, la anomalía verdadera  $f(t)$  tiene una dependencia implícita con el tiempo que puede deducirse siguiendo a Murray & Dermott (1999). Primero se obtiene la relación de  $f(t)$  con la “anomalía excéntrica”  $E(t)$

$$\tan f/2 = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan E/2, \quad (1.2)$$

luego la dependencia temporal de  $E(t)$  viene dada por la llamada Ecuación de Kepler

$$\frac{2\pi(t-T)}{P} = E - e \sin E. \quad (1.3)$$

Finalmente, para determinar la masa del planeta  $m_p$  se debe considerar la relación entre  $a_*$  (semieje mayor de la estrella alrededor del centro de masa) y  $K_*$

$$a_* \sin i = \frac{PK_* \sqrt{1-e^2}}{2\pi}, \quad (1.4)$$

más la tercera ley de Kepler

$$a^3 = \frac{G(m_* + m_p)P^2}{(2\pi)^2}, \quad (1.5)$$

donde  $G$  es la constante de gravitación y  $a = a_* + a_p$  el semieje mayor de la órbita relativa a los dos cuerpos. Así, con las ecuaciones 1.4 y 1.5 y la ecuación del centro de masa  $m_* a_* = m_p a_p$  (con  $m_*$  la masa de la estrella), se puede derivar la siguiente ecuación:

$$\frac{(m_p \sin i)^3}{(m_p + m_*)^2} = \frac{PK_*^3 (1-e^2)^{3/2}}{2\pi G}. \quad (1.6)$$

El lado izquierdo de la ecuación se llama *función de masa* del sistema. Dado que la masa del planeta es mucho menor que la de la estrella ( $m_p \ll m_*$ ) es posible simplificar, y se obtiene

$$(m_p \sin i) \sim (P/2\pi G)^{1/3} K_* m_*^{2/3} \sqrt{1-e^2}, \quad (1.7)$$

que para excentricidades pequeñas ( $\lesssim 0,2$ ) y estrellas de masa solar, se puede expresar en unidades más convenientes

$$m_p \sin i \sim 3,5 \times 10^{-2} K_* P^{1/3}, \quad (1.8)$$

con  $m_p \sin i$  en unidades de  $m_{\text{jup}}$ ,  $K_*$  en m/s y  $P$  en años. Entonces, fácilmente se deduce que Júpiter causa una variación en la velocidad radial del Sol de 12,5 m/s.

Para determinar la masa real del planeta ( $m_p$ ) es necesario quitar el factor  $\sin i$  de la cantidad  $m_p \sin i$ . Sin embargo, es imposible determinar la masa real del planeta sólo con el método de velocidades radiales. Al no conocer la inclinación  $i$  entre el plano orbital del sistema y el plano tangente del cielo, sólo es posible estimar un valor mínimo para la masa real del planeta, de hecho al factor  $m_p \sin i$  se lo suele llamar *masa mínima* del planeta. Esto constituye un serio problema para los resultados obtenidos con este método. Sin embargo, aunque para un caso individual la masa real del planeta puede ser considerablemente mayor al límite inferido por la velocidad radial, para una muestra estadística la incerteza no es tan grave. Debe tenerse en cuenta que observacionalmente la distribución de probabilidad de la inclinación de los exoplanetas depende de  $\cos i$ . Por lo tanto, si se tiene en cuenta que en una muestra estadística las órbitas se ubican al azar y que los valores de  $\cos i$  están uniformemente distribuidos entre 0 y 1, se puede deducir que para el 87 % de todos los casos se tendrá  $\sin i \geq 0,5$  y sólo para el 5 % de los casos ocurrirá que  $\sin i \leq 0,1$ . Entonces es posible considerar que las distribuciones de  $m_p \sin i$  obtenidas de los estudios de velocidad radial son aproximadamente representativas de la verdadera distribución de las masas planetarias.

Otra de las desventajas de este método es que se requiere una alta relación señal-ruido para alcanzar una alta precisión, por lo que generalmente se utiliza solamente para estrellas relativamente cercanas a la Tierra ( $\sim 160$  años luz o  $\sim 50$  parsecs). Se encuentran fácilmente planetas masivos cercanos a su estrella, pero la detección de aquellos que orbitan a grandes distancias requieren muchos años de observación, lo que genera un efecto de selección observacional que favorece la detección de planetas tipo *júpiteres calientes*. Por otra parte, se puede utilizar para confirmar los hallazgos realizados por el método de tránsito. Cuando ambos métodos se utilizan en combinación, entonces se puede determinar la masa real del planeta.

- **Tránsitos:** Otro método que recientemente ha mostrado ser exitoso es el de *tránsito*, con más de 200 planetas detectados ( $\sim 25$  % de la muestra). El método requiere de sistemas planetarios orientados en el espacio de forma tal que el plano orbital esté cerca de la línea de visión al observador. Si se cumple esta condición, entonces el planeta periódicamente transitará frente al disco estelar. Observaciones fotométricas o espectroscópicas de los eclipses se pueden usar para inferir parámetros físicos y orbitales del planeta. La forma en que se pueden detectar planetas es a través del monitoreo del flujo estelar, en búsqueda de caídas periódicas. La amplitud de la señal de tránsito es independiente de la distancia entre el planeta y la estrella, y provee una medida del tamaño relativo entre los dos cuerpos. Si un planeta de radio  $R_p$  oculta una estrella de radio  $R_*$ , el decrecimiento fraccional en el flujo estelar durante el tránsito será (asumiendo



un brillo uniforme del disco estelar)

$$f = \left( \frac{R_P}{R_*} \right)^2. \quad (1.9)$$

La precisión fotométrica de observaciones de telescopios en Tierra es de  $f \sim 10^{-3}$  y un planeta como Júpiter que transita una estrella de tipo solar produce un cambio de brillo:  $f \sim 0,01$ . Por lo tanto es posible detectar planetas masivos desde la Tierra. En cambio planetas tipo Tierra sólo pueden detectarse con telescopios en el espacio.

La probabilidad de que un planeta sea observado por tránsito se puede deducir geoméricamente. Para un planeta en órbita circular de radio  $a$ , la condición de que alguna parte del planeta pase por el disco estelar es que el ángulo de inclinación  $i$  satisfaga

$$\cos i \leq \frac{R_* + R_P}{a}. \quad (1.10)$$

Si tenemos un conjunto de tales sistemas con inclinación aleatoria, entonces la probabilidad de observar tránsitos es

$$P_T \leq \frac{R_* + R_P}{a}, \quad (1.11)$$

que para un planeta como la Tierra es de  $P_T \sim 5 \times 10^{-3}$ .

Si la geometría es favorable para la observación de tránsitos, la máxima duración de éste es aproximadamente  $2R_*/v_K$  (con  $v_K$  la velocidad Kepleriana del planeta). Para un planeta tipo Tierra orbitando una estrella tipo solar el máximo tiempo de tránsito es aproximadamente de 13 horas. Una vez que se detecta el planeta, la medición precisa del tránsito estelar se puede analizar para inferir la presencia de otros planetas en el sistema (TTV, Holman et al. 2010).

La principal desventaja de este método es la baja probabilidad de detección, por lo que deben realizarse escaneos de grandes áreas del cielo que contiene miles o incluso cientos de miles de estrellas. Por otra parte, el método sufre de una alta tasa de falsas detecciones. La detección de tránsito requiere una confirmación adicional, por lo general a partir del método de velocidades radiales. La principal ventaja del método de tránsito es que se puede determinar el tamaño del planeta a partir de la curva de luz, y además hace posible el estudio de su atmósfera.

Cuando estos dos métodos se combinan, se puede determinar la densidad del planeta, y por lo tanto, aprender algo sobre su estructura física. Los planetas que han sido estudiados por ambos métodos son por lejos los mejores caracterizados de todos los exoplanetas conocidos.

- **Astrometría:** Se infiere la presencia de un planeta a partir del movimiento de su estrella alrededor del centro de masa del sistema (baricentro). Se observan las dos componentes de este movimiento en el plano del cielo y se obtiene suficiente información como para resolver los elementos orbitales sin la ambigüedad del factor  $\sin i$  (ver la técnica de velocidades radiales). Sea una estrella de masa  $m_*$ , a cierta distancia  $d$  de la Tierra, el desplazamiento angular respecto al centro de masa, debido a un planeta de masa  $m_p$  a

una distancia  $a$  de la estrella, será:  $\theta = m_p a / m_* d$ . Pero aunque es un método aplicable a todas las estrellas y muy sensible a planetas con órbitas grandes, posee importantes desventajas que lo hacen poco eficaz. Entre otras pueden mencionarse la necesidad de tiempos de observación muy largos (años y hasta décadas) para detectar planetas lejos de su estrella, además los cambios en la posición estelar son tan pequeños y las distorsiones atmosféricas tan grandes que incluso los mejores telescopios en Tierra no puede producir mediciones lo suficientemente precisas. De hecho, mediante esta técnica sólo se ha podido detectar un planeta: HD176051b (Muterspaugh et al. 2010).

- **Imagen directa:** Es el único método que detecta planetas de forma directa. Se piensa al planeta como una fuente de luz separada espacialmente de la emisión estelar. Ya se mencionaron los problemas inherentes a la diferencia de brillo entre el planeta y su estrella. A esta dificultad se le debe agregar el problema de la resolución espacial. Por ejemplo para detectar un planeta tipo Tierra, que tiene su pico de emisión en el espectro en  $\lambda \sim 20\mu\text{m}$ , se necesita un telescopio de 50 m de diámetro para tener una resolución de  $0,1''$  ( $\theta$ ), lo que permite una resolución espacial de 0,5 UA a una distancia:  $D = 50 \text{ pc}$  ( $\theta \sim 1,22\lambda/D$ ). Estas consideraciones básicas demuestran las dificultades de la técnica y su tendencia, ya que planetas gigantes y alejados de la estrella serán más fáciles de detectar. Un enfoque prometedor es la interferometría de anulación. Con este método se han encontrado planetas en Beta Pictoris, 2M1207b (enana marrón), un sistema de cuatro planetas en IRXS J160929.1-210524, Fomalhaut y un sistema de tres planetas en HR 8799, estos dos últimos además poseen un disco similar al cinturón de Kuiper. Este método ha permitido la detección de 31 planetas hasta la fecha ([www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu)).
- **Microlente gravitacional:** Este método tiene su fundamento en un conocido resultado de la relatividad general: “Cuando un fotón pasa cerca de un campo gravitacional intenso (como el que genera una estrella) sufre una desviación”. De esta forma, se puede utilizar el campo gravitatorio de una estrella (L) como una lente, amplificando la luz de una estrella (F) de fondo distante. Este efecto sólo se produce cuando las dos estrellas están prácticamente alineadas. La estrella que actúa de lente, L, amplifica la luz de la estrella fuente F, en un factor que resulta considerable, cuando la distancia aparente entre ellas en el plano del cielo es menor que el radio del *anillo de Einstein* (Cassen et al. 2005)

$$R_E = \sqrt{\frac{4Gm_L r_{\oplus L}}{c^2} \left(1 - \frac{r_{\oplus L}}{r_{\oplus F}}\right)}, \quad (1.12)$$

donde  $m_L$  es la masa de la lente,  $c$  es la velocidad de la luz y  $r_{\oplus L}$  y  $r_{\oplus F}$  son las distancias de la Tierra a la lente y la fuente respectivamente. El brillo de F es capaz de sufrir un fuerte incremento mientras ocurre el evento (puede durar semanas). El patrón de brillo puede utilizarse para determinar las propiedades de la lente. Si ésta tiene una compañera planetaria, entonces estos cuerpos menos masivos pueden producir un *salto* en la curva de luz observada, lo que demuestra que un planeta pasó por la línea de visión a una distancia menor a la del radio de Einstein. La gran ventaja de esta técnica es que bajo condiciones favorables puede detectarse un planeta como la Tierra. Sin embargo, aunque provee información de la masa de los planetas detectados y de sus distancias

proyectadas a la estrella, no permite obtener información sobre la órbita del planeta. Además posee diversas desventajas, por ejemplo los eventos son breves, debido a que las dos estrellas y la Tierra están en movimiento relativo entre sí. Se requiere una alineación muy poco probable, y un gran número de estrellas distantes deben ser controladas continuamente para detectar las contribuciones planetaria de micro-lente a una tasa razonable. Finalmente, la desventaja más notable es que el evento es irrepetible, y como los planetas detectados suelen estar a kiloparsecs de distancia, en general resulta imposible llevar a cabo observaciones con otros métodos. Aún así posee una ventaja importante, si se observan una gran cantidad de eventos, de manera de obtener una muestra estadísticamente importante, entonces se podría revelar qué tan común son los planteas como la Tierra en la galaxia. Actualmente se conocen 16 planetas detectados por micro-lentes ([www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu)).

- Timing:** Un púlsar es una estrella de neutrones (remanente de una estrella que explotó como supernova). La rotación altamente estable de los pulsars es capaz de proveer de un reloj de alta precisión, que se puede utilizar para la detección indirecta de exoplanetas. El monitoreo de alta precisión del tiempo de arribo (TA) de los radio pulsos es capaz de revelar movimientos sutiles del pulsar, tales como el bamboleo debido a una compañera planetaria (movimiento alrededor del centro de masa). Para un planeta de masa  $m_p$  (en unidades de masa terrestre  $m_\oplus$ ) en órbita circular con período  $P$  (en unidades de año) e inclinación  $i$ , y una estrella de neutrones *canónica* de masa  $1,35 m_\odot$ , la amplitud del *timing* residual en milisegundos (ms) es

$$\tau = 1,2 m_p P^{2/3} \sin i. \quad (1.13)$$

Para púlsares de milisegundos, son posibles mediciones del TA con una precisión de unos cuantos  $\mu s$  (Wolszczan 1994). Esto implica que se pueden detectar planetas con masa de hasta  $\sim 0,1 m_\oplus$  alrededor de púlsares; límite que supera a cualquiera de los otros métodos actuales. El principal inconveniente de este método es que los púlsares son relativamente raros, por lo que es poco probable que se encuentren un gran número de planetas de esta manera. Solo 15 planetas han sido detectados con este método ([www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu)).

### 1.1.2. Características

Debido a que los métodos de velocidades radiales y tránsito son responsables de más del 90 % de la muestra, son quienes más propiedades y características orbitales sobre los exoplanetas han aportado. Sin embargo, a pesar del gran incremento en el número de planetas descubiertos en los últimos 17 años aún se está lejos de tener una muestra estadística completa. Actualmente, la estadística conocida está confinada a ciertos valores del espacio de parámetros de los exoplanetas accesibles a los estudios de las velocidades radiales y de tránsito, cuya selección favorece la detección de planetas masivos y próximos a la estrella. La muestra de exoplanetas detectada con velocidades radiales tiene información disponible, que se limita a aquellas cantidades derivadas directamente de los observables de velocidad radial, y lo mismo ocurre con los detectados por tránsitos. Sólo cuando se combinan ambas muestras se puede obtener una información más completa de los exoplanetas.

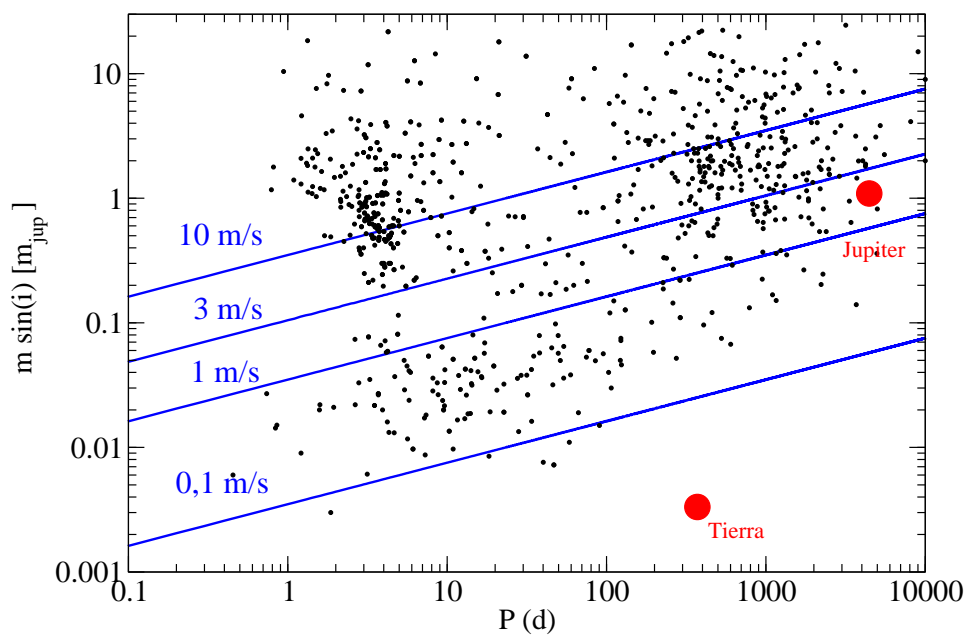


Figura 1.2: Distribución  $P$ - $m$  de los exoplanetas conocidos (detectados por velocidades radiales y tránsitos). El período está expresado en días, y la masa (en algunos casos es la masa mínima) en masas de Júpiter. Los puntos negros muestran la posición de los exoplanetas, los rojos la posición de la Tierra y de Júpiter, y las líneas azules son curvas de  $K_*$  constante (el valor de cada una está sobre la curva) obtenidas con la ecuación 1.8. Fuente: [www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu).

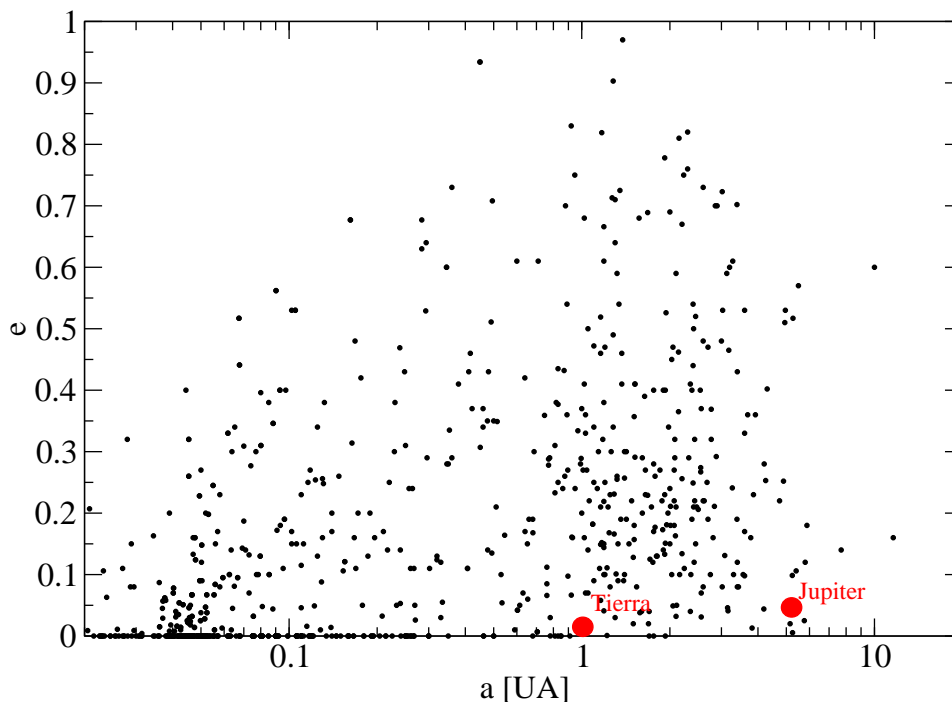


Figura 1.3: Distribución  $a$ - $e$  de los exoplanetas conocidos. Los dos puntos rojos indican la ubicación de la Tierra y de Júpiter en el gráfico. Fuente: [www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu).

En la Figura 1.2 se muestra la distribución Período - masa (mínima) de los exoplanetas. En líneas azules se representan las curvas de amplitud de velocidad constante  $K_*$ , obtenidas con la ecuación 1.8. Se puede ver que la muestra parece ser incompleta para  $K_* < 1$  m/s, y el límite actual de detección está en  $K_* \sim 0,1$  m/s. Por otra parte, en la Figura 1.3 se muestra la distribución semieje mayor - excentricidad y en la Figura 1.4 da cuenta de la distribución masa (mínima)- excentricidad. En las tres figuras se agregan la posición de la Tierra y de Júpiter (puntos rojos), lo que permite comparar las características orbitales de los exoplanetas con las de nuestro Sistema Solar.

Se observa en la distribución de exoplanetas de la Figura 1.2 el efecto de selección inherente a los métodos de detección empleados. La mínima masa detectable es proporcional a  $P^{1/3}$  (ecuación 1.8), y esto explica la falta de objetos detectados con masas bajas y largos períodos orbitales (esquina inferior derecha). Sin embargo, a partir de los tres gráficos, aún si se tienen en cuenta los efectos de selección, la distribución de exoplanetas es realmente diferente de la que se esperaría en base a la arquitectura de nuestro Sistema Solar. Por empezar una población de planetas masivos detectada a distancias menores a 0,1 UA (más cercanos a la estrella que Mercurio  $\sim 0,4$  UA), a estos objetos se los llama *júpiteres calientes*. La detección de su radio por el método de tránsito confirma que son consistentes con la estructura de gigantes gaseosos. La mayoría de éstos tienen órbitas casi circulares, lo que puede ser el reflejo de circularización por efectos de marea debido a la interacción entre el planeta y la estrella (e.g. Rodríguez & Ferraz-Mello 2010, Rodríguez et al. 2011). A los exoplanetas con masas menores a las masas de los gigantes de hielo (Urano y Neptuno) del Sistema Solar, se los suele llamar súper-Tierras.

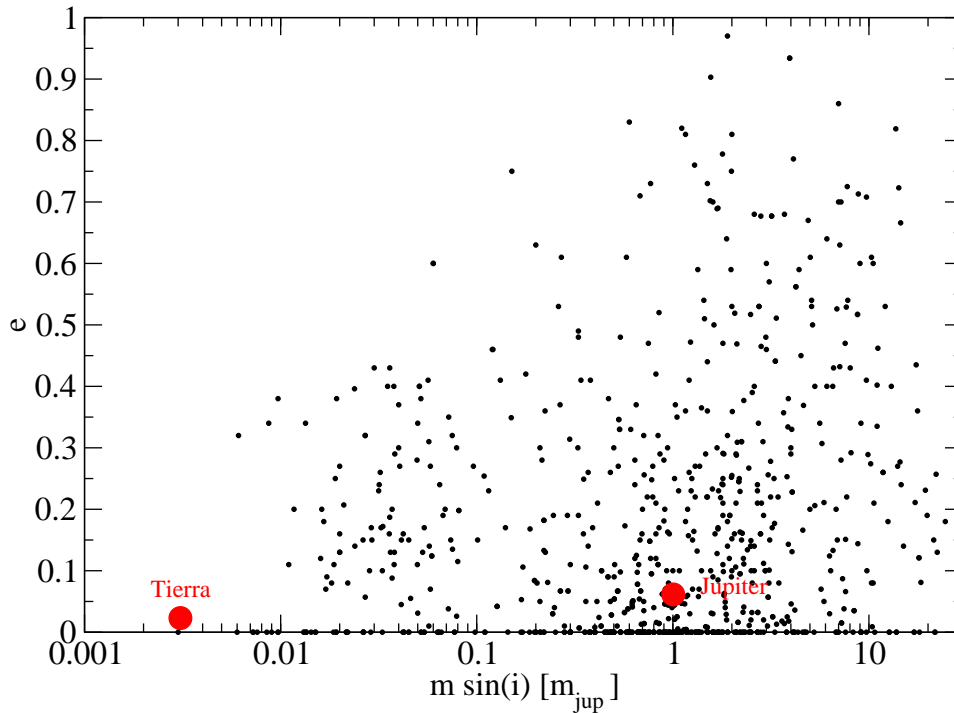


Figura 1.4: Distribución  $m$ - $e$  de los exoplanetas conocidos. La masa es en algunos casos la masa mínima y en otros la masa real del exoplaneta. En rojo se agregan las posiciones de la Tierra y Júpiter al gráfico. Fuente: [www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu).

Respecto a los planetas con grandes órbitas, el aspecto más notable es que tienen órbitas bastante excéntricas, de hecho si  $a > 0,7$  UA, los valores de excentricidad  $e$  se encuentran entre 0 y 0,9. La distribución de excentricidad es amplia y se detectan planetas como Júpiter (en órbitas casi circulares) y planetas con excentricidades de hasta 0,9. No existe una correlación fuerte entre la masa planetaria y la excentricidad, sin embargo planetas con masas  $> 0,1 m_{\text{jup}}$  parecen tener excentricidades mayores (Fig. 1.4). Finalmente, se sabe que las estrellas con exoplanetas tienen, en promedio, una metalicidad mayor que las estrellas sin planetas (Boss 2002). Esto sugiere que el incremento de la frecuencia planetaria con la metalicidad aporta indicios acerca de los mecanismos de formación planetaria. Son estas características las que marcan la diferencia con nuestro Sistema Solar, las cuales llevaron a modificar la teoría clásica de formación planetaria.

## 1.2. Formación Planetaria

Cuando se plantea una teoría o hipótesis sobre la formación de sistemas planetarios se deben tener en cuenta todas las características observacionales de los sistemas conocidos. Lamentablemente, sólo conocemos en detalle a nuestro Sistema Solar, por lo que existen ciertas características que sólo son observables en él. Sin embargo, el relativamente reciente aporte hecho por los exoplanetas, ha contribuido significativamente a mejorar nuestro conocimiento sobre la cosmogonía de los sistemas planetarios.

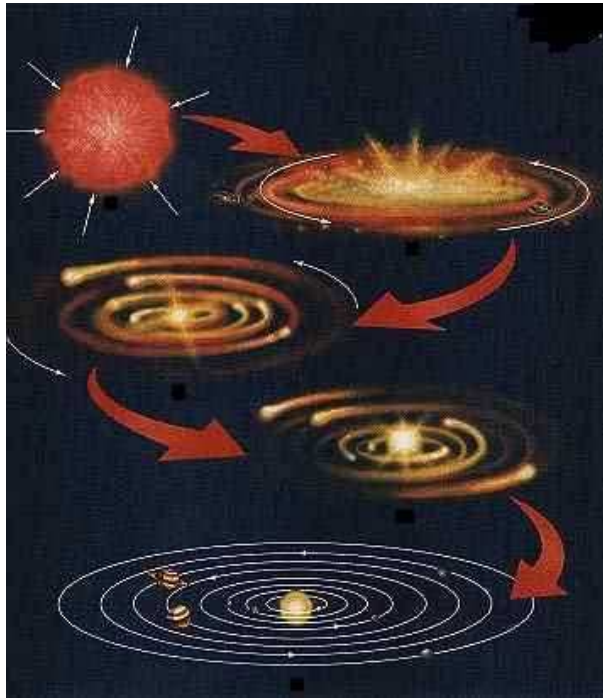


Figura 1.5: Representación esquemática de las cuatro etapas en las que se suele dividir el proceso de formación planetaria (Haghighipour 2008).

Algunos de los detalles más sobresalientes del Sistema Solar a tener en cuenta cuando se plantea una teoría cosmogónica son: la relación entre la dirección del movimiento orbital de los planetas y su dirección de rotación, la mayor parte de los planetas rota en el mismo sentido que su desplazamiento orbital; la mayoría son coplanares (progrados) y poseen órbitas prácticamente circulares; aunque contienen menos del 0,2 % de la masa, poseen más del 98 % del momento angular, el cual reside en el movimiento orbital de los planetas gigantes; finalmente, la densidad aumenta significativamente con la disminución de la distancia heliocéntrica, lo que sugiere grandes cantidades de elementos pesados en los planetas cercanos al Sol, y materiales livianos en los más alejados.

Muchos de los exoplanetas sin embargo, difieren significativamente con algunas de estas características observadas en el Sistema Solar. En particular la distancia de los planetas a su estrella es la que más impacto tuvo sobre las hipótesis de formación. Finalmente respecto a las lunas y cuerpos menores sólo se conocen los objetos que existen en nuestro Sistema Solar, aunque se han detectado discos de polvo tipo cinturón de Kuiper alrededor de algunas estrellas (Holland et al. 1998).

Actualmente, la teoría más aceptada de formación planetaria es la hipótesis de *inestabilidad del núcleo*. En esta teoría, el proceso de formación se puede dividir esquemáticamente en cuatro etapas (ver Figura 1.5). La primer etapa considera el colapso de una nube molecular que da origen al proto-sol y al disco proto-planetario de gas y polvo, con el consecuente asentamiento de este último en el plano medio del disco. La segunda etapa consiste en el proceso mediante el cual el polvo comienza a aglutinarse mediante un proceso de acreción no-gravitacional dando origen a los planetesimales. En la tercera etapa los planetesimales continúan con un proceso de acreción gravitacional que finaliza con la formación de los em-

briones planetarios. Finalmente en la cuarta etapa, los embriones resultantes continúan interactuando gravitacionalmente hasta formar los planetas. Tomando como referencia el trabajo de Lissauer (1993), se describe a continuación cada etapa con mayor detalle.

### 1.2.1. Primera etapa: Formación del disco de gas y polvo.

Dado que la formación planetaria ocurre en discos alrededor de las estrellas, el proceso de formación se origina entonces con el nacimiento de estas últimas. Se sabe que las estrellas nacen en nubes gigantes de gas y polvo llamadas nebulosas, compuestas principalmente por hidrógeno y helio. Estas nubes tienen grandes extensiones con radios entre los 10 y 100 parsecs y masa suficiente como para formar miles de estrellas. Si bien son objetos masivos, están tan extendidas que su temperatura y densidad son muy bajas ( $T < 50 K$  y  $\rho < 10^3$  partículas por centímetro cúbico). A tales temperaturas el hidrógeno se encuentra en estado molecular. Las nubes poseen también cierta cantidad de momento angular, pero debido a su extensión la rotación de estas es casi imperceptible. No se sabe con exactitud como acontece el proceso de contracción gravitacional que da lugar al origen de cada una de las estrellas, pero puede estar relacionado con el flujo turbulento supersónico debido quizá a alguna supernova cercana a la nube (McKee & Ostriker 2007). Durante el colapso, la nube no se aglutina como un todo, sino que se contrae formando grumos que darán lugar a varias estrellas.

A pesar de que la nube colapsante tiene una rotación despreciable, una cantidad importante de material se asienta formando un disco a su alrededor. Inicialmente, el gas y el polvo de la nube con bajo momento angular cae hacia el núcleo dando origen a cada proto-estrella. En cambio, la materia con alto momento angular intenta precipitarse sobre la proto-estrella, pero no puede alcanzarla debido a las fuerzas centrífugas. Este material queda en órbita, pero la mezcla de gas y polvo que cae al plano ecuatorial se encuentra con el material que cae en la otra dirección y el movimiento perpendicular al plano ecuatorial se cancela. La energía de este movimiento se disipa como calor en el disco en formación. Un calentamiento significativo puede ocurrir especialmente en la parte interna del disco.

La redistribución de momento angular en el disco puede proveer masa adicional a la estrella. La estructura y evolución del disco están principalmente determinadas por la eficiencia en el transporte de momento angular y calor. Por otra parte, la composición química del disco protoplanetario es importante ya que determina los materiales disponibles para la formación de planetesimales. El estado químico inicial depende de la composición de gas y polvo en el medio interestelar y el subsecuente procesamiento químico durante la fase de colapso. La composición química varía con el tiempo y con la distancia a la proto-estrella. Finalmente, ya que no se observa gas entre los planetas del Sistema Solar, ni en ningún otro sistema exoplanetario, se asume que éste debe haber sido expulsado en alguna etapa durante el proceso evolutivo.

La fracción de gas y polvo que cae sobre el disco en lugar de colapsar directamente sobre la estrella, depende del momento angular de la nube. Inicialmente el disco resulta muy masivo y es gravitacionalmente inestable, por lo que desarrolla ondas espirales que dan lugar a una rápida acreción de masa sobre la estrella. Este proceso continúa hasta que la relación de masa disco/estrella desciende por debajo del límite de inestabilidad de Toomre. Para un disco



delgado con simetría axial, Toomre (1964) mostró que una perturbación sin simetría axial es gravitacionalmente inestable si el parámetro

$$Q = \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} < 1, \quad (1.14)$$

donde  $Q \sim 1$  implica estabilidad marginal. Aquí,  $c_s$  es la velocidad del sonido,  $\Omega$  es la velocidad angular de rotación del disco, y  $\Sigma$  es la densidad superficial del disco.

Durante las primeras etapas de la formación de estrellas en la nube interestelar, al disco de acreción y al embrión estelar, se los clasifica generalmente como proto-estelares. En las últimas fases de la evolución de la proto-estrella, cuando el interés astronómico se desplaza hacia la formación de planetas en el gas y polvo residual, el disco se conoce como protoplanetario. No hay, sin embargo, un punto específico en el que el disco se convierte en "protoplanetario". Mucho más tarde en el proceso de formación de los planetas, cuando los planetesimales y protoplanetas se han formado y comienza una nueva fase de desgaste por colisión, los discos circunestelares resultantes se conocen como "discos de escombros" ("debris disk").

El momento angular del material residual del disco impide su rápido espiraleo hacia la estrella. Cualquier migración posterior hacia el interior del disco requiere una transferencia hacia el exterior del momento angular. Tal proceso sólo se produce en escalas del tiempo viscoso del disco de acreción, que es mucho más largo que el tiempo de formación del embrión estelar inicial, y es la ineficiencia de este proceso lo que hace posible la formación de planetas. La evolución del disco protoplanetario, está determinada por la viscosidad, la acreción sobre la estrella central, la coagulación de granos de polvo, y la foto-evaporación.

### 1.2.2. Segunda etapa: Formación de planetesimales

El disco protoplanetario está compuesto por gas y polvo, siendo el hidrógeno y el helio los elementos más abundantes. Sin embargo, el material en el disco se encuentra a temperaturas lo suficientemente bajas como para que gran parte del material se condense en granos microscópicos. Si se considera un disco con composición química similar a la composición solar primigenia, los primeros materiales que condensan son los componentes de silicatos y hierro. Por otra parte, ya que la temperatura del disco disminuye a medida que la distancia al Sol aumenta, entonces en la región más externa grandes cantidades de material gaseoso se encuentran en estado sólido (hielo) y pueden también condensarse.

La forma en que pequeños granos de polvo crecen hasta formar cuerpos con tamaños del centímetro sigue un comportamiento físico diferente al de los objetos de mayor tamaño. A través de experimentos de laboratorio (Blum & Wurm 2008 y Güttler et al. 2010) y simulaciones numéricas (Zsom et al. 2010 y Birnstiel et al. 2010) se ha mejorado la comprensión del proceso de colisión y evolución del polvo. Sin embargo, el conocimiento de la microfísica involucrada en los procesos mecánicos y químicos relativos a la aglomeración de pequeños granos de polvo aún no se comprende del todo (Forrest & Witten 1979, Meakin & Donn 1988, Brauer et al. 2008, Birnstiel et al. 2010).

Los pequeños granos de polvo, de tamaños menores al centímetro, inmersos en un disco protoplanetario están fuertemente acoplados al gas. La evolución dinámica de estos cuerpos sólidos es determinada por la gravedad de la estrella y el roce con el gas; para partículas pequeñas el efecto del disco es bien descrito por la ley de fricción de Epstein (Weidenschilling 1977). Inicialmente el movimiento orbital de los granos de polvo alrededor de la estrella posee cierta inclinación. Sin embargo, a medida que las partículas de polvo van condensando y aumentando su tamaño se asientan en el plano medio del disco. Este comportamiento se puede comprender al considerar la aceleración que experimentan los granos de polvo en la dirección vertical al disco

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\rho_{\text{gas}} c_s}{\rho s} v_z - \Omega^2 z, \quad (1.15)$$

donde  $v_z$  es la velocidad del grano en la dirección  $z$  (perpendicular al plano medio del disco),  $\rho_{\text{gas}}$  la densidad del gas,  $\rho$  la densidad de los granos,  $s$  el radio de los granos,  $c_s$  la velocidad local del sonido, la cual es igual a la velocidad térmica del gas, y  $\Omega = (G m_{\odot}/r_{\odot}^3)^{1/2}$  la velocidad angular Kepleriana (Weidenschilling 1980). Se deduce entonces la velocidad de asentamiento de equilibrio en el eje  $z$

$$v_z = \frac{\Omega^2 z \rho s}{\rho_{\text{gas}} c_s}, \quad (1.16)$$

y se puede ver que para partículas de determinada densidad, la tasa de asentamiento es proporcional a su radio.

A partir de la ecuación 1.16 se deduce que durante el aumento de tamaño de las partículas de polvo, su velocidad de asentamiento también aumenta. Este incremento en la velocidad de sedimentación del polvo aumenta la tasa colisional entre partículas de diferente tamaño. De esta forma, a medida que se forman cuerpos de mayor tamaño, éstos son capaces de aglutinar más eficientemente los agregados más pequeños. Este proceso permite entonces un rápido crecimiento de los granos de polvo hasta partículas del tamaño del centímetro. Por ejemplo, si se considera la región de planetas terrestres de la nebulosa solar ( $\sim 1$  UA), los modelos sugieren que la mayor parte del material sólido fue capaz de aglomerarse en cuerpos de tamaños macroscópicos en menos de  $10^4$  años (Weidenschilling 1997, Dullemond & Dominik 2005). Cabe destacar que en el ejemplo mencionado, los cuerpos sólidos están confinados a una región delgada sobre el plano medio del disco en la cual la densidad del material que se aglutina es igual o superior a la densidad del gas.

La formación de objetos con radios de  $\sim 1$  km (pequeños planetesimales), a partir de partículas del tamaño del centímetro se produce a través de la colisión mutua entre los cuerpos sólidos del disco. Por lo tanto, para partículas mayores al centímetro, el proceso de crecimiento viene determinado principalmente por el movimiento relativo entre los diversos cuerpos sólidos del disco. La dinámica de las partículas de polvo en el disco es dominada principalmente por la gravedad de la estrella y por la fricción con el disco de gas. El gas en los discos protoplanetarios está soportado parcialmente contra la gravedad estelar por un gradiente de presión en la dirección radial, esto hace que el gas sienta una aceleración

$$a_{\text{gas}} = -\frac{Gm_{\odot}}{r_{\odot}^2} - \frac{1}{\rho_{\text{gas}}} \frac{dP}{dr_{\odot}}, \quad (1.17)$$

donde el segundo término del lado derecho de la ecuación 1.17 es la aceleración producida por el gradiente de presión. Por lo tanto, el gas orbita la estrella a una velocidad algo menor que la velocidad Kepleriana, para discos protoplanetarios el gas rota  $\sim 0,5\%$  más lento (Adachi et al. 1976, Weidenschilling & Davis 1985).

Debido al movimiento sub-Kepleriano del disco de gas, las partículas sólidas que se mueven inmersas en él experimentan un “viento de frente” (fricción) que remueve parte de su momento angular y las hace caer hacia la estrella describiendo una espiral. El efecto de la fricción que experimenta el material sólido inmerso en el disco depende de la velocidad relativa de la partícula con respecto al gas,  $\propto v_{\text{rel}}^\alpha$  (Weidenschilling 1977). Como ya se mencionó, la velocidad del gas es sólo un poco menor que la Kepleriana, por lo que la velocidad relativa ( $v_{\text{rel}}$ ) tendrá un valor pequeño. Las partículas más pequeñas ( $\leq \text{cm}$ ) que están fuertemente acopladas al gas, tienen una dependencia lineal con la velocidad relativa, por lo que tienen un decaimiento orbital lento. Para objetos de tamaños mayores al kilómetro la fricción es proporcional al cuadrado de la velocidad relativa ( $\alpha = 2$ ) y por lo tanto espiralan lentamente hacia la estrella. Sin embargo, para las partículas de tamaño intermedio ( $\sim \text{m}$ ) la fricción tiene una dependencia con la velocidad relativa dada por  $\alpha = 1,4$  (e.g.  $\propto v_{\text{rel}}^{1,4}$ ) por lo que sufren un fuerte decaimiento orbital. Por ejemplo, los cuerpos del tamaño del metro en la región de planetas terrestres de la nebulosa solar caen hacia la estrella a una tasa bastante rápida, del orden de los  $\sim 10^6 \text{ km/año}$ . Por lo que un cuerpo del tamaño del metro a 1 UA podría caer hacia el Sol en sólo  $\sim 100$  años, este punto débil del modelo se conoce como el problema de “la barrera del tamaño del metro”. Se deduce entonces, que el crecimiento de objetos del tamaño de centímetros hasta el kilómetros debe ocurrir muy rápidamente, de lo contrario las partículas sólidas caerían a la estrella y dejarían al disco sin material para formar planetas.

El proceso de crecimiento de los cuerpos sólidos en esta etapa aún presenta problemas ya que la física de colisión entre partículas en este rango de tamaños no se comprende del todo. Una posibilidad es que una pequeña fracción de granos crezca como planetesimales sólidos por circunstancias fortuitas, y estos planetesimales subsecuentemente aumenten sus masas aglutinando pequeñas partículas (Lissauer 1993). Estudios recientes, basados en los nuevos avances experimentales y simulaciones numéricas han sugerido un nuevo mecanismo para explicar la formación de los planetesimales. Este podría ser la solución al problema de “la barrera del tamaño del metro” del modelo de acreción del núcleo. Para cuerpos mayores a 1 mm, las colisiones entre dos partículas del mismo tamaño dan lugar a fragmentación destructiva. Sin embargo, dependiendo de cual es el impactor de la partícula considerada, también pueden estar involucrados: el pegoteo, el rebote, la transferencia de masa y las colisiones erosivas. Una roca del tamaño del metro puede crecer en las colisiones, si su compañero de colisión es del tamaño adecuado, en este caso inferior a  $200 \mu\text{m}$ . La clave para el crecimiento de grandes cuerpos es por lo tanto que éstos sean capaces de barrer y aglutinar las partículas más pequeñas del disco más rápido de lo que son erosionados o fragmentados por las colisiones de tamaño similar (Windmark et al. 2012).

### 1.2.3. Tercera etapa: Formación de embriones planetarios

Las fuerzas que afectan la evolución de los planetesimales alrededor de la estrella son la fricción con el disco de gas y las colisiones mutuas. Sin embargo, estas fuerzas pueden

tratarse como perturbaciones a las órbitas Keplerianas de los planetesimales. Además, el efecto de la fricción por gas en esta etapa del proceso de formación es menos importante que en la etapa anterior. Sus principales consecuencias son un lento decaimiento orbital de los cuerpos y un amortiguamiento de la excentricidad e inclinación de las órbitas de los planetesimales. Por otra parte, el efecto de las colisiones entre planetesimales es más difícil de estudiar debido al gran número de cuerpos. Durante la primera parte del proceso evolutivo en esta etapa, la gran cantidad de objetos hace prácticamente imposible llevar a cabo estudios numéricos. Por esta razón durante gran parte de la evolución de los planetesimales en esta etapa se utilizan modelos analíticos sencillos. Sólo en el final de la etapa 3 se pueden realizar simulaciones N-cuerpos, cuando los planetesimales han aumentado su tamaño y el número de éstos se ha reducido considerablemente.

Durante la mayor parte del proceso evolutivo que forma embriones planetarios a partir de los planetesimales, se utilizan modelos analíticos simples debido a la gran cantidad de cuerpos. Los factores claves que permiten estudiar el crecimiento de los planetesimales son, su distribución de velocidades y su sección eficaz de colisión. La distribución de velocidades se puede analizar con la aproximación analítica de “partícula en una caja”, en la cual la velocidad media cuadrática de los planetesimales se calcula mediante los métodos de la teoría cinética de gases. En esta aproximación se ignoran los detalles de las órbitas individuales de los planetesimales, y se utiliza una densidad de probabilidad para describir sus velocidades.

Como se mencionó, la evolución temporal de la distribución de velocidades de los planetesimales es determinada por las colisiones mutuas entre ellos y por la fricción de gas. Como modelo para la fricción se considera el trabajo de Weidenschilling (1977), y las colisiones físicas entre los cuerpos se modelan siguiendo el trabajo de Binney & Tremaine (1987). La mayor parte de los trabajos realizados, analizan la evolución de la distribución de velocidades de los planetesimales asumiendo que no hay correlación entre los encuentros sucesivos entre ellos (problema de 2 cuerpos). En esta aproximación y bajo las simplificaciones supuestas, el mayor de los planetesimales en una determinada región va a dispersar la mayoría de los cuerpos más pequeños (Safranov 1969). Sin embargo, si este objeto tiene un tamaño mucho mayor que el resto de los planetesimales en su entorno la simplificación de considerar un problema de 2 cuerpos no es suficiente. En este caso se debe considerar un problema de 3 cuerpos restringido (estrella-planetesimal-cuerpo pequeño), donde la esfera de Hill del planetesimal determina su área de influencia. El radio de la esfera de Hill para un planetesimal de masa  $m$  y semieje mayor  $a$ , orbitando una estrella de masa  $m_*$  viene dado por,

$$h = a \left( \frac{m}{3m_*} \right)^{1/3}. \quad (1.18)$$

Este radio determina una esfera donde la gravedad del planetesimal es más fuerte que la de la estrella, y la distribución de velocidades de los pequeños cuerpos en esta región está afectada principalmente por este objeto de masa  $m$ .

El resultado final de una colisión física entre cuerpos sólidos puede ser la acreción, fragmentación o rebote inelástico de cuerpos relativamente intactos; casos intermedios son posibles también. Mientras la fragmentación es más común para planetesimales pequeños, los cuerpos más grandes de la población de planetesimales acretan a una tasa casi idéntica a la

tasa de colisión. Se deduce entonces que la evolución de la distribución de velocidades de los planetesimales está fuertemente acoplada a su distribución de tamaños. Por lo tanto, para estudiar el proceso de acreción de planetesimales que lleva a la formación de embriones planetarios, es necesario realizar cálculos simultáneos de la evolución de las distribuciones de velocidad y tamaños de los planetesimales.

Diversos trabajos han estudiado la tercera etapa del proceso de formación planetaria (Greenberg et al. 1978 y 1984, Nakagawa et al 1983., Ohtsuki et al. 1988, Wetherill & Stewart 1989 y Spaute et al. 1991), y han determinado que la evolución de la distribución de tamaños de los planetesimales se puede desarrollar de dos formas diferentes. Uno de los tipos de evolución, que se da en las primeras etapas de acumulación, se caracteriza por un lento crecimiento del tamaño de los planetesimales. Durante este proceso, el crecimiento de tamaños es ordenado, sin que ningún planetesimal aumente considerablemente su tamaño con respecto a la población completa. El otro tipo de evolución que puede seguir la distribución de tamaños de los planetesimales, se caracteriza por un rápido crecimiento de los cuerpos más grande de cada región y se conoce como “crecimiento descontrolado”. Este proceso evolutivo se da para una población de planetesimales ya evolucionada, y los objetos más grandes se apartan de la distribución continua de tamaños.

La etapa de acreción descontrolada necesita velocidades aleatorias bajas y pequeños cambios radiales de los planetesimales (e.g., órbitas circulares, Wetherill & Stewart, 1989). La zona de alimentación de un planetesimal de gran tamaño o proto-embrión está limitada al anillo de pequeños planetesimales que éste puede perturbar gravitacionalmente en su órbita intrínseca. Por lo tanto, la acreción descontrolada cesa cuando el proto-embrión ha consumido la mayoría de los pequeños cuerpos en su región gravitatoria. El crecimiento descontrolado puede continuar sólo si masa adicional alcanza la zona de acreción del proto-embrión. Los límites para el crecimiento descontrolado son menos severos en la parte externa del Sistema Solar más allá de la línea de hielo. El exceso de material sólido (gas congelado) en el Sistema Solar externo puede haber sido eyectado subsecuentemente hacia las regiones de la nube de Oort (Fernandez 1997).

Mediante el modelo analítico considerado, es posible estimar la tasa media de crecimiento de un planetesimal de gran tamaño de masa  $m$  (Safronov 1969)

$$\frac{dm}{dt} = \rho_s v_m \pi s^2 F_g, \quad (1.19)$$

donde  $v_m$  es la velocidad media relativa entre cuerpos grandes y chicos,  $\rho_s$  la densidad de la población de planetesimales, y el radio del planetesimal o proto-embrión es  $s$  y se asume mucho mayor que el radio de los demás planetesimales en su entorno. El último término en la ecuación 1.19 es el factor de aumento gravitacional, y depende de la distribución de velocidades de los planetesimales. Este factor, aumenta a medida que el planetesimal incrementa su tamaño, sin embargo  $F_g$  no crece indefinidamente sino que posee un valor límite. Cuando los planetesimales de mayor tamaño se aproximan a su máximo valor de  $F_g$ , demoran más en doblar su masa que los planetesimales más pequeños. Y aunque, sin importar su masa, continúan su crecimiento descontrolado con respecto a los objetos circundantes, pasan a otra fase de acreción que se conoce como “crecimiento oligárquico” (Kokubo & Ida 1998). En esta nueva fase el tamaño del planetesimal es lo suficientemente grande como para considerarlo un proto-embrión planetario.

En la etapa de crecimiento oligárquico las velocidades de los planetesimales quedan determinadas por las perturbaciones gravitatorias de los proto-embriones más que por las de otros planetesimales. Durante este régimen ya no se produce acreción entre los planetesimales y sólo crecen los cuerpos de mayor masa o proto-embriones planetarios. En esta etapa la evolución se caracteriza por un crecimiento lento y pausado, el cual dura mucho tiempo y constituye el régimen fundamental de crecimiento de los futuros planetas. Este régimen comenzaría cuando los cuerpos tienen masas de entre  $10^{-5}$  y  $10^{-3} m_{\oplus}$  (Thommes et al. 2003), con lo cual el crecimiento de objetos del tamaño de la Luna o Marte ocurre dentro del régimen de crecimiento oligárquico.

#### 1.2.4. Cuarta etapa: Formación de planetas.

Como se describió en la etapa anterior, los proto-embriones a medida que crecen y forman los embriones planetarios, consumen todo el material a su alrededor. Se deduce de este proceso de crecimiento, que los embriones planetarios masivos se forman a intervalos regulares de semieje mayor. Sin embargo, estos objetos son bastante masivos y no están suficientemente separados entre sí. Además, la fricción del gas a perdido la capacidad de amortiguar las excentricidades e inclinaciones de sus órbitas, debido al gran tamaño de los embriones. Por lo tanto, la aglomeración de estos embriones en un pequeño número de planetas terrestres ampliamente espaciados necesariamente requiere una etapa caracterizada por grandes excentricidades orbitales, mezcla radial significativa y grandes impactos. En la fase final de la tercer etapa, la mayor parte de la masa inicial del disco está contenida en grandes cuerpos, por lo que sus velocidades aleatorias ya no están amortiguadas por la equipartición de la energía con los pequeños planetesimales. La dispersión gravitacional mutua puede aumentar las velocidades relativas de los embriones a valores comparables a la velocidad superficial de escape de los objetos más grandes, lo que es suficiente para asegurar su acumulación en planetas. Las grandes velocidades implican pequeñas secciones eficaces de colisión y por tanto grandes tiempos de acreción.

Los embriones planetarios sufren perturbaciones gravitacionales mutuas, que lentamente van modificando sus órbitas. Esta lenta evolución aumenta sus excentricidades hasta que sus órbitas se cruzan. La evolución orbital posterior de estos cuerpos estará gobernada por violentos encuentros gravitacionales cercanos. Este proceso ha sido estudiado usando simulaciones N-cuerpos de las órbitas de embriones planetarios (Wetherill 1980, 1985, 1988, 1990, Alexander & Agnor 1998). Éstas incluyen los efectos gravitacionales de planetas gigantes, pero desprecian la población de los numerosos cuerpos pequeños que pueden estar presentes en la zona terrestre. Se asume que las colisiones físicas llevan a acreción. Los resultados finales de las simulaciones forman planetas terrestres en una escala de tiempo de  $\sim 10^8$  años.

En la regiones externas del Sistema Solar, los planetas gigantes contienen grandes cantidades de  $H_2$  y He. Esto implica que debieron formarse antes que el gas del disco protoplanetario fuera expulsado ( $\sim 10^7$  años). Por otra parte, los elementos pesados constituyen menos del 2 % de la masa de la composición solar inicial. Los gigantes sin embargo, están enriquecidos con elementos pesados en aproximadamente 5, 15 y 300 veces para Júpiter, Saturno y Urano/Neptuno respectivamente, por lo que deben acretar sólidos más eficientemente que gas.

Cuando los embriones planetarios desarrollan masas superiores a  $\sim 0,1 m_{\oplus}$ , alcanzan velocidades de escape superficial que superan la velocidad del sonido de los discos protoplanetarios gaseosos. Estos grandes embriones se pueden considerar núcleos planetarios, y a medida que crecen alcanzan una atmósfera cuasi-estacionaria. La cual es sometida a la contracción de Kelvin-Helmholtz (de Pater & Lissauer 2004), cuando la energía liberada por la acreción de gas es radiada fuera de la atmósfera. La eficiencia de transferencia radiativa de la atmósfera del embrión determina la escala de tiempo de contracción. Sin embargo, en ciertas regiones de la envoltura dicha eficiencia es relativamente baja. Cuando el núcleo adquiere  $\sim 10-20 m_{\oplus}$ , la acreción se hace comparable a la tasa de bombardeo de planetesimales. Una vez que la componente de acumulación gaseosa de crecimiento planetario excede a la componente sólida, la acreción de gas se vuelve muy rápida, y resulta en una acreción descontrolada del gas (Pollack et al. 1996). Este escenario da una explicación natural a la masa similar de componentes pesados en los planetas gigantes del Sistema Solar.

Durante la época de acreción descontrolada de planetesimales, la masa del protoplaneta crece rápidamente. La temperatura interna y la presión aumentan también, impidiendo que el gas nebular caiga al protoplaneta. Cuando la zona de alimentación se vacía, la temperatura y la presión térmica descienden. Esto le permite al gas nebular caer al protoplaneta. Este se acreta a una tasa que aumenta hasta que la masa del gas contenida en el protoplaneta es comparable a la masa de material sólido. La tasa de acreción de gas entonces se acelera más rápidamente y resulta en una acreción descontrolada de gas. Ésta continúa mientras haya gas en la región de la órbita del protoplaneta.

Al final de la fase de acreción descontrolada de gas, el protoplaneta es aproximadamente unos cientos de veces mayor en radio que el radio actual de Júpiter, y llena todo o casi todo su lóbulo de Roche (esfera de Hill). Una vez finalizada la acreción, el planeta comienza a contraerse. Inicialmente la contracción es muy rápida, en una escala de tiempo de Kelvin-Helmholtz  $t_{KH}$ , la cual es la razón entre la energía potencial del planeta y su luminosidad:  $t_{KH} = E_G/L \sim Gm^2/RL$ . La temperatura de la envoltura aumenta rápidamente hasta que la luminosidad del protoplaneta se vuelve casi constante, a pesar de la disminución de tamaño en el planeta. El lento enfriamiento posterior de la envoltura es la mayor fuente de exceso de energía térmica emitida al espacio por los planetas gigantes.

### 1.2.5. La revolución de los exoplanetas

Con el descubrimiento de los primeros exoplanetas resultó evidente que los nuevos sistemas planetarios diferían significativamente del Sistema Solar. Entre otras propiedades, la que resultó más distintiva fue la proximidad de varios planetas gigantes a su estrella (Júpiteres calientes). Cuando se consideran escenarios que formen planetas tan cerca de la estrella, se presentan serias dificultades. La mayor parte del material próximo a la estrella se encuentra en estado gaseoso (incluso el polvo). De esta manera, siguiendo la teoría de “inestabilidad del núcleo”, no se cuenta con materiales sólidos para iniciar el proceso de acreción que genera los embriones planetarios. Por lo que se asume que planetas tan masivos como Júpiter se forman mucho más lejos de la estrella. Posteriormente éstos migraron hacia las regiones internas debido a interacciones de marea entre el planeta y el disco (Lin et al. 1996). Por lo

tanto, la sola presencia o existencia de los Júpiteres calientes puede ser tomada como evidencia clara de migración planetaria. Es interesante recordar que, las posibilidades de la migración de planetas ya había sido predicha en forma teórica a comienzo de los años 80 (Goldreich & Tremaine 1979, Hourigan & Ward 1984, Shu et al. 1985, Ward 1986).

Otro hecho observacional que indica que algún tipo de migración debe haber ocurrido, es la existencia de planetas en resonancias de movimientos medios (RMM). Debido a la convergencia por migración diferencial de dos planetas, ambos embebidos en un disco protoplanetario, ellos pueden ser capturados en una resonancia de movimientos medios de bajo orden. El ejemplo más concreto es el sistema planetario alrededor de GJ876 en el cual los planetas tienen períodos orbitales de aproximadamente 30 y 60 días (Lee & Peale 2001, Beaugé & Michtchenko 2003). La cuestión es saber cómo se logra frenar este proceso para evitar que el planeta sea engullido por su estrella. Lo cierto es que en algunos casos se supone que los planetas en formación acaban “devorados” por sus propias estrellas (Israelian et al. 2001). Si esto fuera así, debería existir alguna evidencia de tal acontecimiento, como por ejemplo alguna alteración química en la superficie de la estrella. El factor clave para comprobar esta hipótesis podría ser el isótopo “Litio-6” ( ${}^6\text{Li}$ ) (Israelian et al. 2001). Las altas temperaturas de los interiores estelares destruyen el isótopo de este elemento, mientras que en los planetas no sufre alteraciones. Su observación en las atmósferas estelares, se podría considerar como prueba de la caída de material planetario a la estrella. Por ejemplo, un análisis sobre la estrella del sistema HD82943 dio un resultado positivo a la prueba de  ${}^6\text{Li}$  (Israelian et al. 2001). Indicando la posible caída de uno o más planetas a la misma como consecuencia de interacciones gravitatorias con material protoplanetario.

Por otra parte, el actual modelo de formación del Sistema Solar (modelo de Nice: Gomes et al. 2005, Tsiganis et al. 2005, Morbidelli et al. 2005 y Morbidelli et al. 2007), propone dos modelos que tratan de reconstruir dos etapas diferentes de la evolución del Sistema Solar: una dominada por el disco de gas y otra que se produjo después de la desaparición del gas. El primer modelo se refiere específicamente a la migración de Júpiter y Saturno en el disco protoplanetario de gas. Si se consideran individualmente, estos planetas deberían haber evolucionado hacia el Sol (finalizando como Júpiteres calientes). Sin embargo, Masset & Snellgrove (2001) mostraron que Saturno tiende a ser capturado en una resonancia de movimientos medios (RMM) 3/2 con Júpiter. Morbidelli & Crida (2007), mostraron que debido a las masas y la configuración de Júpiter y Saturno, luego de ser capturados la migración se detiene. El segundo modelo, propone la migración de los gigantes gaseosos a partir de una configuración inicial más compacta. Dicha migración sería debida a la interacción con un disco de planetesimales, después de la disipación del disco protoplanetario de gas. Esta evolución planetaria estudiada mediante simulaciones numéricas, se utiliza para explicar factores claves del Sistema Solar. Como por ejemplo: el bombardeo intenso tardío, la existencia de regiones con cuerpos menores como el cinturón de Kuiper, los troyanos de Júpiter y Neptuno, y numerosos objetos transneptunianos resonantes con Neptuno. Actualmente se está intentado construir un puente entre lo que se sabe de la dinámica del Sistema Solar durante la época de gas en el disco y durante la era del disco planetesimal (Batygin & Brown 2010).



Nombre	$m_B/m_A$	$d_{AB}$ (UA)	$m_p(m_{jup})$	$a_p$ (UA)	$e_p$
$\gamma$ -Cephei	$\sim 0,25$	$\sim 19$	1,7	2,17	0,12
HD41004 Ab	$\sim 0,60$	$\sim 23$	2,54	1,64	0,39
HD41004 Bb	$\sim 1,75$	$\sim 23$	18,4	0,018	0,08
Gliese 86	$\sim 0,50$	$\sim 21$	3,91	0,11	0,04
HD196885	$\sim 0,37$	$\sim 24$	2,96	2,6	0,48

Tabla 1.1: Exoplanetas en sistemas binarios compactos. Las primera y segunda columna muestran la razón de masa y la distancia media entre las estrellas. Las últimas tres columnas dan los parámetros orbitales del exoplaneta, referidos a la estrella principal (que se indica con subíndice A). Las referencias de cada sistema se obtuvieron de Gl86 (Queloz et al. 2000, Lagrange et al. 2006), HD41004 (Zucker et al. 2004),  $\gamma$ -Cephei (Hatzes et al. 2003, Neuhäuser et al. 2007) y HD196885 (Correia et al. 2008).

### 1.3. Sistemas Estelares Binarios

La mayor parte de las estrellas en la vecindad solar forman sistemas binarios o múltiples (Duquennoy & Mayor 1991). Sin embargo, debido a que habitamos un sistema simple, existe un efecto de selección contra tal tipo de sistemas. Por esta razón es importante comprender la formación y evolución planetaria en ellos. Las técnicas de tránsito y velocidades radiales, son las que han podido detectar planetas en estrellas binarias.

#### 1.3.1. Exoplanetas en sistemas estelares binarios compactos

El descubrimiento de muchas de las características dinámicas de los *sistema binarios con planetas*, es relativamente reciente. Más de medio centenar de exoplanetas se conocen actualmente en órbita alrededor de uno de los componentes de un sistema estelar binario o múltiple (Chauvin et al. 2011). La muestra, incluye binarias con separaciones que van desde 20 hasta 6000 UA, y si bien la mayor parte de las estrellas han sido elegidas, considerando una binaria dentro de cierto rango ( $>100$  UA). El efecto perturbativo de la estrella compañera en la dinámica de un sistema planetario es realmente importante cuando la distancia de la compañera a la principal es menor a 100 UA. Para el caso de una separación entre las componentes estelares menor a 50 UA se define como: “sistema binario compacto” (SBC de ahora en adelante), estos sistemas además poseen altas excentricidades. Por esta razón, sus distancias pericéntricas son bajas ( $q = a_B(1 - e_B) < 20$  UA). Se conocen sólo 5 exoplanetas alrededor de tales sistemas compactos (2 en un mismo sistema), los que son detallados en la Tabla 1.1. Como resultado, durante los últimos años, el tema de la dinámica y formación de los exoplanetas en tales binarias, motivó su investigación y se ha convertido en un difícil problema que precisa una solución.

El lanzamiento de algunas misiones espaciales relativamente recientes (por ej.: CoRoT y Kepler), constituyen un esfuerzo por intentar eliminar el efecto de selección contra los sistemas binarios. Además, se espera que sean capaces de aumentar el número de exoplanetas en binarias compactas, con el objetivo de aprender más de sus diversas características dinámicas. Los principales problemas de los planetas en SBC son su origen y su estabilidad, debido a los

efectos dinámicos de la componente secundaria durante el proceso de formación y posterior evolución. Por esta razón, resulta necesario disponer de una gran muestra de tales sistemas a fin de mejorar nuestra comprensión del problema. No obstante, los pocos sistemas conocidos (Tabla 1.1) ofrecen un laboratorio ideal para la exploración de las propiedades y la estabilidad en tales entornos dinámicamente complejos. Finalmente, el objetivo a largo plazo es intentar caracterizar estos sistemas y comprender sus diferencias con respecto a los sistemas planetarios alrededor de estrellas simples.

Campbell et al. (1988) midieron las variaciones de velocidades radiales de varias estrellas, con el objetivo de identificar objetos planetarios fuera del Sistema Solar. Uno de los sistemas estudiados fue  $\gamma$ -Cephei. Este es un sistema estelar binario compuesto por una estrella principal calificada como tipo K1 IV sub-gigante con una masa de  $1,6 m_{\odot}$ , y una secundaria enana tipo M con una masa de  $0,4 m_{\odot}$ . La órbita astrocéntrica de la secundaria está determinada por un semieje mayor de 18,5 UA y una excentricidad de 0,36 (Griffin et al. 2002, Hatzes et al. 2003, Neuhäuser et al. 2007, Torres 2007). Luego de analizar las velocidades radiales de  $\gamma$ -Cephei, informaron sobre la posibilidad de la presencia de un planeta tipo Júpiter alrededor de la estrella principal.

Sin embargo, la posible existencia de un planeta en  $\gamma$ -Cephei fue descartada por Walker et al. (1992), quienes atribuyeron las variaciones medidas de la velocidad radial a las actividades de la cromósfera estelar. La redetección del planeta en  $\gamma$ -Cephei fue anunciada 12 años después por Hatzes et al. (2003). Con nuevas mediciones de las variaciones de velocidad radial de  $\gamma$ -Cephei, Hatzes et al. (2003) pudieron confirmar que las variaciones observadas anteriormente se debían a un planeta y no a actividades estelares. Este redescubrimiento más la detección de un exoplaneta en el sistema binario GL 86 (Queloz et al. 2000) fue lo que llevó nuevamente la atención sobre tales sistemas. Los primeros estudios dinámicos llevados a cabo en sistemas binarios fueron sobre su estabilidad, actualmente este tópico está relativamente bien comprendido. A continuación se realizará un repaso de los principales resultados disponibles en la literatura.

### 1.3.2. Evolución dinámica y estabilidad en sistemas estelares binarios

Se considera que un objeto es estable si las pequeñas variaciones en sus parámetros orbitales progresan sinusoidalmente, y no sufren cambios exponenciales. Por otra parte, si las fuerzas perturbativas en el sistema son responsables de fuertes modificaciones en las variaciones temporales de los parámetros orbitales, entonces se dice que el objeto es inestable. En este caso, el objeto es expulsado del sistema (es decir, deja el campo gravitatorio del sistema), o colisiona con otros cuerpos. En síntesis, se puede considerar la estabilidad orbital como sinónimo de la capacidad de un objeto en mantener sus parámetros orbitales (es decir, semieje mayor, excentricidad, e inclinación) en todo momento. Sin embargo, aunque el concepto de estabilidad parece simple, distintos autores lo han definido de diferentes maneras. En una revisión llevada a cabo por Szebehely (1984), se listan 50 definiciones diferentes para la estabilidad de un objeto en un sistema N-cuerpos.

El estudio de la estabilidad de una órbita planetaria en un sistema estelar binario, requiere de un análisis detallado de la evolución dinámica de un sistema de tres cuerpos, sin embargo

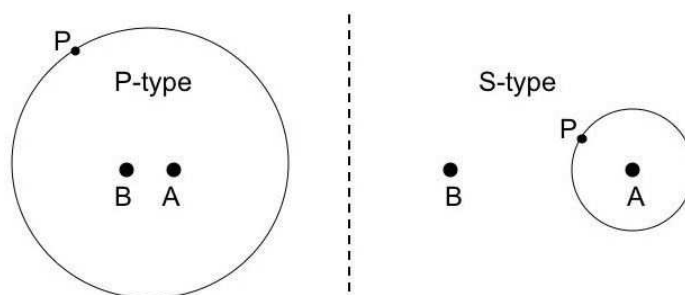


Figura 1.6: Representación esquemática de sistemas planetarios en binarias, a la derecha se muestra la órbita tipo-S y a la izquierda la órbita tipo-P. En el gráfico A y B representan las estrellas de la binaria y P predice la posición del planeta.

tal estudio depende del tipo de órbita planetaria. Un planeta puede tener distintos tipos de órbitas estables en un sistema binario, Szebehely (1980) y Dvorak (1982) han dividido estas órbitas en tres categorías diferentes. El planeta puede estar en una *órbita interior*, donde éste gira alrededor de la estrella primaria, o puede estar en una *órbita satélite*, en la cual gira alrededor de la estrella secundaria. También puede orbitar el sistema binario completo, en cuyo caso se tiene una *órbita exterior*. Las dos primeras corresponden a una órbita “*tipo-S*”, en la cual el planeta se mueve en torno a sólo una de las estrellas de la binaria. Mientras el último caso, corresponde a una órbita “*tipo-P*” (Figura 1.6). Finalmente, el planeta también puede estar en una órbita “*tipo-L*”, donde libra en una órbita estable alrededor de los puntos de Lagrange  $L_4$  o  $L_5$ .

En un sistema estelar binario, el planeta es menos masivo que las estrellas. Por lo tanto, es importante comprender como la perturbación gravitatoria de los dos cuerpos masivos afectan la dinámica orbital del cuerpo más pequeño. Resulta evidente que las características orbitales de las estrellas serán la clave para entender el efectos de estos cuerpos masivos sobre el planeta. Debido a la complejidad del problema, la forma más efectiva para analizar la estabilidad planetaria en sistemas binarios es a través de simulaciones numéricas. Existen sin embargo, casos especiales donde es posible encontrar soluciones analíticas. Anteriormente, cuando aún no se habían desarrollado los integradores simplécticos y las computadoras no eran tan potentes, la mayor parte de los trabajos sobre estabilidad se limitaban a estudios analíticos de casos particulares. Además, en caso de realizar estudios numéricos, las integraciones se limitaban a pocos períodos orbitales de la compañera binaria. Algunos ejemplos de este tipo de análisis se pueden encontrar en los siguientes trabajos: Graziani & Black (1981), Black (1982) y Pendleton & Black (1983). Sólo con el desarrollo de los integradores simplécticos fue posible ampliar los estudios sobre la estabilidad en sistemas dobles para escalas de tiempo mucho mayores. A continuación se presenta un resumen sobre los estudios de estabilidad de planetas en órbitas tipo-S y tipo-P.

### 1.3.2.1. Estabilidad de órbitas tipo-S

Cuando un planeta en un sistema binario tiene una órbita tipo-S, significa que se está moviendo alrededor de uno de los dos objetos estelares. Sin importar cual de las dos es más

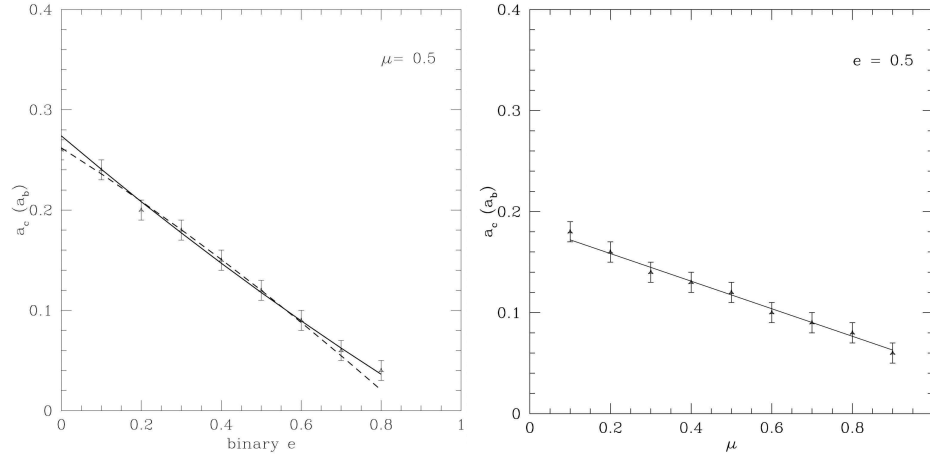


Figura 1.7: Posición del semieje crítico ( $a_c$ ) para un planeta en órbita tipo-S en un sistema estelar binario, en unidades del semieje mayor de la compañera binaria (Holman & Wiegert 1999). En el gráfico de la izquierda se muestra la dependencia de  $a_c$  con la excentricidad de la secundaria. En este caso las masas de las estrellas son iguales. El gráfico de la derecha muestra como depende el semieje mayor crítico con la relación de masas de las componentes de la secundaria. En este caso la excentricidad de la estrella secundaria se dejó fija en 0,5. La línea continua y discontinua en el gráfico izquierdo representan las fórmulas empíricas obtenidas por Holman & Wiegert (1999) y Rabl & Dvorak (1988), respectivamente. En el gráfico de la derecha solo se presentan los resultados de Holman & Wiegert (1999).

masiva, a la estrella en torno a la cual orbita el cuerpo planetario se la denomina “principal”, y a la otra estrella se la define como “secundaria”. En esta configuración, la secundaria es la fuente de las perturbaciones que puede llevar al planeta a una órbita inestable. Por lo tanto, mientras mayor sea su órbita alrededor de la principal, más intensa será la perturbación de la secundaria y habrá más posibilidades de que los elementos orbitales del planeta cambien exponencialmente. En cambio, un planeta a una gran distancia de la secundaria, y por ende en una órbita más cercana a la estrella principal, será menos perturbado. En tal configuración, puede ser capaz de mantener su estado dinámico durante más tiempo. Además, como se mencionó anteriormente, los parámetros orbitales del perturbador (en este caso la secundaria) tales como su masa, semieje mayor y excentricidad, serán claves para determinar la estabilidad o inestabilidad de la órbita planetaria. Por lo tanto, es posible estimar un límite superior para la distancia del planeta a la estrella primaria, más allá del cual su órbita sería inestable. Si bien diversos trabajos han abordado el estudio de estabilidad en los sistemas tipo-S (Benest 1988, Wiegert & Holman 1997, Musielak et al. 2005, entre otros), las obras de referencia son las de Rabl & Dvorak (1988) y Holman & Wiegert (1999). En particular, en este último trabajo se propone que el valor máximo para el semieje mayor de un planeta en una órbita tipo-S, tal que sea capaz de mantener su estabilidad orbital, es una función de la relación de masa y de los elementos orbitales de la compañera binaria, y viene dado por:

$$a_c/a_B = (0,464 \pm 0,006) + (-0,380 \pm 0,010)\mu + (-0,631 \pm 0,034)e_B \\ + (0,586 \pm 0,061)\mu e_B + (0,150 \pm 0,041)e_B^2 + (-0,198 \pm 0,047)\mu e_B^2, \quad (1.20)$$

donde,  $a_c$  es el semieje mayor *crítico*,  $a_B$  y  $e_B$  son el semieje mayor y la excentricidad de la compañera, y  $\mu = m_A/(m_A + m_B)$ , con  $m_A$  y  $m_B$  las masas de las estrellas primaria y secundaria, respectivamente.

La ecuación 1.20 es una fórmula empírica que se ha obtenido por integración numérica de la órbita de una partícula de prueba (es decir, considerando un problema de 3 cuerpos restringido) a diferentes distancias de la primaria de un sistema estelar binario, en la Figura 1.7 se muestra esto con más detalle. Los signos  $\pm$  en la ecuación 1.20, definen una cota inferior y superior para el semieje mayor crítico  $a_c$ . Establecen además una zona de transición, que consiste en una mezcla de sistemas estables e inestables. Se sabe que esta zona existe también en entornos de N-cuerpos, y es una característica de cualquier sistema dinámico. Finalmente, un estudio llevado a cabo por Mudryk & Wu (2006), intenta dar una explicación al límite de estabilidad, por consideración de superposición de resonancias de movimientos medios y sus sub-resonancias.

Los análisis sobre estabilidad en sistemas binarios se llevaron a cabo considerando un problema de 3 cuerpos restringido (P3CR), ya que constituye una buena aproximación del sistema real debido a que un planeta joviano posee una masa de aproximadamente tres órdenes de magnitud menor que la de una estrella. En este contexto, los resultados obtenidos no sólo son aplicables a la estabilidad de planetas gigantes, sino que también se pueden utilizar en la identificación de regiones de estabilidad para cuerpos más pequeños, tales como objetos terrestres (Quintana et al. 2002, Quintana & Lissauer 2006 y Quintana et al. 2007) y partículas de polvo (Trilling et al. 2007). Para este último caso, hay que tener en cuenta sin embargo que la ecuación 1.20 no considera los efectos de las fuerzas no gravitatorias, como la fricción de gas o la presión de radiación. El movimiento de una partícula de polvo puede ser fuertemente alterada por los efectos de estas fuerzas. Trilling et al. (2007) utiliza la ecuación 1.20 para explicar la dinámica de los discos de escombros tipo-S en 22 sistemas estelares binarios amplios ( $>100$  UA). Mediante la detección de un exceso de emisión en el infrarrojo debido a partículas de polvo, se confirmó la presencia de bandas de polvo estables, las que son posiblemente el resultado de la colisión de planetesimales.

Finalmente, todos los planetas en SBC se encuentran dentro del límite de estabilidad estimado por Holman & Wiegert (1999). En particular Haghighipour (2006) llevó a cabo un estudio sobre la estabilidad dinámica del planeta que orbita la estrella principal de  $\gamma$ -Cephei. Por integración numérica de la órbita de este objeto para diferentes valores del semieje mayor y la excentricidad de la secundaria ( $a_B$  y  $e_B$ ), ha demostrado que la órbita actual del planeta es estable. Por ejemplo, si se considera un valor de  $a_B = 21,5$  UA la órbita se mantendría estable para aquellos valores de la excentricidad secundaria dentro del rango:  $0,2 \leq e_B \leq 0,45$ . Las integraciones también indicaron que la órbita planetaria se vuelve inestable en menos de unos pocos miles de años, cuando el valor inicial de la excentricidad de la compañera binaria supera los 0,5. Finalmente, si bien este trabajo analiza la estabilidad del sistema cuando se considera una inclinación entre la órbita de la secundaria y el planeta, en esta Tesis el interés está limitado al caso planar.

### 1.3.2.2. Estabilidad de órbitas tipo P

Diversos trabajos han abordado el análisis de estabilidad de este tipo de órbitas en sistemas estelares binarios (Szebehely & McKenzie 1981, Pilat-Lohinger et al. 2003, Musielak et al. 2005, etc.). Para que un planeta tipo-P sea estable, tiene que estar a una determinada distancia de las dos estrellas, para no ser afectado por sus efectos perturbativos. Es decir, los

planetas a grandes distancias del baricentro de una binaria tendrán una mejor oportunidad de ser estables. Esta separación, sin embargo, no puede ser demasiado grande. Sino, otros efectos astronómicos, como por ejemplo, las perturbaciones debidas a las estrellas que pasan cerca, pueden volver inestable la órbita de un planeta.

El primer análisis realizado para determinar el valor crítico del semieje mayor de un planeta de tipo-P fue llevado a cabo por Dvorak (1984). Considerando un planeta en órbita circular alrededor del baricentro de un sistema binario excéntrico, llevó a cabo una serie de simulaciones numéricas. Estas le permitieron determinar que los planetas con distancias de entre 2 a 3 veces la separación de la binaria tienen órbitas estables. Estudios posteriores de Dvorak, Froeschlé, & Froeschlé (1989) y Holman & Wiegert (1999) complementaron los resultados de 1984, demostrando que la órbita de un planeta tipo-P será estable mientras el semieje mayor del planeta se mantenga sobre el valor crítico dado por:

$$\begin{aligned}
 a_c/a_B = & (1, 60 \pm 0, 04) + (5, 10 \pm 0, 05)e_B + (4, 12 \pm 0, 09)\mu \\
 & + (-2, 22 \pm 0, 11)e_B^2 + (-4, 27 \pm 0, 17)e_B\mu + (-5, 09 \pm 0, 11)\mu^2 \\
 & + (4, 61 \pm 0, 36)e_B^2\mu^2 .
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

Al igual que en la ecuación 1.20, la ecuación 1.21 determina una región de transición. Con un límite inferior por debajo del cual la órbita planetaria será inestable, y un límite superior más allá del cual será estable (Figura 1.8). La *zona mixta* entre estos dos límites representa una región donde el planeta, dependiendo de sus parámetros orbitales, y los de la binaria, además de su masa, puede o no ser estable.

### 1.3.3. Discos en sistemas estelares binarios

Durante la última década, los avances teóricos y observacionales, han mejorado la comprensión de la evolución de discos y su efecto en la formación planetaria. Observaciones en el infrarrojo medio con el telescopio espacial Spitzer han permitido obtener un censo completo de los discos en muchas regiones de formación estelar (Carpenter et al. 2006, Hernández et al. 2007, Rebull et al. 2010). Además, las “Distribuciones Espectrales de Energía” (siglas en inglés SED) y los espectros de los discos han permitido estudios detallados de su estructura y composición (Espaillat et al. 2007, Pascucci et al. 2008, Merín et al. 2010). Los avances en las observaciones submilimétricas y milimétricas han puesto de manifiesto sus distribuciones de masa y tamaños (Andrews & Williams 2005, Mann & Williams 2010). Además de las primeras detecciones directas de lagunas en los discos que podrían ser atribuidas a la formación de planetas (Andrews et al. 2008). Por último, la modelización teórica ha empezado a proporcionar un nuevo contexto para la formación del disco, su evolución y destrucción (Alexander et al. 2006, Clarke 2009, Alexander & Armitage 2009).

Estos avances están brindando una imagen coherente y detallada de la evolución de los discos. Estos se forman en las Clases 0/I de las etapas protoestelares (Shu et al. 1987, Enoch et al. 2009), actuando como los conductos a través de los cuales las envolturas circunestelares masivas son acretadas en las protoestrellas (Bate & Bonnell 1997). Estas envolturas se cree

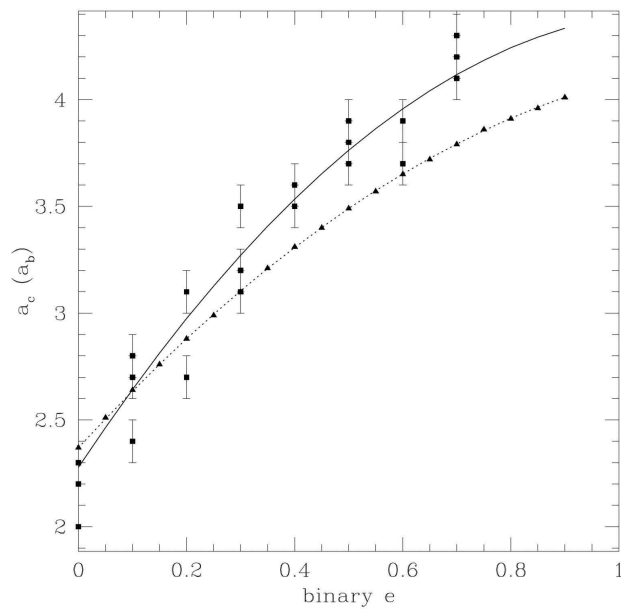


Figura 1.8: Dependencia del semieje mayor crítico con la excentricidad de la binaria para un sistema tipo-P (Holman & Wiegert, 1999). Los cuadrados corresponden al resultado de simulaciones de Holman & Wiegert (1999) y los triángulos representan los resultados de Dvorak, Froeschlé, & Froeschlé (1989). La línea continua corresponde a la ecuación 1.21. Como se ha indicado en Holman & Wiegert (1999), la figura muestra que en las regiones exteriores, la estabilidad es similar a un sistema simple de masa igual a la masa reducida del sistema.

que tienen masas similares a la de la protoestrella central, y por lo tanto, son probablemente un sitio activo de fragmentación del disco para formar compañeros binarios (Bonnell 2001, Clarke 2009). Después de que la envoltura circunestelar es expulsada, el disco proto-estelar entrega progresivamente el resto de su propia masa a la estrella primaria en un intervalo de varios millones de años (Haisch et al. 2001, Gullbring et al. 1998, Herczeg & Hillenbrand 2008), evolucionando para convertirse en un disco protoplanetario. Durante este tiempo, los granos de polvo en el disco se coagulan y se asientan en el plano medio (Weidenschilling 1977) y poco a poco se acumulan en grandes planetesimales (Lissauer 1993). Por último, el disco se dispersa después de una edad de varios millones de años por una combinación de: acreción (Gullbring et al. 1998), crecimiento de granos (Dullemond & Dominik 2005), formación de planetas (Pollack et al. 1996), y foto-evaporación (Alexander et al. 2006). La mejora en la comprensión de la evolución de discos protoplanetarios también ha proporcionado un nuevo contexto y más pruebas para los modelos de formación planetaria.

La alta frecuencia de sistemas estelares múltiples (Duquennoy & Mayor 1991) y el importante efecto dinámico de las compañeras binarias en los discos, hace necesario determinar la relación entre los discos y la compañera binaria. Sólo mediante tal análisis será posible determinar la evolución del disco y la formación de planetas en tales entornos. Se espera que las compañeras binarias trunquen los discos en  $\sim 1/2$  o  $1/3$  del tamaño de la separación de la binaria (Artymowicz & Lubow 1994, Beust & Dutrey 2005), por lo que, los discos alrededor de sistemas binarios deberían mostrar estructuras diferentes con respecto a los que están alrededor de estrellas simples.

Las tasas de crecimiento del grano y el asentamiento del polvo no se distinguen entre las estrellas individuales y los sistemas binarios más amplios (Pascucci et al. 2008). Sin embargo, las propiedades de los discos en SBC, no han sido estudiadas por la falta de una muestra adecuada. El entorno dinámicamente activo dentro de tales sistemas, podría afectar la vida útil de los discos mediante la inhibición de acreción o dispersando dinámicamente el disco. En el caso más extremo, una compañera binaria podría inhibir la formación en todo el disco. En una estrella simple el material protoestelar se acrecienta de la envoltura al disco en radios característicos de  $\sim 50$  UA (Watson et al. 2007). Pero en una estrella binaria, si la compañera tiene una órbita menor a  $\sim 50$  UA, entonces podría limpiar (o barrer) el material que se deposita en el disco y lo haría caer directamente a la estrella (Bate 1997). Los estudios realizados, han encontrado evidencias de una correlación entre binaridad y propiedades de los discos (Jensen et al. 1996, White & Ghez 2001, Cieza et al. 2009). Sin embargo, los límites de resolución en las observaciones son responsables de que estos estudios sólo incluyan una gama restringida de separaciones entre las estrellas de la binaria, lo que afecta e impide un análisis detallado en los SBC.

## 1.4. Formación planetaria en sistemas binarios compactos

Es poco lo que se conoce del proceso de formación planetaria en sistemas binarios compactos, las teorías actuales se centran sólo en la formación de planetas en un disco circunestelar alrededor de una estrella única. Las extensiones de este escenario a los ambientes binarios están limitados a sistemas tipo Sol-Júpiter, en los cuales, la atención se centra en el efecto de



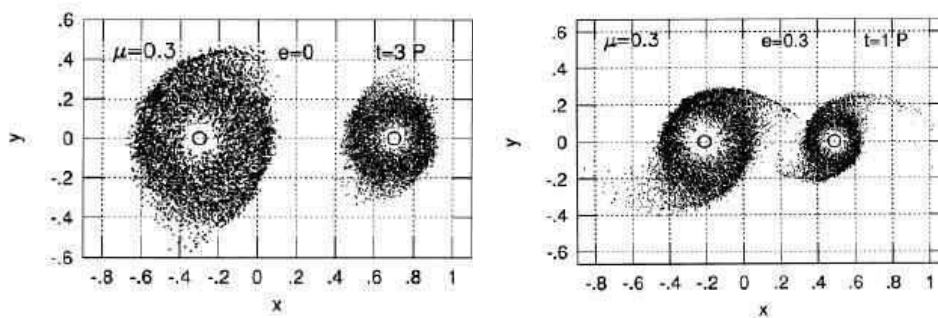


Figura 1.9: Simulación hidrodinámica que muestra el truncamiento del disco en sistemas binarios (Artymowicz & Lubow 1994). El gráfico izquierdo muestra los discos circunestelares en un sistema binario con una razón de masa de 0,3 y cuando la secundaria está en órbita circular. A la derecha, el mismo sistema pero con la compañera binaria en una órbita de excentricidad 0,3. Se puede notar el truncamiento del disco cuando se aumenta la excentricidad.

éste sobre la formación de los planetas interiores de nuestro Sistema Solar (Heppenheimer 1974, Heppenheimer 1978a, Whitmire et al. 1998, Kortenkamp, et al. 2001). Los intentos de extender estos estudios a sistemas binarios con masas estelares (Marzari & Scholl 2000, Nelson 2000, Quintana et al. 2002, Lissauer et al. 2004) son relativamente recientes, ya que, la evidencia observacional sobre la existencia de planetas en SBC es también reciente (ver Tabla 1.1).

Como ya se mencionó, se cree que la formación de planetas ocurre a través de 4 etapas (Figura 1.5). Este es un proceso lento que puede tomar cientos de millones de años. Durante los primeros millones de años, a grandes distancias de la estrella, los planetesimales y embriones pueden formar núcleos planetarios varias veces más masivos que la Tierra, y así permitir la formación de planetas gigantes. Los efectos perturbativos de la estrella secundaria en un SBC tendrán importantes consecuencias sobre cada una de las etapas del proceso de formación. La evolución orbital de la estrella secundaria puede alterar la estructura de la nebulosa primordial, y crear regiones en las que las densidades del gas y el polvo sean aumentadas (Boss 2006). Además, si la excentricidad orbital de la secundaria es alta, el disco protoplanetario puede ser truncado (ver Figura 1.9). En este caso, la secundaria sería capaz de remover el material que se utilizaría en la formación de los planetas (Artymowicz & Lubow 1994). Estos resultados parecerían indicar que los discos circunestelares alrededor de las estrellas de un SBC podrían no ser lo suficientemente masivos como para formar planetas. Sin embargo, los trabajos observacionales de Mathieu (1994), Rodriguez et al. (1998), y Mathieu et al. (2000) han encontrado que es posible la existencia de discos circunestelares potencialmente formadores de planetas en SBC, lo que indicaría que es posible la formación de planetas en tal escenario. Por ejemplo, Rodriguez et al. (1998) observaron que las dos estrellas del sistema L1551 poseen discos circunestelares. Este sistema estelar tienen una separación de  $\sim 45$  UA y cada una mantienen el equivalente de aproximadamente 0,03 a 0,06 masas solares en una región con un radio exterior de  $\sim 10$  UA. Las masas de estos discos son comparables a la nebulosa solar de masa solar mínima (MMNS) de nuestro Sistema Solar (Weidenschilling 1977, Hayashi 1981), lo que implica que, la formación de planetas en sistemas de dos

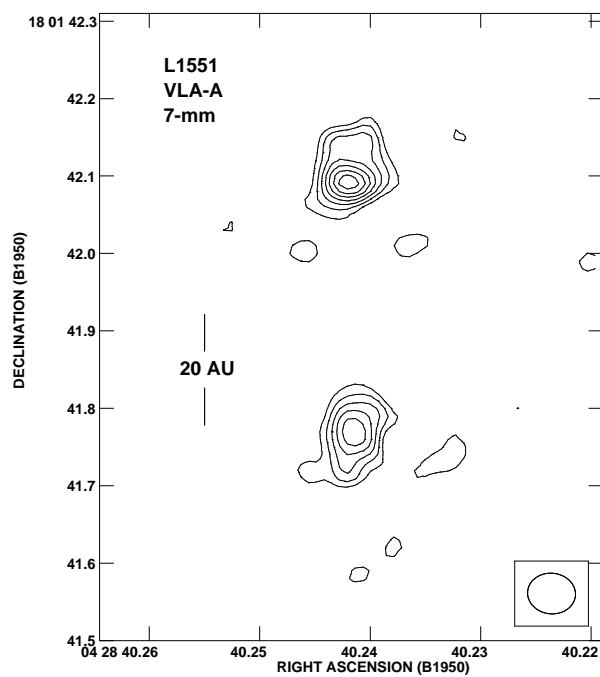


Figura 1.10: Observación interferométrica del sistema binario L1551 (Rodríguez et al. 1998), en el mapa se pueden ver dos fuentes compactas. La separación de la binaria es de 45 UA y el disco alrededor de cada núcleo se extiende aproximadamente 10 UA.

estrellas compactos puede comenzar y continuar en la misma forma que alrededor del Sol.

La existencia de entornos formadores en SBC ha sido confirmada por la evidencia observacional. Sin embargo, el proceso de formación planetaria en éstos será diferente al observado en estrellas simples debido al efecto perturbativo de la compañera. Por ejemplo, durante la fase de planetesimales (etapa 3), Heppenheimer (1978a), Whitmire et al. (1998), y Thébault et al. (2004), muestran que la perturbación de la estrella secundaria puede aumentar las velocidades relativas de planetesimales y llevar a colisiones destructivas. De acuerdo a estos trabajos, para que el proceso de acreción de planetesimales pueda formar embriones planetarios se necesitan grandes separaciones del sistema estelar binario. Además, Whitmire et al. (1998) encontraron que en un SBC la compañera puede crear regiones inestables, donde los bloques de construcción de planetas no mantienen sus órbitas y, en consecuencia, la formación será inhibida. Sin embargo, a pesar de todas estas dificultades, Thébault et al. (2004) trabajando con el sistema  $\gamma$ -Cephei han demostrado que puede ser posible la formación de planetas gigantes alrededor de un SBC, aunque sus resultados indican un semieje mayor final del planeta menor que su valor observado.

La fase inicial de formación planetaria, es decir, la formación y evolución de un disco protoplanetario gaseoso, ha sido estudiada por Artymowicz & Lubow (1994). En su trabajo, han demostrado que el disco circumprimario es truncado por la compañera por efectos de marea, y se produce en un lugar comparable al límite exterior de la estabilidad dinámica. Ésto, como se mencionó, plantea un problema para la formación de planetas, ya que priva el disco de una gran parte de su masa. Para el caso específico de  $\gamma$ -Cephei, sin embargo, Jang-Condell et al. (2008) han encontrado que es probable que quede suficiente masa en el disco para formar al planeta gigante observado. Otra consecuencia, potencialmente más problemática del truncamiento es que acorta el tiempo de vida viscoso del disco, y por tanto el intervalo de tiempo para la formación de planetas gaseosos. Este efecto parece haber sido observacionalmente confirmado por Cieza et al. (2009), quienes encontraron que binarias jóvenes con separaciones  $\leq 100$  UA tienen una menor probabilidad de acoger el polvo circunestelar en la parte más interna, a pocas UA de la primaria, aún cuando algunos SBC sí muestran señales de un disco circumprimario caliente.

La siguiente etapa de formación, la condensación de granos pequeños y su crecimiento en grandes piedras y, finalmente, planetesimales del tamaño del kilómetro, no ha sido ampliamente estudiado en el contexto de los sistemas binarios. La principal razón es, probablemente, que esta etapa es la menos comprendida actualmente, incluso en el contexto “normal” de estrellas individuales (Blum & Wurm 2008), por lo que la extrapolación a perturbadores binarios puede parecer prematuro. Una notable excepción es el estudio de Nelson (2000) que muestra que para una binaria con componentes de igual masa y separación de 50 UA, la temperatura en el disco podría estar demasiado alta como para permitir que los granos se condensen. Pero, como reconoce el propio autor, estos resultados son todavía preliminares y aún no se ha realizado un estudio completo de este tema. Muy recientemente, Zsom et al. (2011) mostraron que, incluso si los granos se pueden condensar, las perturbaciones de la secundaria podrían impedir su crecimiento mediante adherencia mutua, debido a velocidades de impacto muy altas.

La influencia de la compañera está muy bien comprendida para el último paso del proceso

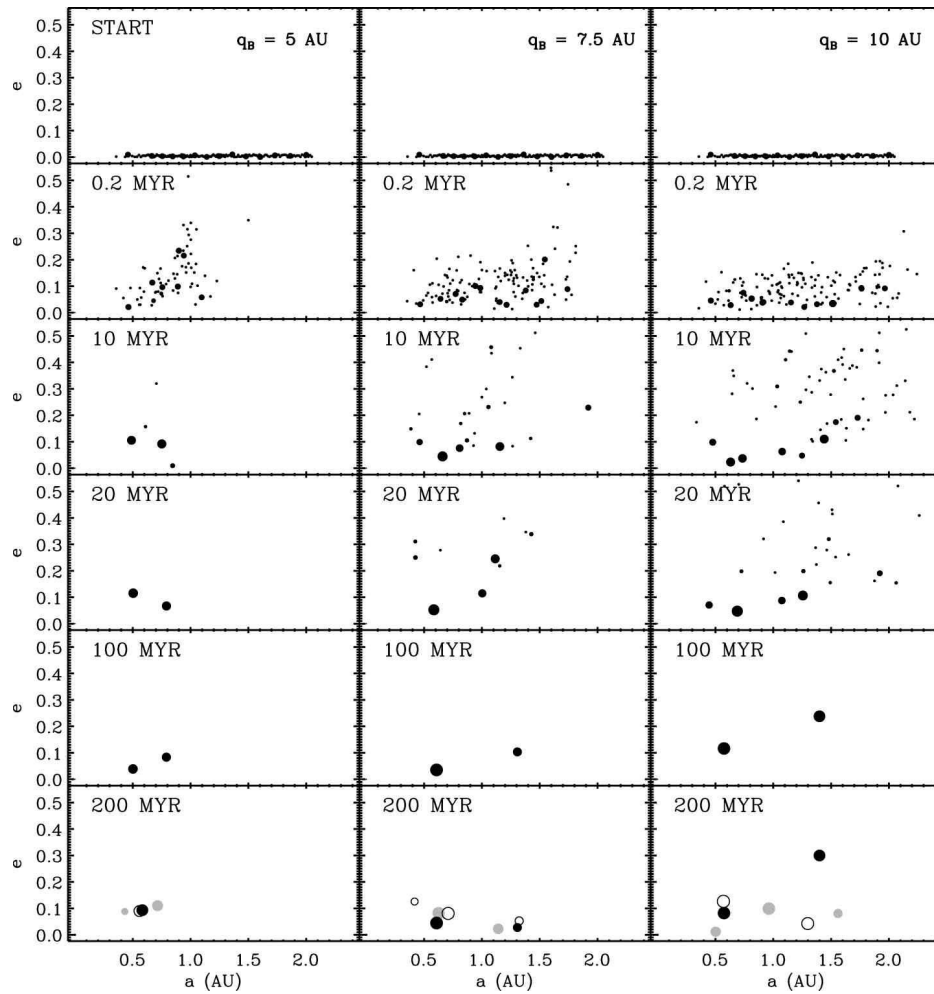


Figura 1.11: Formación de planetas terrestres alrededor de la primaria de un sistema binario de estrellas compacto (Quintana et al. 2007). Las estrellas que conforman la binaria tienen 0,5 masas solares cada una, con el semieje mayor de la secundaria de 20 UA (considerando una órbita astrocéntrica en torno a la primaria). La excentricidad de la secundaria es de 0,75 (columna izquierda), 0,625 (columna central) y 0,5 (columna derecha). Como se muestra aquí, en cada una de las simulaciones, dos objetos de tipo terrestre se forman después de 100 millones de años. La última fila muestra los resultados de simulaciones adicionales de los mismos sistemas, con los resultados finales mostrados en negro, gris y blanco, correspondientes a diferentes corridas. Las diferencias en el resultado final del sistema planetario de cada simulación son debidas a la estocasticidad de este tipo de integraciones numéricas.

de formación planetario en SBC (etapa 4). Es decir, el proceso mediante el cual embriones del tamaño de la Luna evolucionan (acretan) hasta planetas completamente formados. Diversos estudios han demostrado que las regiones donde puede proceder la acreción de embriones queda dentro de los límites de estabilidad orbital (Barbieri et al. 2002, Quintana et al. 2007, Haghighipour et al. 2010). En particular, para el caso de  $\gamma$ -Cephei, el estudio de Kley & Nelson (2008) mostró que, si fuera posible la formación de embriones alrededor de las 2 UA de la primaria, entonces estos podrían evolucionar para formar núcleos planetarios en la ubicación del planeta actual.

Quintana et al. (2007) también estudiaron la formación de planetas terrestres en SBC. La Figura 1.11 muestra los resultados de sus simulaciones para un sistema estelar binario con un semieje mayor para la secundaria de 20 UA (considerando su órbita astrocéntrica alrededor de la primaria) y tres excentricidades diferentes. Integrandos las órbitas de unos pocos cientos de cuerpos del tamaño de la Luna y Marte demostraron que objetos de tipo terrestre se pueden formar en torno a la estrella principal en unos pocos cientos de millones de años. El análisis estadístico de sus resultados indica que, como se esperaba para las binarias con el perihelio más grande, donde el truncamiento del disco ha sido menor y hay más material disponible, la formación de planetas terrestres es eficiente y el número final es grande. Los resultados de las simulaciones también indican que en un sistema binario con una distancia de más de 10 UA de periastro, la formación de planetas terrestres puede proceder de manera eficiente en una región interior a 2 UA de la estrella primaria. En los sistemas binarios con periastro inferior a 5 UA, esta región puede estar limitada al interior de 1 UA.

La etapa que ha sido más estudiada en los últimos años es la penúltima justo antes de la fase de embriones a planetas, es decir, la que conduce, a través de la acreción mutua de planetesimales de tamaño de kilómetros a embriones. La razón de esta intensa actividad de investigación es que esta etapa es potencialmente la que se ve más afectada por las perturbaciones de la compañera binaria. De hecho, en la versión estándar de formación de planetas, esta etapa tiene lugar a través de un rápido crecimiento fuera de control y un crecimiento oligárquico que requieren velocidades de impacto muy bajas entre los cuerpos que chocan, por lo general estas velocidades deben ser más pequeñas que su velocidad de escape, es decir, sólo unos pocos m/s para objetos del tamaño del kilómetro (Lissauer 1993). Por lo tanto, el parámetro fundamental que determina la evolución de la población de planetesimales es la distribución de *velocidades de encuentro* ( $\Delta v$ ) entre ellos. Este parámetro es muy sensible a las perturbaciones dinámicas debidas a la compañera, y por esta razón el estudio de esta etapa del proceso de formación planetaria resulta complicado.

La fuerte influencia destructiva de la compañera binaria en el aumento de las velocidades relativas de planetesimales puede ser contrarrestadas por las fuerzas disipativas, como la fricción de gas y la fricción dinámica (Marzari et al. 1997, Marzari & Scholl 2000). La combinación de la fuerza de fricción del gas y la fuerza gravitacional de la estrella secundaria puede resultar en la alineación de los periastrós de los planetesimales y aumentar la eficiencia de su acreción mediante la reducción de sus velocidades relativas. Este es un proceso que es más eficaz cuando los tamaños de los dos planetesimales que colisionan son comparables. Para cuerpos colisionantes de tamaños diferentes, dependiendo de la distribución del tamaño de los objetos pequeños, y el radio de cada planetesimal individual, el proceso de la alineación de periastro en cambio puede aumentar las velocidades relativas de los dos objetos, y

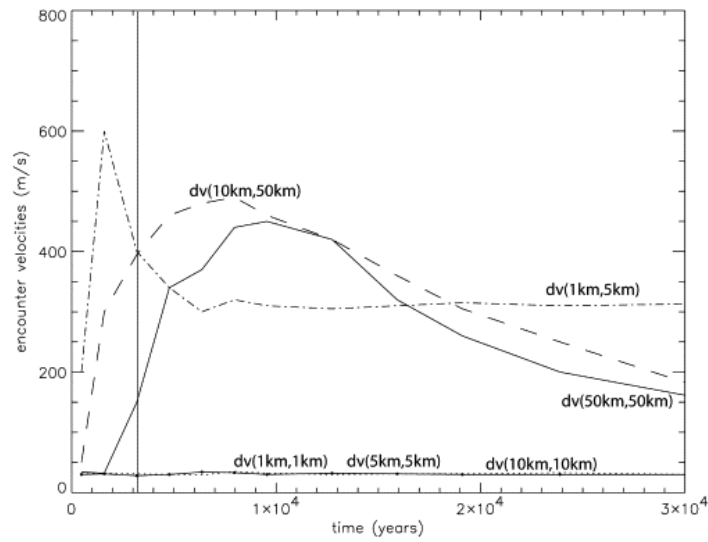


Figura 1.12: Velocidades de encuentro de planetesimales con diferentes tamaños en un SBC con semieje mayor de 10 UA, excentricidad de 0,3, y razón de masa de 0,5 (Thebault et al. 2006). Las simulaciones incluyen fricción con gas. La línea vertical indica el tiempo de cruce orbital. Como se muestra aquí, la fricción de gas reduce las velocidades de encuentro de los planetesimales más pequeños de igual tamaño a través del proceso de alineación del periastro.

causar que sus colisiones se hagan erosivas Figura 1.12 (Thebault et al. 2006).

## Capítulo 2

# Antecedentes y objetivos de la Tesis

La existencia de exoplanetas en SBC y en particular en  $\gamma$ -Cephei que es el sistema más “extremo” descubierto hasta la fecha, por la proximidad de la compañera binaria a la principal ( $q < 12$  UA), plantean un claro desafío a los escenarios de formación de planetas. Se esta investigando esta cuestión, centrándose en la etapa de formación de planetas que es posiblemente la más sensible a las perturbaciones binarias: la acreción de planetesimales del tamaño de kilómetros. Con este fin se estiman numéricamente las velocidades de impacto  $\Delta v$ , en una población de planetesimales circunprimarios. Se sabe que la mayor parte del disco circunprimario es fuertemente hostil a la acumulación de planetesimales, especialmente en las regiones donde las perturbaciones de la estrella secundaria inducen colisiones entre planetesimales con  $\Delta v$  demoledoras para planetesimales con tamaños de más de 1 km (Thébault 2011).

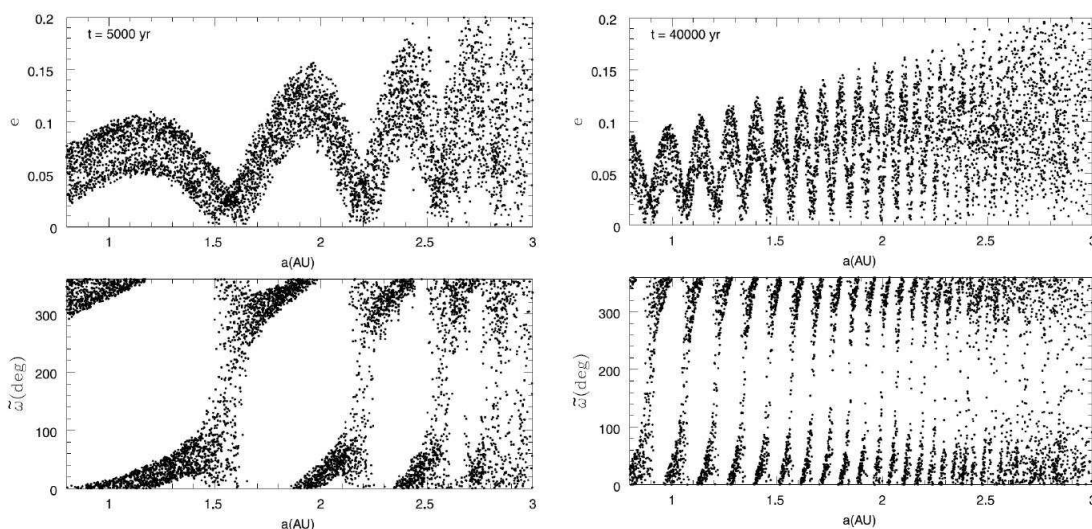


Figura 2.1: Evolución secular de un enjambre de planetesimales en un SBC. Se trabaja en el marco del P3CR, es decir los pequeños cuerpos sienten la influencia gravitacional de ambas estrellas pero no se sienten entre si. En el plano  $a-e$  (arriba) y  $a-i$  (abajo) se muestra la posición de los distintos planetesimales con diferentes condiciones iniciales para dos instantes de tiempo distintos, 5000 años a la izquierda y 40000 años a la derecha (Marzari & Scholl 2000).



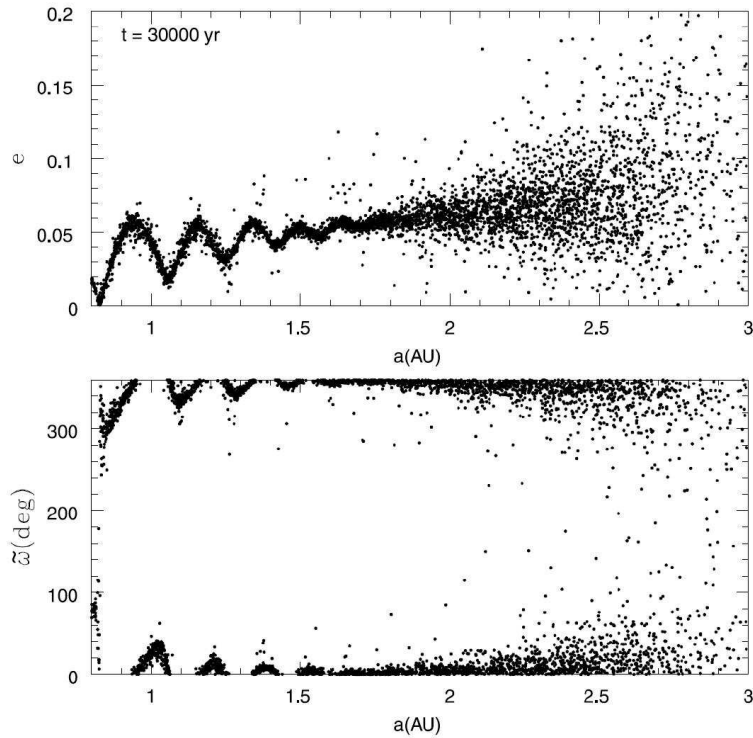


Figura 2.2: Distribución de un enjambre de planetesimales en los planos  $a-e$  (arriba) y  $a-\varpi$  (abajo), para  $t=30000$  años. La simulación incluye interacción colisional entre los planetesimales además de los efectos gravitacionales de la compañera (Marzari & Scholl 2000).

Los primeros trabajos (Heppenheimer 1978a) revelaron que la estimación de la distribución de  $\Delta v$  no es sencilla. En el complejo entorno dinámico de un sistema binario,  $\Delta v$  ya no es directamente proporcional a la excentricidad  $e$  de los cuerpos, ya que las órbitas de los planetesimales están fuertemente alineadas y no distribuidas al azar en su periastro. El estudio pionero de Marzari & Scholl (2000) más tarde mostró que un mecanismo fundamental para controlar la evolución dinámica planetesimal es el acoplamiento entre las perturbaciones seculares forzadas por la compañera y la fricción con el gas primordial que hay en el disco protoplanetario en esta etapa. Esto se traduce en un fuerte acoplamiento gradual de las órbitas de planetesimales.

Como demostraron Marzari & Scholl (2000), la dinámica de los planetesimales se ve afectada por las perturbaciones gravitacionales de la secundaria, los efectos de fricción debido al disco de gas, y las colisiones mutuas entre planetesimales. En su trabajo llevan a cabo un análisis numérico para determinar el efecto total de estas perturbaciones sobre los planetesimales, considerando un SBC de razón de masa  $m_B/m_A = 0,82$ , y con la secundaria orbitando la principal con  $a_B = 23,4$  UA y  $e_B = 0,52$ . Trabajando en el marco del problema de 3 cuerpos restringido (P3CR), consideran en primer lugar una población de planetesimales afectados sólo por los efectos gravitacionales de la secundaria. Los pequeños cuerpos tienen órbitas inicialmente circulares y están distribuidos en semieje alrededor de la componente principal. La Figura 2.1 presenta sus resultados, en los cuales se muestra la salida de una simulación para varios planetesimales luego de cierto tiempo, en los gráficos  $e$  vs.  $a$  (arriba) y  $\varpi$  vs.  $a$  (abajo), para dos instantes de tiempo diferente. Se puede ver en los gráficos de la

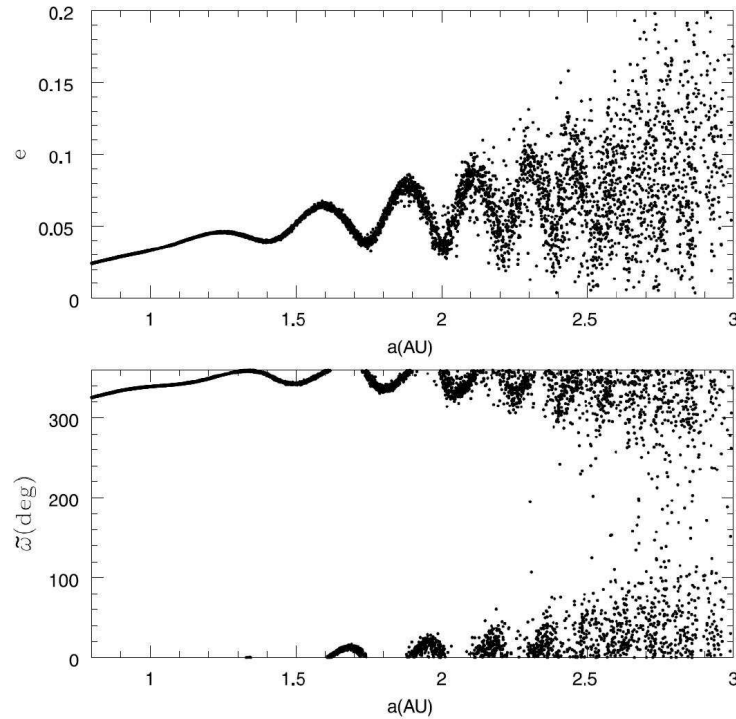


Figura 2.3: Distribución de un enjambre de planetesimales en los planos  $a-e$  (arriba) y  $a-\varpi$  (abajo), para  $t=10000$  años. La simulación incluye interacción colisional entre los planetesimales, perturbación gravitacional de la compañera y los efectos de fricción debidos a un disco de gas (Marzari & Scholl 2000).

izquierda que las predicciones analíticas de Heppenheimer (1978a), que se desarrollarán en más detalle en el Capítulo siguiente son correctas, la excentricidad tiene una oscilación en torno a cierto valor medio, el cual depende del semieje mayor del planetesimal, y la longitud de pericentro tiene cierta frecuencia de oscilación que también depende del semieje mayor. Esto produce el efecto de onda observado, y es responsable de cierto alineamiento orbital, el cual es dependiente del semieje mayor. Sin embargo, a medida que transcurre el tiempo, el patrón de onda se va perdiendo, la distribución de  $e$  y  $\varpi$  se hace aleatoria y la alineación orbital se pierde (ver gráficos de la derecha). Posteriormente se incluye el efecto de colisiones mutuas entre los planetesimales, y el comportamiento dinámico del enjambre muestra diferencias, ver Figura 2.2. Aunque inicialmente el patrón de ondas forzado por la compañera se vuelve a formar, luego de cierto tiempo las colisiones son capaces de amortiguar el patrón de ondas, y producir un alineamiento orbital de los planetesimales. Sin embargo, la dinámica colisional no es tan efectiva para semiejes cercanos a la componente principal, y se observa una distribución orbital aleatoria para planetesimales apartados de la estrella central ( $a > 2$  UA).

Por último, Marzari & Scholl (2000) incluyen los efectos de una fricción debida a un disco de gas sobre los planetesimales, y la modelan mediante una fuerza de fricción que depende del cuadrado de la velocidad relativa del planetesimal respecto al gas (Weidenschilling 1977). La Figura 2.3 muestra los resultados de la evolución de los planetesimales bajo el efecto de fricción, colisiones mutuas y perturbaciones gravitacionales de la compañera, para  $t = 10000$  años. Como se observa, ahora existe un fuerte acoplamiento orbital en las regiones

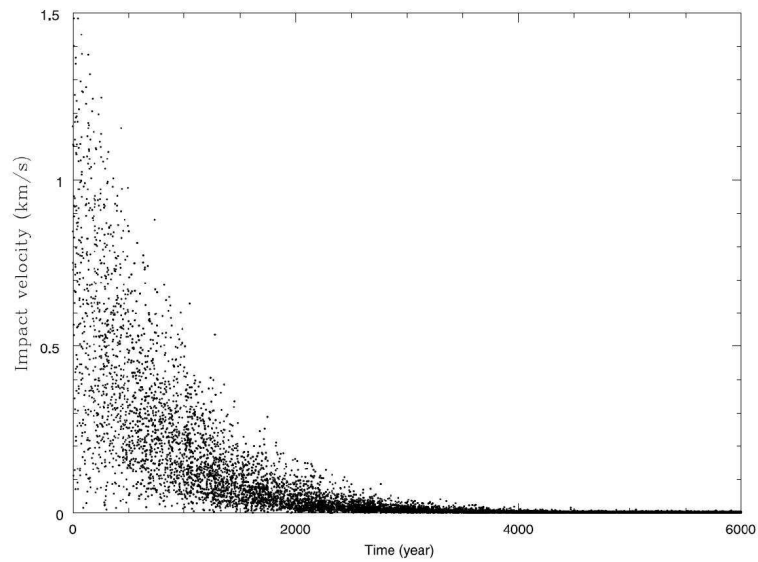


Figura 2.4: Evolución de las velocidades de impacto entre planetesimales, en el rango 0,8 - 1,2 UA (Marzari & Scholl 2000).

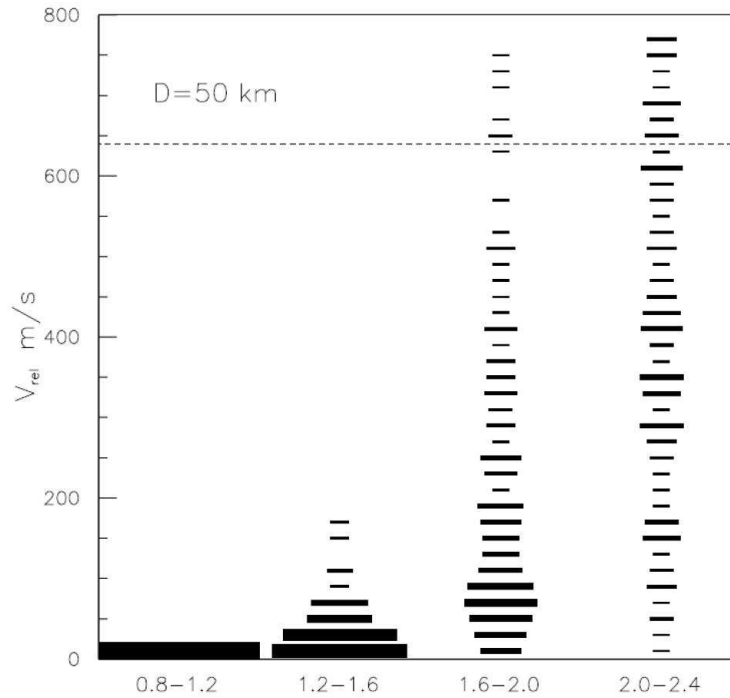


Figura 2.5: Velocidades de encuentro (eje  $y$ ) para planetesimales de 50 km, para distintos rangos de distancia a la estrella principal (eje  $x$  en UA). Las regiones más cercanas al objeto central muestran un escenario favorable a la acreción (Marzari & Scholl 2000).

cercanas a la estrella principal ( $a \leq 2,2$  UA). El alineamiento orbital es de gran importancia ya que órbitas similares determinan velocidades de encuentro bajas entre los planetesimales, y por lo tanto permitirían la acreción. En un enjambre de planetesimales, si las excentricidades están acotadas a cierto rango de valores con una dispersión baja, y las longitudes de pericentro están alineadas, las velocidades de encuentro vendrán dadas por el leve desfasaje Kepleriano entre las órbitas. Esto puede verse en la Figura 2.4 que muestra la evolución de las velocidades de encuentro entre planetesimales, se observa que a medida que los efectos de la fricción comienzan a alinear las órbitas, las velocidades de impacto disminuyen. De aquí que su principal conclusión es: *los efectos de fricción del disco de gas son capaces de alinear las órbitas de los planetesimales y esto lleva a una reducción de las velocidades de colisión que permitirían un escenario favorable para la acreción.*

Sin embargo, los efectos de la fricción dependen de la densidad del disco de gas, y ésta decae con el aumento de la distancia a la estrella. Por esta razón, a medida que el  $a$  de los objetos aumenta, el alineamiento de las órbitas se pierde y las velocidades de colisión aumentan. Este resultado se corrobora en la Figura 2.5, donde se muestran las velocidades de impacto para objetos de  $\sim 50$  km a distintas distancias de la estrella. Además, la fricción también depende en forma inversa del tamaño de los planetesimales, por lo que objetos con distintos radios tendrán órbitas diferentes y esto puede afectar las velocidades de encuentro entre ellos, aunque Marzari & Scholl (2000) no consideran esta posibilidad.

En trabajos posteriores de Thébault et al. (2004) y Thébault et al. (2006) se encuentra que efectivamente el alineamiento es dependiente del tamaño, Figura 2.6. Si bien este resul-

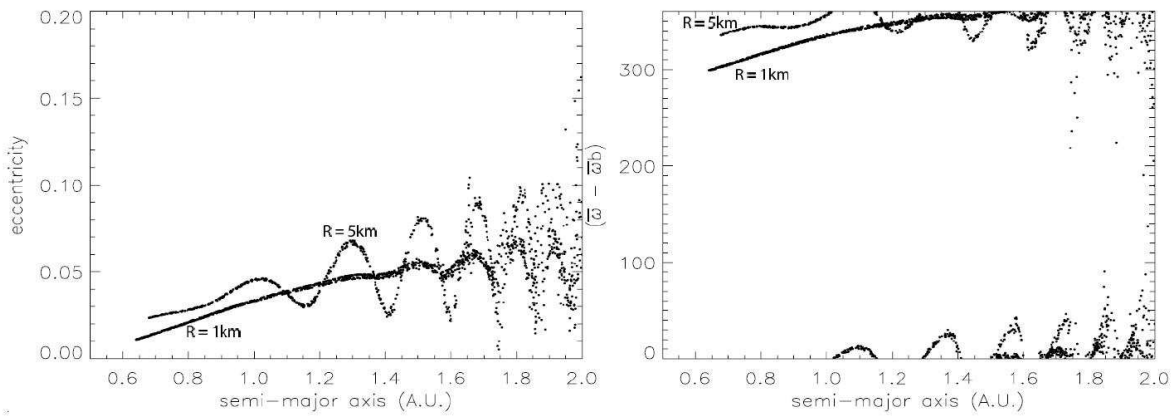


Figura 2.6: Distribución de planetesimales en el plano  $a-e$  (izquierda) y  $a-\varpi$  (derecha), para cierto instante de tiempo. La simulación considera los efectos gravitacionales de la compañera y la fricción del gas, pero no incluye interacción colisional entre planetesimales (Thébault et al. 2006)

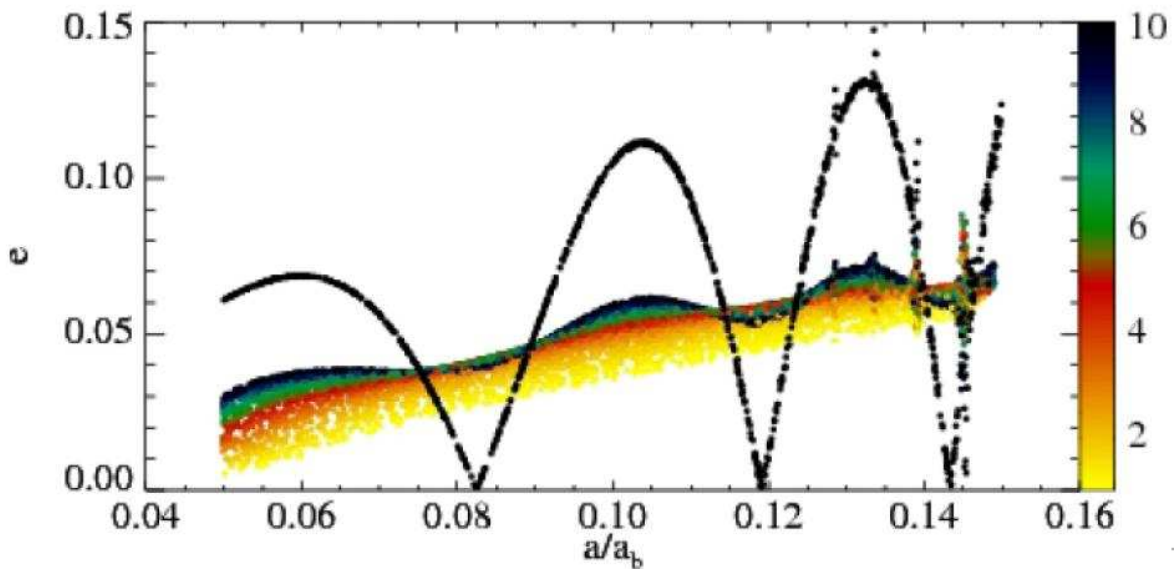


Figura 2.7: Distribución de planetesimales en el plano  $a-e$  para cierto instante de tiempo. La simulación considera los efectos gravitacionales de la compañera y la fricción del gas, pero no incluye interacción colisional entre planetesimales. La escala de colores indica el tamaño de los planetesimales, y la curva negra muestra el comportamiento sin fricción por gas (Paardekooper & Leinhardt 2010).

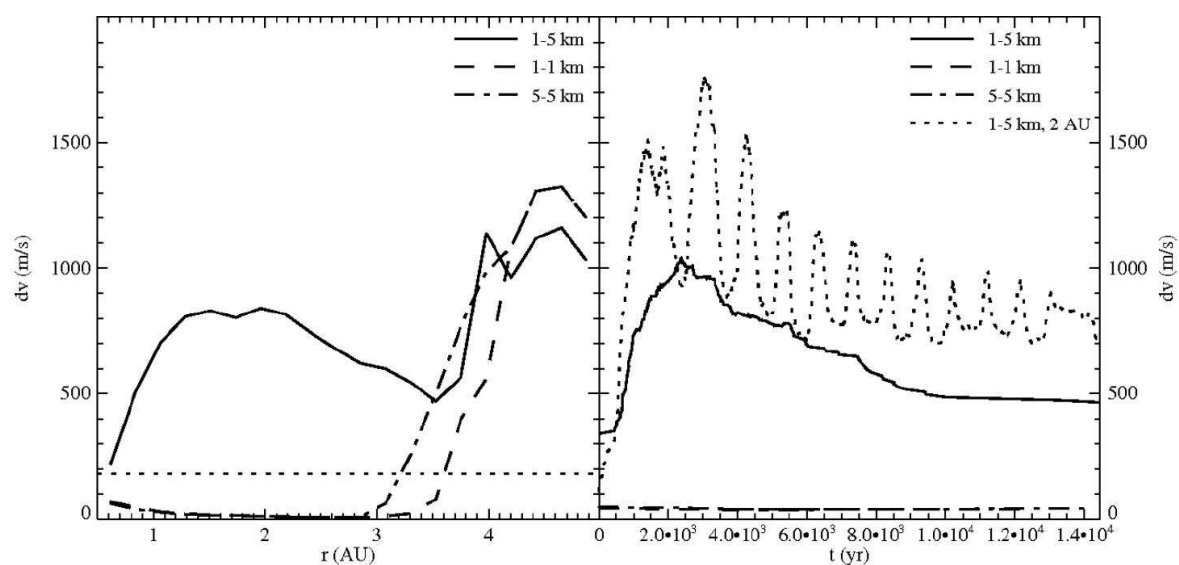


Figura 2.8: Velocidad de encuentro para planetesimales de tres tamaños diferentes como función de la distancia a la estrella principal (izquierda), la línea punteada horizontal marca el límite entre velocidades acrecionales y disruptivas, sólo por debajo de la curva es posible la acreción. A la derecha se muestra la evolución de la velocidad de colisión para distintos planetesimales en  $a = 1$  UA, la curva punteada muestra la evolución de  $\Delta v$  para  $a = 2$  UA (aproximadamente la posición del planetesimal). El SBC considerado es  $\gamma$ -Cephei. Se ve que planetesimales de diferente tamaño tienen colisiones destructivas en la región del exoplaneta (Paardekooper et al. 2008).

tado se observa en Marzari & Scholl (2000), ellos no tuvieron en cuenta la interacción entre objetos de diferente tamaño. Lo cierto es que, aunque  $\Delta v$  es pequeño entre objetos de igual tamaño, puede alcanzar valores muy altos para los cuerpos de diferentes tamaños (Thébault et al. 2006). Para la mayoría de las distribuciones de tamaño “razonable” dentro de la población planetesimal, el efecto de alineamiento diferencial gradual es dominante, lo que puede verse de los resultados de Paardekooper & Leinhardt (2010). En la Figura 2.7, se muestra el desfase diferencial de la excentricidad de los planetesimales de diferente tamaño en un SBC. El resultado de este desfase puede conducir a un ambiente de acreción hostil en vastas regiones del disco circumprimario de planetesimales, donde las velocidades de impacto son altas. La Figura 1.12 muestra que aunque los planetesimales de tamaño similar tienen velocidades de colisión baja (como predice Marzari & Scholl 2000), cuando se consideran interacciones entre planetesimales de diferente tamaño las velocidades de encuentro ( $\Delta v$ ) sufren un importante aumento, inhibiendo así un posible escenario de acreción. Finalmente, Paardekooper et al. (2008) obtuvieron un resultado preocupante para el caso de  $\gamma$ -Cephei: la ubicación en la que se observa el planeta es demasiado perturbada, con altas velocidades de encuentro, lo que inhibiría la fase de acumulación de planetesimales, Figura 2.8. Se deduce de aquí, que aunque una población de planetesimales inicialmente pequeña a partir del alineamiento orbital por el gas y las bajas  $\Delta v$  podría iniciar la acreción y comenzar a crecer. A medida que la distribución de tamaños cambia, las órbitas de las distintas poblaciones sufren un desfase diferencial de sus órbitas, con el consecuente aumento de sus velocidades de encuentro. Esto lleva a que las colisiones destructivas sean dominantes por sobre las colisiones acrecionales, y la población de planetesimales sufra una disminución del tamaño medio del planetesimal, volviendo a objetos pequeños. Aquí el ciclo podría repetirse, una y otra vez, sin permitirle al enjambre alcanzar tamaños grandes, e inhibiendo por tanto el proceso de acreción necesario para formar embriones.

Vale destacar que los estudios mencionados en este Capítulo fueron realizados teniendo en cuenta un disco de gas simplificado estático y axisimétrico (circular). Sin embargo, las simulaciones de Paardekooper et al. (2008) y Kley & Nelson (2008) mostraron que la evolución dinámica del disco de gas puede tener un comportamiento muy diferente en SBC. El gas se vuelve más eficiente (se agiliza) y los planetesimales siguen órbitas muy diferentes, este efecto en la mayoría de los casos aumenta la fricción con el gas y por lo tanto aumenta también el entorno hostil para que ocurra la acreción debido al alineamiento diferencial de los planetesimales. Estudios más recientes han considerado otros parámetros físicos que afectan la dinámica del gas como discos con auto-gravedad (Marzari et al. 2009) o discos radiativos (Müller & Kley 2011, Marzari et al. 2012). Estos resultados muestran un problema extremadamente complejo que está lejos de haberse resuelto, y es en todo caso, muy dependiente de los parámetros a considerar, por ejemplo: la órbita de la secundaria, masas relativas de las estrellas, dinámica del disco de gas, etc.

## 2.1. Objetivo

Nuestro objetivo por lo tanto es comprender el proceso por el cual planetesimales del tamaño del kilómetro llegan a formar embriones planetarios. El camino que proponemos para

Componentes	$\gamma$ -Cephei A	$\gamma$ -Cephei B	$\gamma$ -Cephei Ab
Masa	1,60 ( $m_{\odot}$ )	0,40 ( $m_{\odot}$ )	1,70 ( $m_{\text{jup}}$ )
$a$ (UA)	-	18,5	2,17
$e$	-	0,36	0,12

Tabla 2.1: Masas y parámetros orbitales astrocéntricos (referidos a la componente principal) del sistema  $\gamma$ -Cephei (Hatzes et al. 2003).

alcanzar nuestra meta es la búsqueda de un escenario de alineación orbital de los planetesimales, como el propuesto por Marzari & Scholl (2000). Es decir, proponemos encontrar un escenario donde el desfase orbital diferencial debido al tamaño de los planetesimales pueda evitarse. En tal hipotético escenario, las velocidades de encuentro entre planetesimales serían lo suficientemente bajas como para permitir que las colisiones permitan la acreción. Si bien lo ideal sería realizar simulaciones de N-cuerpos con hidrodinámica, las limitaciones computacionales nos lo impiden. Por lo tanto, nos dedicaremos a la construcción de modelos analíticos precisos de la dinámica de N-cuerpos para el enjambre de planetesimales, y de la hidrodinámica del disco de gas. Para el caso de la dinámica de N-cuerpos, ésta debe diferenciarse entre la dinámica gravitacional de los planetesimales debida a la estrella secundaria, y la dinámica colisional debida a la interacción de la población de planetesimales. En esta Tesis nos limitaremos a considerar la dinámica gravitacional. Una vez desarrollados estos modelos por separado, se determinará la interacción entre ellos, con la finalidad de ser capaces de determinar la evolución de las velocidades de encuentro de la población de planetesimales (para todos los tamaños). De esta forma seremos capaces de determinar si la acreción es posible en SBC. Aunque el resultado no será completo, por faltar los efectos de la dinámica colisional de los planetesimales, nuestros resultados constituyen un primer e importante avance en la búsqueda de escenarios amigables a la acreción y en la comprensión de la formación de planetas en SBC.

## 2.2. El sistema $\gamma$ -Cephei como ejemplo

Teniendo en cuenta el enorme espacio de parámetros para explorar, la mayoría de los estudios de formación planetaria en SBC considerarán sólo un ejemplo específico e ilustrativo. Por lo general, se elige  $\gamma$ -Cephei, ya que de los SBC con exoplanetas conocidos (ver Tabla 1.1) es quien posee la órbita más compacta. Es decir, la proximidad de la secundaria y la alta excentricidad de su órbita, hacen de este SBC uno de los escenarios conocidos más hostiles para la acreción de planetesimales. La idea es que si se consigue explicar la formación del exoplaneta en este sistema, será posible comprender el proceso acrecional en los demás SBC. En la Tabla 2.1 se presentan las masas y los elementos orbitales del sistema (referidos a  $\gamma$ -Cephei A), y si se compara con los demás planetas en SBC (Tabla 1.1) se puede verificar que su entorno es el más hostil. En esta Tesis se elige por lo tanto el sistema  $\gamma$ -Cephei para trabajar, y el estudio que se desarrollará será siempre considerando al problema coplanar, esto es, el plano orbital de la binaria, del disco de gas y de los planetesimales será el mismo. Los trabajos mencionados en este Capítulo, también han trabajado considerando la evolución del



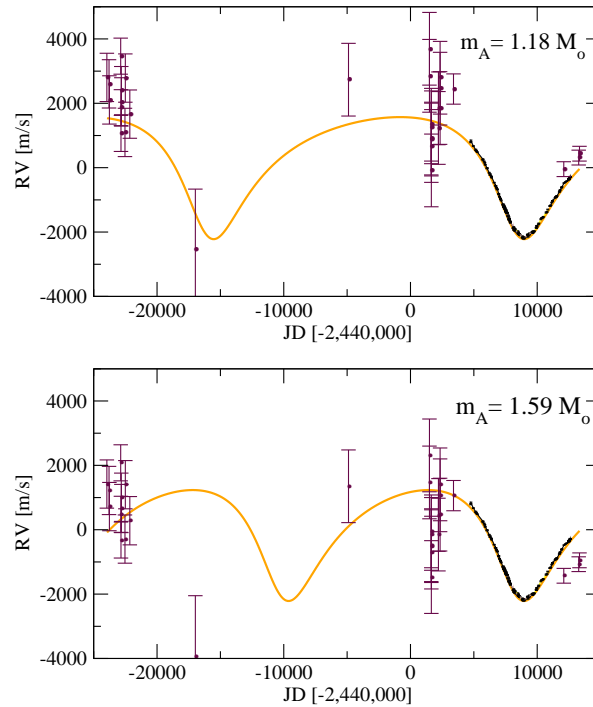


Figura 2.9: Los cinco conjuntos de datos utilizados de velocidades radiales (VR) para el ajuste orbital de  $\gamma$ -Cephei B. Los cuatro conjuntos de datos de Hatzes et al. (2003) se muestran en negro, mientras que el conjunto de datos, del CfA por Torres (2007) se muestra en gris. Las barras de error corresponden a las incertidumbres de observación dadas por los autores. Dos soluciones orbitales se muestran, uno correspondiente a una órbita más grande para la binaria (arriba) mientras que el panel inferior representa una configuración más compacta. Cada gráfico también asume un valor diferente para  $m_A$  (Giuppone et al. 2011).

sistema en un mismo plano.

Sin embargo este SBC presenta ciertas incertezas con respecto a los parámetros de su estrella secundaria, para comprender mejor estos problemas es necesario realizar un breve repaso histórico sobre su detección. A pesar de que se sospechaba la presencia de otro cuerpo celeste en este sistema (Campbell et al. 1988), la existencia de una componente binaria ( $\gamma$ -Cephei B) se pudo confirmar varios años más tarde cuando Griffin et al. (2002) combinaron varias fuentes históricas de velocidades radiales, que incluyen desde 1896 hasta 1980. Este conjunto de datos consistió en 88 observaciones de velocidades radiales, aunque con una brecha de unos 50 años. A pesar de ello, los autores proponen una masa estelar secundaria en el sistema con un período orbital de  $P \sim 66$  años. Finalmente, la presencia del planeta alrededor de  $\gamma$ -Cephei A, fue confirmada un año más tarde por Hatzes et al. (2003) mediante la incorporación de nuevas observaciones de velocidades de alta precisión desde el Observatorio McDonald.

Más recientemente, Torres (2007) volvió a analizar las fuentes históricas de las velocidades radiales utilizando la amplia base de datos del Centro Harvard-Smithsonian para Astrofísica (CfA) que consiste en  $\sim 250000$  espectros. Torres señaló que algunas de las velocidades radiales históricas muestran grandes discrepancias internas cuando se compara con otros datos tomados en instantes similares y no eran por consiguiente confiables. El autor construye un conjunto de datos fiables que consta de 30 observaciones de velocidades radia-

Tabla 2.2: Masas publicadas y parámetros orbitales para  $\gamma$ -Cephei.

	$m_A$ [ $m_\odot$ ]	$m_B$ [ $m_\odot$ ]	$a_B$ [UA]	P [años]	$e_B$	$\varpi_B$ [grad]
(1)	1,59	0,34	18,50	56,81	0,36	158,8
(2)	1,18	0,36	19,02	66,80	0,41	160,9
(3)	1,40	0,41	20,18	67,50	0,41	161,0

(1) Hatzes et al. (2003), (2) Torres (2007), (3) Nehusäuer et al. (2007).

les. Los juegos completos de velocidades radiales (cuatro grupos por Hatzes et al. (2003) y uno por Torres (2007)) se muestran en la Figura 2.9, donde las barras de error indican la incertidumbre de cada valor numérico. La diferencia en precisión es notable, mostrando cómo la incorporación de técnicas modernas en las mediciones de velocidades radiales conducen a la detección de la masa planetaria.

Aunque las mediciones de alta precisión de Hatzes et al. (2003) dan una muy buena definición de los parámetros de masa y órbita del cuerpo planetario, la órbita de la binaria en sí está lejos de establecerse. En la Tabla 2.2 se resumen los resultados de los tres mejores ajustes disponibles en la literatura, no sólo hay diferencias notables en el semieje mayor, sino que además las masas estelares también muestran grandes discrepancias. La Figura 2.9, además de los datos de velocidades radiales también muestra dos de los ajustes orbitales mencionados. El gráfico superior corresponde al de Torres (2007), mientras el de Hatzes et al. (2003) se presenta en el gráfico inferior. El principal problema es que para determinar la masa de la estrella principal del sistema se utilizan su magnitud absoluta y su temperatura efectiva. Sin embargo, la determinación de esta última no es precisa y tiene un rango de variación entre 4300 y 5100 K (Torres 2007), lo que produce una gran variedad de soluciones posibles. Esta incerteza en las masas y por tanto en los elementos orbitales del par estelar de  $\gamma$ -Cephei plantea el problema sobre cual de los conjuntos de parámetros considerar y si dicha elección tendrá alguna repercusión en el proceso de acreción de planetesimales.

En un trabajo reciente de nuestro grupo (Giuppone et al. 2011) se analizó la fiabilidad del mejor ajuste presentado en la literatura para los componentes estelares de  $\gamma$ -Cephei. Se encontró que la mejor solución depende de la masa adoptada para la estrella central, e incluso para un valor fijo de  $m_A$  pueden haber diferentes configuraciones compatibles con las observaciones. Ésto no es inesperado, ya que los datos de velocidad radial cubren menos de un período orbital del sistema (Fig 2.9). Sin embargo, también se pudo determinar que la dinámica de los pequeños planetesimales parece ser débilmente dependiente de la solución particular adoptada para la binaria. En nuestro trabajo se llevó a cabo un estudio comparativo de la evolución de los planetesimales bajo los efectos de fricción de un disco de gas circunestelar (centrado en  $m_A$ ) considerando diferentes parámetros para el par estelar, y los resultados indicaron caminos evolutivos similares. Esto hace suponer que el proceso de acreción del enjambre de planetesimales debe ser prácticamente equivalente en cualquier caso. Tal conclusión nos permite considerar cualquiera de los tres ajustes de la Tabla 2.2 para trabajar, por lo que se eligen los elementos descritos en la Tabla 2.1 (Hatzes et al. 2003).

Por último, la presente Tesis esta estructurada de la siguiente forma: en el Capítulo 3 se desarrolla la influencia de la fricción del disco de gas y las perturbaciones gravitacionales de la binaria sobre la dinámica de los planetesimales. El Capítulo 4 consiste de un análisis de la dinámica de un disco de gas en un SBC. Mediante simulaciones hidrodinámicas tomadas de la literatura y propias, se intenta dilucidar cómo repercute su evolución sobre el enjambre de planetesimales. El Capítulo 5 es una actualización de la dinámica gravitacional secular de pequeños cuerpos en SBC. Los estudios analíticos al respecto han quedado desactualizados ante los nuevos problemas (Heppenheimer 1978a), que incluyen SBC altamente excéntricos y con perturbadores muy masivos. El Capítulo 6 consiste de un análisis sobre la dinámica gravitacional resonante en SBC, ante configuraciones con un perturbador masivo y excéntrico aparecen resonancias de movimientos medios de alto orden. El problema es que la dinámica resonante podría alterar la evolución secular ordenada y llevar a una dinámica más caótica del enjambre de planetesimales. En el Capítulo 7, por último, se toman los resultados de todos los Capítulos anteriores y se calculan las velocidades de encuentro a fin de determinar si es posible un entorno amigable a la acreción. Para llevar a cabo tal estudio se utiliza un mapa simpléctico que se describe en el Capítulo. Finalmente, el Capítulo 8 presenta las conclusiones obtenidas a lo largo de esta Tesis, y las perspectivas a futuro.

## Capítulo 3

# Fricción de gas sobre planetesimales en SBC

El objetivo de este Capítulo es modelar los efectos de la fricción del disco de gas sobre la dinámica de los planetesimales. Se mencionó en la Introducción que la mayor parte de los estudios consideran y modelan discos de gas circulares. Sin embargo, las simulaciones hidrodinámicas (ver por ejemplo Kley et al. 2008 y Paardekooper et al. 2008) han demostrado que los efectos de la estrella secundaria sobre el disco de gas son de gran importancia, modificando la estructura y la dinámica del disco. Además de su truncamiento y la consiguiente alteración de su densidad superficial, el disco de gas desarrolla una excentricidad  $e_g$  e incluso puede desarrollar una precesión retrógrada de frecuencia  $g_g$ . Por consiguiente, se analiza y modela a continuación el efecto de la fricción debido a discos con diferentes estructuras. Como se menciona en el Capítulo anterior, se aplica el análisis al sistema  $\gamma$ -Cephei. Además en esta Tesis sólo se trabaja el caso planar, por lo que se considera que el plano orbital del disco de gas, de los planetesimales y de la binaria es el mismo.

### 3.1. Modelando la fricción de un disco de gas circumprimario

Se considera un SBC que consiste de dos estrellas con masas  $m_A$  y  $m_B$  donde  $m_A$  es la principal. El origen del sistema de coordenadas se pone en  $m_A$  y por lo tanto  $m_B$  tendrá una órbita con un semieje mayor  $a_B$  y una excentricidad de  $e_B$ . También se asume que el disco de gas y los planetesimales orbitan la estrella primaria. Nuestro enfoque estará en la dinámica de planetesimales embebidos en el disco gaseoso alrededor de la primaria, y sometidos por lo tanto a una fricción con el gas y a la perturbación gravitacional de la estrella secundaria.

La dinámica del gas en su rotación alrededor de la estrella principal está dada por la ecuación de Euler,

$$\frac{d\mathbf{v}_g(\mathbf{r})}{dt} = -\frac{\mathcal{G}m_A}{r^3}\mathbf{r} - \frac{1}{\rho_g(\mathbf{r})}\frac{\partial P_g(\mathbf{r})}{\partial r}. \quad (3.1)$$

En esta ecuación,  $\mathbf{r}$  representa el vector de posición de un elemento de gas,  $P_g(\mathbf{r})$  es la presión del gas,  $\rho_g(\mathbf{r})$  es la densidad del gas,  $\mathbf{v}_g(\mathbf{r})$  es la velocidad del gas en la posición  $\mathbf{r}$  y  $\mathcal{G}$  es la constante de Newton. El gradiente de presión negativo en la ecuación (3.1) hace que cada elemento de gas orbite a  $m_A$  con una velocidad sub-Kepleriana. Por lo general se asume que la rotación del gas es circular, donde la desviación de la velocidad del gas respecto a la Kepleriana  $(v_k(r))_{\text{circ}}$  es igual a

$$(\Delta v(r))_{\text{circ}} \sim -\frac{1}{\rho_g(r)} \left( \frac{r^2}{2\mathcal{G}m_A} \right) \frac{\partial P_g(r)}{\partial r} (v_k(r))_{\text{circ}}. \quad (3.2)$$

La cantidad de  $\eta \equiv (\Delta v(r)/v_k(r))_{\text{circ}}$  en este tipo de discos ha sido considerada entre 0,005 y 0,01, lo que sugiere que en un disco de rotación circular, la desviación respecto a la velocidad circular de Kepler debido al gradiente de presión no es más que un 1 por ciento. En otras palabras,  $\alpha \equiv (1 + \eta) \sim (v_g/v_k)_{\text{circ}} > 0,99$ . Diferentes autores han utilizado diferentes valores de  $\alpha$ . Mientras Adachi et al (1976), Gomes (1995), y Armitage (2010) consideran  $\alpha = 0,995$ , Supulver & Lin (2000) mencionó que es probable que sea mayor que  $\sim 0,99$ .

En un disco excéntrico, sin embargo, la situación es más complicada. Un elemento de gas en este tipo de discos gira alrededor de la estrella central en un movimiento elíptico, y su velocidad Kepleriana varía con su vector posición. En otras palabras, en discos gaseosos excéntricos se debe adoptar  $\alpha = \alpha(\mathbf{r})$ . Sin embargo, para el actual modelo simplificado nos limitaremos a un caso simple, con un valor constante de  $\alpha = 0,995$ .

### 3.1.1. Fricción por gas

Es posible asumir diferentes tipos de fricción por gas (Weidenschilling 1977), la magnitud de la fricción del planetesimal con el gas es función del tamaño de un objeto y de su velocidad relativa al gas  $\mathbf{v}_{\text{rel}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_g$ . En esta ecuación,  $\mathbf{v}$  es la velocidad de un planetesimal con un vector posición  $\mathbf{r}$ , y  $\mathbf{v}_g$  es la velocidad del gas en ese lugar. Para objetos del tamaño de los planetesimales (en el rango de kilómetros), la fricción de gas es una función no lineal de la velocidad relativa y su magnitud es proporcional a  $v_{\text{rel}}^2$  (Adachi et al. 1976, Weidenschilling 1977a, Supulver & Lin 2000, Haghighipour & Boss 2003). La aceleración de un planetesimal debido a la fricción con el gas en este caso viene dada por

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mathcal{C} |\mathbf{v}_{\text{rel}}| \mathbf{v}_{\text{rel}}, \quad (3.3)$$

donde

$$\mathcal{C} = \frac{3C_D}{8s\rho_p} \rho_g(\mathbf{r}). \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.3),  $s$  es el radio de la planetesimal y  $\rho_p$  es su densidad volumétrica. La cantidad  $C_D$  en esta ecuación es el coeficiente (adimensional) de arrastre y tiene diferentes formas funcionales para diferentes valores del número de Reynolds del gas y el radio del planetesimal. Para planetesimales del tamaño del kilómetro,  $C_D = 0,44$  (Adachi et al. 1976, Weidenschilling 1977).

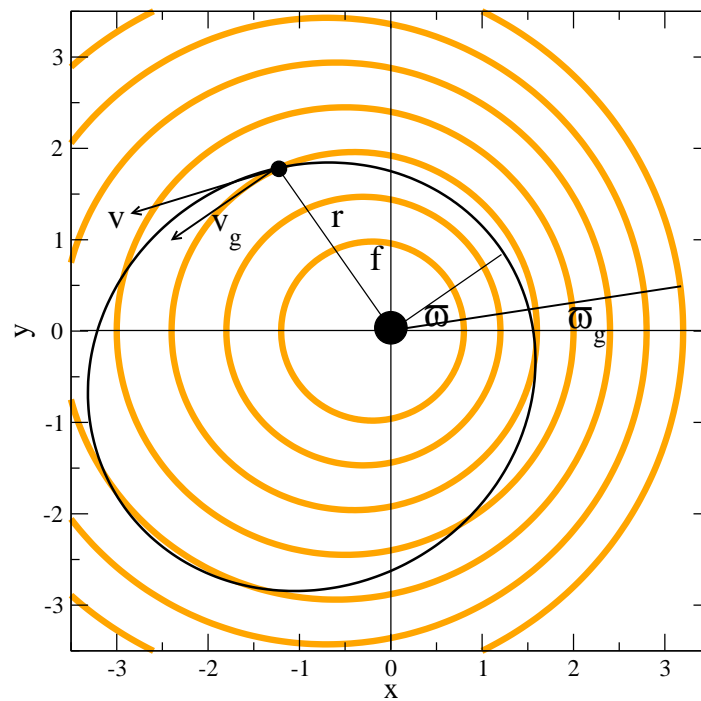


Figura 3.1: Coordenadas Cartesianas astrocéntricas que muestran la órbita elíptica de un planetesimal (curva en negro) inmerso en un disco de gas excéntrico. Las órbitas de referencia para los elementos de gas se muestran con curvas gruesas en color naranja.

### 3.1.2. Velocidad relativa

Sea un disco gaseoso con excentricidad  $e_g$ , tal que todos los elementos de gas tienen la misma orientación orbital (es decir, longitud de pericentro constante  $\varpi_g$ ). La Figura 3.1 muestra un dibujo esquemático de tal disco para  $e_g = 0,2$  y un valor arbitrario de la longitud de pericentro. Las órbitas de los elementos de gas de referencia se muestran en curvas gruesas naranjas. La elipse negra representa la órbita de un planetesimal sólido con semieje mayor  $a$  y excentricidad  $e$ . La posición de los planetesimales se define por su distancia  $r$  a la estrella primaria, la anomalía verdadera  $f$ , y su longitud de pericentro  $\varpi$ .

Para calcular la velocidad relativa de un planetesimal, se considera un sistema de dos cuerpos que consiste en la estrella principal y el planetesimal, y un sistema de coordenadas Cartesianas con origen en la primaria (Figura 3.1). En este sistema, las componentes radial y tangencial de la velocidad de los planetesimales están dadas por (Murray & Dermott 1999):

$$\begin{aligned} v_r &= \dot{r} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin f \\ v_\theta &= r\dot{f} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos f), \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $\mu = \mathcal{G}m_A$  y  $p = a(1 - e^2)$  es el semilactus rectum del planetesimal, y la masa de éste se supone despreciable con respecto a  $m_A$ .

Como se mencionó anteriormente, se asume que la desviación de la velocidad de un elemento de gas respecto de la Kepleriana es pequeña, ( $\alpha = 0,995$ ). En una primera aproximación, este supuesto nos permite usar ecuaciones similares a (3.5) para calcular las componentes de la velocidad del gas en la posición del planetesimal. Como se muestra en la Figura 3.1, la anomalía verdadera de la órbita de un elemento de gas a la distancia radial  $r$ , está relacionada con  $f$  por

$$f_g = f + \varpi - \varpi_g = f + \Delta\varpi. \quad (3.6)$$

Las componentes polares de la velocidad del gas en la posición del planetesimal se pueden escribir como

$$\begin{aligned} v_{g_r} &= \alpha \sqrt{\frac{\mu}{p_g}} e_g \sin(f + \Delta\varpi) \\ v_{g_\theta} &= \alpha \sqrt{\frac{\mu}{p_g}} \left[ 1 + e_g \cos(f + \Delta\varpi) \right], \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde  $p_g(r) = a_g(r)(1 - e_g^2)$ . Teniendo en cuenta que en un sistema de dos cuerpos  $r = a(1 - e^2)/(1 + e \cos f)$ , el semieje mayor de un elemento de gas se puede escribir

$$a_g = a \left( \frac{1 - e^2}{1 - e_g^2} \right) \frac{1 + e_g \cos(f + \Delta\varpi)}{1 + e \cos f}, \quad (3.8)$$

y por lo tanto

$$p_g(r) = p \frac{1 + e_g \cos(f + \Delta\varpi)}{1 + e \cos f}. \quad (3.9)$$

La dependencia con  $r$  es dada implícitamente a través de la anomalía verdadera  $f$ .

A los efectos de las simulaciones numéricas, resulta útil calcular la contribución de la fricción de gas a la aceleración total de un planetesimal en el sistema de coordenadas Cartesianas. De la ecuación (3.3), se puede escribir,

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\mathcal{C}|\mathbf{v}_{\text{rel}}|(\dot{x} - v_{\text{gx}}) \\ \ddot{y} &= -\mathcal{C}|\mathbf{v}_{\text{rel}}|(\dot{y} - v_{\text{gy}}).\end{aligned}\quad (3.10)$$

Para el cálculo de las componentes Cartesianas de  $\mathbf{v}_g$  se puede observar de la Figura 3.1 que,

$$f + \varpi = f_g + \varpi_g = \arctan(y/x), \quad (3.11)$$

y por lo tanto las componentes Cartesianas de la velocidad del gas se pueden escribir así,

$$\begin{aligned}v_{\text{gx}} &= -\alpha \sqrt{\frac{\mu}{p_g}} \left[ \sin(f_g + \varpi_g) + e_g \sin \varpi_g \right] \\ v_{\text{gy}} &= \alpha \sqrt{\frac{\mu}{p_g}} \left[ \cos(f_g + \varpi_g) + e_g \cos \varpi_g \right].\end{aligned}\quad (3.12)$$

En un disco precesante, la longitud del pericentro  $\varpi_g$  es función del tiempo y se puede incluir en las simulaciones numéricas como

$$\varpi_g = g_g t + \varpi_{g0}, \quad (3.13)$$

donde  $g_g$  es la frecuencia de precesión del disco y  $\varpi_{g0}$  es el valor de la longitud de pericentro al comienzo de las simulaciones.

### 3.1.3. Modelo analítico para la fricción

Finalmente, se construye un modelo analítico de las ecuaciones diferenciales promediadas en los términos de corto período. En un problema perturbado de dos cuerpos, las ecuaciones variacionales de  $(a, e, \varpi)$  se pueden obtener a partir de las ecuaciones de perturbación de Gauss (Roy 2005):

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} [R' e \sin f + T' (1 + e \cos f)] \\ \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} [R' \sin f + T' (\cos f + \cos u)] \\ \frac{d\varpi}{dt} &= \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} [-R' \cos f + T' (1 + r/p) \sin f].\end{aligned}\quad (3.14)$$

Donde  $u$  es la anomalía excéntrica de los planetesimales,  $R'$  es la componente radial de la aceleración debida a la fricción del gas, y  $T'$  es la componente tangencial. De la ecuación (3.3), estas cantidades están dadas por

$$\begin{aligned}R' &= -\mathcal{C}|\mathbf{v}_{\text{rel}}|(v_r - v_{r_g}) \\ T' &= -\mathcal{C}|\mathbf{v}_{\text{rel}}|(v_\theta - v_{\theta_g}).\end{aligned}\quad (3.15)$$



Sustituyendo por las velocidades del gas y el planetesimal a partir de las ecuaciones (3.5) y (3.7), expandiendo a segundo orden en  $e$  y  $e_g$ , conservando sólo los términos de menor orden en  $\alpha$  y promediando sobre la anomalía media de los planetesimales  $M$ , las ecuaciones (3.14) se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\frac{da}{dt} = -\mathcal{C}\sqrt{\mu a} [2(1 - \alpha)^2 + \mathcal{O}(e^2, e_g^2)], \quad (3.16)$$

para el semieje mayor, y

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= -\mathcal{C}\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{\mu}{a}}(k - k_g)\sqrt{(k - k_g)^2 + (h - h_g)^2} \\ \frac{dh}{dt} &= -\mathcal{C}\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{\mu}{a}}(h - h_g)\sqrt{(k - k_g)^2 + (h - h_g)^2}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

para las variables seculares, donde se han adoptado las variables regulares  $(k, h) = (e \cos \varpi, e \sin \varpi)$  para el movimiento de los planetesimales, y  $(k_g, h_g) = (e_g \cos \varpi_g, e_g \sin \varpi_g)$  para los elementos de gas (Paardekooper et al. 2008). La ecuación variacional para el semieje mayor (3.16) se ha escrito hasta el término de menor orden. Para un análisis detallado sobre la deducción de una expresión analítica válida para cualquier valor de  $\alpha$  y la excentricidad se recomienda ver Gomes (1995).

## 3.2. Fricción de gas en una estrella simple

La primera aplicación del modelo 3.17 y 3.16 se realiza para el análisis de la dinámica de planetesimales alrededor de una estrella simple, es decir, sin tener en cuenta las perturbaciones de una compañera binaria. La evolución orbital de los planetesimales estará regida por la atracción gravitatoria de la estrella central más los efectos de fricción de gas. En todas las simulaciones numéricas realizadas en esta sección se asume un planetesimal con una densidad  $\rho_p = 3 \text{ gr/cm}^3$  y elementos orbitales iniciales de  $a = 2 \text{ UA}$ ,  $e = 0,2$  y  $\Delta\varpi = 120^\circ$ . La masa de la estrella se elige  $m_A = 1,60 m_\odot$ . Para el disco de gas se asume una densidad volumétrica de  $\rho_g = 5 \times 10^{-10} \text{ gr/cm}^3$  (valuada en  $a = 2 \text{ UA}$ ), que es consistente con los valores adoptados por Paardekooper et al. (2008) para la “masa mínima de la nebulosa solar” (MMNS). Finalmente, en las simulaciones, tanto la excentricidad del gas  $e_g$  como la frecuencia de precesión retrógrada  $g_g$  se consideran parámetros libres.

Ya que se espera que el movimiento de los planetesimales este estrechamente acoplado al gas, se define un nuevo conjunto de variables normales  $(K, H) = (k - k_g, h - h_g)$  (Paardekooper et al. 2008) y se reescriben las ecuaciones (3.17) como

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= -\mathcal{C}'K\sqrt{K^2 + H^2} + g_g h_g \\ \frac{dH}{dt} &= -\mathcal{C}'H\sqrt{K^2 + H^2} - g_g k_g, \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde

$$\mathcal{C}' = \mathcal{C}\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{\mu}{a}}. \quad (3.19)$$

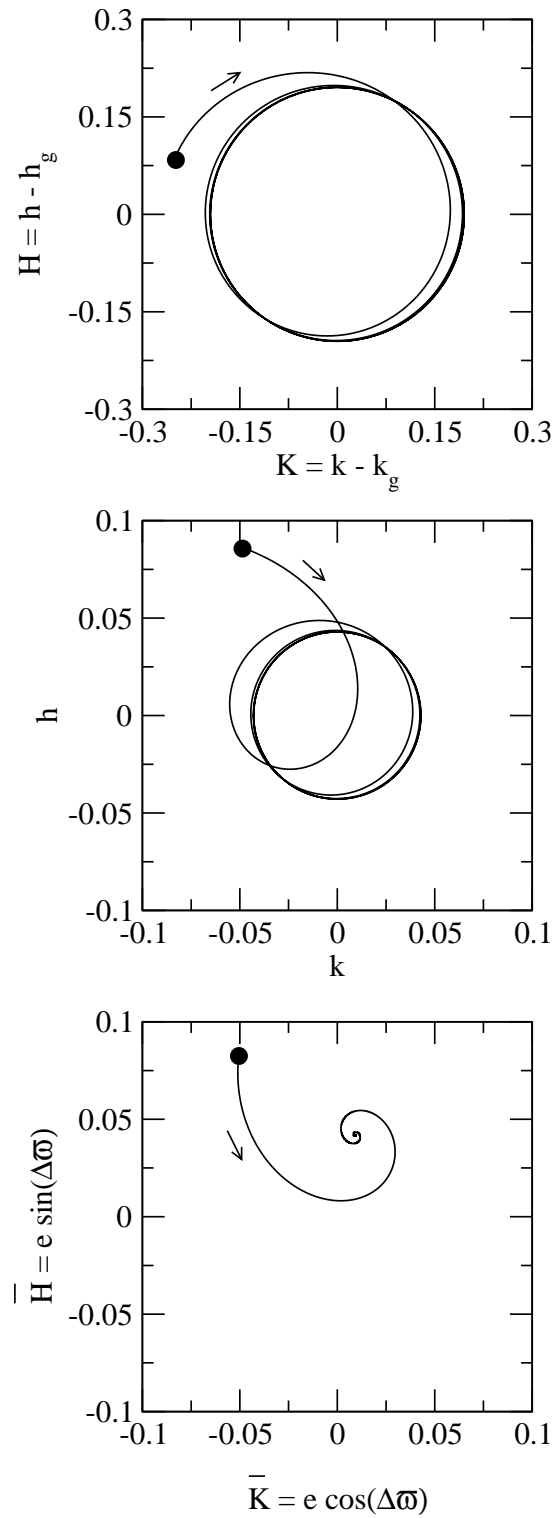


Figura 3.2: **Arriba:** Solución de las ecuaciones seculares (3.18) para planetesimales con  $s = 1$  km en un disco con precesión retrógrada con un periodo de 1000 años. **Al medio:** La evolución orbital, mostrada en variables  $(k, h)$ . **Abajo:** Lo mismo, pero en nuevas variables  $(\bar{K}, \bar{H}) = (e \cos \Delta\varpi, e \sin \Delta\varpi)$ , donde  $\Delta\varpi = \varpi - \varpi_g$ . En todo los casos la condición inicial se marca con un círculo negro.

En el caso de un disco estático donde  $g_g = 0$ , las ecuaciones (3.18) se pueden resolver analíticamente y se obtiene

$$K(t) = \frac{K_0}{1 + E_0 \mathcal{C}' t} \quad ; \quad H(t) = \frac{H_0}{1 + E_0 \mathcal{C}' t}. \quad (3.20)$$

Aquí  $K_0$  y  $H_0$  son los valores de  $K$  y  $H$  a  $t = 0$ , y  $E_0^2 = K_0^2 + H_0^2$ . El sistema alcanza el equilibrio cuando  $t \rightarrow \infty$ , a una tasa inversamente proporcional con el tiempo ( $1/t$ ), a diferencia del régimen de fricción lineal que posee un decaimiento exponencial en el tiempo. La solución final de equilibrio es dada por  $K = H = 0$  lo que implica que, en el equilibrio  $e \rightarrow e_g$  y  $\varpi \rightarrow \varpi_g$ . Por lo tanto, el comportamiento general de la dinámica de planetesimales en un disco excéntrico estático es muy similar al caso circular, salvo que la trayectoria final de equilibrio es ahora una elipse. Finalmente, dado que  $\mathcal{C}'$  es inversamente proporcional al tamaño del planetesimal, y aparece multiplicando a  $t$ , se puede deducir que objetos de mayor tamaño tardarán más en alcanzar la solución de equilibrio.

Despreciando los términos proporcionales a la excentricidad, la tasa de cambio del semi-eje mayor del planetesimal se puede escribir como

$$\frac{dL}{dt} = -\mathcal{C}(1 - \alpha)^2, \quad (3.21)$$

donde  $L = \sqrt{\mu a}$  es el momento de Delaunay asociado con  $a$ . Dado que  $(1 - \alpha) \ll 1$ , la ecuación (3.21) sugiere que el decaimiento orbital del planetesimal es mucho más lento que el tiempo de circularización. En el caso límite donde  $\alpha = 1$ , estas ecuaciones indican que no existe cambio secular en el semieje mayor del planetesimal una vez que la longitud de pericentro y la excentricidad han alcanzado sus valores de equilibrio.

En el caso de un disco precesante, el sistema (3.18) es más difícil de resolver analíticamente. Sin embargo, se pueden buscar los puntos de equilibrio. La Figura 3.2 muestra un ejemplo típico de la evolución orbital de un planetesimal del tamaño del kilómetro en un disco que precesa en forma retrógrada con un periodo de 1000 años. La solución se obtuvo resolviendo numéricamente las ecuaciones seculares (3.18). Debido a la precesión del disco,  $(K, H)$  ya no llegan a un punto fijo sino que exhiben oscilaciones con una frecuencia  $g_g$  alrededor de un centro ubicado cerca del origen. El mismo comportamiento se observa también para la evolución temporal de las variables originales  $(k, h)$  (gráfico del medio). Sin embargo, el sistema aún mantiene una solución de equilibrio en un nuevo conjunto de variables definidas como  $(\bar{K}, \bar{H}) = (e \cos \Delta\varpi, e \sin \Delta\varpi)$ , donde  $\Delta\varpi = \varpi - \varpi_g$ . Este comportamiento se ha observado para todos los valores de  $s$  así como para cualquier condición inicial.

Para obtener expresiones analíticas para las soluciones de equilibrio en este caso, se debe observar que a partir de las definiciones de  $(k, h)$  y  $(k_g, h_g)$ , es posible escribir

$$\begin{aligned} e_g \bar{K} &= k k_g + h h_g \\ e_g \bar{H} &= h k_g - k h_g. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Las ecuaciones variacionales de  $\bar{K}$  y  $\bar{H}$  son entonces dadas por

$$\begin{aligned} e_g \frac{d\bar{K}}{dt} &= \frac{dk}{dt} k_g + \frac{dh}{dt} h_g - g_g e_g \bar{H} \\ e_g \frac{d\bar{H}}{dt} &= \frac{dh}{dt} k_g - \frac{dk}{dt} h_g - g_g e_g \bar{K}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

En un estado de equilibrio, los valores de  $(\bar{K}, \bar{H})$  son constantes y las ecuaciones (3.23) pueden simplificarse a

$$\begin{aligned}\frac{dk}{dt}k_g + \frac{dh}{dt}h_g &= g_g e_g \bar{H} \\ \frac{dh}{dt}k_g - \frac{dk}{dt}h_g &= g_g e_g \bar{K}.\end{aligned}\quad (3.24)$$

Las ecuaciones (3.24) son un conjunto algebraico de ecuaciones que puede ser resuelto analíticamente. Sustituyendo por las derivadas temporales de  $k$  y  $h$  de las ecuaciones (3.17), los valores de equilibrio de  $\bar{K}$  y  $\bar{H}$  están dados por

$$\begin{aligned}\bar{K}_{\text{eq}} &= \frac{e_{\text{eq}}^2}{e_g} \\ \bar{H}_{\text{eq}}^2 &= e_{\text{eq}}^2 - \bar{K}_{\text{eq}}^2,\end{aligned}\quad (3.25)$$

donde

$$e_{\text{eq}}^2 = e_g^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_g}{C'} \right)^2 - \frac{g_g}{C'} \sqrt{4e_g^2 + \left( \frac{g_g}{2C'} \right)^2}.\quad (3.26)$$

Para un disco estático de gas ( $g_g = 0$ ), esta ecuación indica que la excentricidad del planetesimal  $e_{\text{eq}} \rightarrow e_g$ , lo cual está de acuerdo con la solución de equilibrio deducida de la ecuación 3.20. Por otra parte, para un disco excéntrico  $e_{\text{eq}}$  varía de acuerdo a la razón entre la frecuencia de precesión del disco y el coeficiente de fricción (es decir el tamaño del objeto). Esta es otra diferencia entre un disco estático y uno que precesa, mientras en el primero el tamaño del planetesimal sólo afecta el tiempo que tarda en alcanzar su solución de equilibrio, para el segundo además la solución de equilibrio depende del tamaño. La Figura 3.3 muestra los valores de equilibrio de la excentricidad y  $\Delta\varpi$  para un planetesimal con diferentes valores de radio y tres valores de  $g_g$ . Aún valores pequeños de la frecuencia de precesión causan cambios significativos en la dinámica del sistema. Excepto para tamaños muy pequeños donde el acoplamiento con el gas es fuerte, el planetesimal no sigue exactamente al gas. Para grandes tamaños, a pesar de que la excentricidad aún alcanza un equilibrio, su valor es menor que  $e_g$ , siendo  $e_{\text{eq}} \rightarrow 0$  para cuerpos grandes o altas tasas de precesión. Del mismo modo, a pesar de que la longitud de pericentro del planetesimal sigue acoplada a la precesión del disco y circula con la misma frecuencia, los ápsides ya no están alineados. Luego de un tiempo de transición,  $\Delta\varpi$  adquiere un valor de equilibrio  $\Delta\varpi > 0$  (para discos con precesión retrógrada), indicando que los planetesimales siempre están detrás del movimiento del gas<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>La precesión directa del disco implica  $\Delta\varpi < 0$  (planetesimales que siguen el disco) mientras precesión retrógrada implica  $\Delta\varpi > 0$  (planetesimales que preceden el disco)

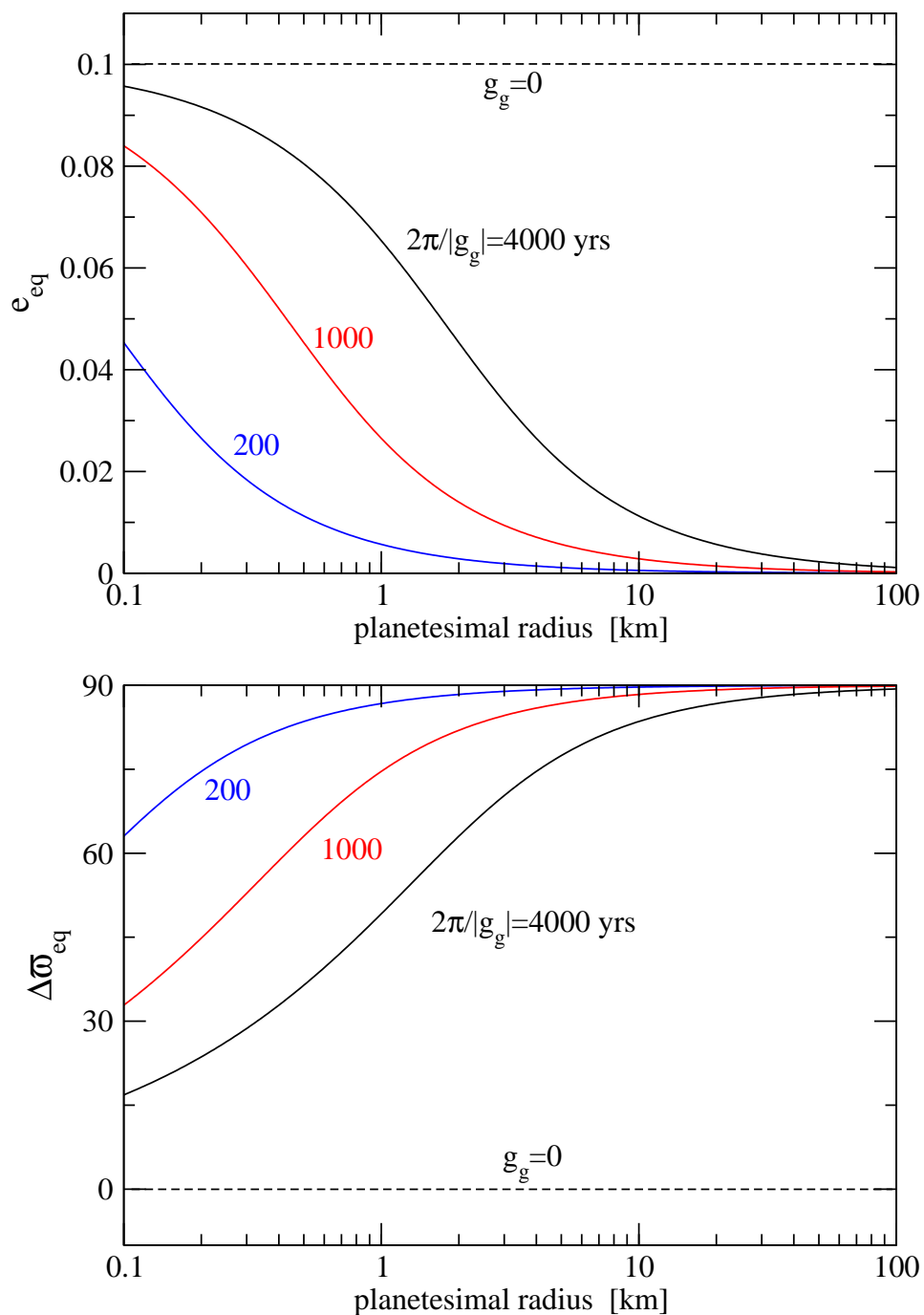


Figura 3.3: **Arriba:** Excentricidad de equilibrio, como función del radio de los planetesimales  $s$ , en un disco con excentricidad  $e_g = 0,1$  y diferentes valores de frecuencia de precesión  $g_g$ . **Abajo:** Valor de equilibrio de  $\Delta\varpi = \varpi - \varpi_g$ . Se asume una precesión retrograda (es decir  $g_g < 0$ ).

### 3.3. Fricción de gas en un SBC

#### 3.3.1. Ecuaciones de movimiento del P3CR

Utilizando el modelo descrito, se analiza ahora la dinámica de los planetesimales bajo la fricción de un disco de gas y las perturbaciones gravitatorias de una estrella secundaria  $m_B$ . Al igual que en el caso anterior, tanto el disco de gas como los planetesimales orbitan la estrella primaria  $m_A$ , y el sistema de coordenadas también se centrará en este cuerpo. Dado que la masa de los planetesimales es mucho menor que la de las componentes estelares, el sistema se estudiará como un problema de 3 cuerpos restringido (P3CR) perturbado (por la fricción de gas).

En regiones que no contienen resonancias de movimientos medios, la dinámica está dominada por las perturbaciones gravitacionales seculares. Promediando las variables sobre los términos de corto periodo (es decir, sobre las anomalías medias), la función perturbadora se puede escribir en términos de las variables regulares (Heppenheimer 1978a),

$$R = \frac{3}{8} \frac{\mathcal{G}m_B}{(1 - e_B^2)^{3/2}} \frac{a^2}{a_B^3} \left[ (k^2 + h^2) - \frac{5}{2} \frac{ae_B}{a_B(1 - e_B^2)} k \right] \quad (3.27)$$

truncado hasta de segundo orden en la excentricidad. Las ecuaciones de movimiento completas promediadas para  $(k, h)$  están dadas por

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= \left. \frac{dk}{dt} \right|_{\text{drag}} - gh \\ \frac{dh}{dt} &= \left. \frac{dh}{dt} \right|_{\text{drag}} + g(k - e_f) \end{aligned} \quad (3.28)$$

donde los primeros términos son las contribuciones de la fricción por gas (expresiones (3.17)) y

$$g = \frac{3 m_B}{4 m_A} \frac{na^3}{a_B^3 (1 - e_B^2)^{3/2}} \quad (3.29)$$

$$e_f = \frac{5}{4} \frac{ae_B}{a_B(1 - e_B^2)}. \quad (3.30)$$

En ausencia de fricción con gas, el semieje mayor es constante y las soluciones de  $(k, h)$  son dadas por el modelo lineal clásico de Lagrange-Laplace

$$k(t) + ih(t) = e_p E^{i(gt + \phi_0)} + e_f, \quad (3.31)$$

donde se utilizó la notación  $E^x = \exp x$ . En esta ecuación  $e_p$  y  $e_f$  son las excentricidades propia (o libre) y forzada, respectivamente, y  $\phi_0$  es el ángulo de fase inicial. La expresión para la excentricidad forzada es dada por (3.30), y la excentricidad libre es igual a

$$e_p = \sqrt{(k_0 - e_f)^2 + h_0^2}. \quad (3.32)$$

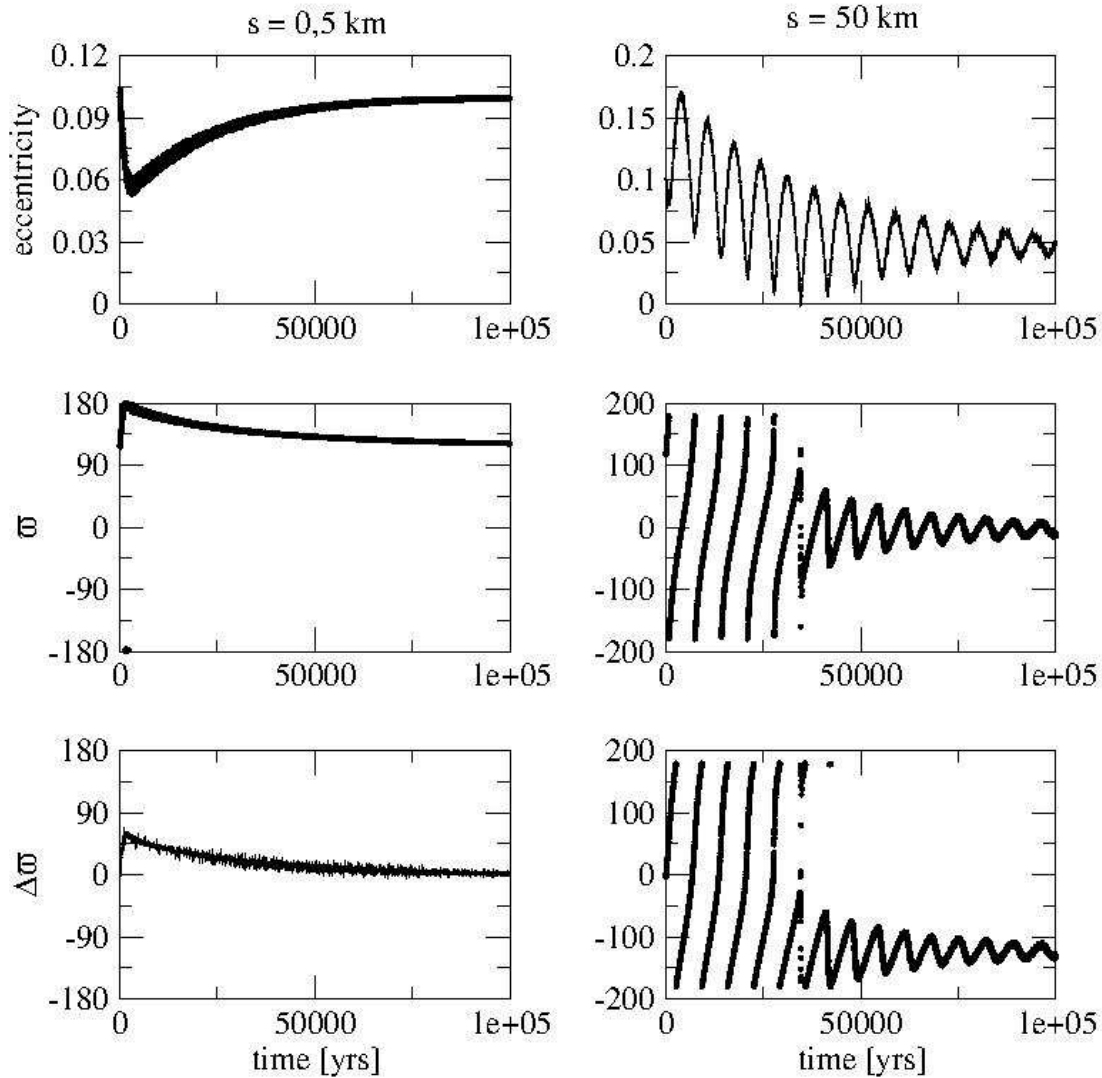


Figura 3.4: Simulación de la evolución orbital de dos planetesimales ( $s = 0.5 \text{ km}$  a la izquierda, y  $s = 50 \text{ km}$  a la derecha) bajo los efectos combinados de fricción de gas debido a un disco excéntrico ( $e_g = 0.1$ ), sin precesión, con  $\varpi_g = 120^\circ$  y a la perturbación gravitacional de la estrella secundaria con masa igual a la de  $\gamma$ -Cephei. Las condiciones iniciales de los planetesimales fueron  $a = 2 \text{ UA}$ ,  $e = 0.1$  y  $\Delta\varpi = 120^\circ$ . La densidad volumétrica del gas en  $2 \text{ UA}$  se eligió igual a  $\rho_g = 5 \times 10^{-10} \text{ gr/cm}^3$ .

Aquí  $k_0$ ,  $h_0$  indican los valores iniciales de sus correspondientes cantidades cuando  $t = 0$ . Se puede ver que  $g$  es la frecuencia secular del sistema. Para más detalles se recomienda ver Heppenheimer (1978b), Marzari & Scholl (2000), Thébault et al. (2004, 2006), y Paardekoo-per et al. (2008). Cualquiera sean los valores iniciales de las cantidades  $k$ ,  $h$ , y  $\phi$ , los valores mínimos y máximos de la excentricidad son iguales a  $e_{\min} = e_f - e_p$  y  $e_{\max} = e_f + e_p$ , respectivamente. En el caso de órbitas inicialmente circulares,  $e_{\min} = 0$  y  $e_{\max} = 2e_f$ .

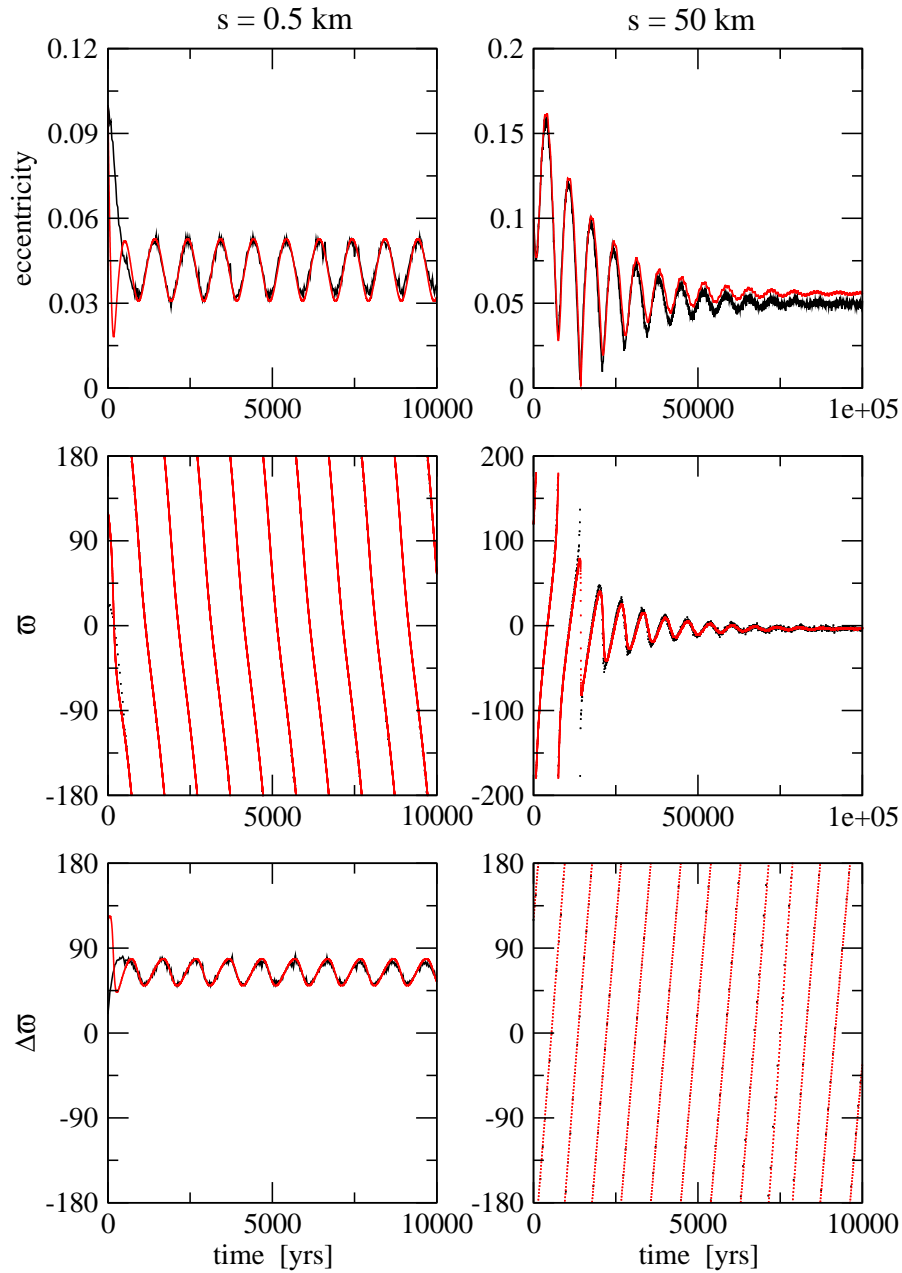


Figura 3.5: Simulación de la evolución orbital de dos planetesimales ( $s = 0,5$  km a la izquierda, y  $s = 50$  km a la derecha) bajo los efectos combinados de fricción de gas debido a un disco excéntrico ( $e_g = 0,1$ ), con precesión ( $2\pi/|g_g| = 1000$  años) y a la perturbación gravitacional de la estrella secundaria con masa igual a la de  $\gamma$ -Cephei. Las condiciones iniciales de los planetesimales fueron  $a = 2$  UA,  $e = 0,1$  y  $\Delta\varpi = 120^\circ$ . Las líneas rojas muestran los resultados de las ecuaciones diferenciales analíticas (3.28) mientras las negras corresponden a la integración numérica exacta. La densidad volumétrica del gas en 2 UA se eligió igual a  $\rho_g = 5 \times 10^{-10}$  gr/cm<sup>3</sup>.



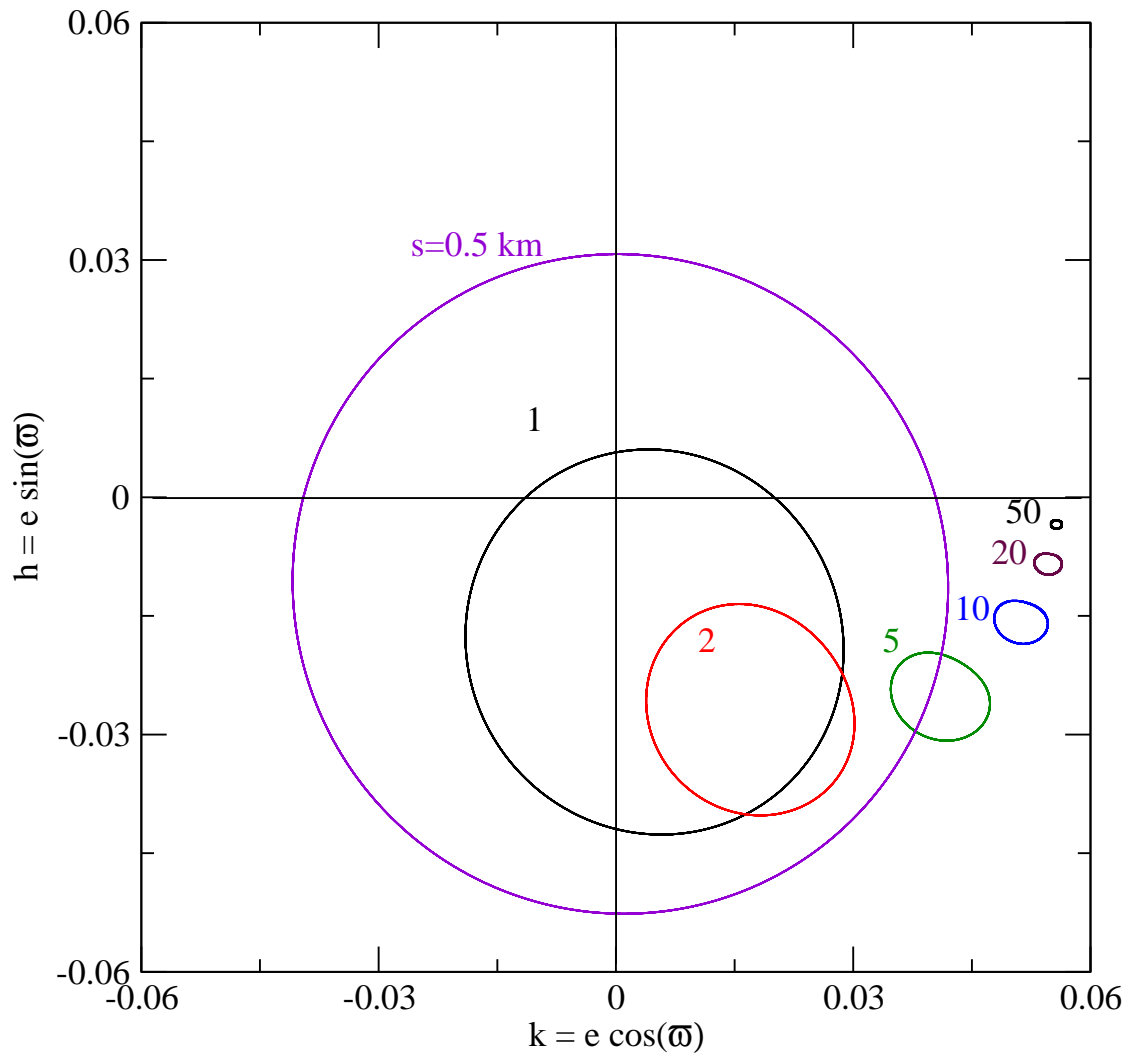


Figura 3.6: Ciclo límite en el plano  $(k, h)$  para planetesimales con distintos radios. Las condiciones iniciales y los parámetros del gas son las mismas que en la Figura 3.4.

### 3.3.2. Dinámica en el P3CR perturbado

El sistema dinámico completo contiene perturbaciones no gravitacionales debido al disco de gas, además en el caso de un disco que precesa se tendrán dos frecuencias distintas:  $g_g$  y  $g$ . Salvo para grandes semiejes mayores, se espera que  $g \ll |g_g|$  y las resonancias entre las dos frecuencias no serían significativas. Los resultados de simulaciones numéricas indican que la precesión es retrógrada y en particular para el sistema  $\gamma$ -Cephei tendría un periodo de  $\sim 1000$  años (Paardekooper et al. 2008 y Kley & Nelson 2008). Para tener una mejor visión de este complejo problema, se muestran ejemplos de simulaciones numéricas en las Figuras 3.4 y 3.5. La primera, corresponde a un disco de gas excéntrico y estático, mientras la segunda a un disco de gas excéntrico con precesión. En ambas figuras, los gráficos izquierdos corresponden a planetesimales de radios  $s = 0,5$  km, mientras los derechos son para  $s = 50$  km, las condiciones iniciales para los planetesimales y los parámetros del disco se detallan en las figuras. Los resultados de las simulaciones completas de N-cuerpos se muestran en negro, mientras los símbolos rojos en la Figura 3.5 corresponden a las simulaciones del sistema secular (3.28). El acuerdo entre los resultados analíticos y numéricos demuestra que las ecuaciones analíticas dan una muy buena representación de la dinámica real del sistema.

En ambas figuras, a primera vista, la evolución orbital de ambos planetesimales parece muy diferente. En el caso del disco sin precesión, los cuerpos pequeños alcanzan valores de equilibrio similares a los parámetros dinámicos del disco de gas. En cambio, para los objetos más chicos en el disco con precesión, ni  $e$  ni  $\Delta\varpi$  alcanzan valores de equilibrio de amplitud cero, pero evolucionan hacia un ciclo límite desplegando significativas oscilaciones con frecuencia  $g_g$ . Sin embargo,  $\Delta\varpi$  libra mientras la longitud de pericentro de los planetesimales circula. Por otra parte, para grandes objetos, en ambos discos los planetesimales se aproximan a la solución de equilibrio del P3CR forzada por la masa secundaria. Para los valores adoptados de  $\gamma$ -Cephei la solución secular forzada del P3CR para  $a = 2$  UA es:  $e_f = 0,057$  y  $\varpi_f = 0^\circ$ .

La Figura 3.6 muestra las soluciones de las ecuaciones (3.28) en el plano  $(k, h)$ , después de que el período de transición ha finalizado y la órbita ha alcanzado el ciclo límite. Los gráficos incluyen planetesimales de diferentes radios  $s$ . Parece haber una transición suave entre los planetesimales grandes y pequeños sin cambios topológicos en las soluciones. La única diferencia está en la magnitud relativa entre las excentricidades forzada y libre. Para pequeños planetesimales, el ciclo límite incluye el origen de las coordenadas y  $\varpi$  circula, mientras que para las grandes masas ocurre lo contrario y  $\varpi$  libra. Para el caso de un disco sin precesión, como ya vimos, las excentricidades y longitudes de periastro de los planetesimales se distribuyen entre la  $e_f$  y  $\varpi$  (para los cuerpos de mayor tamaño) y  $e_g$  y  $\varpi_g$  para los cuerpos de menor tamaño.

Resumiendo, un disco de gas excéntrico sin precesión es responsable de un rango de excentricidades y longitudes de pericentro de equilibrio en los planetesimales que depende del tamaño. Los objetos pequeños sufren un fuerte acoplamiento con el gas  $e_{eq} \rightarrow e_g$  y  $\varpi_{eq} \rightarrow \varpi_g$ , mientras los cuerpos más grandes tienden a seguir la dinámica secular forzada por la secundaria  $e_{eq} \rightarrow e_f$  y  $\varpi_{eq} \rightarrow \varpi_f$ . Por otra parte cuando se le agrega una frecuencia de precesión distinta de cero  $g_g$  al disco, la excentricidad y la longitud de pericentro no llegan a puntos fijos estables (en el sistema promediado), pero muestran órbitas periódicas

en el plano  $(k, h)$  con la misma frecuencia que el disco. Esto parece ser independiente del semieje mayor del planetesimal, y por tanto de la frecuencia secular  $g$  de las perturbaciones gravitacionales debidas a la estrella secundaria. La amplitud del ciclo límite es inversamente proporcional al radio del planetesimal  $s$ , alcanzando valores cercanos a cero para los cuerpos de gran tamaño. Entonces, al igual que en el disco estático, en el caso precesante los cuerpos más pequeños estarán fuertemente acoplados al gas y su comportamiento dependerá de  $g_g$ , mientras los objetos de mayor tamaño seguirán la dinámica forzada por la secundaria. La principal diferencia entre ambos discos estará marcada por el comportamiento del disco de gas, debido al acoplamiento con éste de los planetesimales más pequeños.

## 3.4. Velocidades relativas entre los planetesimales

### 3.4.1. Desfasaje orbital de los planetesimales debido al tamaño

Con el fin de determinar el efecto de discos de gas no axisimétricos en el proceso de acreción de planetesimales, se analizarán los movimientos relativos de los cuerpos de diferentes tamaños en el cruce de órbitas. La Figura 3.7 muestra la evolución de la excentricidad orbital de planetesimales con  $s$  entre 0,5 y 50 kilómetros. En cada caso, sólo se ha graficado la órbita después de haberse alcanzado la solución de equilibrio o el ciclo límite según el caso (disco con o sin precesión). Los gráficos superiores muestran los resultados para un disco gaseoso casi circular con  $e_g = 0,02$ , mientras que en los gráficos inferiores se optó por  $e_g = 0,2$ . A modo de comparación, en el lado izquierdo se han representado los resultados de un disco estático ( $g_g = 0$ ), mientras que a la derecha se eligió un disco retrógrado con un período de precesión de 1000 años. En todos los casos el valor inicial del semieje mayor del planetesimal se establece en  $a = 2$  UA lo que da una excentricidad forzada equivalente a  $e_f = 0,057$ .

En un disco estático casi circular (gráfico superior izquierdo), las excentricidades de equilibrio se encuentran en el intervalo entre  $e_g$  y  $e_f$  dependiendo del tamaño del planetesimal (Paardekooper et al. 2008). Dado que en las simulaciones representadas en los gráficos superiores el valor de  $e_g$  es cercano a  $e_f$ , hay poca dispersión en las excentricidades de las órbitas y tienen trayectorias similares independientemente de su tamaño. Sin embargo, para el disco excéntrico (gráfico inferior izquierdo), la dispersión de las excentricidades es mucho más pronunciada. Esta separación entre objetos de diferentes tamaños resultará en una mayor velocidad relativa durante los encuentros físicos.

El efecto de la precesión del disco se puede ver en los gráficos del lado derecho. Un valor de  $g_g$  distinto de cero disminuye la excentricidad de equilibrio de los planetesimales a valores inferiores a  $e_g$ , en especial cuando el tamaño del planetesimal es pequeño (véase también la Figura 3.5). En el caso en que la excentricidad forzada sea mayor que  $e_g$  (gráfico derecho superior), la precesión del disco aumenta el rango de la excentricidad de equilibrio de un planetesimal en comparación con su valor correspondiente al del disco estático. Esto implica que para  $g_g \neq 0$  las velocidades relativas de los planetesimales serían mayores que en un disco estático. A la inversa, si  $e_g > e_f$  (gráfico derecho inferior), la precesión inducirá un rango menor de la excentricidad de los cuerpos de diferentes tamaños. Esto puede verse comparando las excentricidades de dos planetesimales con tamaños de 5 y 50 km tanto

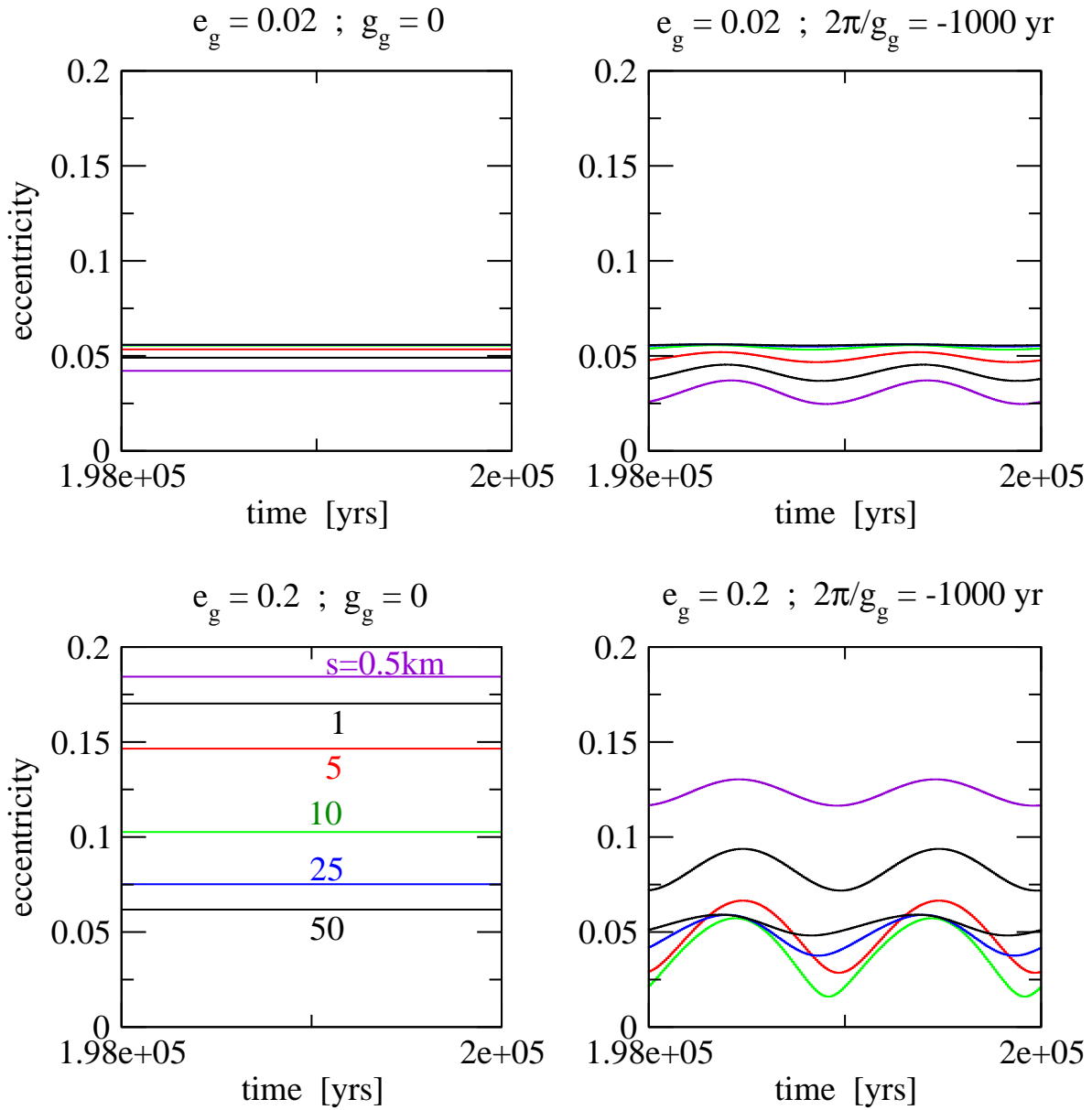


Figura 3.7: Soluciones de equilibrio para un disco estático (izquierda) y uno que precesa (derecha) para dos valores de excentricidad del gas  $e_g$  (arriba: 0,02 y abajo: 0,2). El semieje mayor de los planetesimales es elegido como  $a = 2 \text{ UA}$  dando una excentricidad forzada de  $e_f = 0,057$ . La densidad del gas en ese punto se eligió:  $\rho_g = 5 \times 10^{-10} \text{ gr/cm}^3$ .

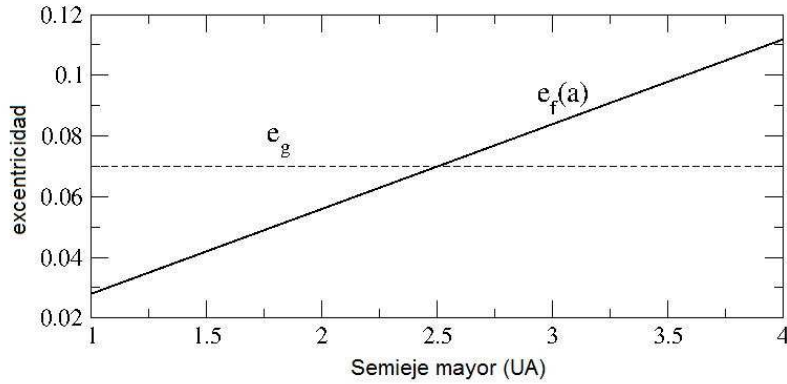


Figura 3.8: Ejemplo de un disco de gas con excentricidad pequeña y cercana al valor de la  $e_f$  del P3CR en  $a = 2,5$  UA.

en los discos estáticos y con precesión. Un segundo efecto de la precesión del disco, cuando se combina con la perturbación gravitatoria de la compañera binaria ( $m_B$ ), es la aparición de ciclos límites, generando variaciones temporales periódicas de las excentricidades finales de los planetesimales. Afortunadamente, sin embargo, los ángulos de fase de los ciclos límites son débilmente dependientes del radio de un planetesimal  $s$ , lo que hace que estas oscilaciones sean casi coherentes.

En resumen, se observa que en discos con altos valores de  $e_g$ , la precesión puede reducir las velocidades relativas de planetesimales con tamaños diferentes, en comparación con el caso de un disco estático. Sin embargo, como puede verse en la Figura 3.6, aunque las excentricidades tienden a agruparse cerca de  $e_g$  para un gran rango de  $s$ , los pericentros no muestran tal alineación. Por lo tanto, es difícil decir en este punto si la precesión del disco va a ayudar o no al proceso de acreción, y es necesario un análisis más detallado. Para el caso de un disco sin precesión, se observa que para valores de  $e_g$  diferentes de  $e_f(a)$ , la dispersión de tamaños es grande. En cambio, si en cierta región alrededor de la estrella principal, la excentricidad del gas fuera similar a la forzada, como en el ejemplo de la Figura 3.8 (para  $a = 2,5$  UA), entonces no existiría dispersión por tamaño a diferencia del gráfico inferior izquierdo de la Figura 3.7. En tal caso las velocidades relativas serían bajas, si el pericentro del disco de gas se encontrara alineado con el pericentro de la órbita de la estrella binaria. Caso contrario, aunque se tuvieran órbitas con excentricidades similares los planetesimales de diferentes tamaños tendrían distintas alineaciones orbitales y por tanto altas velocidades de colisión. Entonces se pueden deducir dos escenarios amigables para la acreción, por un lado discos precesantes con alta  $e_g$ , y por el otro discos estáticos alineados con la órbita de la compañera binaria y con  $e_g$  cercana a la  $e_f$  para algún valor de  $a$ . Sin embargo, habría que analizar las velocidades de encuentro entre planetesimales en ambos escenarios, para confirmar si efectivamente permiten la acreción.

### 3.4.2. Perfil de densidad del disco

Es importante señalar que en todas las simulaciones presentadas hasta ahora, se ha asumido  $a = 2$  UA y una densidad volumétrica de gas de  $\rho_g = 5 \times 10^{-10}$  gr/cm<sup>3</sup>. Dado que la

fricción del gas escala linealmente con la densidad del gas  $\rho_g$  (como se mencionó al principio del Capítulo), la fricción dinámica de un planetesimal escala como  $s/\rho_g$ . Por ejemplo, para la densidad elegida del gas el planetesimal de  $s = 0,5$  km tiene una determinada evolución dinámica (Figuras 3.4 y 3.5). Sin embargo, si el disco gaseoso se reduce en un factor  $N$ , el movimiento orbital del planetesimal se hará similar al de uno con tamaño de  $s = 0,5/N$  km. Esto sugiere que a fin de poder evaluar la probabilidad de acreción de planetesimales, es importante tener en cuenta un perfil de densidad del gas realista para el disco.

Como se muestra en los resultados de simulaciones hidrodinámicas de un disco gaseoso alrededor de la estrella primaria del sistema  $\gamma$ -Cephei obtenidos por Paardekooper et al. (2008) y Kley & Nelson (2008), una de las consecuencias más importantes de la estrella secundaria es truncar el disco circumprimario original, en un punto cercano a 5 UA de la primaria, y la introducción de una excentricidad y una precesión al disco gaseoso. Aunque la excentricidad y las tasas de precesión parecen depender de los parámetros del disco (Kley et al. 2008), el radio de truncamiento y el perfil de densidad final del disco parecen ser más robustos e independientes de los valores iniciales. En particular, Kley & Nelson (2008) muestran que, después de  $\sim 100$  períodos orbitales de la secundaria, el perfil de densidad superficial adquiere un estado de casi-equilibrio que es prácticamente lineal con  $r$ , alcanzando un valor igual a cero cuando  $r \simeq 5$  UA. En este Capítulo, se adoptan las conclusiones de Kley & Nelson (2008), y para todas las aplicaciones posteriores al sistema  $\gamma$ -Cephei se emplea una ley de densidad del gas de la forma:

$$\Sigma(r) = B(a_{g(\text{exterior})} - a_g), \quad (3.33)$$

donde  $a_{g(\text{exterior})} = 5$  UA es el límite exterior del disco y  $B$  es una constante que depende de la masa total del disco. Puesto que el disco gaseoso se espera que sea excéntrico, su densidad debe ser constante a lo largo de líneas de semieje mayor  $a_g$  constante y no a lo largo de valores fijos de distancia radial  $r$ . Por esta razón, se ha expresado (3.33) en términos de  $a_g$ . Además, la masa total del disco ( $m_T$ ) se puede expresar aproximadamente como

$$m_T \simeq \frac{\pi}{3} B a_{g(\text{exterior})}^3, \quad (3.34)$$

donde el valor de la constante  $B$  puede calcularse explícitamente de esta ecuación. La densidad superficial del gas  $\Sigma$  en 1 UA se puede escribir ahora como  $\Sigma_0 = B(a_{g(\text{exterior})} - 1)$  lo que implica que la densidad de volumen  $\rho_g$  es igual a

$$\rho_g(r) = \frac{B}{2H_R} \left( \frac{a_{g(\text{exterior})}}{a_g} - 1 \right). \quad (3.35)$$

En esta ecuación,  $H_R = 0,05$  es la escala de altura del disco, tomada constante para todos los valores de  $a_g$ .

Finalmente, sólo resta especificar la masa total del disco de gas. Para esto se adopta un procedimiento similar al utilizado en los primeros intentos de inferir la estructura general de los discos protoplanetarios que llevaron a cabo Weidenschilling (1977) y Hayashi (1981). La idea consiste en estimar la mínima cantidad de material inicial necesario para la formación de los planetas del Sistema Solar, el disco protoplanetario Solar que se obtiene se suele denominar *masa mínima de la nebulosa solar* (MMNS). En el modelo de la MMNS, se estima

$s_1$	$s_2$	$g_g = 0$	$g_g \neq 0$	
		$\Delta v$	$\Delta v_{\min}$	$\langle \Delta v \rangle$
1	2	119	267	277
1	5	195	451	468
2	5	77	190	197
2	10	102	256	266
5	10	25	67	69
5	20	20	95	103
10	20	36	28	34
10	40	305	86	126
20	40	267	109	122

Tabla 3.1: Velocidades de colisión relativas (en m/s) para planetesimales con  $a = 2$  UA,  $e_g = 0,02$  y para una precesión del disco de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años. Los radios  $s_1$  y  $s_2$  están expresados en kilómetros.

$s_1$	$s_2$	$g_g = 0$	$g_g \neq 0$	
		$\Delta v$	$\Delta v_{\min}$	$\langle \Delta v \rangle$
1	2	877	39	595
1	5	1874	212	1157
2	5	998	317	652
2	10	1414	482	928
5	10	412	206	315
5	20	619	319	481
10	20	211	118	172
10	40	315	178	259
20	40	105	61	88

Tabla 3.2: Velocidades de colisión relativa (en m/s) para planetesimales con  $a = 2$  UA,  $e_g = 0,2$  y para una precesión del disco de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años. Los radios  $s_1$  y  $s_2$  están expresados en kilómetros.

el contenido de metales en los planetas (elementos más pesados que el He), posteriormente la abundancia Solar se utiliza para estimar la cantidad de gas original (H y He) asociada a cada planeta. Luego, las masas aumentadas, se asumen distribuidas en anillos centrados en las ubicaciones actuales de cada planeta. Finalmente el perfil de densidad superficial de la nebulosa Solar primigenia se calcula dividiendo la masa aumentada de cada planeta por el área superficial de cada anillo, esto da un perfil de densidad superficial:  $\Sigma \propto r^{-3/2}$  para el Sistema Solar. Retomando, para el caso de  $\gamma$ -Cephei, se supone una composición del planeta similar a la de Júpiter y con la abundancia de la estrella principal, se estima la masa de gas necesaria en la posición del planeta. Los cálculos sugieren una masa mínima del disco protoplanetario de:  $m_T = 3m_{\text{jup}}$ . Este valor es mayor que el utilizado por Kley & Nelson (2008) y menor que el de Paardekoooper et al. (2008) y da como resultado  $B = 1,3 \times 10^{-11}$  g/cm<sup>3</sup>.

### 3.4.3. Velocidades de encuentro

Las Tablas 3.1 y 3.2 muestran los valores de las velocidades de encuentro entre cuerpos de diferentes tamaños ( $s_1$  y  $s_2$ ), pero con el mismo semieje mayor  $a = 2$  UA. Se comparan dos casos: un disco estático ( $g_g = 0$ ) y un disco con precesión retrógrada de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años. La Tabla 3.1 corresponde a un disco de gas casi circular  $e_g = 0,02$  mientras que en la Tabla 3.2 se ha considerado un disco más excéntrico:  $e_g = 0,2$ . La velocidad relativa en cada encuentro se calculó utilizando las ecuaciones de Whitmire et al. (1998). Dado que el disco de precesión presenta un ciclo límite en las órbitas, la velocidad de impacto  $\Delta v$  también oscilará. Se puede caracterizar este ensanchamiento por su promedio  $\langle \Delta v \rangle$  y su valor mínimo  $\Delta v_{\min}$ .

Como se muestra en la Tabla 3.1, para un disco de gas con excentricidad baja, las velocidades de encuentro son más grandes en el caso con precesión. Estas altas velocidades impiden la acreción de pequeños planetesimales en los discos donde  $g_g \neq 0$ . Sin embargo, para el caso estacionario, los resultados concuerdan con la deducción de la Sección anterior para uno de los escenarios favorables a la acreción. Si la excentricidad del disco de gas  $e_g$  es similar a  $e_f$  (en  $a = 2$  UA) se obtendrán velocidades de colisión bajas.

En un disco estático y más excéntrico (Tabla 3.2), donde ahora la diferencia con la excentricidad forzada es grande, el rango de posibles excentricidades de equilibrio se encuentra entre  $e_f$  y  $e_g$  y el desfase orbital por tamaños no puede evitarse (Figura 3.7). Las velocidades de encuentro en este caso son más altas y el choque entre los planetesimales puede resultar en la erosión y fragmentación. En cambio, para un disco excéntrico con precesión, se reducen las excentricidades de los planetesimales a valores inferiores a  $e_f$  y entonces, cuerpos con diferentes tamaños adquieren excentricidades similares, resultado que se corresponde con el segundo escenario favorable a la acreción propuesto en la Sección anterior (gráficos inferiores de la Figura 3.7). En este caso, se reducen las velocidades relativas durante los encuentros, incluso para los cuerpos de menor tamaño. Finalmente, es importante señalar que estos resultados se obtuvieron para planetesimales en  $a = 2$  UA. Debido a que un disco truncado tendrá una densidad del gas mucho menor en sus regiones exteriores, es posible que distintos semiejes mayores den resultados diferentes.

En definitiva, las dos configuraciones propuestas parecen indicar velocidades de colisión bajas. Esto es, discos sin precesión con  $e_g$  y  $\varpi_g$  cercanos a los valores forzados por la compañera (para algún semieje), y discos con alta  $e_g$  y con precesión. Ambos escenarios parecen amigables para el proceso de acreción de planetesimales, y permitirían alcanzar el objetivo de un escenario con planetesimales excéntricos alineados, como el que propusieron Marzari & Scholl (2000). Sin embargo para determinar cuál de los dos se ajusta más a la realidad, o si el escenario correcto no es ninguno de estos dos, se debe recurrir a los resultados de las simulaciones hidrodinámicas. Esta tarea se lleva a cabo en el próximo Capítulo.



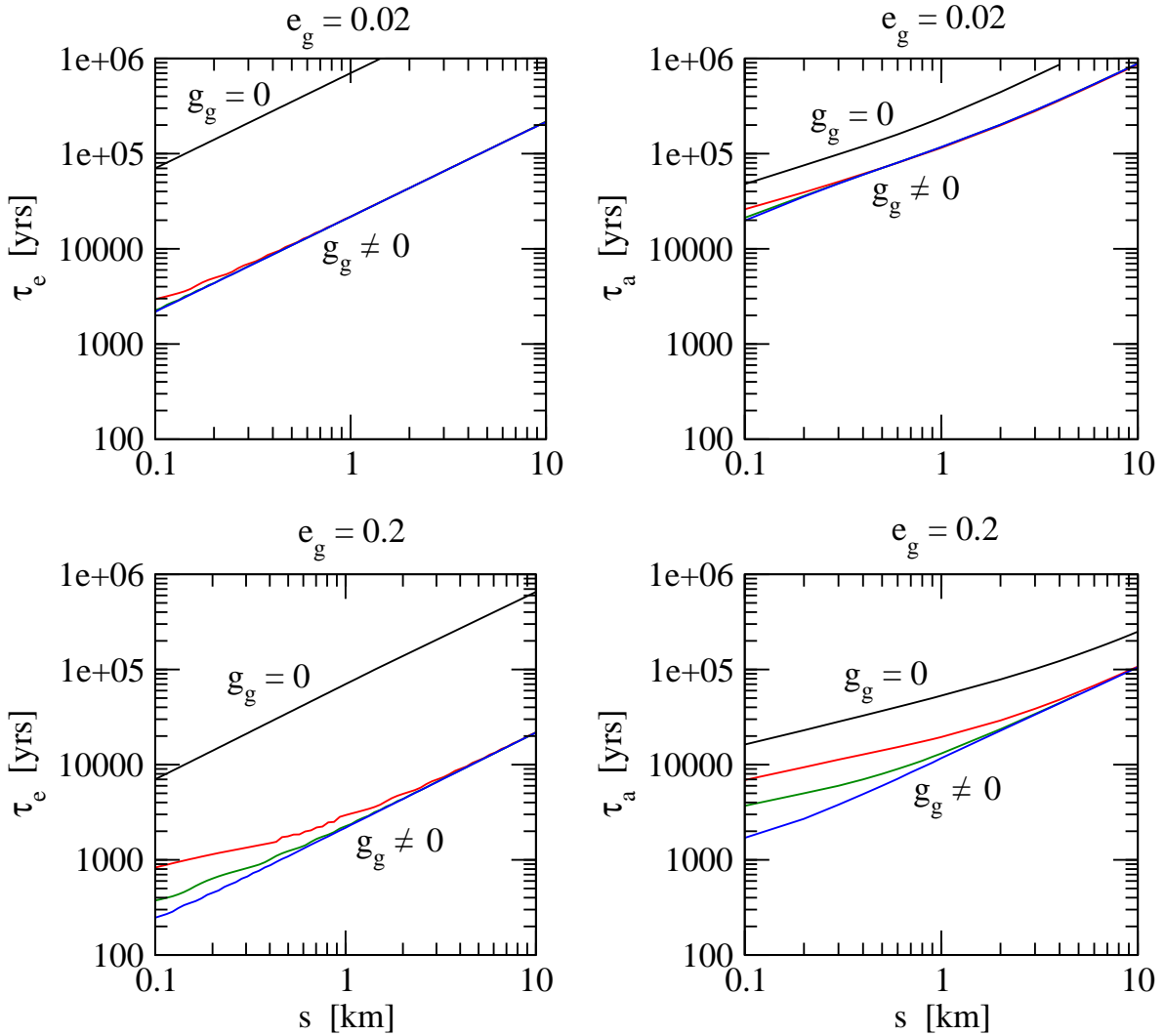


Figura 3.9: Escalas de tiempo características de la evolución secular ( $\tau_e$ ) en variables  $(k, h)$  y el decaimiento orbital ( $\tau_a$ ), en función del radio de planetesimal  $s$ , para un disco estático y para discos no estáticos considerando distintos valores de la tasa de precesión. Los gráficos superiores se elaboraron suponiendo un disco de gas casi circular ( $e_g = 0.02$ ), mientras que en los dos gráficos inferiores se adoptó  $e_g = 0.2$ . En todos los casos se adoptó  $e_g = 0.02$ , y la densidad del gas dada por la ecuación (3.35). El disco estático (sin precesión) se muestra en negro, mientras que para discos con precesión las líneas de colores indican el período: 200 años (azul), 1000 años (verde) y 4000 años (rojo).

### 3.4.4. Escalas de tiempo para el decaimiento orbital y el equilibrio secular

Hasta el momento, se ha analizado la velocidad relativa de los planetesimales después de que alcanzan sus soluciones de equilibrio o sus ciclos límites (disco con o sin precesión respectivamente). Sin embargo, dependiendo de la densidad del gas y el radio del objeto, el tiempo requerido para alcanzar la solución de equilibrio puede ser más largo que la escala de tiempo típica colisional (Paardekooper & Leinhardt 2010). Además, durante este tiempo los planetesimales también pueden sufrir decaimiento orbital.

Aunque la interacción entre la evolución dinámica y colisional sólo puede ser evaluada con simulaciones numéricas completas, aquí se presenta una estimación de las escalas de tiempo características de equilibrio secular ( $\tau_e$ ) y el decaimiento del semieje mayor ( $\tau_a$ ). Comenzando con órbitas circulares y  $a = 2$  UA, se define  $\tau_e$  como el tiempo necesario para que un planetesimal de radio  $s$  alcance la solución de equilibrio o el ciclo límite final (según el caso) con un error relativo de menos del 1%. Dado que no existe equilibrio en el semieje mayor, se define  $\tau_a$  como el tiempo necesario para que el cuerpo disminuya su semieje mayor en  $\Delta a = 1$  UA. La Figura 3.9 muestra  $\tau_e$  y  $\tau_a$  como función del radio del planetesimal  $s$ , para diferentes valores de la tasa de precesión del disco y para un disco sin precesión. Este último se identifica con líneas negras, mientras que las curvas de colores representan diferentes tipos de precesión (véase la leyenda de la figura para más detalles). En los dos gráficos superiores, se ha asumido un disco de gas casi circular ( $e_g = 0,02$ ), mientras que en los inferiores el disco es excéntrico ( $e_g = 0,2$ ). Como se muestra aquí, aunque sea lenta la tasa de precesión provoca una reducción significativa en  $\tau_e$ , la cual, por ejemplo, para un planetesimal de  $s = 0,1$  km, cae de  $\sim 10^5$  a  $\sim 10^3$  años. Por lo tanto, una precesión en el disco provoca una evolución mucho más rápida de las condiciones iniciales hacia el ciclo límite. Esto implica que el resultado de Paardekooper & Leinhardt (2010): *la escala de tiempo colisional es mucho menor que la escala de tiempo de equilibrio de los planetesimales*, es sólo válido para discos estáticos, y no para discos precesantes.

Por otra parte, es posible deducir otro resultado muy importante de la Figura 3.9 a partir de la comparación entre los tiempos de circularización y de decaimiento orbital. Para el caso de discos circulares sin precesión (línea negra) se observa que  $\tau_e > \tau_a$ , lo que implica que el decaimiento del semieje mayor se produce más rápido que el tiempo necesario para que el planetesimal alcance la solución secular. El comportamiento para el caso de un disco excéntrico es similar excepto para aquellos objetos menores a  $\sim 0,4$  km donde la tendencia se invierte, sin embargo en esta Tesis el tamaño de los objetos en estudio es  $\gtrsim$  km. Considerando entonces solo aquellos planetesimales con tamaños mayores a  $\sim 0,5$  km, se puede concluir que en discos estáticos el decaimiento del semieje mayor se produce más rápido que el tiempo necesario para que el planetesimal alcance la solución de equilibrio secular. Este resultado conspira contra el escenario favorable a la acreción en discos estáticos de baja excentricidad, ya que los planetesimales tardarán mucho en llegar a sus soluciones de equilibrio, y por lo tanto es posible que las órbitas no se alineen a medida que decaen en semieje mayor. La consecuencia inmediata será un aumento en las velocidades de encuentro de los cuerpos. Finalmente, para el caso de discos precesantes (líneas de colores) tanto excéntricos como circulares, el tiempo de circularización es siempre mayor a  $\tau_a$  y por lo tanto se espera

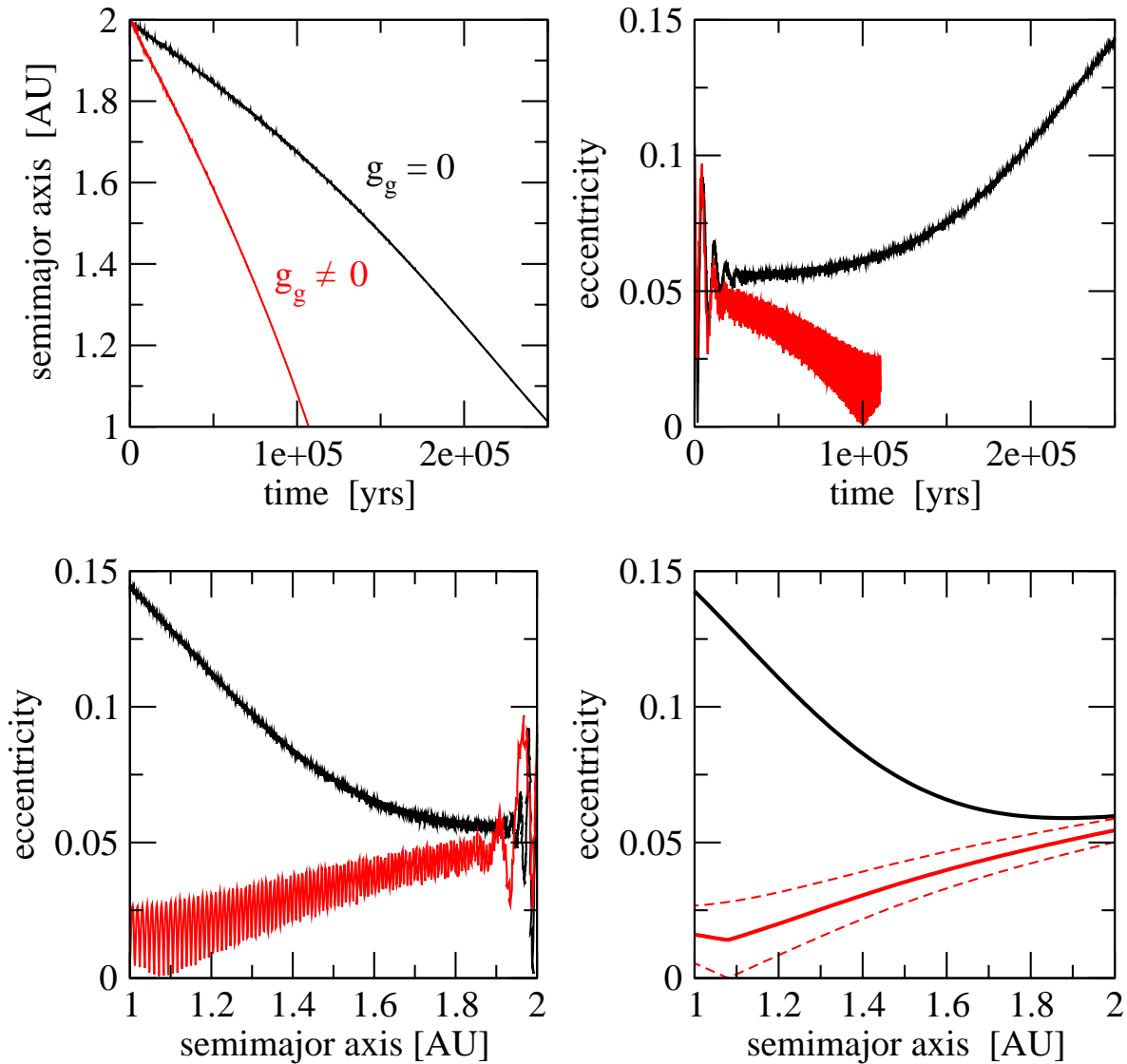


Figura 3.10: Dos simulaciones orbitales de un planetesimal con  $s = 1$  km en órbita inicialmente circular con  $a = 2$  UA. Las curvas negras corresponden a un disco estático mientras que los resultados en rojo son para un disco con precesión retrógrada de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años. En ambos casos, la excentricidad del gas fue de  $e_g = 0.2$ . En el gráfico inferior derecho, la línea negra corresponde a la solución de equilibrio en un disco estático como función del semieje mayor, y la roja continua muestra el centro de los ciclos límites también en función del semieje mayor, mientras que las líneas discontinuas muestran los valores máximo y mínimo de la excentricidad. Se observa un excelente acuerdo con la simulación numérica que se muestra en el gráfico de la izquierda.

que el cuerpo alcance el ciclo límite antes de sufrir cualquier decaimiento orbital significativo. Para el escenario favorable de esta configuración las órbitas de los planetesimales se alinearán rápidamente y las velocidades de colisión serán bajas. Aunque, como se muestra más adelante el punto en contra de este escenario es que el tiempo de decaimiento orbital se acelera, y esto puede implicar que el proceso de acreción tenga menos tiempo para desarrollarse. Estas consideraciones sobre los escenarios favorables serán analizadas en más detalle en futuros Capítulos.

La Figura 3.10 muestra los resultados de dos simulaciones de N-cuerpos. Los planetesi-

males estaban inicialmente en  $a = 2$  UA con  $e = 0$  y un radio adoptado de  $s = 1$  km. El disco de gas se supone que tiene una excentricidad de  $e_g = 0,2$ . Las curvas negras corresponden a un disco estático (sin precesión), mientras que las curvas rojas denotan un disco con precesión (retrógrada) con período de 1000 años. Como era de esperar a partir de la Figura 3.9, el semieje mayor de un planetesimal cae más rápidamente para un disco precesando, llegando a 1 UA en escalas de tiempo de algo más de  $10^5$  años (la mitad de lo que tarda el planetesimal en el disco sin precesión). La tasa de decaimiento orbital aumenta con el tiempo debido al aumento de densidad del gas más cerca de la estrella central (véase la ecuación (3.35)). Por otra parte, la evolución de la excentricidad muestra que mientras el planetesimal se acerca a una órbita casi circular en el disco precesante, ocurre lo contrario en el caso estático, alcanzando valores cercanos a  $e_g$  para pequeños valores de  $a$ . Sin embargo, mientras en el disco precesante el planetesimal alcanza el ciclo límite en  $\sim 10^4$  años ( $\sim 10\%$  del decaimiento orbital), en el otro no logra llegar al valor de equilibrio (dado que el planetesimal es chico,  $e_{eq} \sim e_g$ ). Este resultado concuerda con lo deducido a partir de la Figura 3.9.

Los dos gráficos inferiores de la Figura 3.10 muestran la excentricidad en función del semieje mayor. En los gráficos de la izquierda se han vuelto a trazar los resultados exactos de las simulaciones de N-cuerpos. Debido al decaimiento orbital, la evolución orbital acontece desde la derecha a la izquierda del gráfico. A la derecha, se grafican los valores de equilibrio en negro (sin precesión) y del centro de los ciclos límite (líneas continuas rojas), así como los valores mínimo y máximo de la excentricidad (líneas discontinuas rojas) para el caso precesante, cada una determinada numéricamente a partir del modelo promediado (3.28) para valores fijos del semieje mayor. Se puede ver que el acuerdo entre el modelo y las simulaciones es muy bueno. Por otra parte, como era de esperar, en el disco precesante excepto para las primeras pocas décimas de UA cercanas a la condición inicial, el resto de la evolución del planetesimal se produce muy cerca de los ciclos límites instantáneos para cada valor del semieje mayor. En otras palabras, incluso en presencia de un decaimiento orbital significativo, la dinámica secular de los planetesimales se espera que sea dictada por los ciclos límites en  $(k, h)$ , ya que la escala de tiempo característica asociada con el semieje mayor es siempre mayor que la escala de tiempo secular independientemente del tamaño. Este es un resultado alentador para el escenario con precesión propuesto, donde la dinámica completa de los planetesimales debería estar bien representada por las órbitas periódicas de equilibrio obtenidas para cada valor instantáneo de  $a$ . Sin embargo, el inconveniente en este escenario es que el decaimiento orbital también se acelera (siendo casi la mitad que en el caso estático), y el proceso de acreción tendría que ser más eficiente. Finalmente, en el disco estático la evolución del planetesimal es dominada por el decaimiento orbital. Por ser un planetesimal pequeño se espera que se acople con el disco de gas, sin embargo incluso para  $t > \tau_a$  no ha podido alcanzar  $e_g$ . Este resultado como ya se mencionó, podría conspirar contra el escenario propuesto para un disco estático, ya que la demora en alcanzar las soluciones de equilibrio puede ser responsable de un desfase orbital que lleve a velocidades de colisión altas. En definitiva, los dos escenarios posibles o más amigables para la formación de embriones planetarios también poseen inconvenientes.

# Capítulo 4

## Discos de gas circumprimarios en SBC

El Capítulo anterior se dedicó a la comprensión de los efectos del disco de gas sobre la dinámica de los planetesimales. Sin embargo, se vió que es necesario comprender en forma precisa la dinámica del disco de gas para determinar sus efectos sobre las posibilidades de acreción entre los planetesimales. Como se mencionó, trabajos previos (Paardekooper et al. 2008 y Kley & Nelson 2008) han demostrado que en un SBC la perturbación de la compañera tiene un efecto perturbativo importante sobre la dinámica del gas. Además del truncamiento del disco, es responsable de alterar su estructura axisimétrica. Por esta razón se necesitan simulaciones hidrodinámicas que permitan determinar los efectos de la compañera binaria sobre el disco de gas. En este Capítulo se repasan los principales resultados de las simulaciones hidrodinámicas en SBC de los últimos años, como así también se presentan los resultados de simulaciones propias.

### 4.1. Dinámica de fluidos

Dado que un fluido se compone de un gran número de partículas, su descripción dinámica suele llevarse a cabo macroscópicamente. Siguiendo los apuntes de Dullemond & Wang (2009), se presenta un breve resumen sobre la dinámica de fluidos. Las cantidades básicas que permiten describir un gas o fluido son: su densidad ( $\rho$ ), el número de densidad de partículas ( $N$ ), su velocidad ( $\mathbf{v}$ ), su temperatura ( $T$ ), la velocidad del sonido ( $c_s$ ), la presión ( $P$ ), su energía específica interna ( $e$ ), la energía específica total ( $e_{\text{tot}}$ ) y la entalpía específica interna y total ( $h, h_{\text{tot}}$ ). Pero aunque el conjunto de variables es grande, sólo 5 son independientes, y todas las otras cantidades están relacionadas con éstas en general mediante relaciones básicas.

#### 4.1.1. Gases ideales

Aunque no existen los gases perfectos, para propósitos astrofísicos la ley del gas ideal es lo suficientemente precisa. En los gases ideales las partículas elementales (átomos o moléculas) se consideran partículas moviéndose libremente en líneas rectas y sólo modifican su recorrido si tienen una colisión con otra, para seguir luego en otra línea recta. Los eventos

de colisión son siempre procesos de 2-cuerpos perfectamente elásticos, y las partículas son tan pequeñas que son varios órdenes de magnitud menores que el camino libre medio entre dos colisiones. También se asume, que las interacciones de unas con otras son colisiones localizadas.

Para la ley del gas ideal (o cualquier fluido) el camino libre medio entre colisiones consecutivas debe ser varios órdenes de magnitud menor que las escalas típicas a las cuales se estudia el fluido. En general, esta condición es satisfecha en todos los ejemplos astrofísicos. La ecuación de estado del gas ideal relaciona la temperatura, la presión y el número de densidad de las partículas del gas

$$P = NkT = \rho kT/\mu, \quad (4.1)$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann y  $\mu$  es el peso específico de las partículas del gas. Otra forma de la ecuación relaciona la presión con la energía específica interna

$$P = (\gamma - 1)\rho e, \quad (4.2)$$

donde  $\gamma$  es el índice adiabático del gas. Para simulaciones numéricas hidrodinámicas esta forma de la ecuación de estado es más relevante. El índice adiabático de una gas ideal depende del número de grados de libertad de cada partícula de gas

$$\gamma = \frac{l + 2}{l}. \quad (4.3)$$

Para el caso del hidrógeno atómico en estado gaseoso cada partícula tiene sólo 3 grados de libertad ( $\gamma = 5/3$ ), mientras para el caso molecular tenemos 5 grados de libertad (3 traslacionales más 2 rotacionales), entonces:  $\gamma = 7/5$ .

Cuando se produce una compresión o expansión adiabática de un gas ideal con índice adiabático  $\gamma$ , se puede relacionar la presión y la densidad en cualquier instante mediante

$$P = K\rho^\gamma, \quad (4.4)$$

donde  $K$  es una constante durante el proceso adiabático. En este caso,  $K$  es una forma de entropía. En fluidos sin viscosidad, sin shocks ni procesos de calentamiento o enfriamiento,  $K$  permanece constante para cualquier parcela de fluido. La velocidad del sonido  $c_s$  es por definición

$$c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = \gamma(\gamma - 1)e. \quad (4.5)$$

Para ondas de sonido isotermas (en las cuales  $K$  no es constante, pero  $e$  si), la velocidad del sonido es,

$$c_s^2 = \frac{P}{\rho} = (\gamma - 1)e. \quad (4.6)$$

Finalmente, de todas las cantidades mencionadas para describir el comportamiento del fluido, solo se eligen algunas (5) y las demás se deducen mediante las relaciones desarrolladas aquí.

En hidrodinámica, un fluido o parcela de gas incompresible es sometido a varios eventos de compresión y descompresión. Cuando una parcela de gas sufre una compresión, su

temperatura tiende a crecer y cuando sufre una descompresión tiende a caer. En ausencia de cualquier transferencia de calor desde o hacia la parcela, se sabe de la primera ley de la termodinámica que

$$dU = -PdV, \quad (4.7)$$

donde  $V$  es el volumen ocupado por la parcela de gas,  $U = \int_V \rho e dV$  es la energía térmica total en el volumen  $V$  y  $P$  es la presión. La ecuación de estado nos da la relación de la presión con la densidad y la energía térmica interna. Además, como se vió más arriba, para una compresión o descompresión adiabática, la densidad y la energía están relacionadas. Sin embargo, la proporcionalidad precisa de la relación es fijada por la constante  $K$  (ec. 4.4). Entonces, fijando la constante  $K$ , cada densidad  $\rho$  tendrá su propia energía interna  $e$ . Bajo compresión o descompresión de una parcela  $K$  no cambia, salvo que haya transferencia de calor hacia o desde la parcela.

Como se mencionó, la constante  $K$  esta relacionada con la entropía del gas. Por lo que la primera ley de la termodinámica en forma completa es

$$dU = dQ - PdV = TdS - PdV, \quad (4.8)$$

donde  $dQ$  es el calor térmico añadido al sistema y  $S$  es la entropía del volumen  $V$  que puede expresarse en términos de la entropía específica  $s$  como  $S = ms$  (donde  $m = \rho V$  es la masa de la parcela del gas). Si ahora se supone que  $K$  es una variable en lugar de una constante, entonces la entropía específica puede escribirse

$$s = s_0 + \frac{k}{\mu(\gamma - 1)} \log(K), \quad (4.9)$$

donde  $s_0$  es una constante arbitraria. Se ve que el número  $K$  es otra forma de escribir la entropía del gas. Ésta es una cantidad importante ya que bajo condiciones normales (lejos de frentes de choque) una parcela de gas ideal no cambia su entropía.

Finalmente, la dinámica de fluidos puede ser descrita de dos formas diferentes. La descripción Lagrangiana consiste en seguir el movimiento de cada partícula individual del fluido, se buscan por lo tanto funciones que den la posición, así como las propiedades de la partícula en cada instante. La segunda forma, la descripción Euleriana, consiste en asignar a cada punto del espacio y en cada instante, un valor para las propiedades o magnitudes del fluido, es decir que esta descripción no esta ligada a las partículas sino a los puntos del espacio ocupados por el fluido. Cada método de resolución de las ecuaciones hidrodinámicas tiene ventajas y desventajas. A cotinuación se describirá brevemente cada uno.

#### 4.1.2. Resolución Euleriana

En esta Sección se discute brevemente la forma en la cual se analiza la dinámica del gas, sus principales parámetros y cómo son las ecuaciones que permiten resolver numéricamente el problema. El movimiento de un gas o fluido se puede determinar a partir de la aplicación de principios de conservación de la mecánica y la termodinámica. Las tres leyes de conservación, o ecuaciones fundamentales son: la conservación de la masa, la conservación del

momento y la conservación de la energía. Estas leyes pueden ser escritas o formuladas en forma de ecuaciones parciales tanto en su forma integral como en su forma diferencial. Al conjunto de ecuaciones en su forma diferencial se le denomina ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones de Euler para fluidos sin viscosidad). Ambas son muy útiles para resolver el problema mediante métodos numéricos.

A continuación se deducen las ecuaciones de Navier-Stokes, y en la próxima Sección se describe la forma integral de las ecuaciones. El método Euleriano es particularmente útil en casos donde el sistema tiene cierta simetría, por ejemplo para un disco de gas protoplanetario en una estrella simple (simetría axial). Sin embargo como se describirá más adelante, el método tiene ciertos problemas cuando se aplica a SBC.

- **Conservación de la masa:** Sea un volumen arbitrario  $V$  en el espacio en el cual el flujo de gas tiene lugar. Se define su superficie  $\partial V \equiv S$  con el vector unitario normal en cada punto de la superficie y saliente. La conservación de la masa dice que la variación de ésta en el volumen debe ser debida totalmente a un flujo entrante o saliente de masa a través de  $\partial V$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \int_{\partial V} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (4.10)$$

donde  $\mathbf{n}$  es el vector de superficie unitario saliente. Luego, mediante el teorema de Gauss se puede reescribir la ecuación como

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV. \quad (4.11)$$

Dado que esto es cierto para cualquier volumen  $V$  que se elija, se puede deducir la siguiente ecuación diferencial

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (4.12)$$

donde  $\rho \mathbf{v}$  es el flujo de masa. Esta ecuación se conoce como *ecuación de continuidad*.

- **Conservación del momento:** El momento de la densidad de gas es  $\rho \mathbf{v}$ , lo que equivale al flujo de masa. El momento total en un volumen  $V$  es por lo tanto la integral de volumen sobre  $\rho \mathbf{v}$ . En principio se puede utilizar nuevamente el teorema de Gauss, con una integral de volumen sobre  $\rho \mathbf{v}$  y una integral de superficie sobre  $\rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ . Pero ahora se deben tener en cuenta las fuerzas que actúan en la superficie debido al gas que rodea al volumen. En cualquier posición de la superficie, las fuerzas actuantes debido al gas fuera del volumen sobre el gas interior son  $-P\mathbf{n}$ . Por lo tanto, se puede escribir

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \mathbf{v} dV = - \int_{\partial V} \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\partial V} P \mathbf{n} dS. \quad (4.13)$$

Lamentablemente al usar el teorema de Gauss es necesario tener un producto interno de algo con  $\mathbf{n}$  en la superficie, y  $P\mathbf{n}$  no lo es. Para resolver el problema se debe introducir el tensor unidad  $I$  y con esto se puede escribir  $P\mathbf{n}$  como  $PI \cdot \mathbf{n}$ . Luego, se aplica el teorema de Gauss y se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \mathbf{v} dV = - \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + IP) dV, \quad (4.14)$$



y la ecuación en derivadas parciales sera,

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\mathbf{v} + IP) = \frac{\partial(\rho\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\mathbf{v}) + \nabla P = 0, \quad (4.15)$$

donde  $\rho\mathbf{v}\mathbf{v} + IP$  es el tensor de esfuerzo del fluido.

- **Conservación de la energía:** La energía existe en muchas formas. Aquí nos concentramos en las dos formas más básicas: la energía específica térmica (interna)  $e$  y la energía específica cinética  $e_{\text{cin}} = v^2/2$ . Entonces la energía total es la integral de volumen de  $\rho(e + v^2/2)$ , y la advección de la energía a través de la superficie del volumen es la integral de superficie de  $\rho(e + v^2/2)\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ . Pero además de esto el exterior realiza cierto trabajo sobre el volumen, de acuerdo a la primera ley de la termodinámica ( $dU = TdS - PdV$ ), la cual es la integral superficial de  $P\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ . Por lo que la ecuación de la energía es

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho(e + \frac{v^2}{2})dV = - \int_{\partial V} \rho(e + \frac{v^2}{2})\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}dS - \int_{\partial V} P\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}dS, \quad (4.16)$$

y mediante el teorema de Gauss se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho(e + \frac{v^2}{2})dV + \int \nabla \cdot \left[ \left( \rho e + \rho \frac{v^2}{2} + P \right) \mathbf{v} \right] = 0. \quad (4.17)$$

Dado que esta ecuación debe ser válida para todos los volúmenes  $V$  se puede escribir la forma diferencial de la ecuación de la conservación de la energía como

$$\frac{\partial(\rho e_{\text{tot}})}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{tot}} + P) \mathbf{v}] = 0. \quad (4.18)$$

### 4.1.3. Resolución Lagrangiana

Las formulas deducidas en la Sección anterior corresponden a las ecuaciones hidrodinámicas en forma diferencial. Pero existe otra forma de estas ecuaciones que es un poco más intuitiva. La idea es seguir los elementos de gas a lo largo de su trayectoria y ver cómo estos cambian su dirección de movimiento y como su densidad y presión cambian a lo largo de su trayectoria. Este método se denomina la forma *Lagrangiana* de las ecuaciones. Debido a la fuerte perturbación de la compañera en un SBC, que es responsable de afectar la simetría axial del disco, este método quizá sea el más apto para el problema que nos ocupa, sin embargo tiene sus problemas, como se verá más adelante.

Para deducir la forma de las ecuaciones en forma *Lagrangiana* es necesario introducir la derivada comóvil  $D_t$  como:

$$D_t \equiv \partial_t + \mathbf{v} \cdot \vec{\nabla}. \quad (4.19)$$

Con esta definición la ecuación de continuidad queda

$$D_t \rho = -\rho \vec{\nabla} \cdot \mathbf{v}. \quad (4.20)$$

Esta forma de la ecuación de continuidad tiene un significado físico. Nos dice que una parcela de gas aumenta su densidad cuando el movimiento del gas converge. Es decir, cuando el movimiento del gas es tal que la parcela se comprime, y la compresión se expresa por:  $-\vec{\nabla} \cdot \mathbf{v}$ .

La ecuación del momento se puede escribir como

$$\vec{\partial}_t \rho + \rho \vec{\partial}_t \mathbf{v} + \mathbf{v} \vec{\nabla} \cdot [\rho \mathbf{v}] + \rho \mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} v + \vec{\nabla} P = 0. \quad (4.21)$$

Luego con la ecuación de continuidad (4.12), se remueven dos de los términos y con la definición de derivada comóvil se tiene

$$D_t \mathbf{v} = -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho}. \quad (4.22)$$

Esta forma de la ecuación de conservación del momento también tiene una interpretación física. Nos dice que una parcela de gas se acelera debido a una fuerza, la cual es el gradiente de la presión. Cualquier otra fuerza sobre el cuerpo puede ser fácilmente añadida como un término en el lado derecho. Esta es la ventaja de la forma Lagrangiana de las ecuaciones.

Finalmente la ecuación de conservación de la energía puede ser manipulada en una forma similar, también usando la ecuación de continuidad (4.12) y la definición de derivada comóvil, para obtener

$$D_t e_{tot} = -\frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{v} - \frac{\mathbf{v}}{\rho} \cdot \nabla P. \quad (4.23)$$

Por otra parte, se sabe que  $e_{tot} = e + |\mathbf{v}|^2/2$ , entonces

$$D_t e_{tot} = D_t e + \mathbf{v} D_t \mathbf{v}, \quad (4.24)$$

y con la ecuación de conservación del momento (4.22) se obtiene:

$$D_t e = -\frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{v}. \quad (4.25)$$

Ecuación que tiene un significado físico: la energía térmica de una parcela de gas sólo cambia como resultado de una compresión adiabática. Si combinamos esta ecuación con la primera ley de la termodinámica resulta:  $T D_t s = 0$  (con  $s$  la entropía específica). Esta es otra forma de escribir la forma Lagrangiana de la ecuación de conservación de la energía. La entropía de una parcela de gas no cambia a lo largo de su trayectoria. Las ecuaciones de la hidrodinámica conservan la entropía (al menos en la forma simplificada en que las desarrollamos hasta ahora). Esto sólo es cierto en regiones de flujo suave.

#### 4.1.4. Viscosidad

Hasta ahora se asumió que la única fuerza en la parcela de fluido es la fuerza debido al gradiente de presión. Existen también otras fuerzas que pueden estar involucradas en el intercambio de momento entre parcelas de fluido. Se presentan a continuación las fuerzas de viscosidad. Una fuerza entre parcelas de fluido adyacentes puede ser vista como un flujo de

momento de una parcela de fluido a la otra. La viscosidad es una fuerza que actúa cuando hay gradientes de velocidad en el flujo, o siendo más precisos, cuando hay un flujo *shear* (desgarrante o rasante). La viscosidad se expresa a través de un tensor, el tensor de estrés viscoso

$$\sigma'_{ki} = \eta \left( \partial_i v_k + \partial_k v_i - \frac{2}{3} \delta_{ki} \partial_l v_l \right) + \zeta \delta_{ki} \partial_l v_l, \quad (4.26)$$

donde  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad *shear* y  $\zeta$  es el coeficiente de viscosidad *bulk*. Los subíndices  $k$  e  $i$  indican las 3 direcciones del espacio ( $x$ ,  $y$  y  $z$  en el caso de coordenadas cartesianas). Estos también son llamados los coeficientes de viscosidad y de segunda viscosidad respectivamente. El coeficiente de viscosidad cinemática  $\nu$  es definido:  $\nu = \eta/\rho$ . La viscosidad *bulk* o de volumen es importante sólo para aquellos efectos en que la compresibilidad del fluido es importante, por ejemplo las ondas de choque y la propagación del sonido. Aparece en la ley de Stokes (atenuación de sonido) que describe la propagación del sonido en un líquido newtoniano. Con la viscosidad las ecuaciones de movimiento de “Navier-Stokes” para un fluido se definen

$$\partial_t(\rho v_i) + \partial_k(\rho v_i v_k + \delta_{ik} P - \sigma'_{ik}) = 0 \quad (4.27)$$

o en forma Lagrangiana,

$$\rho D_t v_i = -\partial_i P + \partial_k \sigma'_{ki}. \quad (4.28)$$

La viscosidad *shear* corresponde a las componentes fuera de la diagonal de la matriz de viscosidad, cuando se reemplaza en las ecuaciones de Navier-Stokes, la divergencia del tensor de viscosidad resulta en un flujo viscoso de momento. Cuando se tiene la diagonal principal, entonces es el caso de la viscosidad *bulk*, la cual actúa tanto contra la compresión como contra la descompresión, o se puede decir: lo que uno hace (compresión o descompresión) tiene siempre un costo de energía.

Algunos flujos son poco afectados por la viscosidad, por ejemplo el flujo de aire alrededor de obstáculos, o el flujo de agua a través de un río. Otros en cambio son mucho más afectados como el flujo de un glaciar. Una cantidad que da la diferencia, e indica la importancia de la viscosidad es el numero de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{v L}{\nu} = \frac{\text{fuerzas inerciales}}{\text{fuerzas viscosas}}, \quad (4.29)$$

donde  $v$  es la velocidad típica en un fluido y  $L$  es la escala espacial típica correspondiente al tamaño de los patrones de fluido en que se está interesado. Este da un indicador de la importancia de la viscosidad en el fluido:  $Re \gg 1$  fluido poco viscoso,  $Re \ll 1$  fluido muy viscoso.

## 4.2. Dinámica de fluidos en discos de gas protoplanetarios

Una vez descriptos los conceptos básicos de fluidos, se analiza la dinámica de gas en discos protoplanetarios. Para el resumen que se presenta a continuación se siguió el libro de

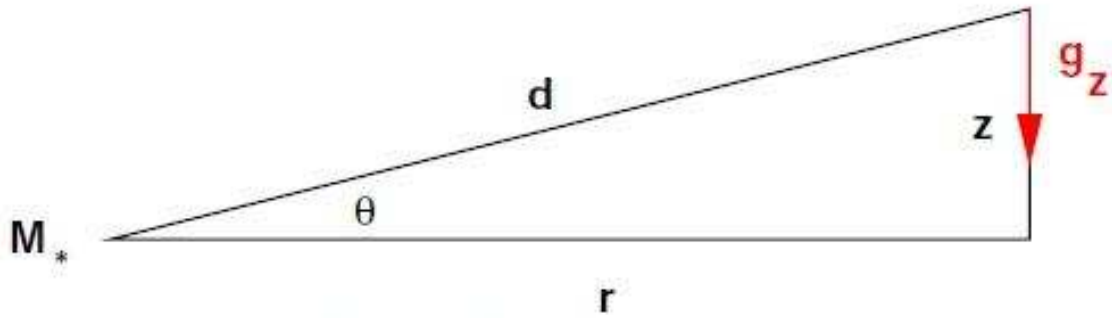


Figura 4.1: Estructura vertical de un disco de gas geoméricamente delgado. En el gráfico  $d$  indica la posición de una partícula de gas,  $z$  su altura y  $r$  la distancia a la estrella para  $z = 0$  (radio cilíndrico). La componente vertical de la gravedad de la estrella es  $g_z$  y está soportada por el gradiente de presión.

Armitage (2010) y el trabajo de Kley et al. (2008). El objetivo de esta Sección no es presentar un análisis completo de la hidrodinámica en discos y como se puede resolver numéricamente, sino que se presentan los parámetros fundamentales que gobiernan la estructura y evolución de un disco de gas protoplanetario.

La estructura de equilibrio del gas orbitando una estrella se determina generalmente resolviendo las ecuaciones hidrodinámicas para una solución de estado estacionario, más la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional. Sin embargo, Papaloizou & Pringle (1984) mostraron que aún cuando pueda hallarse una solución, no está garantizada su estabilidad dinámica. La evolución dinámica de un disco protoplanetario alrededor de una estrella simple, se la puede trabajar en coordenadas cilíndricas debido a que tiene simetría axial. Por lo tanto, se puede describir el comportamiento del disco a partir de su estructura vertical (eje  $z$ ) y de su comportamiento radial.

#### 4.2.1. Estructura vertical de discos protoplanetarios

El comportamiento vertical del gas en un disco protoplanetario se puede describir en forma simple si se tienen en cuenta dos simplificaciones. En primer lugar, es posible despreciar el potencial gravitacional del disco y considerar sólo la masa estelar. Esta simplificación se deduce de considerar que la masa total del disco es mucho menor que la masa estelar ( $m_* \gg m_d$ ). En general, los discos poseen masas comparables a la masa mínima de la nebulosa solar (MMNS), por lo que esta aproximación es lo suficientemente precisa. La segunda simplificación es suponer que el espesor del disco  $h$  es solo una pequeña fracción del radio orbital. Esto se deduce del hecho que un disco tiene una gran área superficial y por lo tanto puede disipar calor a través de enfriamiento radiativo más eficientemente. Este enfriamiento eficiente implica bajas presiones y temperaturas en el disco, las que son capaces de sostener al disco contra la gravedad estelar sólo en el caso de discos geoméricamente delgados,  $h/r \ll 1$  (con  $H_R = h/r$  la escala de altura del disco).

A partir de considerar el equilibrio de la fuerza vertical a cierta altura  $z$  respecto del plano medio y cierto radio cilíndrico  $r$  en un disco que orbita una estrella  $m_*$ , Figura 4.1. Se puede

derivar la estructura vertical de un disco protoplanetario geoméricamente delgado. De esta forma, la componente vertical de la aceleración gravitacional

$$g_z = g \sin \theta = \frac{Gm_*}{r^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (4.30)$$

estará en equilibrio con la aceleración debida al gradiente de presión en el gas ( $1/\rho$ ) ( $dP/dz$ ). Si se asume que el disco posee un perfil de temperatura constante en  $z$ , es decir que es “verticalmente isotérmico”, la presión puede escribirse  $P = \rho c_s^2$ , donde  $c_s$  es la velocidad del sonido. Es posible deducir la siguiente ecuación

$$c_s^2 \frac{dP}{dz} = -\frac{Gm_* z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \rho. \quad (4.31)$$

La solución de 4.31 es:

$$\rho = C \exp \left[ \frac{Gm_*}{c_s^2 \sqrt{r^2 + z^2}} \right], \quad (4.32)$$

donde la constante de integración  $C$  es dada por la densidad en el plano medio. Sin embargo, por la simplificación de disco delgado que se mencionó anteriormente ( $z \ll r$ ), es posible asumir  $g_z \sim \Omega^2 z$ , con  $\Omega = \sqrt{Gm_*/r^3}$  la velocidad angular Kepleriana. De esta manera, el perfil de densidad vertical se puede escribir en forma sencilla

$$\rho = \rho_0 e^{-z^2/2h^2}, \quad (4.33)$$

donde la densidad en el plano medio  $\rho_0$  se puede escribir en términos de la densidad superficial

$$\rho_0 = \frac{\Sigma}{h\sqrt{2\pi}}, \quad (4.34)$$

con  $h = c_s/\Omega$ . Entonces, la aproximación de disco delgado permite definir la escala de altura del disco  $H_r = h/r = \mathcal{M}^{-1}$ , con  $\mathcal{M} = v_k/c_s$  el número Mach del fluido. Del trabajo de Bell et al. (1997) se sabe que a 1 UA en una estrella tipo Solar  $c_s \sim 0,6$  km/s y  $h/r \sim 0,02$ , por lo que la suposición de un disco protoplanetario geoméricamente delgado es correcta.

Con respecto a la otra aproximación, sobre la masa despreciable del disco, es necesario determinar si la estructura vertical del disco se ve afectada o no por la propia gravedad del disco (auto-gravedad). Si se representa al disco como una lámina delgada de masa con densidad superficial  $\Sigma$ , a través del teorema de Gauss, se puede demostrar que la aceleración fuera de la lámina es constante con la distancia:  $g_z = 2\pi G\Sigma$ . Igualando esta contribución del disco a la componente vertical de la gravedad estelar en  $z = h$ , la condición bajo la cual la autogravedad del disco se puede despreciar es

$$\Sigma < \frac{m_* h}{2\pi r^3}. \quad (4.35)$$

Para un disco con masa en el orden de la MMNS, alrededor de una estrella tipo Solar a 1 UA esta condición se satisface por más de un orden de magnitud. Una forma más general de escribir esta condición es definiendo la masa del disco como  $m_d(r) \sim \pi r^2 \Sigma$ , con lo cual la condición para autogravedad despreciable en un disco protoplanetario viene dada por

$$\frac{m_d}{m_*} < \frac{1}{2} \frac{h}{r}. \quad (4.36)$$

Con lo cual para discos delgados, la condición se cumple y los efectos de auto-gravedad son despreciables.

La forma del disco depende de  $h(r)/r$ . Si se parametriza la variación radial de la velocidad del sonido como:  $c_s \propto r^{-\beta}$ , entonces la escala de altura varía como:  $H_R = h/r \propto r^{-\beta+0,5}$ . Entonces, si  $\beta < 0,5$ , el disco se define como *flare* y su perfil varía como un bol. En cambio si  $\beta = 0,5$ , el disco tiene una escala de altura constante.

#### 4.2.2. Balance de las fuerzas radiales

Parte de esta deducción se mostró en el Capítulo anterior, pero aquí se lleva a cabo una deducción más detallada del equilibrio en la dirección radial en discos. El perfil de densidad del disco en la dirección radial no se puede derivar sin considerar la naturaleza del transporte del momento angular, o apelando a restricciones observacionales (como la MMNS por ejemplo). La velocidad orbital del disco de gas sin embargo, se puede determinar definiendo una densidad superficial y un perfil de temperatura. Se comienza con la ecuación del momento para un fluido sin viscosidad y no magnetizado

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla \Phi, \quad (4.37)$$

donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad,  $\rho$  la densidad,  $P$  la presión y  $\Phi$  el potencial gravitacional. En particular para un flujo axisimétrico estacionario en el cual el potencial es dominado por el potencial de la estrella, la componente radial de la ecuación del momento implica que la velocidad orbital del gas  $v_{\phi, \text{gas}}$  esta dada por

$$\frac{v_{\phi, \text{gas}}^2}{r} = \frac{Gm_*}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}. \quad (4.38)$$

Como la presión cerca del plano medio del disco decrece hacia afuera, el segundo término del lado derecho es en general negativo y la velocidad azimutal del gas será un poco menor que la velocidad Kepleriana de una partícula puntual orbitando la estrella con el mismo radio. Para cuantificar la diferencia se escribe la variación de la presión en el plano medio como una ley de potencia en función de algún radio característico

$$P = P_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-n}, \quad (4.39)$$

donde  $P_0 = \rho_0 c_s^2$ , y sustituyendo

$$v_{\phi, \text{gas}} = v_k \left( 1 - n \frac{c_s^2}{v_k^2} \right)^{0,5}. \quad (4.40)$$

Recordando la definición de la escala de altura vertical se deduce que la desviación de la velocidad Kepleriana es del orden de  $(h/r)^2$ , y por lo tanto es pequeña para discos geométricamente delgados. Por ejemplo, si el disco tiene un valor constante de  $h(r)/r = 0,05$  y un

perfil de densidad superficial  $\Sigma \propto r^{-1}$ , se obtiene  $n = 3$  y  $v_{\phi, \text{gas}} = 0,996v_k$ . Cuando se considera sólo el movimiento del gas esta diferencia es despreciable y se puede asumir sin riesgo un movimiento del gas a velocidad Kepleriana. Esta velocidad ligeramente inferior del gas se vuelve importante para la evolución de cuerpos sólidos en el disco, ya que esta resulta en fricción aerodinámica y es responsable de un decaimiento orbital.

### 4.2.3. Perfil de temperatura del disco

La escala de tiempo para que el disco alcance un equilibrio térmico es generalmente mucho menor que la escala de tiempo para la evolución del disco y la estrella. El perfil de temperatura del disco está dado por el balance entre el enfriamiento y el calentamiento producido principalmente por dos fuentes: la radiación que el disco intercepta de la estrella (la cual es luego reemitida), y la disipación de energía gravitacional (materia que espiralea hacia la estrella). El calentamiento por unidad de área de estas dos fuentes decae con el aumento de la distancia a la estrella central.

Sin entrar en detalles, se puede deducir que el perfil de temperatura superficial del disco depende de su forma (plano o tipo bol). Para el caso de un disco plano, se puede obtener:  $T_d \propto r^{-3/4}$ , y para discos tipo bol:  $T_d \propto r^{-1/2}$ . Para definir en forma completa el perfil se necesita conocer la temperatura del disco para alguna distancia  $r$ .

#### 4.2.3.1. Ecuación de estado en un disco protoplanetario

Generalmente se utiliza la ecuación de estado isotérmica en un disco, ésta da la relación entre la presión superficial  $p$ , la densidad  $\Sigma$  y la temperatura  $T$  a través de

$$p = \Sigma c_s^2, \quad (4.41)$$

donde  $c_s$  es la velocidad del sonido isotérmica local, y se define  $c_s = h/rv_k$ , con  $v_k = \sqrt{Gm_A/r}$  la velocidad Kepleriana orbital de un disco no-perturbado. Como se vió, la ecuación para la velocidad del sonido se puede deducir del equilibrio hidrostático vertical del disco. La escala de altura se define como un parámetro de entrada fijo y en general se considera el valor estándar  $H_R = h/r = 0,05$ , que es un valor típico para discos protoplanetarios. Al tener un valor fijo para  $H_R$  el perfil de temperatura radial viene dado por  $T \propto r^{-1}$ , con lo cual la forma del disco será más parecida a un disco plano.

### 4.2.4. Viscosidad en discos protoplanetarios

Los procesos viscosos son de gran importancia en los discos protoplanetarios, ya que son responsables del transporte de momento angular que permite el flujo radial. Se cree que procesos tales como la turbulencia magnetohidrodinámica (MHD) son responsables de la existencia de las grandes viscosidades necesarias para explicar las escalas de tiempo asociadas a la evolución observada en los discos protoplanetarios (Lin et al. 1993). Se supone

que el efecto global de la turbulencia, cualquiera sea su origen, puede ser modelado por las tensiones de Reynolds, que pueden ser escritas en una forma matemáticamente idéntica para el tensor de tensión viscosa estándar, pero con la viscosidad molecular reemplazada por un coeficiente de viscosidad turbulento,  $\nu_t$ .

Siguiendo este enfoque, el término viscoso puede introducirse en las ecuaciones de movimiento mediante los términos:  $f_r$  y  $f_\phi$  (en variables cilíndricas), los cuales están dados por

$$f_r = \nabla \cdot \mathbf{S}_r - \frac{S_{\phi\phi}}{r} \quad (4.42)$$

$$f_\phi = \nabla \cdot (r\mathbf{S}_\phi), \quad (4.43)$$

con los vectores  $\mathbf{S}_i = (S_{ir}, S_{i\phi}, S_{iz})$  e  $i = r, \phi, z$ . En el caso de movimiento confinado al plano ecuatorial  $z = v_z = 0$  y las únicas componentes relevantes del tensor de estrés viscoso  $S_{ij}$  son,

$$S_{rr} = 2\eta \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \left( \zeta - \frac{2}{3}\eta \right) \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (4.44)$$

$$S_{\phi\phi} = 2\eta \left( \frac{\partial \omega}{\partial \phi} + \frac{v}{r} \right) + \left( \zeta - \frac{2}{3}\eta \right) \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (4.45)$$

$$S_{zz} = \left( \zeta - \frac{2}{3}\eta \right) \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (4.46)$$

$$S_{r\phi} = \eta \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{v}{r} + r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right), \quad (4.47)$$

donde  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  es la divergencia de la velocidad

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial \omega}{\partial \phi} \quad (4.48)$$

y  $\eta$  y  $\zeta$  son la viscosidad *shear* y *bulk* respectivamente. En la teoría estándar de discos la viscosidad *bulk* ( $\zeta$ ) se asume cero (en simulaciones hidrodinámicas este valor no se hace cero, con el fin de agregar una viscosidad artificial). Para el coeficiente de viscosidad *shear*, se escribe  $\eta = \rho\nu_t$  donde  $\nu_t$  denota la viscosidad cinemática turbulenta efectiva. En general, por simplicidad se utiliza una viscosidad constante  $\nu_t = \text{constante}$ .

En teoría de discos protoplanetarios suele utilizarse el “coeficiente de viscosidad”  $\alpha$  de Shakura & Sunyaev (1973) definido por:  $\nu_t = \alpha c_s h$ . Aquí  $\alpha$  es un coeficiente (generalmente constante) de proporcionalidad que describe la eficiencia del transporte turbulento. La turbulencia se comporta de tal manera que produce una viscosidad, a través de la acción de los remolinos de tamaños típicos de  $h$  y con velocidad de rotación  $\alpha c_s$ .



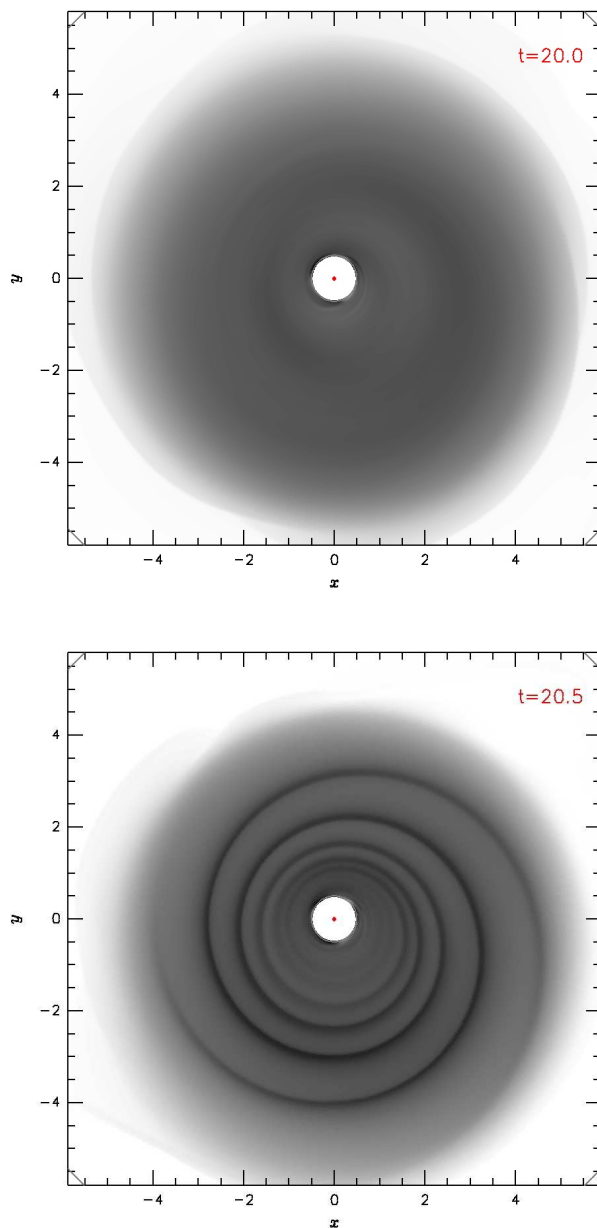


Figura 4.2: Simulación hidrodinámica en  $\gamma$ -Cephei, luego de 20 órbitas binarias. Los gráficos muestran el perfil de densidad superficial del disco en el plano  $(x,y)$ . Abajo se pueden ver los efectos del paso de la compañera por el pericentro. Los efectos de marea de la compañera binaria inducen ondas de densidad y alteran la estructura axisimétrica del disco. Si se compara con la imagen de arriba, cuando la secundaria está en el apocentro, se puede ver que durante el paso por el pericentro el disco sufre una excitación que lo vuelve excéntrico (Kley & Nelson 2008).

### 4.3. Simulaciones hidrodinámicas en SBC

Luego de la breve descripción sobre la dinámica de fluidos en discos protoplanetarios, se analizan a continuación los resultados de las simulaciones hidrodinámicas en SBC. Los

primeros trabajos sobre evolución de planetesimales consideraban discos de gas axisimétricos, sin tener en cuenta los efectos perturbadores de la compañera (Marzari & Scholl 2000, Thébault et al. 2004 y 2006). Sin embargo, trabajos relativamente recientes sobre la evolución de discos de gas en SBC mostraron un panorama diferente. Como explican Kley & Nelson (2008), quienes trabajan tomando a  $\gamma$ -Cephei como ejemplo, la compañera binaria es responsable de cambios importantes en la estructura del disco. Para sus simulaciones hidrodinámicas utilizan dos códigos: **RH2D** (Kley 1999, Kley 1989) y **NIRVANA** (Nelson et al. 2000, Ziegler & York 1997). Estos códigos son del tipo Euleriano, por lo que se define una grilla para el estudio del gas, que se extiende de  $r_{\min} = 0,5$  a  $r_{\max} = 8$  UA, definiendo así un anillo alrededor de la principal. La masa del disco es del orden de  $1,75 \times 10^{-3} m_{\odot}$  y el perfil de densidad superficial es  $\Sigma(r) = \Sigma_0 r^{-1/2}$  con  $\Sigma_0$  definido a partir de la masa del disco. El perfil de temperatura del disco se mantiene fijo durante la simulación, es decir que el disco es “isotermo” ( $T(r) \propto r^{-1}$ ) y se asume  $H_R = 0,05$ . Para la viscosidad se asume un coeficiente de viscosidad  $\alpha$  (Shakura & Sunyaev 1973) con el coeficiente de viscosidad cinemática dado por  $\nu = \alpha c_s h$  con  $\alpha = 0,005$ , y la velocidad del sonido  $c_s(r) = h v_k(r)$ .

Por ser del tipo Euleriano, estas simulaciones necesitan condiciones de contorno. Como se puede observar de los límites radiales considerados para el disco, la malla no se continúa hasta la superficie de la estrella sino que se corta antes. Este corte requiere que se defina una condición de contorno en  $r_{\min}$  para la parte del disco que cae fuera de la malla. Existen diversas condiciones de contornos posibles, cada una tiene ventajas y desventajas, para su trabajo eligen condiciones que permitan al material escapar a través de los límites radiales con una viscosidad igual a la del punto de salida. Esta condición se llama “flujo viscoso” y no permite el reingreso de material a la grilla, por lo que la masa del disco va disminuyendo. La ventaja de esta condición es que al permitirle al material fluir libremente, no se crean artificios numéricos.

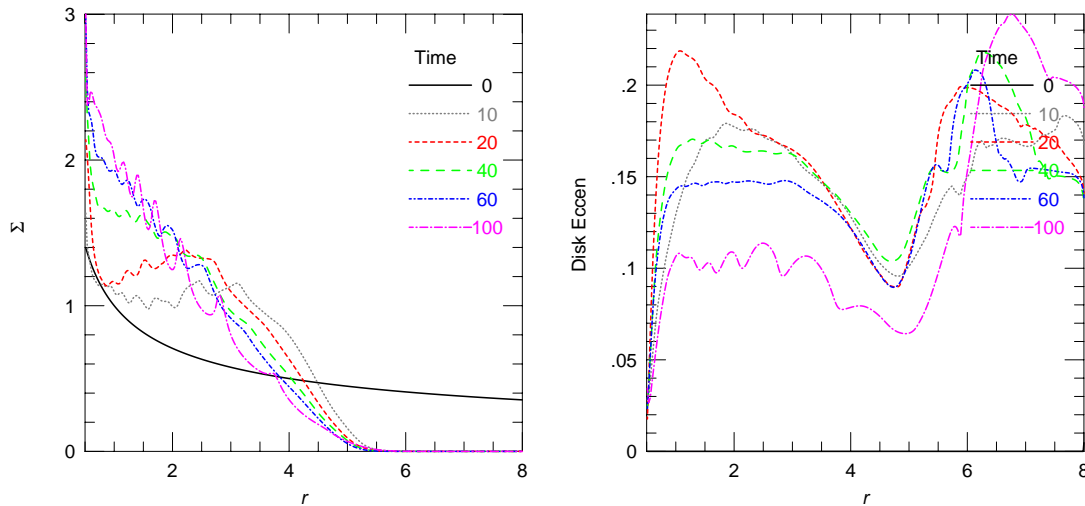


Figura 4.3: Distribución radial de la densidad superficial (**izquierda**) y excentricidad (**derecha**) del disco de gas para distintos instantes de tiempo. El tiempo se da en unidades de órbitas de la binaria. Luego de 60 períodos de la binaria el perfil de densidad superficial del disco se estabiliza. Esto no se observa en la excentricidad, aunque lo que si se observa es una débil dependencia de la excentricidad con  $r$ . Los cambios en la excentricidad pueden deberse a la perturbación periódica de la compañera binaria al pasar por el pericentro (Kley & Nelson 2008).

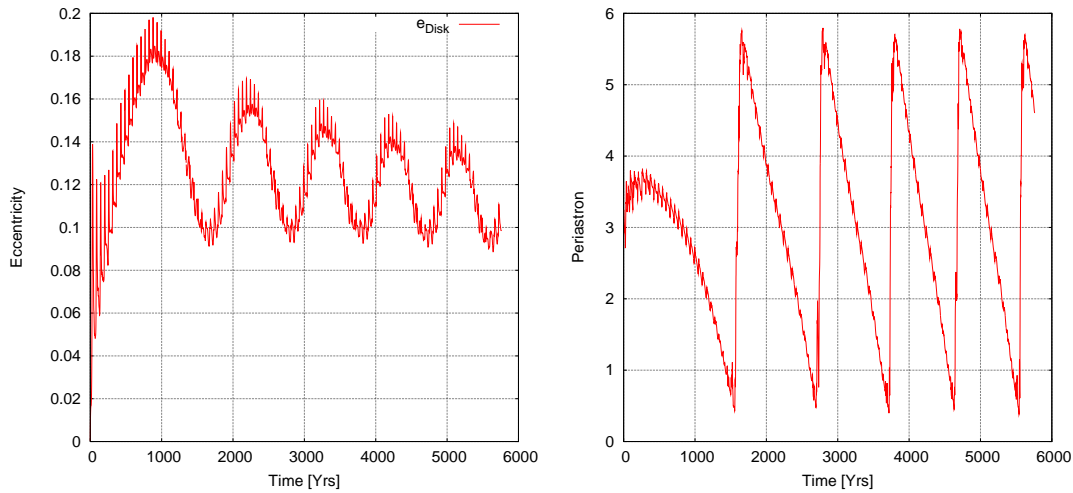


Figura 4.4: Evolución temporal de la excentricidad del disco (izquierda) y la longitud de pericentro (derecha) promediadas en la masa (Kley & Nelson 2008).

Los principales resultados de Kley & Nelson (2008), muestran que la dinámica del gas en un SBC sufre una fuerte perturbación periódica debido al pasaje por el pericentro de la compañera. Los efectos de marea producidos por un perturbador tan masivo y excéntrico inducen dos fuertes brazos espirales en el disco (ondas de choque), los que son responsables de transportar material más allá del límite exterior de la grilla (pérdida de masa). Un detalle interesante es que entre los pasos sucesivos de la secundaria por el pericentro, el disco puede estabilizarse y asentarse, haciéndose más circular nuevamente. La Figura 4.2, demuestra este efecto, en ella se ha graficado el perfil de densidad superficial del disco ( $\Sigma$ ) en escala de grises para dos tiempos sucesivos. Arriba se muestra la estructura del disco con la compañera binaria en el apocentro y abajo cuando la secundaria está cerca del pericentro. Se observa también que aunque la grilla llega hasta las 8 UA, el disco es truncado por los efectos de marea de la secundaria en  $\sim 4,5$  UA, dicho límite está bastante próximo al predicho por Holman & Wiegert (1999).

Estos efectos de truncamiento del disco se observan mejor en la Figura 4.3, donde se grafican el perfil de densidad superficial del disco y su excentricidad en función de la distancia a la estrella. El gráfico derecho de esta figura muestra el perfil de densidad superficial radial del disco en función del tiempo, con el tiempo parametrizado en función del período orbital de la compañera binaria. Se observa que en sólo 10 períodos orbitales de la binaria el disco es truncado por debajo de las 5 UA, por lo que éste es un efecto que ocurre rápidamente. Por otra parte, la estructura de todo el disco se reorganiza y alcanza un estado de equilibrio cerca de los 50 períodos orbitales, la pendiente del perfil de densidad es más pronunciada ahora. El tiempo que tarda el disco en alcanzar el estado de equilibrio depende de su viscosidad. Finalmente en el gráfico derecho de la Figura 4.3 se grafica la excentricidad del disco y como varía esta en función de la distancia a la estrella. A diferencia del perfil de densidad, la excentricidad no alcanza un estado de equilibrio sino que varía aproximadamente entre 0,1 y 0,16 dependiendo de la posición de la binaria. El cálculo de la excentricidad radial del disco  $e_d(r)$  se llevó a cabo calculando la excentricidad de cada elemento de gas del disco, como si se tratara de un problema de dos cuerpos con la estrella primaria, y promediando después todos los elementos

con igual  $r$  sobre el anillo respectivo, pesando la promediación con la masa de cada elemento. Lo interesante es que aunque la excentricidad no alcanza el equilibrio, ésta parece tener una dependencia pobre con  $r$ . El resultado más allá de  $r \sim 4,5$  UA no debe tenerse en cuenta ya que la densidad es despreciable (prácticamente no hay disco en esa región), por lo que luego de 40 órbitas binarias,  $e_d(r)$  entre  $r = 0,5-4,5$  UA es prácticamente constante, mostrando así una débil dependencia de la  $e_d$  del disco con la distancia a la estrella.

Este último resultado permite entonces determinar la excentricidad global del disco, como si se tratara de un disco sólido y se puede seguir su evolución en el tiempo en el gráfico izquierdo de la Figura 4.4. Ésta muestra una perturbación periódica de la excentricidad debido al paso de la compañera binaria por el pericentro, pero con una amplitud en tales perturbaciones que disminuye lentamente con el tiempo. Al mismo tiempo la excentricidad tiende a cierto valor de equilibrio aunque de manera mucho más lenta que el perfil de densidad. Ese valor de equilibrio de  $e_d$  parece estar cerca de  $\sim 0,1$ . Por otra parte, en el gráfico derecho de la misma figura, se puede observar la evolución de la longitud de pericentro del disco, el cual se calcula de forma similar a la que se calculó la excentricidad. Se observa que éste precesa como un todo. Esta lenta precesión coherente y retrograda que tiene un patrón de velocidad mucho más pequeño que el período orbital del material del disco alrededor de la estrella, es causado por las fuerzas de presión (no despreciables) que operan en el disco. Un comportamiento similar se ha demostrado para discos circulares (Papaloizou 2005).

Como se dedujo en el Capítulo anterior, a los fines prácticos en esta Tesis nos interesa la evolución dinámica del disco de gas como un todo. A partir de estos primeros resultados de simulaciones hidrodinámicas, se deduce que el comportamiento del gas es el de un disco excéntrico con precesión. Lo que propone un escenario coherente con uno de los propuestos en el Capítulo anterior para la acreción. Sin embargo, aunque la mayor parte de las simulaciones están de acuerdo con estos resultados (Paardekooper et al. 2008), existen muchas simplificaciones en estos análisis. La dinámica en discos de gas es complicada, y existen ciertos parámetros físicos que son despreciados a fin de agilizar y simplificar las resoluciones numéricas. Nuevos estudios sobre la dinámica de gas en SBC que consideran modelos de discos más sofisticados han mostrado un comportamiento diferente de la dinámica de gas. A continuación se presentan dichos resultados.

### 4.3.1. Discos radiativos y/o con autogravedad

Entre las simplificaciones más importantes de las primeras simulaciones hidrodinámicas en SBC se tiene el caso de discos sin auto gravedad, es decir discos que no se sienten a sí mismos. Si bien esto parecía una buena aproximación, Marzari et al. (2009) llevaron a cabo una de las primeras pruebas comparativas entre discos con y sin auto-gravedad. Sus resultados que se presentan a continuación muestran que no es tan despreciable su efecto.

En sus simulaciones utilizan el código FARGO (Masset 2000), consideran un sistema binario con una principal de  $1 m_\odot$  y una secundaria de  $0,4 m_\odot$  en órbita en torno a la principal con  $a = 30$  UA ( $P = 134$  años) y  $e = 0,4$ . El disco circumprimario posee un perfil de densidad superficial  $\Sigma = \Sigma_0 r^{-1/2}$  ( $\Sigma = 2,5 \times 10^{-4}$  g/cm<sup>2</sup> a 1 UA), una masa de  $0,04 m_\odot$ , una escala de altura constante  $H_R = h/r = 0,05$  y una viscosidad cinemática de  $10^{-5}$ . La grilla para

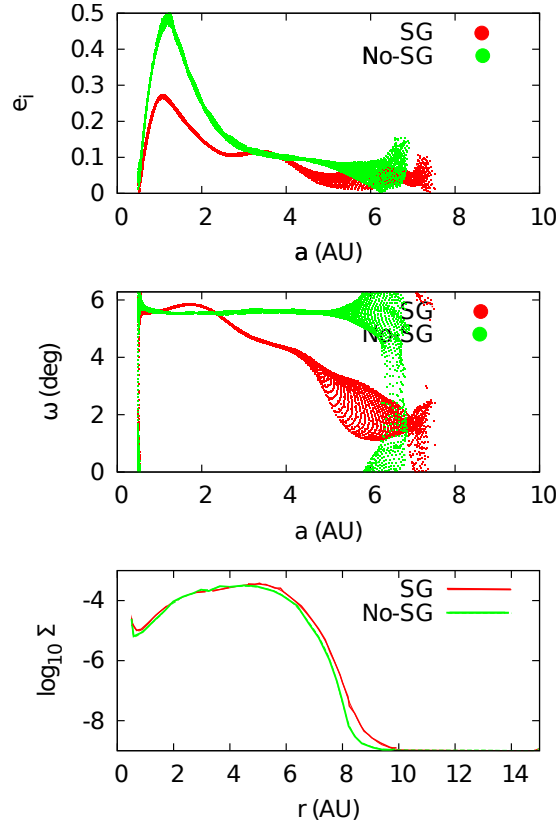


Figura 4.5: Distribución de  $e_d$  (gráfico superior) y  $\varpi_d$  (gráfico medio) como función del semieje mayor para un disco con (rojo) y sin (verde) auto-gravedad. El gráfico inferior muestra la distribución del perfil de densidad superficial (Marzari et al. 2009).

estudiar el disco se extiende desde 0,5 hasta 14 UA, y posee 256 divisiones radiales por 512 azimutales. La condición de contorno elegida fue “no-reflectante”, con el fin de eliminar la mayor cantidad de reflexiones posibles de la grilla, permitiendo al mismo tiempo el flujo de masa fuera de los bordes (interno y externo). Esta condición es diferente a la elegida por Kley & Nelson (2008), más adelante se desarrollará este tema con mayor detalle. El disco es simulado con y sin auto-gravedad a fin de obtener resultados comparativos y poder apreciar las diferencias.

El parámetro que mide la importancia de la auto-gravedad es el “parámetro de Toomre”

$$Q = \frac{hm_A}{\pi r^2 \Sigma}, \quad (4.49)$$

donde  $r$  es la distancia radial de la estrella primaria, cuya masa es de  $m_A$ , y  $\Sigma$  es la densidad superficial del disco. Esta formulación es válida para los modelos en los que el disco es isotérmico y tiene una escala de altura  $H_R$  constante. Para las simulaciones que desarrollan  $Q$  es inferior a 15 lo que indica que, efectivamente, la gravedad del disco puede jugar un papel importante en la configuración del disco.

Los primeros resultados se muestran en la Figura 4.5 en la cual se ve la distribución de  $e_d$  y  $\varpi_d$  en función del semieje mayor. El disco con auto-gravedad se grafica en puntos rojos, mientras el sin auto-gravedad se grafica en verde. Cerca de la estrella los valores de  $\varpi_d$  son

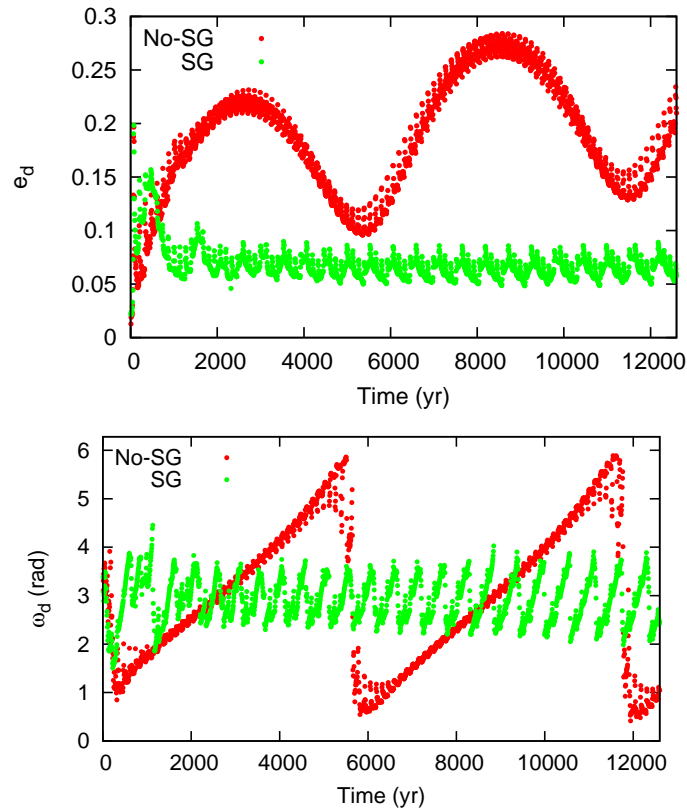


Figura 4.6: Comparación de la evolución de la excentricidad (arriba) y la longitud de pericentro (abajo) de dos discos, uno con auto-gravedad (puntos verdes) y otros sin (puntos rojos), (Marzari et al. 2009).

muy similares independientemente del ángulo azimutal. Sin embargo, en el límite externo, tanto la distribución y los valores en  $e_d$  y  $\varpi_d$  dependen del ángulo azimutal (este efecto se debe a la baja densidad superficial del disco en esa región). La longitud de pericentro de la binaria se asume igual a cero, por lo que  $\varpi_d$  da la orientación del disco respecto a la compañera. En el gráfico inferior se muestra el perfil de densidad superficial de ambos discos. Aunque esta última coincide en ambos caso, la dinámica de los discos no es la misma, quizá el dato más interesante es una excentricidad mucho menor del disco con auto-gravedad. El cálculo de la excentricidad, la longitud de pericentro y la densidad superficial del disco se llevó a cabo de manera similar a la calculada por Kley & Nelson (2008), ver Sección anterior para más detalle.

Sin embargo, la configuración del disco en un instante dado no nos dice nada. Para comprender las diferencias entre ambos discos es necesario determinar como evolucionan sus parámetros en el tiempo. La Figura 4.6 muestra la evolución de la excentricidad y la longitud de pericentro de ambos discos durante 90 períodos orbitales de la binaria. La dinámica de los discos muestra marcadas diferencias; mientras el disco sin auto-gravedad tiene una excentricidad alta ( $\sim 0,2$ ) y precesa, el disco con auto-gravedad posee una excentricidad baja ( $\sim 0,06$ ), no precesa y su configuración es anti-alineado con la longitud de pericentro de la binaria. Esta es una discrepancia fuerte, que afecta significativamente la dinámica del disco, y por tanto su efecto sobre los planetesimales y en última instancia afecta el proceso acrecional

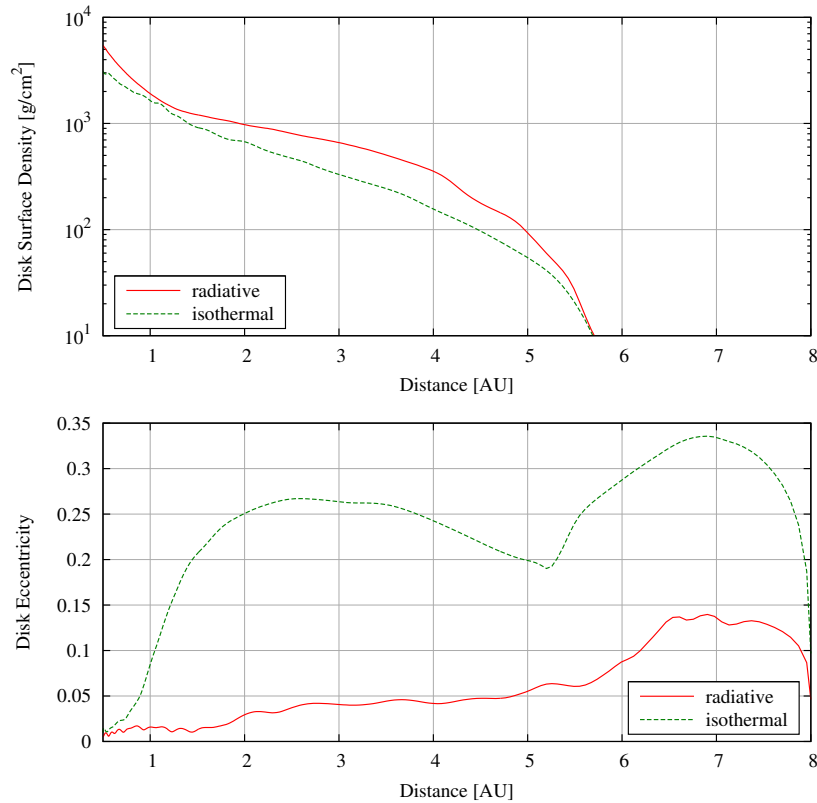


Figura 4.7: Comparación entre el perfil de densidad superficial (arriba) y la excentricidad (abajo) de un disco radiativo (rojo) y uno isotermo (verde), en  $t = 75$  órbitas de la binaria (Müller & Kley 2012).

de los planetesimales. Se puede concluir entonces que la simplificación de la mayoría de las simulaciones no es despreciable y las consecuencias pueden llevar a considerar un escenario equivocado para el proceso acrecional.

Aunque la simplificación de discos sin auto-gravedad no es despreciable, existen otras simplificaciones que deben ser consideradas. En los ejemplos mencionados hasta ahora, los discos se consideraron isotermos, esto es, su perfil de temperatura permanecía constante durante la simulación. Müller & Kley (2012) y Marzari et al. (2012) consideraron el caso de discos radiativos, los cuales son capaces de modificar su perfil de temperatura en el tiempo. Mientras el primero trabaja sin auto-gravedad, el segundo considera el disco de forma completa.

Müller & Kley (2012) consideran para los parámetros del SBC a  $\gamma$ -Cephei. Para las simulaciones, en las que trabajan sin auto-gravedad, utilizan el código FARGO (Masset 2000), y una grilla de 256 divisiones radiales por 574 azimutales que se extiende desde 0,5 hasta 8 UA, las condiciones de contorno que utilizan son principalmente “abierta” y “reflectante” en algunos ejemplos. Para el disco asumen una masa de  $0,01 m_{\odot}$ , viscosidad de 0,01 y un índice adiabático ( $\gamma$ ) de  $7/5$  (típico de gases diatómicos, este dato es necesario en simulaciones radiativas). El perfil de densidad superficial y de temperatura del disco es  $r^{-1}$ , y su escala de altura es  $H_R = 0,05$ . La Figura 4.7 muestra algunos de sus resultados, se puede ver una comparación para cierto tiempo del perfil de densidad superficial (arriba) y la excentricidad (abajo) de un disco radiativo (rojo) y un disco isotermo (verde). Los resultados son bastante

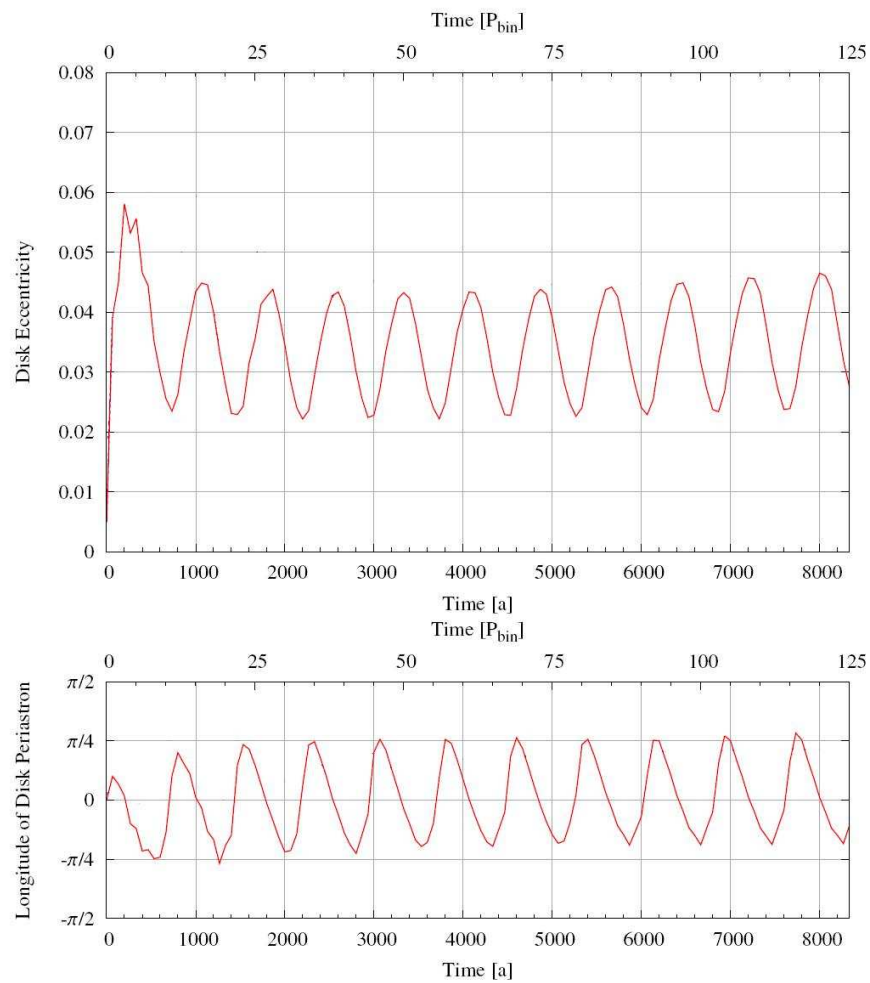


Figura 4.8: Evolución de la excentricidad (arriba) y la longitud de pericentro (abajo) de un disco radiativo. Se puede ver que a diferencia de los resultados de Kley & Nelson (2008) para discos isotérmicos (Fig. 4.4), la excentricidad es bastante baja y el pericentro está alineado con la binaria y posee cierta libración (Müller & Kley 2012).



diferentes, y en particular, el disco radiativo parece menos excéntrico que el disco isotermo. Nuevamente, es necesaria la evolución de la excentricidad en el tiempo para poder apreciar la dinámica del disco. La Figura 4.8, muestra la evolución de  $e_d$  y  $\varpi_d$  para un disco radiativo. Si se compara con la Fig. 4.4, se observa que a diferencia del disco isotermo éste posee una excentricidad baja y una libración de la longitud del pericentro alrededor de  $0^\circ$ . Este comportamiento del disco se corresponde con uno de los escenarios amigables a la acreción propuestos en el Capítulo anterior.

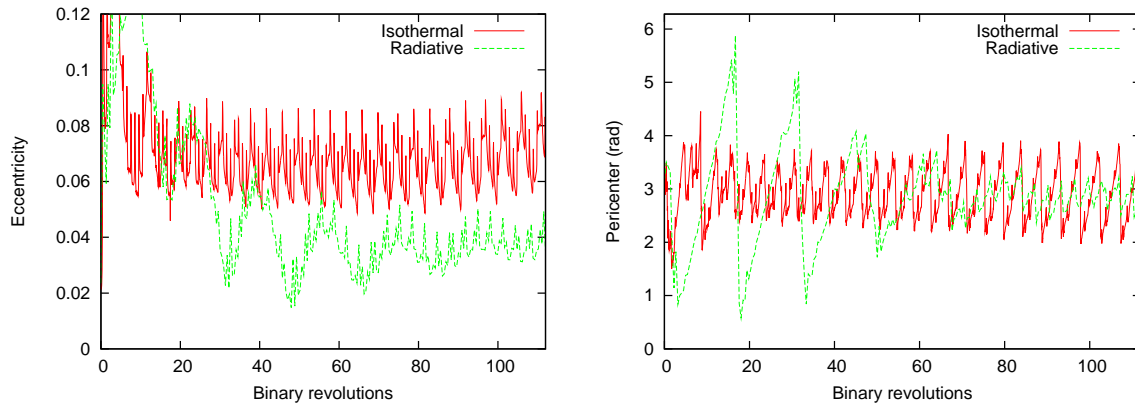


Figura 4.9: Evolución temporal de la excentricidad (derecha) y la longitud de pericentro (izquierda) de un disco isotermo (rojo) y uno radiativo (verde), ambos con auto-gravedad. La comparación muestra que el estado de equilibrio del disco radiativo es casi circular, pero continúa anti-alineado con la binaria (Marzari et al. 2012).

Finalmente en Marzari et al. (2012), se realiza también un análisis de discos radiativos, pero ahora incluyendo la auto-gravedad. El esquema de trabajo es el mismo de Marzari et al. (2009), es decir, los parámetros y el método para la simulación hidrodinámica son iguales. Sus resultados se muestran en la Figura 4.9, y se puede ver que estos discos son casi circulares y no tienen precesión, pero continúan anti-alineados con la secundaria. El escenario resultante de esta simulación más completa será hostil a la acreción de acuerdo a lo deducido en el Capítulo anterior.

Aunque los resultados de Marzari et al. (2012) parecen estar sustentados en el modelo más completo para simulaciones hidrodinámicas hasta la fecha, existen sin embargo ciertos problemas inherentes a los códigos numéricos de tipo Euleriano. Para los distintos trabajos se fue mencionando el tipo de condiciones de contorno que utilizaban. Para los cuatro trabajos presentados en esta Sección, sólo dos repiten las condiciones. Estas tienen un efecto importante como se muestra a continuación, que puede alterar los resultados obtenidos para la dinámica de discos de gas en SBC.

### 4.3.2. Condiciones de contorno

Como ya se mencionó, la mayor parte de las simulaciones hidrodinámicas de discos protoplanetarios han sido realizadas con métodos Eulerianos. Estos métodos tienen la ventaja que son más rápidos computacionalmente y además son buenos cuando el problema tiene cierta simetría. Por esta razón parecen los más apropiados para problemas de discos de gas

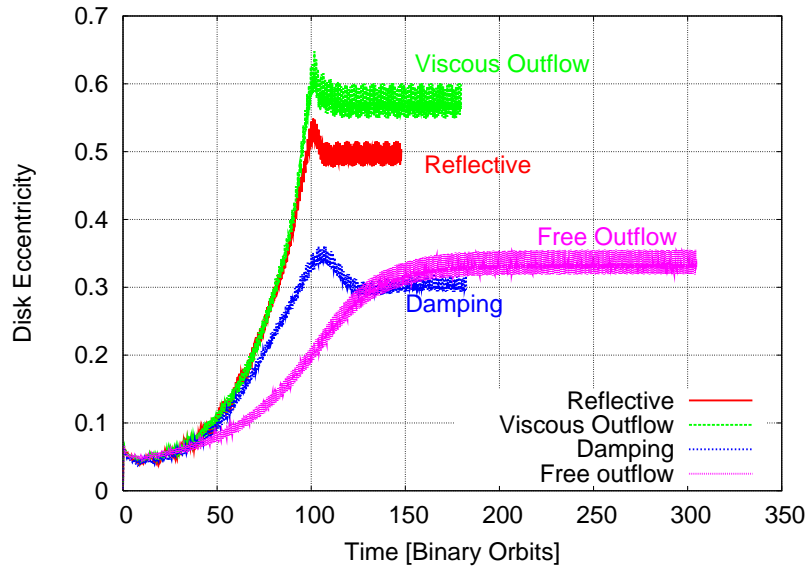


Figura 4.10: Evolución temporal de la excentricidad para un disco de gas en un SBC. Las curvas de diferentes colores corresponden al resultado de distintas condiciones de contorno elegidas: flujo viscoso (verde), reflectante (rojo), libre o abierta (morado) y amortiguada (azul). Se puede ver que aunque se trate del mismo disco en el mismo SBC, los resultados de la dinámica del disco son muy diferentes al cambiar las condiciones de borde de la grilla.

Trabajo	disco	condición de contorno	resultado
Marzari et al. (2012)	isotermo	abierta	$e_d \sim 0,14$
Marzari et al. (2012)	isotermo	f. viscoso	$e_d \sim 0,09$
Marzari et al. (2012)	radiativo	abierta	$e_d \sim 0,035$
Marzari et al. (2012)	radiativo	f. viscoso	$e_d \sim 0,045$

Tabla 4.1: Comparación de la excentricidad de equilibrio de un disco de gas circumprimario en el sistema  $\gamma$ -Cephei para diferentes condiciones de contorno. Los dos primeros resultados corresponden a un disco autogravitante con perfil de temperatura constante (isotermo), mientras los dos últimos corresponden a un disco radiativo. Se observa que la excentricidad del disco varía considerablemente con el tipo de condición (Marzari et al. 2012).

en sistemas planetarios en formación. Sin embargo su aplicación a SBC es relativamente reciente. Uno de los problemas que se ven en estos discos es la pérdida de simetría axial, aunque esto no representa un problema serio para los métodos Eulerianos. Son las condiciones de contorno que se eligen para la malla en la que se estudia el disco, quienes repercuten de forma directa sobre la dinámica del disco. Como muestra un trabajo de Kley et al. (2008), cuatro condiciones de contorno distintas dan como resultado una dinámica para el mismo disco de gas muy diferente (ver Figura 4.10), las características de la simulación se pueden consultar en el artículo mencionado.

De los trabajos mencionados en esta Sección sólo el de Marzari et al. (2012) considera diferentes condiciones de contorno. Los resultados de comparar dos tipos de condiciones para el estudio de la dinámica de gas en un SBC se muestran en la Tabla 4.1. Marzari et al. (2012)

Trabajo	condición de contorno	límite	$e$	$\varpi$
Müller & Kley (2012)	reflectante	$r \sim 0,50$	$\sim 0,035$	$\sim 0^\circ$
Müller & Kley (2012)	reflectante	$r \sim 0,25$	$\sim 0,050$	$\sim 45^\circ$

Tabla 4.2: Comparación de la excentricidad de equilibrio de un disco de gas circumprimario en el sistema  $\gamma$ -Cephei para diferentes valores del límite interno de la grilla. Los resultados corresponden a un disco radiativo sin autogravedad. Se observa que la dinámica del disco varía considerablemente con pequeñas modificaciones del límite (Müller & Kley 2012).

trabajaron con discos autogravitantes isotermos y radiativos, para ambos casos consideraron las condiciones de borde “abierta” y “no-reflectante”. La tabla muestra que el cambio en la dinámica del disco es considerable, además en su trabajo no presentan información sobre el comportamiento de la longitud de pericentro del disco. Otro problema asociado a la condición de borde que es explorado por Müller & Kley (2012), es el efecto de la posición del límite interno de la grilla que también puede afectar el comportamiento del disco. Müller & Kley (2012) trabajan con  $\gamma$ -Cephei como ejemplo de SBC y consideran un disco radiativo sin autogravedad, para la condición de contorno “abierta” modifican el límite interno de la malla de 0,50 a 0,25 y comprueban que la dinámica del disco se ve fuertemente alterada (ver Tabla 4.2).

En resumen, los resultados de simulaciones hidrodinámicas en SBC disponibles en la bibliografía no son confiables. Cambios en las condiciones de contorno pueden alterar completamente la dinámica del disco de gas. Por otra parte, estos problemas no son por falta de comprensión del fenómeno físico, sino que son problemas inherentes a los métodos computacionales de resolución. Seguramente futuros estudios hidrodinámicos sobre SBC desarrollen nuevos métodos que permitan dilucidar el comportamiento dinámico de los discos. Sin embargo, resulta difícil ser concluyentes en este momento sobre cuál es la dinámica de los discos de gas en SBC, lo cual es un contratiempo importante para el motivo de estudio de esta Tesis (acreción de planetesimales en SBC).

## 4.4. Simulaciones hidrodinámicas propias

### 4.4.1. FARGO

Los inconvenientes debido a las condiciones de contorno en los métodos utilizados nos motivan a encarar el problema desde otro punto de vista. Si se tiene en cuenta que nuestro estudio está dirigido al análisis del comportamiento dinámico de planetesimales en órbita circumbinaria en un SBC, se comprende que la dinámica del disco de gas sólo es importante a fin de comprender su efecto sobre los pequeños cuerpos. Por esta razón, no es necesario comprender con precisión el comportamiento de discos de gas en SBC, sino que en lugar de esto es posible llevar a cabo un estudio sobre partículas de prueba sumergidas en los discos. Es decir, en lugar de intentar modelar la fuerza de fricción debida al disco, se sigue la evolución de uno o más planetesimales y se modela su comportamiento dinámico.

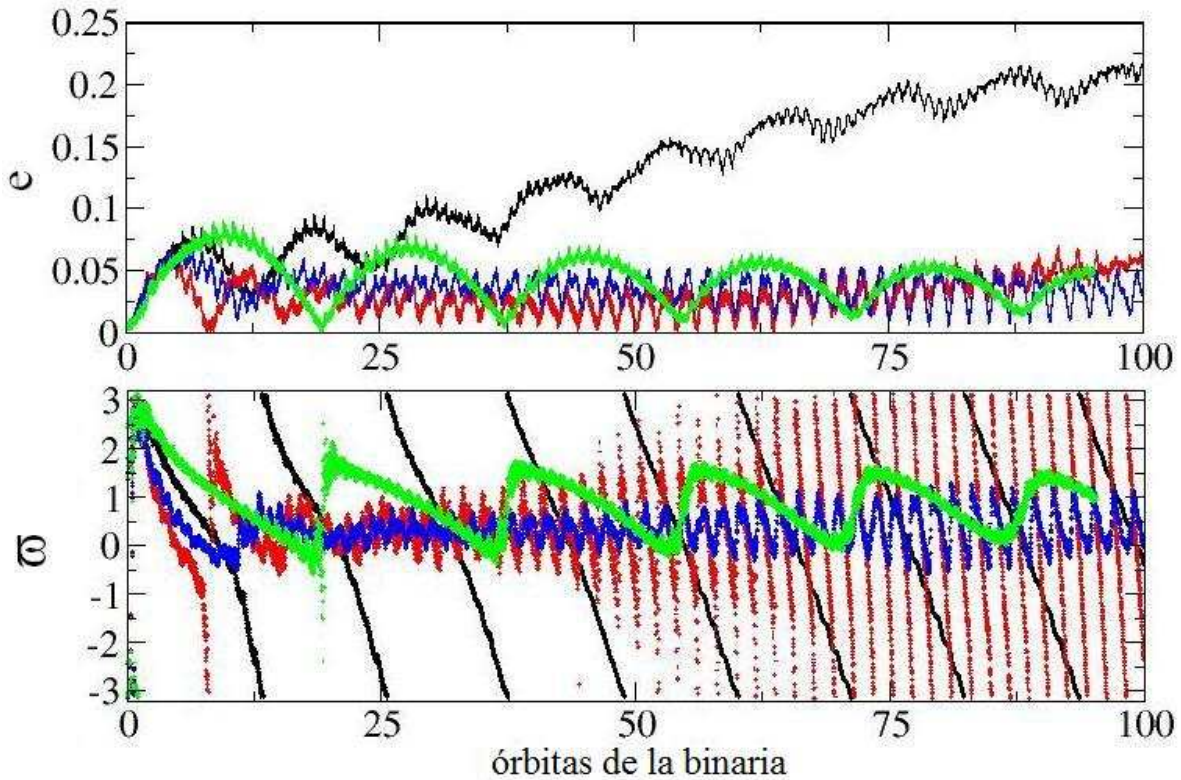


Figura 4.11: Simulación Hidrodinámica de un disco circumprimario en el sistema  $\gamma$ -Cephei, se muestra la evolución de 4 partículas de prueba sumergidas en el gas. Las características físicas del disco no se varían para las distintas simulaciones, sólo se modifican las condiciones de contorno y el límite interior de la grilla. Para un radio interno de 0,5 UA se integran 3 partículas con condiciones: “abierta” (línea azul), “no-reflectante” (línea verde) y “rígida” (línea roja), la última partícula (línea negra) “no-reflectante” tiene un  $r = 0,7$  UA. La diversidad dinámica de la evolución de las partículas es evidente.

La idea de un estudio directo sobre la partícula pretende resolver el problema de la condición de borde, se espera que su comportamiento no sea tan dependiente de este fenómeno. Para llevar a cabo el análisis realizamos simulaciones hidrodinámicas utilizando el código FARGO (Masset 2000) modificado para que permita la inclusión de una partícula de prueba. El primer estudio que se realiza es el seguimiento de la evolución dinámica de una partícula en un disco de gas, las características físicas del disco se mantienen fijas y solo modificaron las condiciones de borde y el límite interno de la grilla. El SBC que se utiliza es  $\gamma$ -Cephei y se considera un disco isoterma sin autogravedad con perfil de densidad superficial  $\Sigma = \Sigma_0 r^{-1/2}$ , masa de  $3 m_{\text{jup}}$  (con  $\Sigma_0$  definido a partir de la masa, ecuación 3.33), escala de altura constante  $H_R = 0,05$  y una viscosidad cinemática de  $10^{-5}$ . La grilla se extiende de 0,5 a 5 UA en 3 de las simulaciones y de 0,7 a 5 UA en la última. La malla posee unas 200 divisiones radiales por 300 azimutales. El planetesimal se ubica inicialmente en una órbita circular a 4 UA de la principal con velocidad Kepleriana. Los resultados de la evolución de la excentricidad ( $e$ ) y la longitud de pericentro ( $\varpi$ ) del pequeño cuerpo se muestran en la Figura 4.11, y las condiciones de borde que se consideran son: “abierta” indicada en línea azul, “no-reflectante” en línea verde ( $r = 0,5$  UA) y negra ( $r = 0,7$  UA), y “rígida” (línea roja).

Como se ve de la Figura 4.11, nuestros resultados muestran que cambios en las condiciones de contorno tienen una fuerte influencia sobre la dinámica de los planetesimales. Esto sugiere que nuestro intento por solucionar el problema del borde no fue exitoso. Aunque el valor de la excentricidad de las 3 partículas con  $r = 0,5$  UA es cualitativamente similar, la evolución de  $\varpi$  muestra comportamientos diferentes, mientras una de ellas circula las otras dos libran (alineadas con la binaria) pero con período y amplitud diferentes. Por otra parte, un pequeño cambio de 0,2 UA en el límite interno, manteniendo la condición de borde (verde y negro) modifica fuertemente la dinámica de la partícula. Se deduce entonces, a partir de los resultados, que nuestra solución no fue capaz de evitar el problema de la condición de contorno y resulta conveniente intentar atacar el problema con otro tipo de código numérico.

#### 4.4.2. GADGET2

Los problemas que enfrentan los métodos Eulerianos o métodos grilla, al intentar determinar la dinámica de gas en SBC, nos llevó a encarar el problema con otro método numérico. Se recurrió a los métodos Lagrangianos, en particular al formato de resolución tipo *SPH* (Benz 1990, Monaghan 1992), sigla en inglés para “hidrodinámica de partículas suavizadas” (smoothed particle hydrodynamics). En estos métodos al gas se lo trabaja como si fuera un código N-cuerpos pero se le da cierto ablandamiento a las partículas individuales para que simulen las propiedades del gas, la ventaja de estos códigos es que no precisan condiciones de contorno ya que las partículas pueden distribuirse libremente y además son mejores cuando el problema no tiene simetría. La principal desventaja es el tiempo de cómputo, entre otras, pero se volverá sobre este tema más adelante.

Un código de este tipo, muy utilizado y de distribución libre es el *GADGET2* (Springel 2005). Este código utilizado principalmente en estudios de galaxias, está diseñado sin embargo para aplicarse a distintos problemas físicos en el ámbito de la astrofísica. Se utilizó este código para llevar a cabo simulaciones hidrodinámicas propias, con el fin de estudiar la dinámica de discos de gas en SBC. Las aplicaciones de métodos SPH a SBC son inexistentes en la literatura, y no existen estudios sobre la dinámica de gas en tales sistemas.

Para llevar a cabo el análisis, como en toda esta Tesis elegimos los parámetros del sistema estelar  $\gamma$ -Cephei para definir el SBC, y la binaria es ubicada inicialmente en el apocentro de su órbita. El disco de gas está compuesto por  $N$  partículas, que inicialmente se distribuyen entre 1 y 5 UA alrededor de la estrella principal, todas en órbitas Keplerianas circulares, y se deja evolucionar la simulación para que el gas busque su estado de equilibrio. Como ya se mencionó anteriormente, el problema se trabaja en el plano, aunque se le da cierta altura al disco a fin de representar la escala de altura constante  $H_R = 0,05$  de los discos protoplanetarios. De esta forma las partículas del disco tendrán cierta inclinación, aunque está será muy baja. El perfil de densidad superficial del disco se eligió  $r^{-1/2}$  y el perfil de temperatura  $r^{-1}$  (disco isoterma). Se consideró un disco isoterma y auto-gravitante (esta condición es natural en los métodos SPH ya que al interactuar entre sí las partículas hacen que el disco se sienta a sí mismo), por lo que el tipo de simulación es similar a la realizada por Marzari et al. (2009). La masa del disco se eligió en  $3 m_{\text{jup}}$  ( $\sim 0,003 m_{\odot}$ ), y con ella se definió el valor del perfil de densidad superficial  $\Sigma$  (ecuación 3.33). En cuanto a la temperatura, se eligió un valor de

150 K a 1 UA (Armitage 2010), que parece concordar bastante bien con los datos de una estrella de tipo Solar. Finalmente, los métodos SPH suelen ser muy difusivos (de Val-Borro et al. 2006), éste es un problema inherente a este tipo de códigos, al igual que los métodos Eulerianos tienen el problema de la condición de borde. Esta característica implica que poseen cierta viscosidad intrínseca (artificial). Por esta razón, luego de realizar algunas pruebas no se incluyó viscosidad en nuestras simulaciones debido a que la viscosidad artificial propia del código ya parecía ser excesiva.

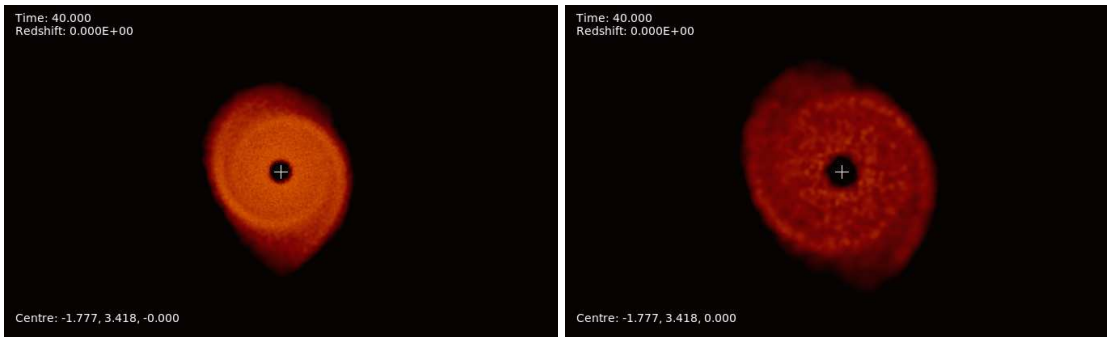


Figura 4.12: Perfil de densidad superficial en el plano  $(x,y)$  obtenido con GADGET2 para un disco de  $3 m_{\text{jup}}$ , realizado con 100000 partículas (izquierda) y 10000 partículas (derecha). Se puede observar que para tener buena resolución se necesita una gran cantidad de partículas. El instante para el que se grafican ambos discos es justo después del primer paso de la estrella secundaria por su pericentro.

Se llevaron a cabo dos simulaciones, una con 10000 partículas, y otra más completa con 100000 partículas. Los resultados de estas simulaciones se muestran en la Figura 4.12, que muestra el perfil de densidad superficial del disco luego del paso de la secundaria por su pericentro. A la izquierda está el disco con más partículas y a la derecha el disco menos poblado. Como puede observarse para resolver las ondas de densidad inducidas por los efectos de marea de la compañera se necesita una gran cantidad de partículas. En principio la simulación de menor resolución sirvió para ajustar parámetros, sin embargo el disco de la izquierda muestra que se necesitan como mínimo 100000 partículas para estudiar adecuadamente el problema.

El análisis de los resultados se realizó siguiendo la metodología de los distintos trabajos descriptos en Secciones anteriores. A diferencia de los métodos de grilla, acá se posee la información de cada partícula (y su masa), por lo que es posible estimar la órbita Kepleriana de cada una como si se tratara de un problema de dos cuerpos. Luego, se dispone de toda la información orbital de cada partícula. De esta forma es posible, en función del módulo de la distancia a la estrella principal  $r$  de cada una, determinar intervalos de  $\Delta r$  y calcular el número de partículas en cada uno. Luego se estima un valor medio de los elementos orbitales de las partículas en cada  $\Delta r$ , y se obtiene así la variación de los elementos en función de  $r$ . Esto puede verse en la Figura 4.13, donde se ha obtenido el perfil de  $e_d$  y  $\varpi_d$  como función de  $r$ . Los resultados se muestran luego de 10 órbitas de la binaria, en negro se ha graficado la distribución inicial de  $\varpi_d$ . Se observa que entre 1 y 5 UA ambas cantidades permanecen prácticamente constantes, indicando que es posible considerar al disco de gas como un disco rígido de excentricidad  $\sim 0,2$  y longitud de pericentro  $\sim 2,9 \text{ rad}$ .

La comparación entre la distribución inicial y luego de 10 órbitas del gráfico derecho indica que las partículas de gas del disco difunden hacia las regiones más cercanas de la

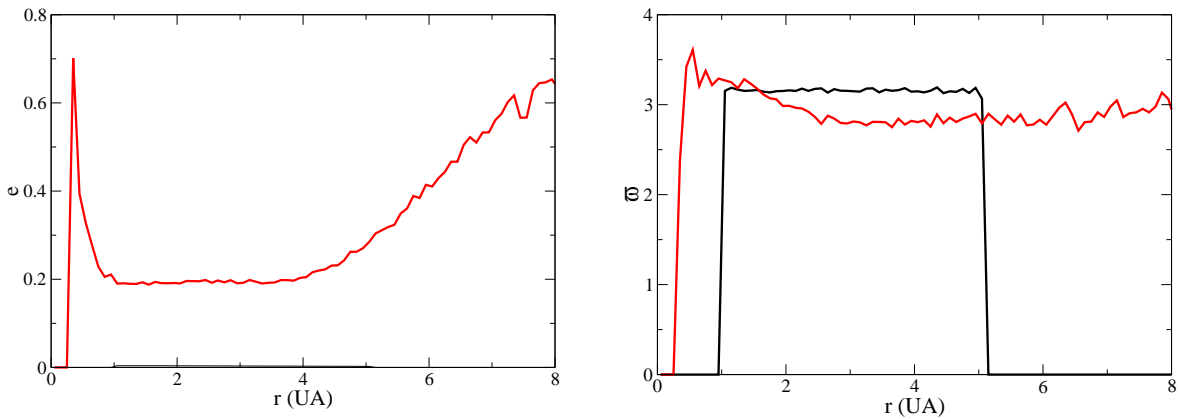


Figura 4.13: Excentricidad (izquierda) y longitud de pericentro (derecha) del disco en función de la distancia a la estrella  $r$ . La curva roja muestra los resultados luego de 10 órbitas binarias, la curva negra en el gráfico derecho muestra la distribución inicial.

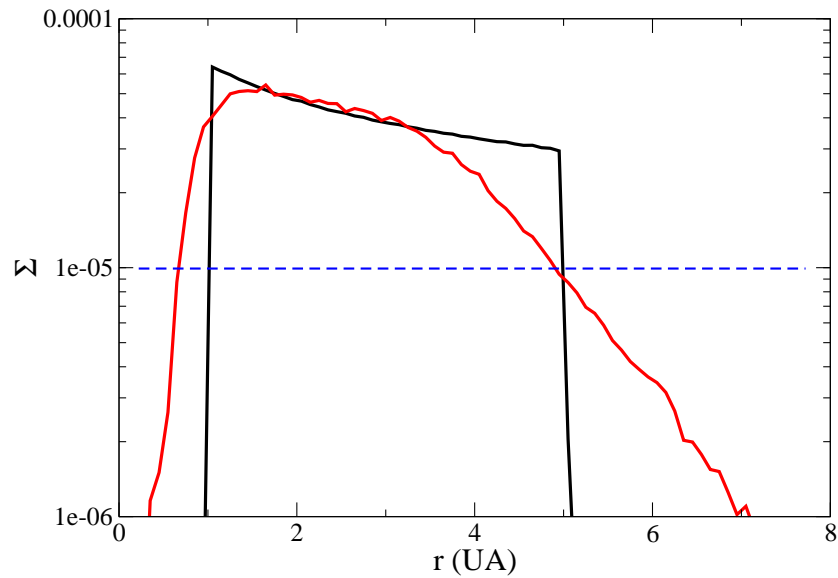


Figura 4.14: Perfil de densidad superficial  $\Sigma$  en función de la distancia a la estrella  $r$ . En negro se muestra la distribución inicial ( $r^{-1/2}$ ) y en rojo luego de 10 órbitas de la binaria. El perfil luego de 10 órbitas entre 1 y 4 UA es casi constante, con una leve variación. La curva azul punteada muestra el 20 % del valor medio de  $\Sigma$  en el intervalo 1-4 UA. Dicha curva da un indicativo de cuando la densidad del disco es muy baja, y por tanto el truncamiento del disco comienza a notarse.

estrella principal y también alejándose de ésta. Este efecto se puede observar mejor en la Figura 4.14 donde se grafica el perfil de densidad superficial del disco, en el instante inicial

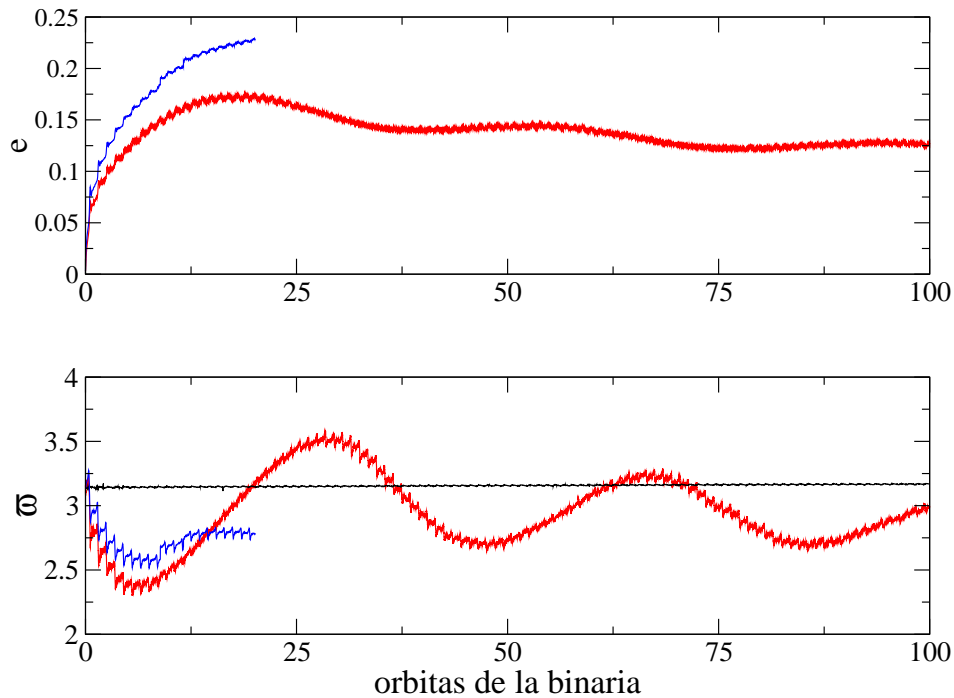


Figura 4.15: Evolución de la excentricidad (arriba) y la longitud de pericentro (abajo) del disco de gas. En curva roja se presenta el resultado para la simulación de baja resolución (10000 partículas) por 100 períodos orbitales de la binaria, y en curva azul los resultados para 100000 partículas por 20 períodos de la compañera. La curva negra en el gráfico inferior indica la  $\varpi$  de la binaria.

(negro) y luego de 10 órbitas de la compañera (rojo). Se ve como se redistribuye el material del disco a medida que busca el estado de equilibrio. El gas tiende a llenar el espacio  $r < 1$  UA y además por efecto de la compañera difunde hacia afuera escapando incluso de la esfera de Hill de la principal. Este fenómeno no era posible de observar en simulaciones Eulerianas, ya que al ser limitada la grilla, no se podía seguir el gas fuera de los parámetros establecidos. Se aprecia en la figura que el perfil depende muy débilmente de  $r$  entre 1 y 4 UA. Por otra parte, el efecto de truncamiento del disco debido a la compañera se empieza a hacer notar, la curva azul a trazos marca  $\sim 20\%$  del valor medio de la densidad entre 1 y 4 UA, si se considera despreciable las regiones con  $\Sigma$  menor a dicho valor, se deduce que el disco está truncado a  $\sim 5$  UA. A medida que avance el tiempo, el valor de truncamiento se acercará a los valores predichos en Kley & Nelson (2008).

Para estudiar la dinámica del disco, es necesario saber cómo varía su estructura en el tiempo. Para ello, se realiza un promedio a lo largo de  $r$  (entre 1 y 5 UA) a fin de determinar los valores medios de la excentricidad y la longitud de pericentro del disco ( $e$  y  $\varpi$ ), y posteriormente se grafica su evolución en el tiempo. La Figura 4.15 muestra los resultados para la simulación de baja resolución (rojo) por 100 órbitas binarias, y la azul para 100000, partículas por 20 órbitas binarias. A modo de comparación, para saber si la binaria y el disco



están alineados, se agrega en el gráfico inferior la longitud de pericentro de la compañera (curva negra). Se puede observar que aunque los resultados de ambas simulaciones tienen ciertas diferencias, concuerdan en predecir un disco con excentricidad intermedia ( $\sim 0,1$ ), sin precesión y casi alineado con la binaria, estos resultados son bastante próximos a los de Müller & Kley (2012). El escenario que propone nuestra simulación hidrodinámica es bastante cercano a uno de los dos que se propusieron en el Capítulo anterior, un disco con baja excentricidad, sin precesión y alineado con la binaria. Finalmente las discrepancias entre los resultados, debido al cambio de la cantidad de partículas  $N$ , se deben seguramente a que con menos partículas no se generan (o no se pueden resolver) ciertas estructuras en el disco (por ejemplo, ondas de densidad) que son parte importante de la dinámica del gas en el disco. Sin embargo, la simulación de más resolución se cortó antes de que el disco alcanzara su equilibrio, también es posible que mayor tiempo de integración lleve a la simulación de 100000 partículas a valores próximos a los obtenidos en la de baja resolución.

A pesar de estos resultados potencialmente alentadores, una de las principales desventajas del método Lagrangiano es “el tiempo de cómputo”. Por ejemplo, la simulación de baja resolución, llevada a cabo en una pc común con procesador *quad core* demoró 1 mes. El hecho que la simulación con mayor número de partículas se cortara en  $\sim 20$  órbitas binarias se debe a que llevaba casi 2 meses de integración y las estimaciones nos indicaban que terminaría en 7 meses más, es decir 9 meses para una simulación completa. Si a esto se le agrega que dicha simulación se llevó a cabo en el cluster *mirta1* del IATE, utilizando en promedio 10 de los 16 procesadores, se deduce que el proyecto resultaba inviable.



Figura 4.16: Perfil de densidad superficial en el plano  $(x,y)$  obtenido con GADGET2 para un disco de  $3 m_{\text{jup}}$ , realizado con 100000 partículas (izquierda) y 10000 partículas (derecha). El instante para el que se grafican ambos discos es justo después del “tercer” paso de la estrella secundaria por su pericentro. Si se compara con la Figura 4.2, se verá que la fuerte difusión de los métodos SPH no permite que sobrevivan las estructuras en el disco.

Aunque el problema del tiempo de cómputo es un fuerte contratiempo, existen otros problemas inherentes al código SPH que suponen una enorme desventaja para el estudio que se deseaba realizar. Se mencionó ya que estos métodos son altamente difusivos, y por lo tanto las estructuras no se pueden mantener por mucho tiempo. Esto equivale a decir que el sistema tiene una viscosidad alta, por lo que el fluido tiende a homogeneizarse rápidamente y las estructuras se desarman. Existe un trabajo de de Val-Borro et al. (2006), donde se lleva a cabo una comparación entre los diferentes métodos para resolver la hidrodinámica, allí se confirma que los métodos SPH son altamente difusivos. En particular para nuestro problema, esto significa que las ondas de densidad, esas estructuras generadas por la compañera

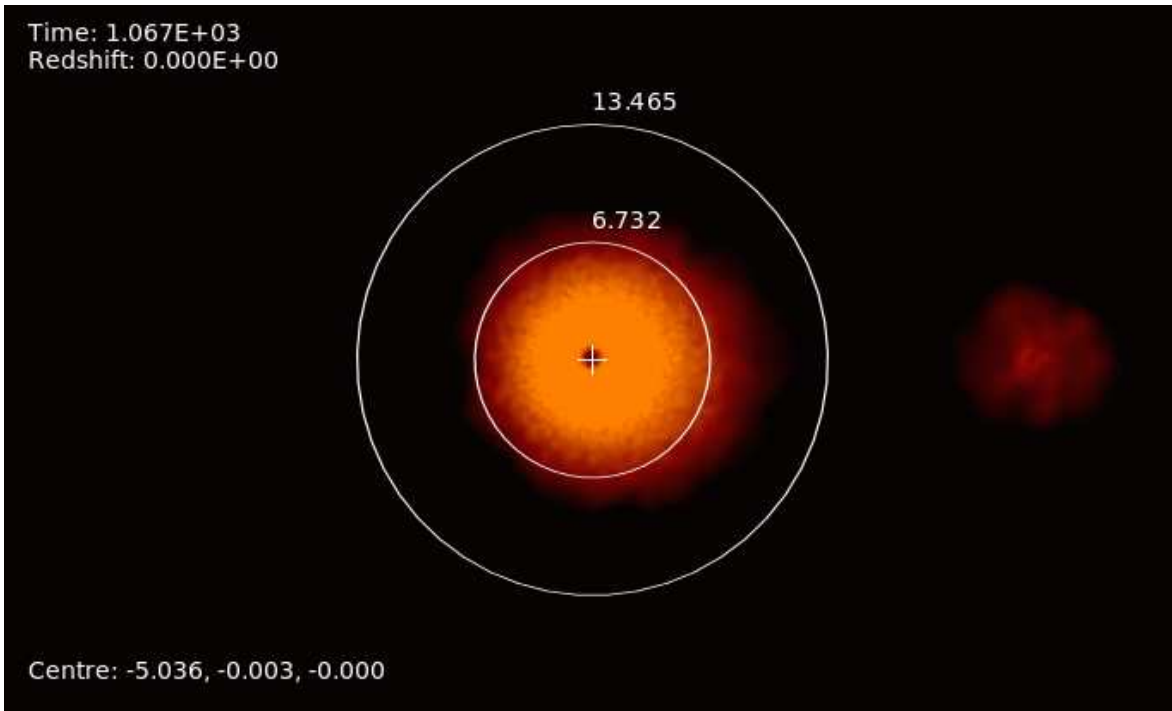


Figura 4.17: Densidad de partículas luego de 20 órbitas de la binaria. Se puede observar que una parte del material gaseoso que orbitaba la principal escapó y fue capturado por la compañera. Esto permitió la formación de un disco en la secundaria. Los círculos blancos se dibujan como referencia, para mostrar la escala de distancia.

se desarmen rápidamente. Esto se puede ver si se compara la Figura 4.16 correspondiente a nuestros resultados, con los resultados de Kley & Nelson (2008), Figura 4.2. Se puede ver que en nuestra simulación, luego del tercer paso de la binaria por el pericentro no se observan ya ondas de densidad, a diferencia de los otros resultados donde incluso luego del paso 20 de la binaria por el pericentro las ondas persisten y son muy intensas. Si se tiene en cuenta que la escasez de partículas podría ser responsable de la discrepancia en los resultados de las 2 simulaciones (Fig. 4.15) debido a que no se resuelven las estructuras, entonces la dinámica del disco que se obtenga luego de la difusión de las ondas de densidad podría no ser del todo correcta.

Estos inconvenientes nos llevaron a abandonar el proyecto de aplicación de los métodos Lagrangianos. Las ventajas en velocidad de cómputo de los métodos Eulerianos, los ponen por sobre los códigos Lagrangianos para el análisis de discos de gas en SBC. Aún con sus inconvenientes, los métodos Eulerianos tienen una amplia ventaja.

#### 4.4.3. Disco en la secundaria y efecto de transferencia

La aplicación de los métodos Lagrangianos no se debe descartar para el análisis del problema: un aspecto importante de la dinámica de discos de gas en SBC que escapa los alcances de esta Tesis, pero que es de gran importancia, es el intercambio de material entre las dos estrellas. Las teorías de formación estelar (ver Introducción) predicen una formación de dos estrellas en una configuración compacta y cada una con su disco de gas. La Figura 4.17 muestra

que al cabo de sólo 20 órbitas, la binaria fue capaz de capturar material de la principal y desarrollar su propio disco. Esto nos permite predecir que ambas estrellas serán capaces entonces de intercambiar el material de los discos, lo que podría tener importantes consecuencias en la evolución de los mismos. Aunque el problema de la alta difusión puede ser responsable de un escape mucho mayor de material del disco, realizando alguna modificación sobre el código se podría corregir este problema. Este aspecto en particular de la dinámica de gas en SBC no puede realizarse con métodos Eulerianos, y es una excelente aplicación de los Lagrangianos.

## 4.5. Conclusiones

Esta Sección pretende darle un cierre a este Capítulo cuyos resultados han sido poco claros. Por un lado se llevó a cabo un análisis de los resultados existentes en la literatura sobre la dinámica de discos de gas en SBC. La conclusión fue que los problemas inherentes a los códigos utilizados para resolver el problema no permitían obtener resultados concluyentes acerca de la dinámica del disco de gas. Incluso se propuso un nuevo enfoque para resolver el inconveniente de los métodos utilizados, pero no se alcanzó el resultado esperado. Ante tal inconveniente se realizó un nuevo análisis basado en simulaciones propias utilizando otro tipo de código, el cual también presentó inconvenientes. En resumen, el resultado global arroja un saldo negativo, sin una definición cierta sobre la dinámica real de discos en SBC.

Se debe aclarar que los problemas en la resolución de estos sistemas (discos en SBC) no son debidos a un desconocimiento de la física involucrada, sino a problemas en los métodos de cómputo que permiten una integración numérica del problema. Sin embargo, el problema es complejo y recién se están dando los primeros pasos, seguramente en un futuro se dispondrá de un código que sorteé las dificultades mencionadas y sea capaz de dar respuesta al problema de la dinámica de discos de gas en SBC. Pero por el momento, al no disponer de las herramientas adecuadas, y al necesitar de una dinámica de gas para nuestro problema, en esta Tesis optamos por considerar los dos casos favorables que se mencionaron en el Capítulo anterior. Es decir, la dinámica de los planetesimales se analizará en el contexto de un disco con excentricidad baja sin precesión y alineado con la binaria, y otro con alta excentricidad pero con precesión. Ambos entornos, de acuerdo a nuestros cálculos son los que se muestran más favorables al proceso de acreción.

Sin embargo, antes de analizar la evolución colisional de un enjambre de planetesimales, se debe repasar el modelo de evolución gravitacional de los planetesimales. En estos dos Capítulos el análisis se limitó a los efectos de fricción sobre los planetesimales debido a un disco de gas, pero éstos se ven sometidos además a la interacción gravitatoria de la secundaria. Los próximos dos Capítulos se dedican a mejorar el modelo para la dinámica gravitacional (sin gas) de los planetesimales.

# Capítulo 5

## Dinámica secular de planetesimales en SBC

En este Capítulo se presenta una descripción general de la dinámica secular de pequeños planetesimales en movimiento circunestelar alrededor de la estrella principal (más masiva) de un SBC. El análisis, como se mencionó en el Capítulo 2, se llevó a cabo considerando los parámetros del sistema  $\gamma$ -Cephei, y se asumió que todo el movimiento se produce en el mismo plano. Se trabajó en el marco del problema de 3 cuerpos restringido (P3CR), suponiendo un pequeño planetesimal de masa  $m$  en movimiento alrededor de una estrella de masa  $m_A$ , con  $m \ll m_A$ . La órbita  $m_A$ -céntrica de la secundaria  $m_B$ , es considerada una elipse fija, dada por  $a_B$ ,  $e_B$  y  $\varpi_B$ , y cumple el rol de perturbador gravitacional sobre los pequeños cuerpos.

### 5.1. El modelo secular de primer orden

Fuera de cualquier resonancia de movimientos medios significativa, la evolución orbital de un planetesimal estará dominada por las perturbaciones seculares, y los términos de corto período (asociados a las longitudes medias) pueden ser eliminados mediante una técnica de perturbación conocida como *promediación*. La expresión para la función perturbadora secular  $R$  utilizada generalmente para estudios de este tipo fue desarrollada originalmente por Heppenheimer (1978a) y está dada por

$$R = \frac{3}{8} \frac{\mathcal{G}m_B}{(1 - e_B^2)^{3/2}} \frac{a^2}{a_B^3} \left[ e^2 - \frac{5}{2} \frac{ae e_B}{a_B(1 - e_B^2)} \cos(\varpi - \varpi_B) \right] \quad (5.1)$$

(ver Terquem & Papaloizou 2002), donde  $\mathcal{G}$  es la constante de gravitación,  $a$  es el semieje mayor  $m_A$ -céntrico de los planetesimales,  $e$  su excentricidad y  $\varpi$  su longitud de pericentro. El ángulo  $\varpi_B$  denota la longitud de pericentro de la órbita de  $m_B$ , que se supone constante.

La expresión (5.1) es construida a partir de la expansión del potencial perturbador de Kaula (1962), se trunca la expansión a segundo orden en la excentricidad del cuerpo perturbado, y se lleva a cabo un “corte” a primer orden en las longitudes medias (con respecto a las

masas). Se define a la expresión resultante como modelo de *primer orden* para la dinámica secular.

Dado que  $R$  no depende explícitamente de la longitud media  $\lambda$  de los planetesimales, su semieje mayor es constante e igual al valor propio  $a^*$ . En consecuencia, el sistema secular se reduce a un solo grado de libertad, y las ecuaciones diferenciales que rigen las variables regulares  $k = e \cos(\varpi - \varpi_B)$  y  $h = e \sin(\varpi - \varpi_B)$  se pueden escribir

$$\frac{dk}{dt} = -gh \quad ; \quad \frac{dh}{dt} = g(k - e_f), \quad (5.2)$$

donde

$$g = \frac{3 m_B}{4 m_A} \left( \frac{a}{a_B} \right)^3 n (1 - e_B^2)^{-3/2}, \quad (5.3)$$

$$e_f = \frac{5 a}{4 a_B} e_B (1 - e_B^2)^{-1}, \quad (5.4)$$

con  $n$  el movimiento medio del planetesimal.

Dadas ciertas condiciones iniciales arbitrarias  $(k_0, h_0)$ , estas ecuaciones admiten soluciones periódicas de la forma

$$\begin{aligned} k(t) &= e_p \cos(gt + \phi_0) + e_f \\ h(t) &= e_p \sin(gt + \phi_0), \end{aligned} \quad (5.5)$$

donde  $g$  es la frecuencia secular,  $e_p^2 = (k_0 - e_f)^2 + h_0^2$  se conoce generalmente como la excentricidad propia (o libre), y el ángulo de fase es dado por la expresión  $\tan \phi_0 = h_0 / (k_0 - e_f)$ . El término constante  $e_f$  se conoce como la excentricidad forzada y sólo está presente en sistemas con un perturbador excéntrico. Adoptando valores fijos para  $a_B$  y  $e_B$ , la ecuación (5.4) implica que  $e_f$  es una función lineal del semieje mayor propio ( $e_f \propto a^*$ ) mientras la frecuencia secular escala como  $g \propto a^{*3/2}$ .

## 5.2. Simulaciones numéricas

La primera tarea es evaluar la exactitud de las soluciones seculares (5.5) correspondientes al modelo de primer orden (5.1). Las dos cantidades que se desea corroborar son  $e_f$  y  $g$ . La excentricidad forzada es crucial para determinar la excentricidad de equilibrio de planetesimales bajo los efectos de la fricción de gas debida al disco protoplanetario (ver Capítulo 3). Aunque cualquier movimiento oscilatorio secular se espera que sea amortiguado en un escenario rico en gas, la magnitud de  $g$  es importante para establecer la validez del proceso de promediación de la función perturbadora.

La Figura 5.1 muestra tres cálculos diferentes de la excentricidad forzada (gráfico superior) y la frecuencia secular (gráfico inferior). Las líneas continuas corresponden a las ecuaciones (5.3) y (5.4), y por lo tanto a la función perturbadora promediada a primer orden truncada a segundo orden en las excentricidades. El valor de  $e_f$  parece crecer linealmente con

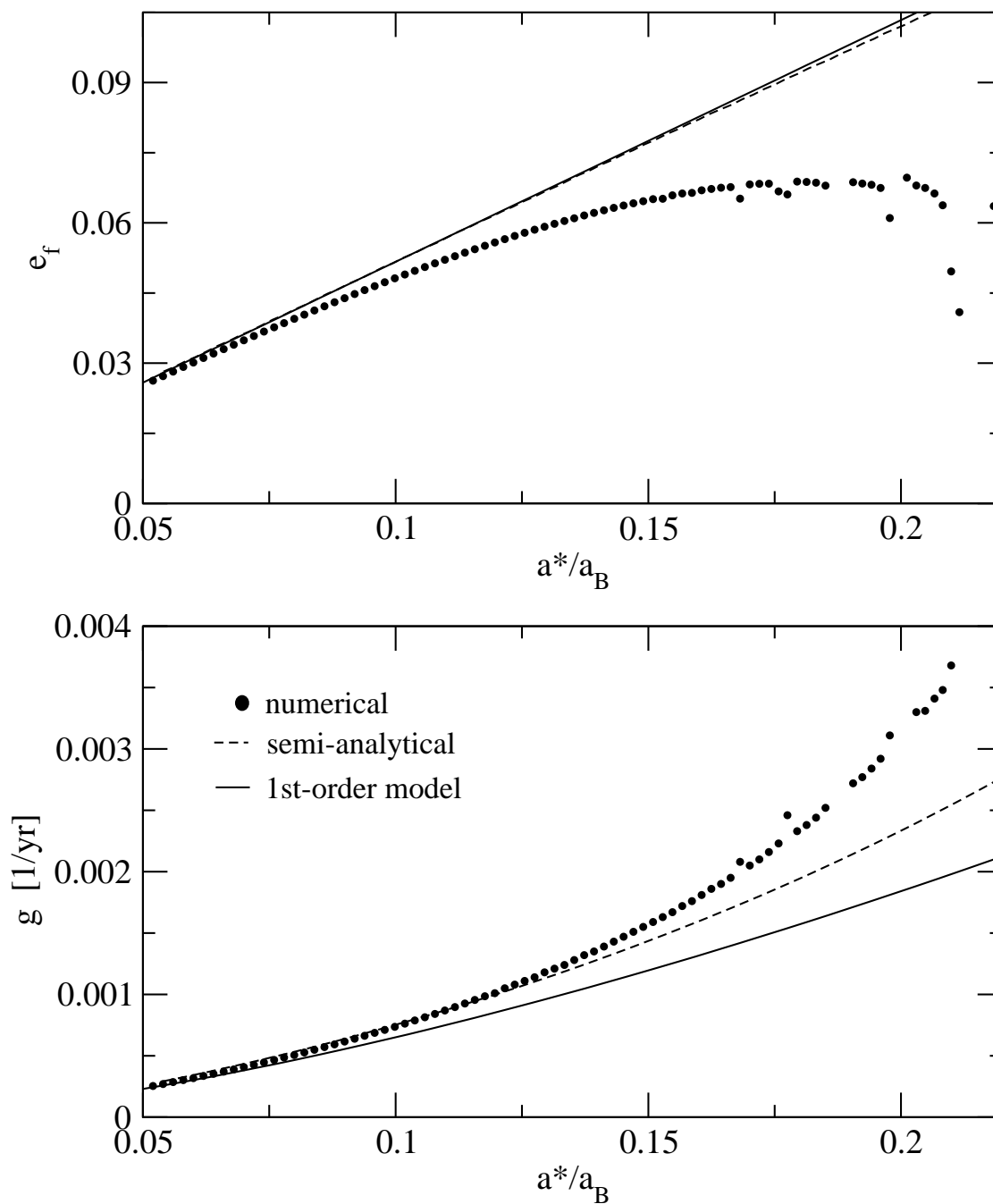


Figura 5.1: Excentricidad forzada (arriba) y frecuencia secular (abajo), como función del semieje mayor propio, calculado por tres métodos diferentes: simulaciones numéricas exactas filtradas (círculos negros llenos), promediado de primer orden semi-analítico de la función perturbadora exacta (línea a trazos) y el modelo analítico clásico secular de primer orden (línea continua).

el semieje mayor propio, llegando a valores de  $\sim 0,1$  para  $a^* \sim 0,2a_B$ . Por el contrario, los círculos negros presentan los cálculos numéricos de las mismas cantidades. Estos valores se obtuvieron a partir de una integración a largo plazo de las ecuaciones de movimiento exactas, después de una aplicación *on-line* de un filtro pasa-bajo FIR (Carpino et al. 1987).

Un filtro digital es una herramienta numérica que elimina ciertas frecuencias de una señal de entrada. Por ejemplo, dada una determinada serie temporal (excentricidad en función del tiempo) y una frecuencia de paso  $\nu_{\text{pas}}$ , aplicando un filtro pasa-bajo la señal producirá una salida que mantiene todas las variaciones periódicas con frecuencias  $\nu < \nu_{\text{pas}}$ , mientras las demás son eliminadas. Los filtros digitales constituyen una herramienta común para la construcción de teorías sintéticas sobre la dinámica a largo plazo de asteroides (Knezević & Milani 2000) y la dinámica planetaria (Michtchenko & Ferraz-Mello 2001), y constituyen una alternativa respecto de las teorías de perturbación analíticas cuando la función Hamiltoniana es muy compleja.

Para el análisis, los parámetros del filtro digital se eligieron tal que eliminen todas las variaciones periódicas con hasta ocho veces el período orbital de la compañera binaria. En un sistema dinámico que despliega un movimiento regular, la aplicación del filtro es equivalente al promediado completo del Hamiltoniano (es decir, orden infinito). La región situada más allá de  $a^* \sim 0,2 a_B$  muestra inestabilidades dinámicas que complican la determinación de la solución secular.

La comparación entre los valores numéricos y los valores analíticos muestran diferencias significativas. Aunque ambos métodos dan resultados similares para valores chicos de semieje mayores, las frecuencias seculares exactas son sistemáticamente subestimadas por el modelo analítico, dando lugar a diferencias de casi un factor dos para  $a^*/a_B \sim 0,24$ . Esta limitación en la estimación clásica de  $g$  fue observada por primera vez por Thébault et al. (2006), quienes presentaron un término funcional empírico de corrección a la expresión (5.3). Esta corrección redujo la diferencia a valores del orden de 5 % en el mismo rango de  $a^*$ .

Quizás aún más importante para nuestro estudio, el valor de la excentricidad forzada también muestra diferencias significativas. Mientras que el modelo analítico predice un aumento monótonico en  $e_f$  en función de  $a^*$ , el valor real parece alcanzar una meseta alrededor de  $a^*/a_b \simeq 0,17$  (correspondiente a  $e_f \simeq 0,07$ ) y disminuye para grandes distancias radiales. La dispersión en los valores numéricos de  $e_f$  y  $g$  en la región exterior se debe a la acción de resonancias de movimientos medios de alto orden entre el planetesimal y la estrella binaria  $m_B$ .

A simple vista, parece natural pensar que las limitaciones de las expresiones (5.3) y (5.4) se deben al truncamiento de la función perturbadora de los términos de segundo orden en las excentricidades y/o de términos de tercer orden en la relación de  $a/a_B$ . Sin embargo, éste no es el caso. En la Figura 5.1 también se han graficado las mismas cantidades determinadas mediante un modelo semi-analítico para la función perturbadora. Esta expresión se calcula directamente como

$$\langle R \rangle = \frac{\mathcal{G}m_B}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_B|} - \frac{r}{r_B^2} \cos \phi \right) d\lambda d\lambda_B, \quad (5.6)$$

donde  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{r}_B$  son los vectores de posición de  $m$  y  $m_B$ , respectivamente,  $r$  y  $r_B$  sus valores absolutos,  $\lambda$  y  $\lambda_B$  las longitudes medias, y  $\phi$  es la distancia angular instantánea entre los dos

cuerpos. El integrando es la expresión exacta de la función perturbadora, sin aproximaciones, y la integral doble se realiza numéricamente. A partir de esta expresión el valor de  $e_f$  puede estimarse a partir del valor mínimo alcanzado por  $\langle R \rangle$  en el segmento lineal  $(\varpi - \varpi_0) = 0$ , mientras que la frecuencia secular está dada por

$$g = \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial (G - L)}, \quad (5.7)$$

en el mismo punto. Aquí  $(G - L) \simeq \sqrt{\mathcal{G}m_A a} (e^2/2)$  es el momento canónico modificado de Delaunay conjugado a la longitud de pericentro. La expresión (5.7) también pueden ser evaluada numéricamente para cualquier condición inicial.

Este tipo de modelo semi-analítico ha demostrado ser una poderosa herramienta para mapear el espacio de fases de sistemas dinámicos complejos, especialmente en el régimen de alta excentricidad, donde aproximaciones analíticas para el Hamiltoniano no son viables (Michtchenko & Malhotra 2004, Michtchenko et al. 2006). Formalmente, es equivalente a un promediado de primer orden (en las masas) de la función Hamiltoniana exacta.

Las líneas discontinuas en la Figura 5.1 muestran los valores de  $e_f$  y  $g$  determinados con el método semi-analítico. Aunque el valor de la frecuencia secular muestra una mejora significativa con respecto a la estimación analítica, todavía hay una discrepancia con el valor exacto. Esto es más notable aún en la excentricidad forzada, donde no hay prácticamente ninguna diferencia con el valor determinado por la ecuación (5.3). En consecuencia, parece que las limitaciones del modelo analítico no se deben principalmente al truncamiento de la función perturbadora.

### 5.3. El modelo secular de segundo orden

Ya que los errores en la estimación tanto de la excentricidad forzada  $e_f$  como de la frecuencia secular  $g$  no se deben a limitaciones en la función perturbadora adoptada, su origen debe estar en la construcción de la solución promediada en sí misma. Como se mencionó anteriormente, las expresiones de Heppenheimer (1978a) son un modelo de primer orden con respecto a la masa perturbadora. En esta sección se amplían los cálculos hasta segundo orden.

Una de las técnicas de perturbaciones más utilizada es el llamado método de media de Hori (Hori 1966, Ferraz-Mello 2007), que emplea las transformaciones canónicas de Lie para eliminar la dependencia del Hamiltoniano con respecto a un conjunto de variables. La nueva función de Hamilton viene dada por una serie de potencias en el pequeño parámetro (por ejemplo, la masa perturbadora).

Ya que se va a adoptar una formulación Hamiltoniana, primero se deben introducir variables canónicas. Se han elegido las variables modificadas de Delaunay  $(L, \Lambda, G - L, \lambda, \lambda_B, \varpi)$ , donde los momentos canónicos están dados en función de los elementos orbitales,

$$L = \sqrt{\mathcal{G}m_A a} \quad ; \quad G - L = L(\sqrt{1 - e^2} - 1) \quad (5.8)$$

y  $\Lambda$  es el canónico conjugado de la longitud media de la masa perturbadora (es decir,  $\lambda_B$ ). Este tercer grado de libertad aparece cuando se pasa al espacio de fases ampliado para eliminar el carácter no autónomo de la perturbación.



La función Hamiltoniana completa que gobierna la dinámica del planetesimal  $m$  es dada por

$$F(L, \Lambda, G - L, \lambda, \lambda_B, \varpi) = -\frac{\mathcal{G}m_A}{2L^2} + n_B\Lambda - R, \quad (5.9)$$

donde  $n_B$  es el movimiento medio de la masa perturbadora  $m_B$  y  $R$  la función perturbadora. Podemos expresar este Hamiltoniano en una forma adecuada para la teoría de perturbaciones:  $F = F_0 + \varepsilon F_1$ , donde

$$\begin{aligned} F_0 &= -\frac{\mathcal{G}m_A}{2L^2} + n_B\Lambda \\ F_1 &= -\frac{a_B}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_B|} + \frac{ra_B}{r_B^2} \cos \phi \end{aligned} \quad (5.10)$$

y  $\varepsilon = \mathcal{G}m_B/a_B$  es un pequeño parámetro que sirve como una guía de las magnitudes relativas entre el término perturbativo  $F_1$  y el Hamiltoniano integrable no-perturbado  $F_0$ .

Para la función perturbadora se adoptara la expansión de Legendre, truncada a cuarto orden en la razón  $a/a_B$ ; es decir, se aproximará la perturbación con:

$$F_1 = \sum_{i=2}^4 \left(\frac{a}{a_B}\right)^i \left(\frac{r}{a}\right)^i \left(\frac{r_B}{a_B}\right)^{-(i+1)} P_i(\cos \phi), \quad (5.11)$$

donde  $P_i(\cos \phi)$  es el polinomio de Legendre de grado  $i$ . Pasando de una serie de potencias en  $\cos \phi$  a una descomposición armónica en  $\phi$  y transformando a elementos orbitales, se puede obtener una expansión truncada de la función perturbadora que lleva a

$$F_1 = \sum_{i,j,s=0}^{\infty} \sum_{k,l=-\infty}^{\infty} D_{i,j,k,l} e^i e_B^j \cos(kM + lM_S - s\varpi), \quad (5.12)$$

donde  $M$  y  $M_S$  son las longitudes medias del planetesimal y del cuerpo secundario, y  $D_{i,j,k,l}$  puede obtenerse en términos de los coeficientes de Hansen (Beaugé & Michtchenko 2003).

Teniendo una expresión explícita para  $F_1$  en variables medias, se puede aplicar ahora el método de Hori. La idea es buscar una transformación canónica de Lie  $B = \varepsilon B_1 + \varepsilon^2 B_2 + \dots$  a un nuevo conjunto de variables  $(L^*, \Lambda^*, (G - L)^*, \lambda^*, \lambda_B^*, \varpi^*)$  tal que el Hamiltoniano transformado  $F^*$  es independiente de  $\lambda^*$  y  $\lambda_B^*$ . A segundo orden en el pequeño parámetro, la nueva función Hamiltoniana puede ser escrita

$$F^*((G - L)^*, \Delta\varpi^*; L^*, \Lambda^*) = F_0^* + \varepsilon F_1^* + \varepsilon^2 F_2^*, \quad (5.13)$$

donde  $\Delta\varpi^* = \varpi^* - \varpi_B$ . Los diferentes ordenes en la expresión (5.13) están dados por

$$\begin{aligned} F_0^* &= F_0(L^*, \Lambda^*) \\ F_1^* &= \langle F_1 \rangle_{\lambda, \lambda_B} \\ F_2^* &= \frac{1}{2} \langle \{ (F_1 + F_1^*), B_1 \} \rangle_{\lambda, \lambda_B}, \end{aligned} \quad (5.14)$$

donde  $\{ \}$  es el corchete de Poisson,  $\langle \rangle_{\lambda, \lambda_B}$  denota el promediado respecto a ambas longitudes medias (manteniendo fijas todas las otras variables), y  $B_1$  es la función generatriz de primer

orden del método de Hori. En términos de la expansión adoptada para la función perturbadora (5.12), este se define

$$B_1 = - \sum_{i,j,s,k,l} \frac{D_{i,j,k,l}}{kn + ln_B} e^{*i} e_B^{*j} \sin(kM^* + lM_S^* - s\varpi^*), \quad (5.15)$$

donde la función debe ser evaluada en las nuevas variables.

La construcción del nuevo Hamiltoniano secular  $F^*((G-L)^*, \Delta\varpi^*; L^*, \Lambda^*)$  es complicada, aunque bastante sencilla con el uso de un manipulador algebraico. Afortunadamente, no será necesario escribir una expresión explícita aquí. Es suficiente con decir que  $F^*$  constituye un modelo de segundo orden del sistema secular, y un sistema de un solo grado de libertad en las variables  $((G-L)^*, \Delta\varpi^*)$ . Empleando la transformación inversa de variables de Delaunay a elementos orbitales, también se puede obtener una expresión para  $F^*(e^*, \Delta\varpi^*; a^*)$  en términos de la excentricidad media  $e^*$  y el semieje mayor propio  $a^*$ . Ya que este último elemento orbital es constante, aparece en el Hamiltoniano como un parámetro externo.

Finalmente, después de resolver el sistema secular y de obtener  $e^*$  y  $\Delta\varpi^*$  en función del tiempo, se puede invocar la transformación inversa de Hori para obtener las variaciones a corto plazo de las variables osculadoras originales. Para la excentricidad, esto da:

$$e^2(t) \simeq e^{*2}(t) + \frac{2\varepsilon}{L^*} \frac{\partial B_1}{\partial \varpi^*}. \quad (5.16)$$

Ya que  $B_1$  depende explícitamente de las longitudes medias, el segundo término modela las variaciones de corto período en la excentricidad, mientras que el primer término ( $e^{*2}(t)$ ) da las principales contribuciones seculares. Ya que la excentricidad es una función definida positiva, la magnitud del segundo término también especifica un mínimo de la excentricidad media  $e^*$  del sistema secular para cualquier semieje mayor propio dado  $a^*$ . Al mismo tiempo, también da el promedio de semi-amplitud de las variaciones de corto período  $\Delta e$  en el mismo elemento orbital.

La Figura 5.2 muestra una aplicación del modelo de segundo orden, la gráfica muestra la excentricidad forzada en función de la relación de  $a^*/a_B$ , calculado con tres métodos diferentes. Como antes, en círculos negros se presentan los valores numéricos exactos, mientras que ahora la solución de primer orden se muestra como una línea discontinua. Se debe tener en cuenta que este modelo predice un aumento lineal de  $e_f$  con el semieje mayor. Finalmente, el valor de la excentricidad forzada determinado con el Hamiltoniano de segundo orden  $F^*$  se muestra como una curva continua. El acuerdo con los datos numéricos es muy bueno, y la saturación en el valor de  $e_f$  es reproducida bastante bien. Como se han ignorado todos los pequeños denominadores en la función generatriz  $B_1$ , la curva del modelo es suave y no muestra indicios de los efectos debidos a las resonancias de movimientos medios (RMM).

## 5.4. Extendiendo la aproximación de Thébault et al. (2006)

Como se mencionó antes, aunque el modelo de segundo orden da una mejora significativa en la solución secular, así como también permite modelar la magnitud de las variaciones

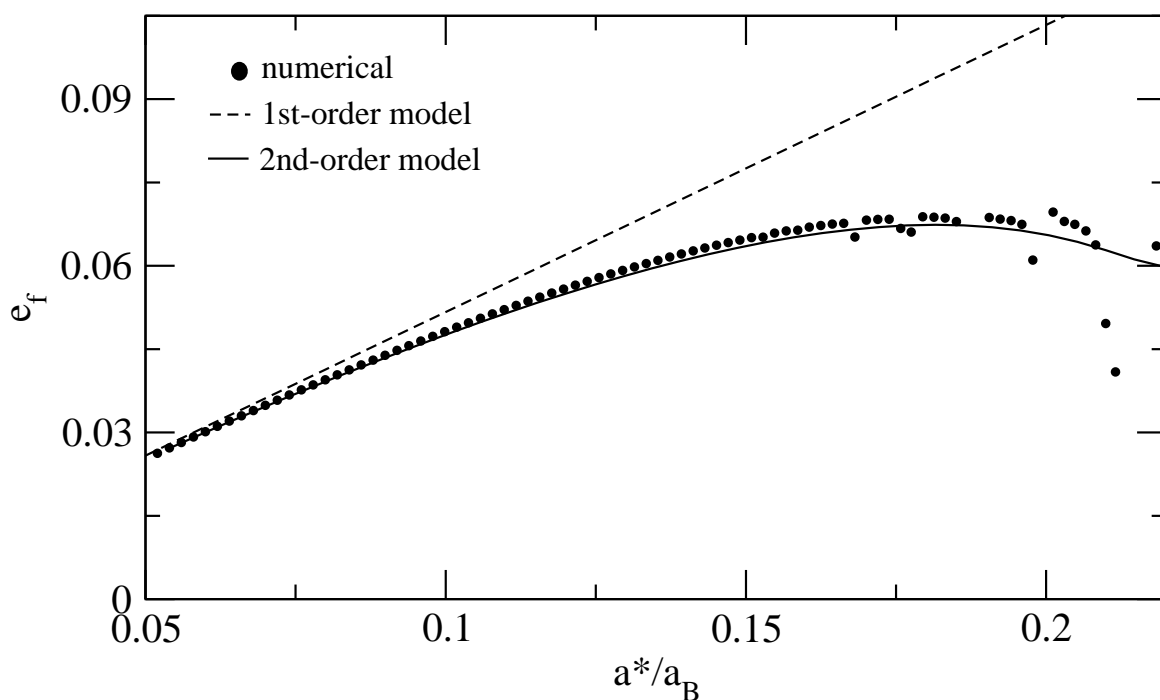


Figura 5.2: Excentricidad forzada, como función del semieje mayor propio, calculada mediante tres métodos diferentes: simulaciones numéricas exactas (círculos negros llenos), modelo analítico de primer orden (línea a trazos) y el nuevo modelo secular de segundo orden (líneas continuas).

orbitales de corto período, es demasiado complejo como para constituir un modelo viable. Por esta razón, nos preguntamos si el término de corrección empírica presentado por Thébault et al. (2006) para la frecuencia secular se podría extender para reproducir tanto la excentricidad forzada como las variaciones de corto período. Por supuesto que no se espera que produzca los mismos resultados, pero si los errores no son significativos, una aproximación empírica de segundo orden podría constituir un modelo analítico cuantitativo simple.

Si se sigue la misma aproximación que en Thébault et al. (2006), se puede considerar a  $e_{f0}$  y  $g_0$  las expresiones de primer orden para la excentricidad forzada y la frecuencia secular, y se dejará  $e_f$  y  $g$  para los valores de segundo orden. La idea entonces es escribir  $e_f = e_{f0}(1 + \varepsilon\delta e_f)$  (y una ecuación similar para  $g$ ), e intentar modelar los términos de corrección  $\Delta e_f$  y  $\delta g$ . Después de varias pruebas y regresiones lineales multivariantes, se encontró que las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} e_f &\simeq e_{f0} \left[ 1 - 16 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a}{a_B} \right)^2 (1 - e_B^2)^{-5} \right] \\ g &\simeq g_0 \left[ 1 + 32 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a}{a_B} \right)^2 (1 - e_B^2)^{-5} \right], \end{aligned} \quad (5.17)$$

dán un muy buen acuerdo con el modelo completo de segundo orden. Existen algunas pequeñas diferencias en  $g$  con respecto a la fórmula original presentada por Thébault et al. (2006), sin embargo éstas son menores y no muy significativas. Finalmente, las expresiones para  $e_{f0}$  y  $g_0$  son aquellas definidas en (5.3) y (5.4). En términos de (5.17) el Hamiltoniano secular se puede aproximar por

$$F^* \simeq n^* a^{*2} g \left[ \frac{1}{2} (k^{*2} + h^{*2}) - e_f k^* \right], \quad (5.18)$$

donde  $k^* = e^* \cos(\Delta\varpi^*)$  y  $h^* = e^* \sin(\Delta\varpi^*)$  son las nuevas variables seculares regulares.

La Figura 5.3 nuevamente compara los valores estimados de  $e_f$  y  $g$ , esta vez para tres valores diferentes de la excentricidad  $e_B$  de la compañera binaria. Como en las figuras anteriores, los datos numéricos filtrados se muestran con círculos llenos, mientras el modelo analítico de primer orden se presenta en curvas punteadas. Esta vez, sin embargo, las líneas continuas corresponden a las formulas empíricas (5.17). Dada la simplicidad de estas ecuaciones, el acuerdo con los resultados numéricos es sorprendentemente bueno. Por último, la semi-amplitud de las variaciones de corto período en excentricidad también se puede modelar empíricamente a partir de la expresión

$$\Delta e \simeq 10 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a}{a_B} \right)^3 \frac{e_B}{(1 - e_B^2)^6}. \quad (5.19)$$

En conclusión, se ha podido desarrollar un modelo analítico sencillo para el análisis secular de las perturbaciones gravitacionales de la estrella secundaria. Esto completaría el primer paso del análisis propuesto en el Capítulo 2, *la construcción de modelos precisos para el gas y la secundaria*.

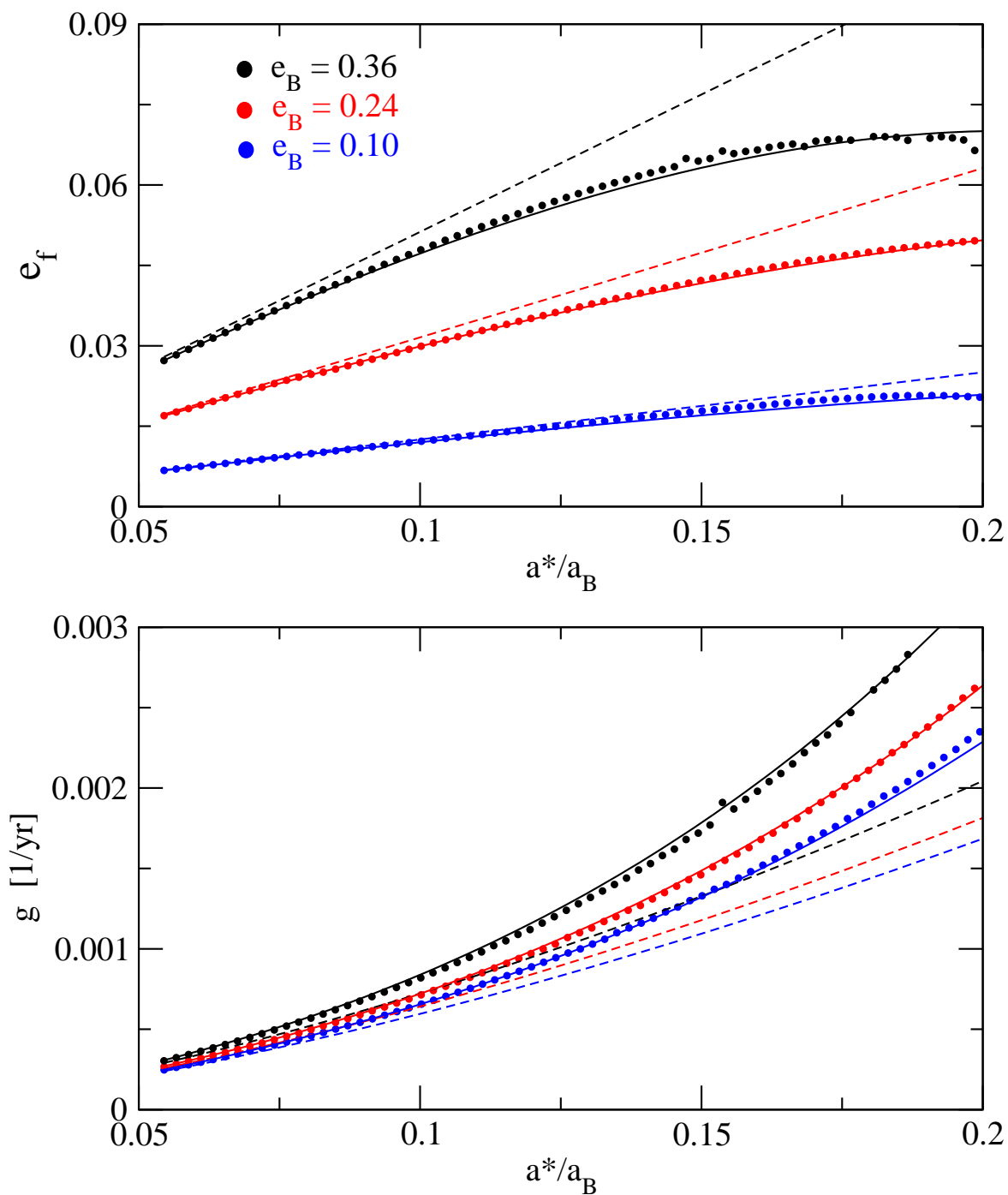


Figura 5.3: Variación de la excentricidad forzada (arriba) y la frecuencia secular (abajo), en términos del semieje mayor propio, para tres valores de la excentricidad de la secundaria  $e_B$ . Como antes, los círculos llenos presentan los resultados de las simulaciones numéricas exactas, las líneas discontinuas corresponden al modelo analítico de primer orden, mientras las soluciones empíricas (5.17) se muestran en línea continua.

## 5.5. Dinámica secular de planetesimales en $\gamma$ -Cephei

Como se vió en el Capítulo 2, la acreción de planetesimales requiere velocidades relativas bajas que, a su vez, implican órbitas similares entre los cuerpos colisionantes. Esta condición puede ser satisfecha si las excentricidades orbitales son: (i) muy pequeñas, o (ii) muy similares y las órbitas están alineadas. Para pequeños planetesimales, donde las perturbaciones mutuas no son cruciales, las excentricidades orbitales están determinadas por una compleja interacción de varios factores, entre ellos la fricción de gas, su historia colisional y los efectos gravitacionales de la estrella secundaria (Marzari & Scholl 2000, Thébault et al . 2006, 2008). En la aproximación secular que hemos desarrollado no se ha considerado la dinámica resonante debido a la compañera, por ello en esta Sección se analiza el alcance del modelo con el fin de determinar si es posible utilizarlo en nuestro estudio de acreción en SBC.

### 5.5.1. Simulaciones de partículas individuales con fricción de gas

Una forma de prueba para determinar el alcance y precisión del modelo es a través de la evolución de los pequeños planetesimales bajo los efectos de una fuerza de fricción tipo Epstein de un disco de gas circunestelar centrado en  $m_A$ . Se emplea la misma expresión para la fuerza disipativa que se utilizó en el Capítulo 3, tomando para el disco el mismo perfil de densidad superficial, y la misma masa. Se consideraron planetesimales con una densidad volumétrica de  $\rho = 3 \text{ gr/cm}^3$ . Se llevaron a cabo varias simulaciones, para cuerpos de distintos tamaños ( $s$  varía de 1 a 10 km) y se consideraron dos tipos de discos de gas, uno estático con su pericentro alineado con el de la secundaria y otro con precesión retrógrada de 1000 años, ambos con  $e_d = 0,1$ .

Las Figuras 5.4 y 5.5 muestran el resultado de los dos conjuntos de simulaciones numéricas (disco estático y precesante respectivamente) para cuatro planetesimales de prueba diferentes, con un radio de entre  $s = 1 \text{ km}$  (arriba) y  $s = 10 \text{ km}$  (abajo). Todos se pusieron inicialmente en órbitas circulares y su semieje mayor inicial fue  $a = 4 \text{ UA}$ . Los puntos negros corresponden a las integraciones numéricas. Los gráficos de la izquierda en ambas figuras muestran la excentricidad de la órbita del planetesimal en función del semieje mayor. La curva de color rojo indica la excentricidad forzada  $e_f$ , tal como se obtiene del modelo de segundo orden (ec. 5.17). Los gráficos de la derecha (también para ambas figuras) muestran la longitud de pericentro  $\varpi$  en función de  $a$ . El pericentro de la secundaria se define tal que  $\varpi_B = 0$ , y las curvas de color rojo indican  $\varpi = \varpi_B = 0$ .

Para ambos discos, se puede observar la existencia de tres regiones distintas en el dominio del semieje mayor. Para  $a \lesssim 2 \text{ UA}$ , los planetesimales buscan la solución de equilibrio en el caso del disco estático, mientras que para el precesante muestran oscilaciones de corto período en torno a los valores de equilibrio (ver Capítulo 3). Como se dedujo en el Capítulo 2, los cuerpos más pequeños tienden a seguir el gas, mientras los más grandes parecen estar bien acoplados a la solución secular conservativa  $(k, h) = (e_f, 0)$ .

La segunda región se encuentra aproximadamente entre 2 y 3 UA, y se caracteriza por valores de equilibrio muy similares tanto de  $e$  como de  $\varpi$  para todos los planetesimales con radio  $s \gtrsim 1 \text{ km}$  para el disco estático, y  $s \gtrsim 2 \text{ km}$  para el disco con precesión. Si la acreción

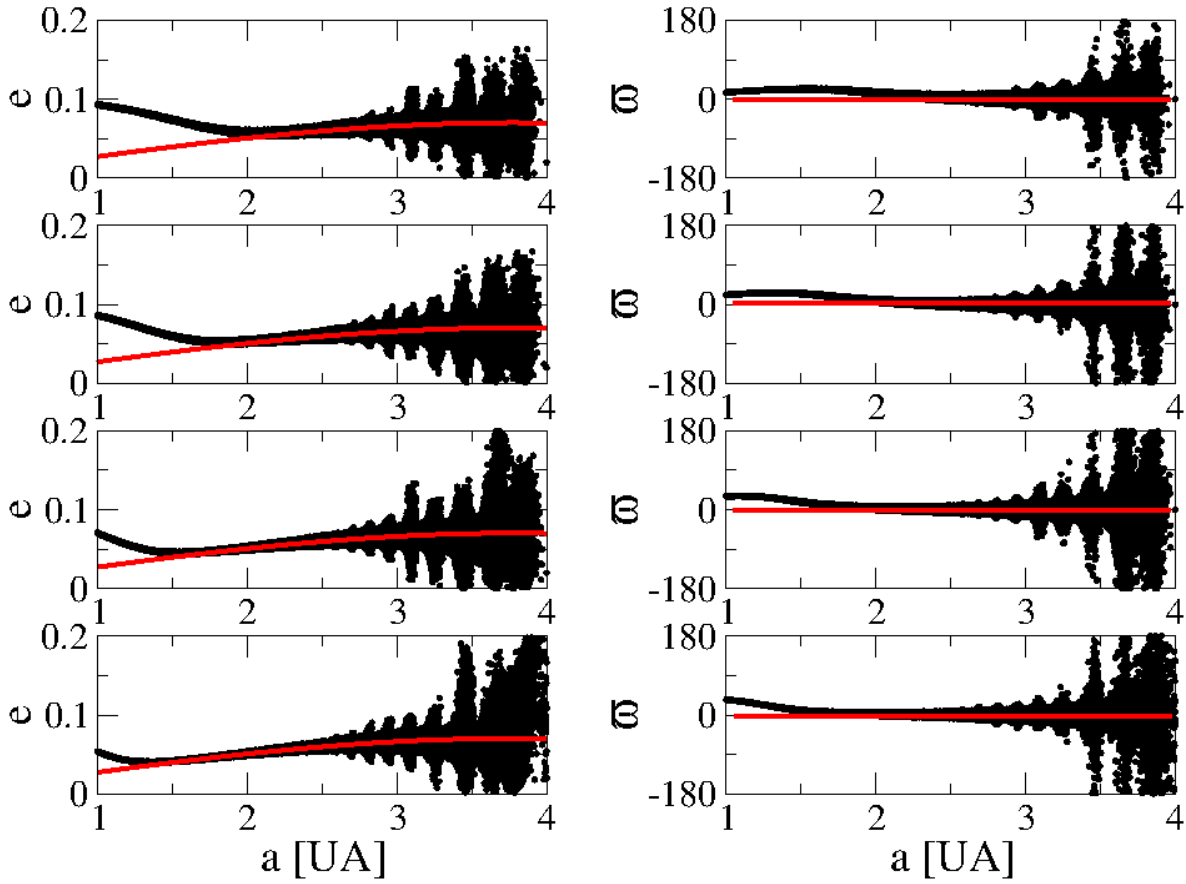


Figura 5.4: Evolución orbital de cuatro planetesimales de diferentes tamaños bajo los efectos de una fricción de gas no lineal en el sistema  $\gamma$ -Cephei, los puntos negros corresponden a los resultados de la simulación numérica. De arriba hacia abajo:  $s = 1, 2, 5$  y  $10 \text{ km}$ . El disco gaseoso tiene una excentricidad constante de  $e_g = 0,1$ , no posee precesión (es estático) y su longitud de pericentro está alineada con la de la secundaria ( $\varpi_d = \varpi_B$ ). En los gráficos de la izquierda, la curva roja muestra la excentricidad forzada como función del semieje mayor (ecuación 5.17), y en los de la derecha  $\varpi = 0$ .

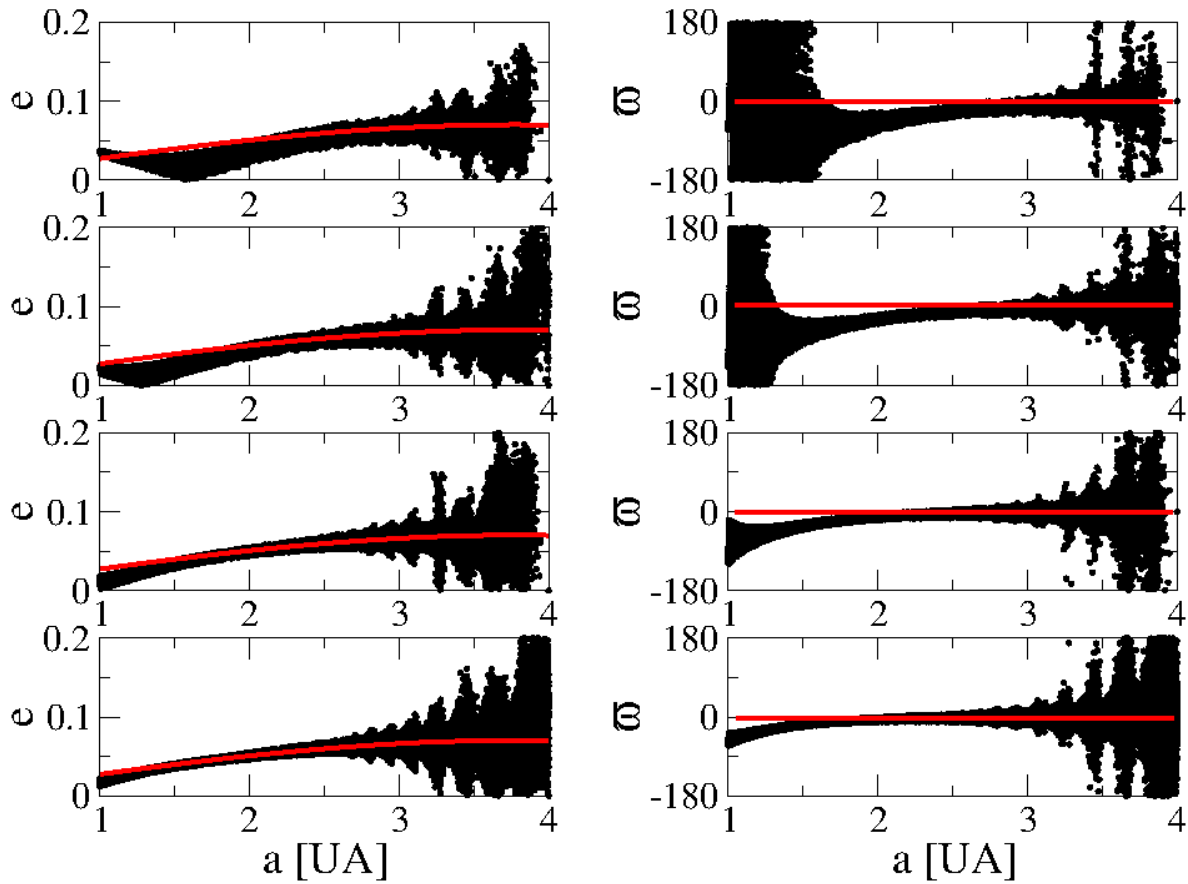


Figura 5.5: Evolución orbital de cuatro planetesimales de diferentes tamaños bajo los efectos de una fricción de gas no lineal en el sistema  $\gamma$ -Cephei, los puntos negros corresponden a los resultados de la simulación numérica. De arriba hacia abajo:  $s = 1, 2, 5$  y  $10$  km. El disco gaseoso tiene una excentricidad constante de  $e_g = 0,1$  y una tasa de precesión fija y retrógrada con un período de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años. En los gráficos de la izquierda, la curva roja muestra la excentricidad forzada como función del semieje mayor (ecuación 5.17), y en los de la derecha marca  $\varpi = 0$ .



planetaria es posible, esta región aparece como la más prometedora. Si se recuerda el valor del semieje mayor del planeta en  $\gamma$ -Cephei (Tabla 2.1), se puede ver que coincide con bastante aproximación con la región de mayor probabilidad de acreción. Esta observación es otro punto a favor de los dos escenarios favorables propuestos en el Capítulo 3.

Finalmente, la tercera región se encuentra más allá de  $\sim 3$  UA. Aunque la dinámica secular también es similar para todos los valores de  $s$ , las simulaciones muestran oscilaciones de gran amplitud. Éstas no son sólo debidas a los términos de corto período, sino también a varias resonancias de movimientos medios de alto orden entre las partículas y  $m_B$ . En los gráficos estas conmensurabilidades pueden verse como picos donde la excentricidad y  $\varpi$  son temporalmente excitados. Sin un análisis detallado no es posible determinar si estas resonancias inhibirán o favorecerán la acreción. Aunque la mayoría de las simulaciones han mostrado efectos de dispersión y falta de alineación significativa orbital entre las órbitas resonantes y no resonantes, también se han encontrado casos de captura resonante. Esto parece ser un resultado altamente probable para  $s \gtrsim 5$  km.

Como ejemplo se muestra en la Figura 5.6 el resultado para un cuerpo de 10 km ubicado en una órbita inicialmente circular con  $a = 4$  UA, en un disco con precesión. Luego de un decaimiento inicial en el semieje mayor, el cuerpo es capturado en una resonancia de movimientos medios 10/1 con la componente binaria. Tanto el ángulo resonante

$$\theta = 10\lambda_B - \lambda - 9\varpi_B \quad (5.20)$$

como la diferencia en longitudes de pericentro libran en torno a cero, aunque parece que hay un lento apartamiento hacia libraciones asimétricas al final de la simulación. La solución de resonancia parece muy estable, al menos en escalas de tiempo del orden de  $10^6 - 10^7$  años. Se han encontrado resultados similares en otras conmensurabilidades, como las 11/1 y 12/1, siempre para los efectos disipativos lentos (es decir, cuerpos de gran tamaño). Lo curioso de este resultado es que la captura se produce durante una migración *divergente*, es decir, la fuerza no conservativa aumenta la separación de los cuerpos involucrados. Los trabajos clásicos (Neishtadt 1975, Henrard 1982, Beaugé, & Ferraz-Mello 1993, Nelson & Papaloizou 2002) predicen que la captura sólo es posible en los casos de migración *convergente* y, por tanto, el comportamiento mostrado en la Figura 5.6 no debería ocurrir.

Las únicas referencias que se han podido encontrar que describen resultados similares son el resumen de una presentación en el 2007 DDA meeting (Hamilton & Zhang 2007) y el trabajo de Klacka et al. (2008). Aunque no se conocen detalles, parece que la captura *divergente* es posible en resonancias de movimientos medios de alto orden y con perturbadores altamente excéntricos. Esto puede explicar por qué el ángulo de resonancia que libra incluye la longitud de pericentro del perturbador en lugar de la del planetesimal. Sin embargo, es necesario un análisis más profundo para entender este fenómeno y establecer su posible importancia en la formación planetaria, en el Capítulo siguiente se lleva a cabo un estudio más detallado del tema.

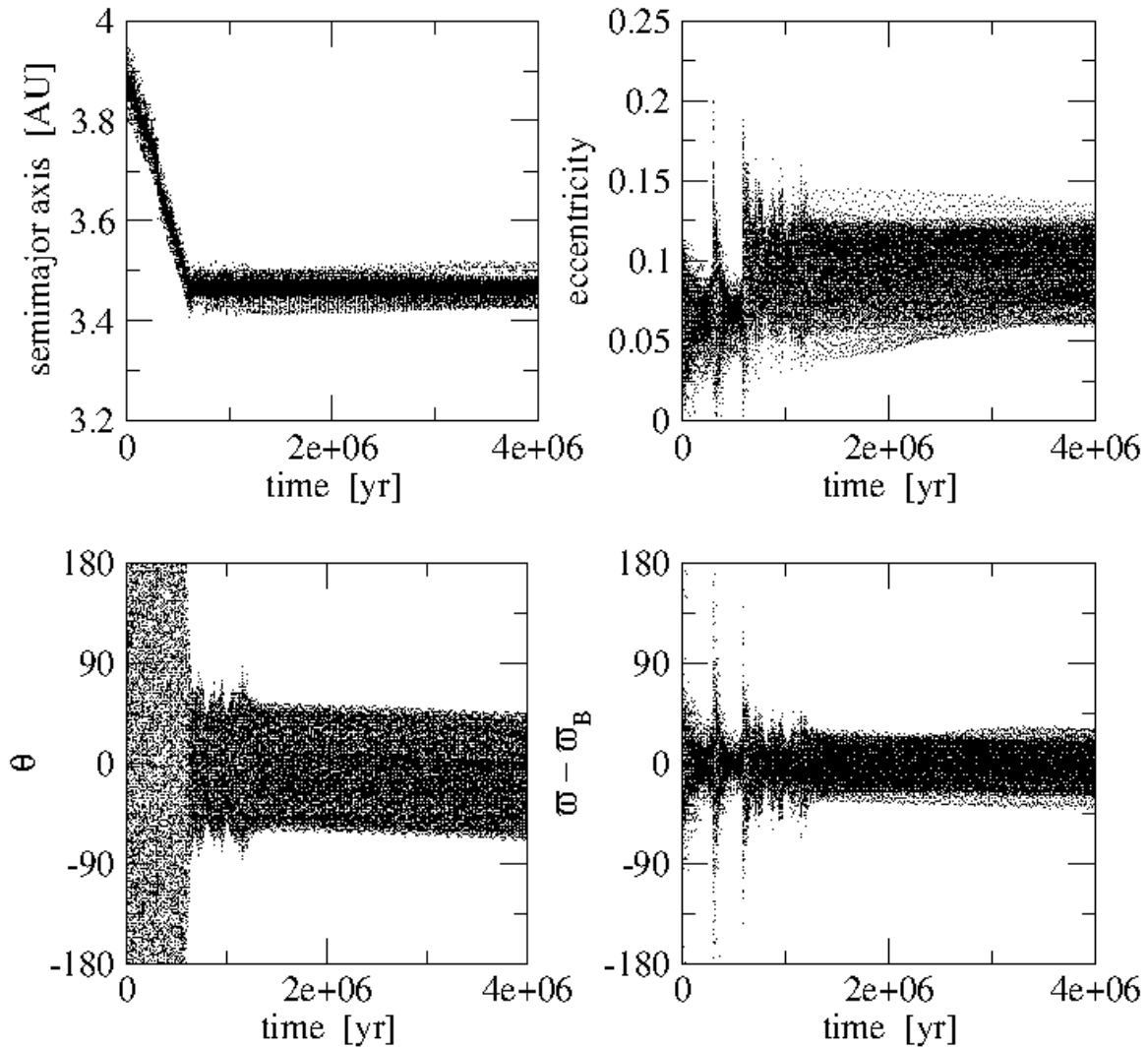


Figura 5.6: Ejemplo de captura de un planetesimal de  $s = 10$  kilómetros en la resonancia de movimientos medios  $10/1$  con la estrella secundaria de  $\gamma$ -Cephei, debido a los efectos de fricción de gas no lineal. Aunque la migración orbital es divergente, la captura todavía se produce y conduce a una configuración aparentemente estable. El ángulo resonante es  $\theta = 10\lambda_B - \lambda - 9\varpi_B$ .

# Capítulo 6

## Dinámica resonante en SBC

En el Capítulo anterior se vió que existe una región alrededor de la estrella principal del sistema  $\gamma$ -Cephei más allá de  $\sim 3$  UA donde se encuentran resonancias de movimientos medios (RMM) de alto orden de los planetesimales con la compañera estelar. La existencia de esta región representa un verdadero problema para los escenarios propuesto de acreción, ya que la dinámica resonante puede ser más caótica que la dinámica secular. Mientras la evolución secular es en general de largo plazo y suave (con órbitas que cambian lentamente), la evolución resonante en cambio lleva aparejado el aumento de excentricidades, cambios orbitales en tiempos relativamente cortos y posibilidades de eyección de planetesimales del sistema. Por lo tanto para saber los efectos de esta región sobre el proceso acrecional, en el presente Capítulo se presenta un análisis detallado de la misma. Finalmente, éste es un problema que se presenta en cualquier SBC y no solo en  $\gamma$ -Cephei, por esto los resultados que se obtienen son válidos para cualquier SBC.

Nuevamente, al igual que en Capítulos anteriores se trabaja en el marco del P3CR planar, con el planetesimal como partícula de prueba y con  $\gamma$ -Cephei como ejemplo de SBC. El efecto de un perturbador masivo y excéntrico (SBC), resulta en el incremento del ancho de libración de las RMM y por lo tanto en tales sistemas las RMM de alto orden son dinámicamente relevantes. Para la acreción de planetesimales, las principales consecuencias de la dinámica resonante estarán determinadas por la región de predominio resonante, y por la alteración de las órbitas de los planetesimales. Esta última consecuencia se puede evaluar a partir de los cruces o capturas que sufren los planetesimales durante su evolución.

### 6.1. Zona de influencia de las RMM de alto orden

Dado que las RMM modifican la topología de la dinámica secular e introducen regiones caóticas asociadas a las separatrices, el primer análisis sobre el rol de las RMM en la dinámica de los planetesimales es mapear las regiones de movimiento regular y caótico para un amplio rango de condiciones iniciales. Como principal objetivo se pretende determinar en forma precisa la región de predominio resonante. Una vez conseguido esto, se evalúa si tal región afecta la zona donde se espera se desarrolle la formación de embriones planetarios. A partir de

Capítulos anteriores, se conocen dos escenarios favorables a la acreción, y se sabe que para  $\gamma$ -Cephei el planeta está en  $\sim 2$  UA y por tanto en esta región se debe haber desarrollado la formación planetaria. Por lo que es muy importante determinar si la zona resonante se extiende hasta las regiones de formación o no, ya que debido a su influencia los procesos evolutivos del enjambre de planetesimales se pueden ver modificados.

Se considera una grilla de condiciones iniciales de  $3000 \times 201$  en semieje mayor versus excentricidad, con valores en el intervalo  $a \in [2,0-5,0]$  UA y  $e \in [0,0-0,2]$ . El número de puntos en cada eje corresponde a pasos iguales a  $\Delta a = \Delta e = 0,001$  entre puntos sucesivos. Los valores iniciales de los ángulos se toman iguales a cero, excepto para las variables  $\lambda$  las que se toman iguales a  $180^\circ$ . Las partículas de prueba se integraron por  $2 \times 10^5$  años (lo que corresponde a  $\sim 3500$  períodos orbitales de la secundaria) y se utiliza un código N-cuerpos con el integrador Bulirsch-Stoer con precisión absoluta de  $ll = 10^{-11}$ . Para cada órbita se calcula el indicador MEGNO promediado  $\langle Y \rangle$  (Cincotta & Simó 2000); donde, valores de MEGNO  $\langle Y \rangle \leq 2$  corresponden a órbitas regulares, mientras  $\langle Y \rangle > 2$  indican movimiento caótico. Esta cantidad provee un identificador eficiente de comportamiento caótico, que es significativamente más rápido que el máximo exponente de Lyapunov.

Los resultados se muestran en la Figura 6.1, donde la escala de grises indica el valor final de  $\langle Y \rangle$ . Las órbitas regulares están en colores claros mientras las caóticas en colores más oscuros. En el gráfico superior se muestra el mapa completo, mientras en el inferior se presenta un acercamiento al intervalo  $3,4-4,4$  UA. La estructura de franjas verticales que se observa corresponde a las RMM de alto orden. Para determinar a que RMM corresponde cada banda de movimiento caótico, se puede calcular su posición a partir de la tercera ley de Kepler. Para una determinada conmensurabilidad  $(p + q)/p$ , el semieje mayor resonante nominal (exacto) se define

$$a = a_B \left( \frac{m_A}{m_A + m_B} \right)^{1/3} \left( \frac{p}{p + q} \right)^{2/3}. \quad (6.1)$$

En la Tabla 6.1 se muestra la posición nominal de varias resonancias de primer orden en la región de interés, donde se adoptó la nomenclatura clásica en la cual el valor de  $q$  da el *orden* de la conmensurabilidad, mientras  $p$  es el *grado*. Si se comparan los valores nominales con las bandas del mapa de la Figura 6.1 se encuentran dos resultados importantes. En primer lugar, se confirma que las bandas están asociadas a RMM de alto orden. Por lo general estas configuraciones tienen consecuencias dinámicas despreciables, pero debido a la gran masa del perturbador y su alta excentricidad los efectos están aumentados. Luego se analizará la importancia sobre la dinámica acrecional de los planetesimales. Las bandas más delgadas, que se destacan especialmente en el gráfico inferior, corresponden a resonancias de grado mayor. La región  $> 4$  UA es especialmente rica en estas estructuras, con una gran abundancia de líneas que contribuyen a una superposición resonante. Por otra parte, y como segundo resultado, se observa que la ubicación de las resonancias en el mapa está significativamente corrida con respecto al semieje mayor exacto. Este resultado esperable, se debe a la conocida “Ley de Estructura” (Ferraz-Mello 1988) que se conoce también como “Rama Pericéntrica” (Moons & Morbidelli 1993). Básicamente, esto significa que el centro del dominio resonante es función de la excentricidad, y está usualmente corrido del semieje mayor

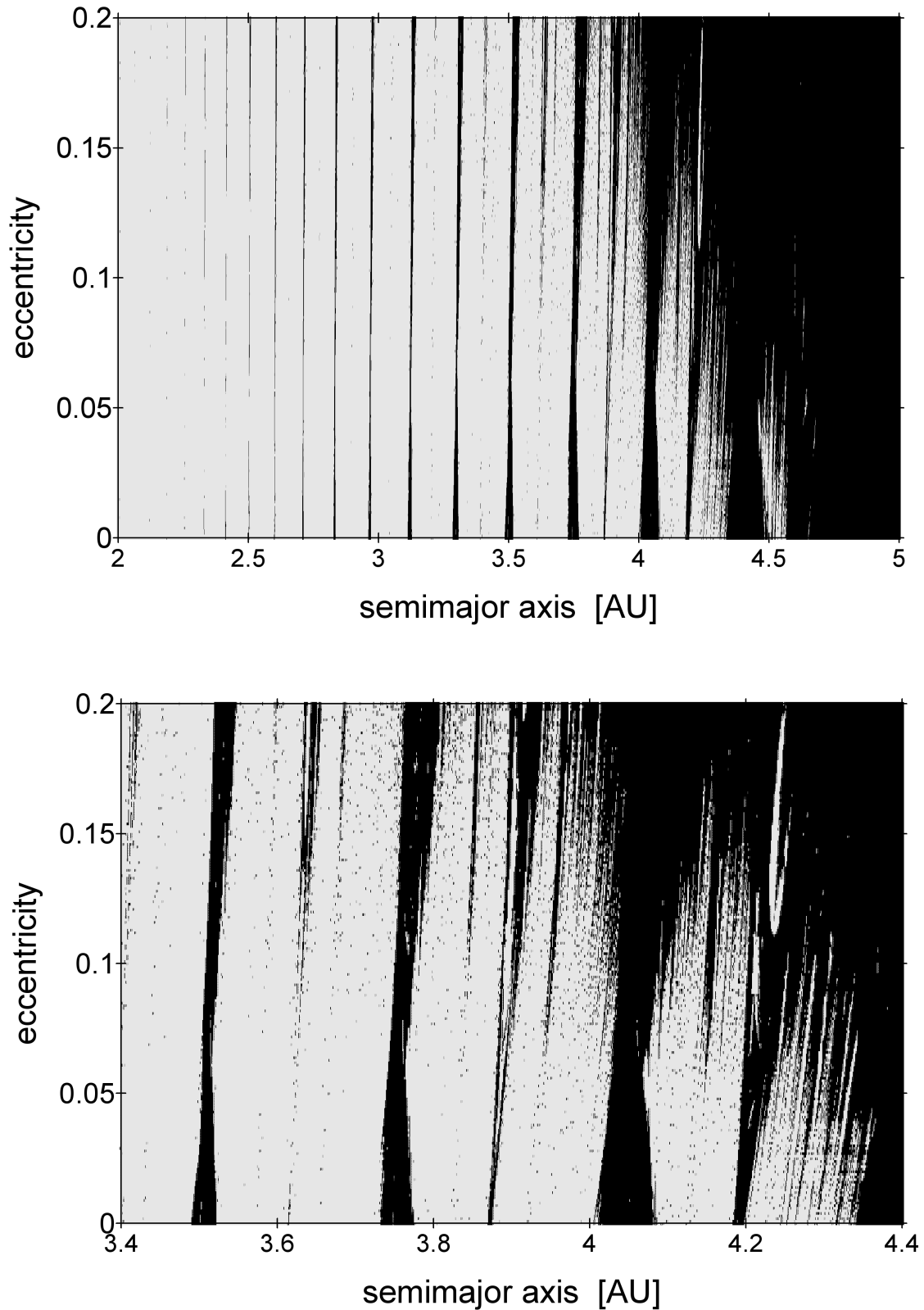


Figura 6.1: Mapa MEGNO de  $3000 \times 201$  condiciones iniciales en el plano  $a-e$ , cada una correspondiente a una partícula de prueba en el sistema binario  $\gamma$ -Cephei integrada por  $2 \times 10^5$  años. La escala de grises indica el resultado de cada condición inicial, colores claros corresponden a órbitas estables, mientras los colores más oscuros corresponden a una órbita caótica. La estructura de franjas verticales indica las RMM de alto orden. El gráfico inferior es un acercamiento a la región  $a = (3,4-4,4)$  UA, que muestra una estructura interna compleja para cada RMM.

$(p + q)/p$	$a$ [UA]
8/1	4,300
9/1	3,970
10/1	3,700
11/1	3,472
12/1	3,276
13/1	3,106
14/1	2,956
15/1	2,823
16/1	2,705
17/1	2,597
18/1	2,500

Tabla 6.1: Semieje mayor nominal de varias RMM de primer orden para el sistema  $\gamma$ -Cephei.

exacto. La magnitud de este corrimiento es muy sensible con respecto a los parámetros del sistema, particularmente a  $m_B$  y  $e_B$ .

Para  $a < 4$  UA, la mayor parte del espacio de fases se encuentra dominado por órbitas regulares, sin embargo se ve cruzado por delgadas tiras casi verticales de movimiento caótico, cada una asociada a una RMM diferente. Lejos del perturbador, las resonancias son aisladas y sus efectos se restringen a una pequeña región alrededor de su centro nominal (ver Tab. 6.1). En cambio la región más externa del mapa  $>4$  UA se encuentra sumergida totalmente en el caos, con sólo algunas islas de estabilidad a bajas excentricidades. En esta región el ancho de libración de las RMM es lo suficientemente grande como para permitir una superposición de resonancias para moderadas y bajas excentricidades, y por lo tanto es responsable de la existencia de zonas caracterizadas por un caos global. Finalmente, para  $a > 4,5$  UA hay una superposición de RMM completa incluso para órbitas con  $e$  bajas, y todas las condiciones iniciales son inestables.

A partir de la intensidad y amplitud de las distintas RMM de alto orden que se encuentran en el mapa (Fig. 6.1), se puede ver que debajo de las 3 UA la dinámica secular es dominante por sobre la resonante. Este es un resultado tranquilizador, ya que a priori supone que el proceso de acreción en la región de interés no se verá afectado por el comportamiento resonante. Sin embargo aun queda un problema, se debe analizar qué ocurre con el material que evoluciona desde  $a > 3$  UA hasta la región de interés. Se espera que dicho material, luego de cruzar la zona resonante, sea capaz de alinear rápidamente sus órbitas y se acople a la evolución secular. En Secciones posteriores se lleva a cabo un estudio detallado de este problema.

Finalmente, se deduce que el mapa de la Figura 6.1 contiene mucha información y que se precisa de un análisis detallado y preciso para su mejor comprensión. Aunque tal estudio excede las expectativas de esta Tesis, en la siguiente Sección se llevó a cabo un análisis sencillo de la estructura observada en el mapa. Con este estudio se espera alcanzar dos objetivos importantes. En primer lugar se busca determinar si la superposición de RMM es responsable del truncamiento de discos protoplanetarios en SBC. Por otra parte, se desea corroborar que

la zona de influencia resonante llega hasta las 3 UA.

### 6.1.1. El modelo resonante

El objetivo de esta Sección es mejorar nuestra comprensión de la estructura del mapa dinámico (Fig. 6.1). Los resultados que se obtuvieron a partir del mapa parecen sugerir que el límite de estabilidad para discos circumprimarios en SBC es determinado por la superposición de RMM. Si bien existen diversos estudios en los cuales se ha determinado dicho límite en forma empírica (Holman & Wiegert 1999 y Rabl & Dvorak 1988), no se conocen resultados analíticos al respecto. Los modelos más usuales para tal fin, por ejemplo aquellos desarrollados para dinámica de asteroides (Henrard & Lemaître 1983, Ferraz-Mello 1987), consideran una masa perturbadora relativamente chica en una órbita casi-circular (e.g. Júpiter), y por lo tanto están enfocados en RMM de bajo orden. Casos de resonancias que involucran perturbadores masivos se pueden encontrar en estudios de satélites irregulares de los planetas externos de nuestro Sistema Solar. Sin embargo, en estos casos la masa perturbadora (Sol) esta en una órbita planetocéntrica casi circular, y lo peor es que aun para estos casos los modelos analíticos son prácticamente inexistentes. Por esta razón, se considera necesaria la construcción de un modelo aplicable a SBC que permita una mejor comprensión del problema.

En las Secciones 5, 6 y 7 del Capítulo 8 de Murray & Dermott 1999 (de ahora en más: MD99) se desarrolla un modelo analítico que permite estimar el ancho de la zona de libración de las RMM. Por otra parte en Mudryk & Wu (2006) (MW06, de ahora en adelante) se extiende la aplicación del modelo a RMM de alto orden. Siguiendo ambos trabajos se intenta desarrollar un modelo para el problema de los SBC.

Para un P3CR se puede desarrollar la función perturbadora (MD99) de la siguiente forma

$$R = \frac{Gm_B}{a_B} \sum S_j \cos \varphi_j, \quad (6.2)$$

donde los  $S_j$  son coeficientes que dependen de las excentricidades y de la razón de semiejes  $\alpha = a/a_B$ , y  $\varphi_j = j_1 \lambda_B + j_2 \lambda + j_3 \varpi_B + j_4 \varpi$ , con  $\lambda$  las longitudes medias y  $\varpi$  las longitudes de pericentro. La longitud media esta dada por  $\lambda = nt + \varepsilon$  con  $\varepsilon$  la longitud media de la época. Los coeficientes  $j_1, j_2, j_3$  y  $j_4$  deben satisfacer la relación de *D'Alembert*:  $j_1 + j_2 + j_3 + j_4 = 0$ . Para un determinado valor de  $\alpha$  pocas combinaciones son importantes para la dinámica, para las demás el angulo  $\varphi_j$  varía muy rápido con el tiempo y se puede promediar. Luego la Función Perturbadora promediada y a bajo orden en excentricidades queda (MW06)

$$R = \frac{Gm_B}{a_B} [f_{s1}(e^2 + e_B^2) + f_{s2}ee_B \cos(\varpi_B - \varpi) + f_r e_B^{|j_3|} e^{|j_4|} \cos \varphi_j]. \quad (6.3)$$

Los primeros dos términos corresponden a las dos interacciones seculares de menor orden, mientras el último termino corresponde a la RMM situada en  $j_1 n_B + j_2 n \approx 0$ . Este término en particular puede incluir resonancias con el mismo  $j_1$  y  $j_2$  pero diferente  $j_3$  (y  $j_4$ ). Siguiendo a MW06, se denominan a éstas sub-resonancias de una RMM determinada. Los coeficientes

$f_s$  son función de  $\alpha$  y  $f_r$  es función de  $\alpha$  y de la RMM correspondiente. En el Apéndice B de MD99 se puede encontrar la definición de estos coeficientes.

### 6.1.2. Ancho de una resonancia

La determinación del ancho de una RMM de alto orden no es sencillo y menos con un modelo analítico tan simple (ec. 6.3) que se desarrolló para  $\mu \ll 1$  ( $\gamma$ -Cephei tiene  $\mu = m_B/m_A = 0,25$ ). Sin embargo, si se sigue la idea de MW06, se espera que sea posible aplicar dicho modelo a SBC. La deducción que se desarrolla en el Capítulo 8 de MD99 permite establecer una relación entre la variación del ángulo resonante ( $\varphi$ ) y el cambio en el movimiento medio del planetesimal ( $n$ )

$$n = n_0 + k \cos(\varphi/2), \quad (6.4)$$

con  $n_0$  el valor nominal de la resonancia y  $k$  el máximo cambio posible en el movimiento medio que de acuerdo al modelo propuesto por MD99 se define,

$$k = \pm \sqrt{12|C_r|ne^{|j_4|}}, \quad (6.5)$$

donde  $C_r = (m_B/m_A)n\alpha f_r$ . Sin embargo, si se sigue el trabajo de MW06 es posible una mejor aproximación cambiando  $C_r$  por  $C_r e_B^{j_3}$  para considerar las diferentes sub-resonancias. Con esto la formula para el ancho de una determinada sub-resonancia se define:

$$k = \pm \sqrt{12|C_r|e_B^{|j_3|}ne^{|j_4|}} \quad (6.6)$$

Entonces, a partir de las expresiones 6.4 y 6.6 se puede representar el ancho de la resonancia (e.g. posición de las separatrices) en el plano  $n - e$ , ó  $a - e$  (tercera ley de Kepler).

A partir de este sencillo modelo (6.4 y 6.6) se ve que mientras mayor es  $j_4$  menor es el ancho de la región resonante. Si  $j_4 = 0$  el ancho no depende de  $e$  y las separatrices resultantes serán dos rectas paralelas. Además, se deduce que el mayor ancho de la RMM se dará cuando  $j_4 = 1$ , con lo cual ésta es la sub-resonancia más importante para el objetivo de nuestro trabajo, ya que será la principal responsable de determinar la superposición entre RMM. En la Figura 6.2 se presentan a modo de ejemplo todas las sub-resonancias para la RMM 6/1 en el plano  $a - e$ . Se puede ver que efectivamente el mayor ancho de libración viene dado por la sub-resonancia  $j_4 = 1$ .

Sin embargo, cuando  $j_4 = 1$  la interacción entre los términos resonante y secular para  $e$  bajas es importante y es conveniente realizar una mejora al método. Siguiendo la deducción de MD99 se obtiene

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{|C_r|e_B^{|j_3|}}{3j_2e} \pm \sqrt{12|C_r|e_B^{|j_3|}ne} \sqrt{1 + \frac{|C_r|e_B^{|j_3|}}{27e^3j_2^2n}} \\ &= \frac{|C_r|e_B^{|j_3|}}{3j_2e} \pm k \sqrt{1 + \frac{|C_r|e_B^{|j_3|}}{27e^3j_2^2n}}. \end{aligned} \quad (6.7)$$



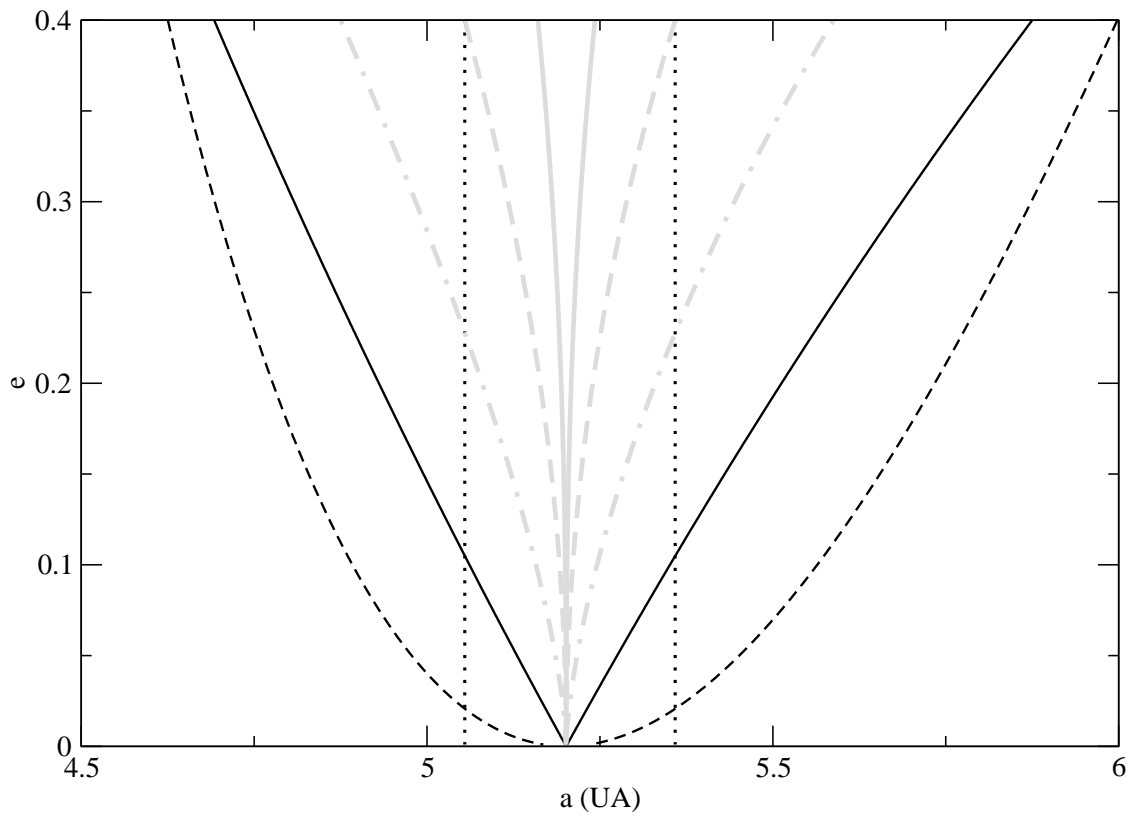


Figura 6.2: Anchos de las sub-resonancias de la RMM 6/1 para el sistema  $\gamma$ -Cephei, obtenidos con el modelo simple (6.4 y 6.6). En línea negra: punteada  $j_4 = 0$ , segmentada  $j_4 = 1$  y continua  $j_4 = 2$ . En línea gris: punteada  $j_4 = 3$ , segmentada  $j_4 = 4$  y continua  $j_4 = 5$ .

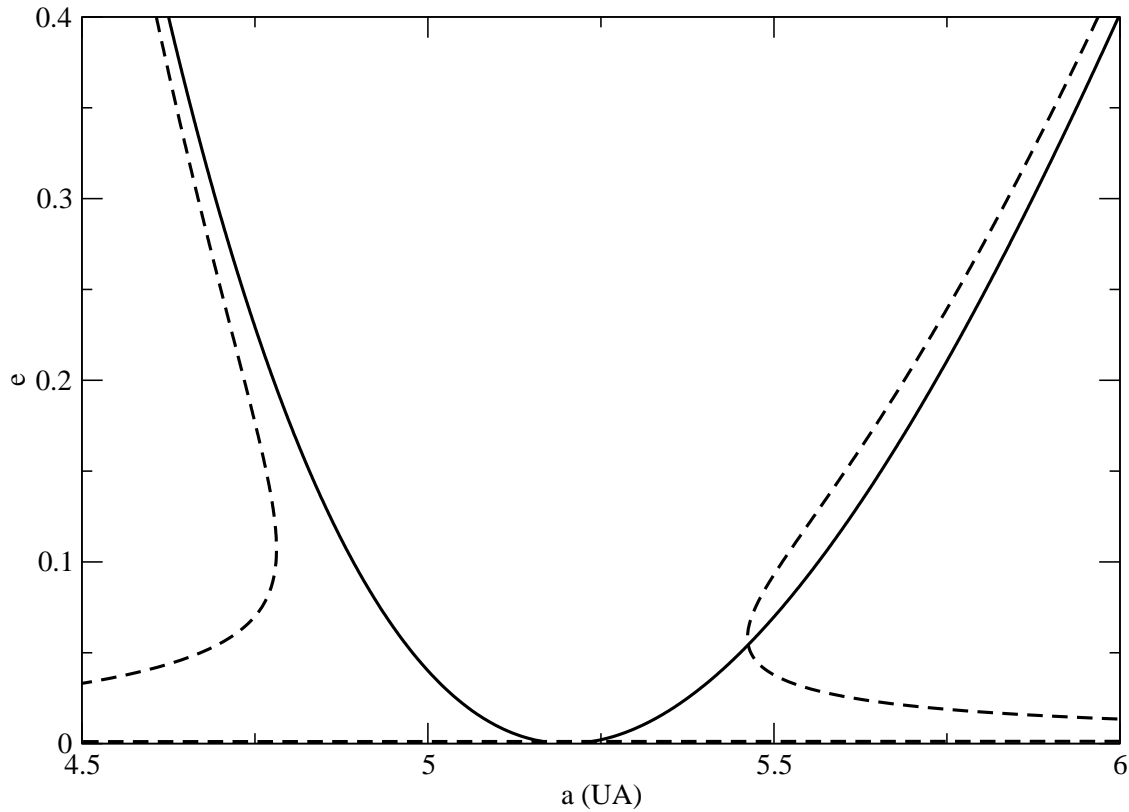


Figura 6.3: Comparación de los anchos predichos para la sub-resonancia  $j_4 = 1$  de la RMM 6/1 con el modelo simple (línea continua) y con el modelo corregido (línea segmentada). Se ve que si  $e \geq 0,1$  las diferencias entre los modelos no son importantes. En cambio para  $e < 0,1$  las discrepancias entre los modelos se hacen apreciables, aunque no se debe olvidar que el modelo mejorado ( $k_1$ ) pierde precisión a bajas  $e$ .

Como se observa la principal diferencia con el modelo más simple (6.6) son el primer término y la segunda parte del segundo término que llevan a una divergencia en el ancho de la región resonante a bajas  $e$ . Sin embargo, estas diferencias dependen de  $C_r$  ( $\propto m_B/m_A$ ) y por lo tanto para valores altos de  $e$  son despreciables y las predicciones de  $k$  y  $k_1$  serán similares. La Figura 6.3 muestra una comparación entre los dos modelos tomando como ejemplo la RMM 6/1, se observa que para  $e \geq 0,1$  las diferencias no son importantes, el problema es a bajas  $e$  donde sin embargo el modelo corregido diverge y no es confiable.

Finalmente, MW06 extiende la mejora del modelo anterior (6.7) para todo  $j_4$ , y se define por la siguiente fórmula

$$\begin{aligned}
 k_s &= 2|j_4|C_{s1} + \frac{j_4^2|C_r|e_B^{|j_3|}e^{|j_4|-2}}{3j_2} \\
 &\pm k\left(1 + \frac{j_4^4|C_r|e_B^{|j_3|}e^{|j_4|-4}}{27j_2^2n}\right)^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Las diferencias con el método simple  $k$  (ec. 6.6) son básicamente tres términos. Dos de ellos son similares a los del modelo corregido para  $k_1$  y ya se explicó que no afectan demasiado el ancho de la zona de libración. De hecho si  $j_4 = 1$  el modelo  $k_s$  se reduce al anterior a menos de un término. Este último término  $T_{\text{sec}} = 2|j_4|C_{s1}$ , [ $C_{s1} = (m_B/m_A)n\alpha f_{s1}$ ] es

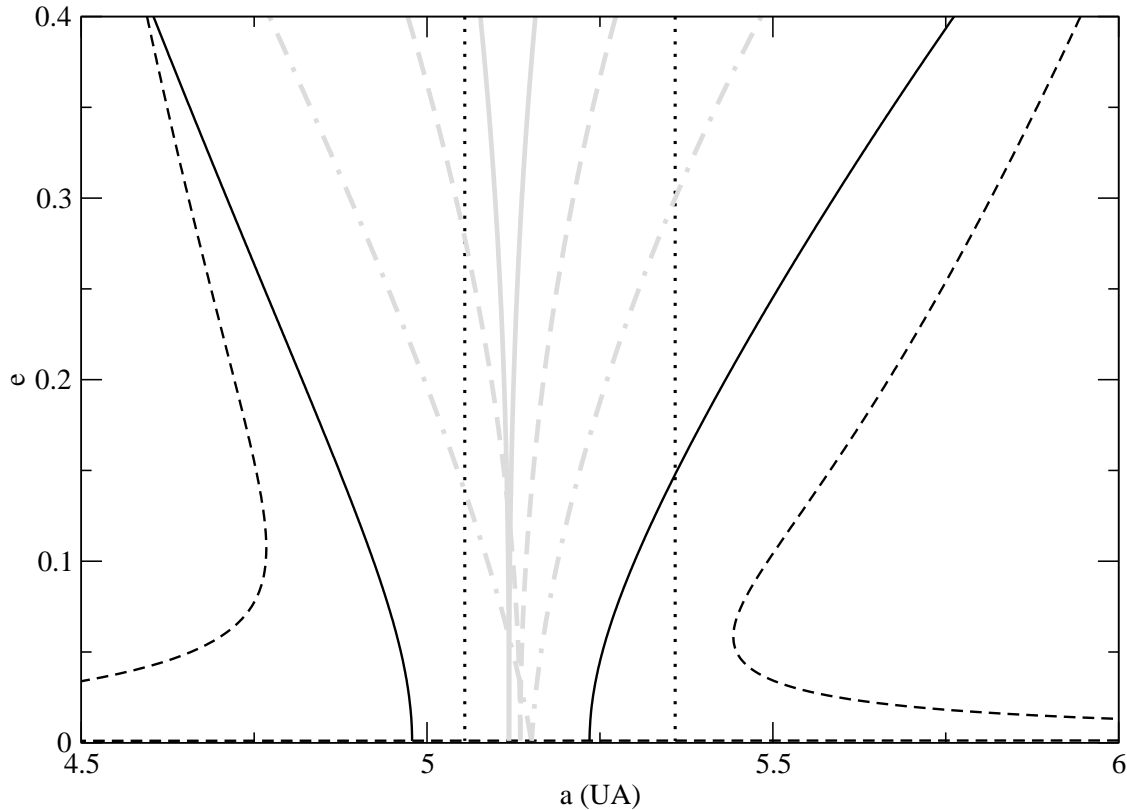


Figura 6.4: Ancho de las sub-resonancias de la RMM 6/1 para el sistema  $\gamma$ -Cephei, con el modelo mejorado  $k_s$ . En línea negra: punteada  $j_4 = 0$ , segmentada  $j_4 = 1$  y continua  $j_4 = 2$ . En línea gris: punteada  $j_4 = 3$ , segmentada  $j_4 = 4$  y continua  $j_4 = 5$ .

la principal diferencia con los modelos anteriores y corresponde al corrimiento de la sub-resonancia debido a la interacción de los modos secular y resonante (Ley de Estructura). En la Figura 6.4 se puede ver que aun con este modelo corregido la sub-resonancia más importante sigue siendo la de  $j_4 = 1$ . Si se comparan las sub-resonancias  $j_4 = 1$  de los tres modelos  $k$ ,  $k_1$  y  $k_s$ , lo que se ha graficado en la Figura 6.5, se puede ver que las diferencias no son importantes para los fines de nuestro trabajo. Se espera que el modelo dé una aproximación analítica que permita una comprensión cualitativa de la estructura del mapa (Fig. 6.1). Por otra parte, las mayores discrepancias entre el modelo simple y sus mejoras se aprecian a bajas  $e$ , que es justamente donde los modelos mejorados pierden precisión. Por esta razón se puede considerar que la aproximación del modelo más simple  $k$  es lo suficientemente buena para nuestro objetivo.

En conclusión, se ha podido obtener un modelo muy simple que permite estimar la superposición de RMM y por lo tanto la región de inestabilidad (caos global). En la siguiente Sección se lo aplica a  $\gamma$ -Cephei con el objetivo de determinar si se pueden explicar en forma cualitativa los resultados numéricos.

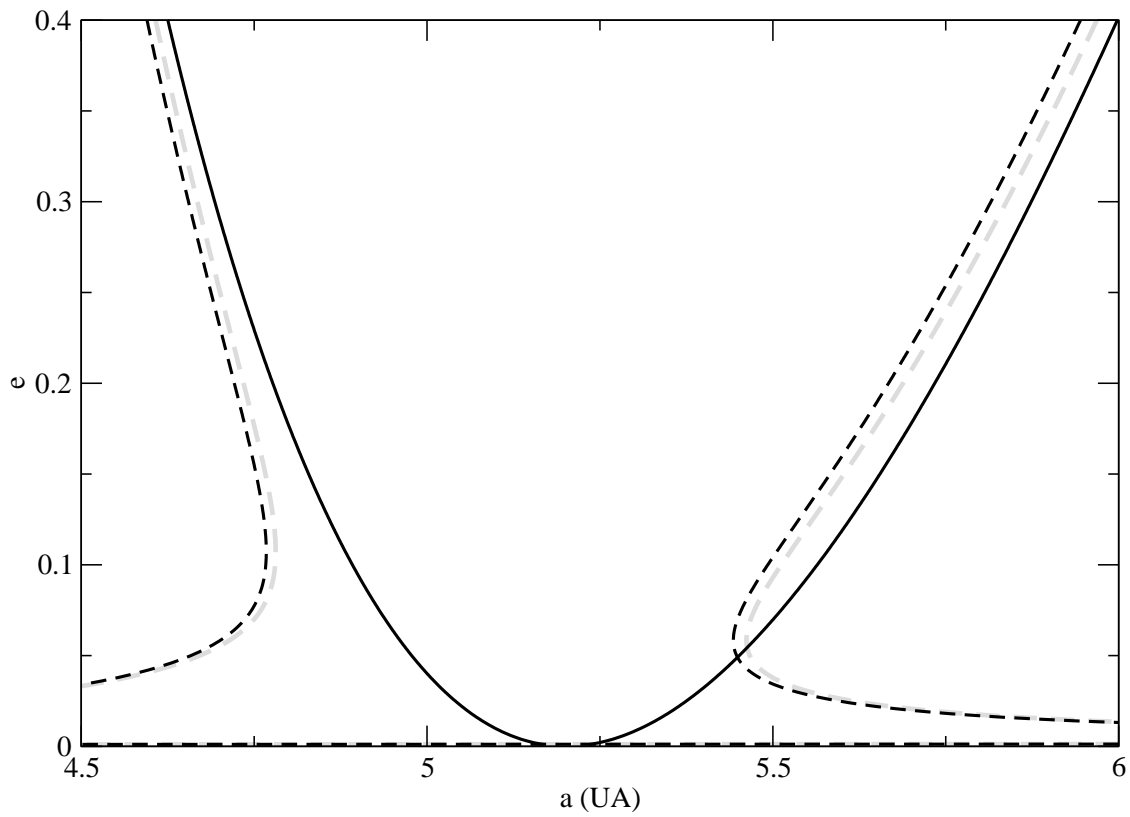


Figura 6.5: Comparación de los anchos de la sub-resonancia  $j_4 = 1$  de la RMM 6/1 predichos por el modelo simple  $k$  (línea negra continua) y los corregidos  $k_1$  (línea gris segmentada) y  $k_s$  (línea negra segmentada).

### 6.1.3. Superposición de resonancias

Para estimar el ancho de la zona de libración de las diferentes RMM de alto orden en  $\gamma$ -Cephei se utiliza el modelo  $k$  (ec. 6.6). Para tal fin es necesario que se calculen los coeficientes  $C_r$  del desarrollo de Laplace de la función perturbadora hasta grado 3, es decir  $(p + q)/p$  (o  $j_1/j_2$ ) con  $p$  variando de 1 a 3. Luego de esto es suficiente mantener las sub-resonancias correspondientes a  $j_4 = 1$ , tal como se mostró en la Sección anterior. Dado que no todas las RMM tienen la misma fuerza, para cada grado ( $p$ ) se debe tener una RMM límite tal que resonancias de mayor orden sean despreciadas. Para determinar esta RMM final se toma como referencia la Figura 6.1.

Posteriormente se gráfica en el plano  $a - e$  el ancho de libración  $\Delta a$  a distintas  $e$  para cada RMM y se pinta la zona interna para indicar la región caótica. El resultado se muestra en la Figura 6.6, donde las resonancias de primer grado están en negro, las de segundo en rojo y en azul las de tercero. Como se puede observar la región pintada es la que predice como caótica el modelo  $k$  a partir de la superposición de resonancias, y lo blanco correspondería a la región estable.

Si se compara con la Figura 6.1 se puede deducir que la predicción es bastante buena si se tiene en cuenta la simplicidad del modelo y que fué desarrollado para perturbadores poco masivos. Se observa un error en cuanto a las posiciones de las RMM, seguramente debido a que en el modelo se consideran solo los efectos resonantes. Por otra parte en la región  $a > 4,5$  UA se observa una pequeña isla de estabilidad y en las simulaciones se ve que dicha isla no existe, este error es sin embargo para  $e$  bajas donde el modelo tiene los mayores problemas. Esto también se observa en la región de  $4 < a < 4,5$  UA donde las pequeñas regiones estables son algo más grandes en la predicción del modelo.

Aun así, con el modelo se determina bastante bien la superposición de RMM responsable del caos global y del límite de estabilidad para el sistema. También se puede predecir con bastante aproximación la región entre 3 y 4 UA atravesada por RMM de alto orden. Finalmente, se observa que con considerar RMM hasta grado 3 se pueden explicar prácticamente todas las islas de caos local. Incluso, los anchos de las zonas resonantes parecen estar bien predichos por el modelo.

## 6.2. Límite de la región estable y truncamiento del disco

En SBC, el truncamiento del disco protoplanetario es un factor clave en el proceso de formación planetaria. En la Sección anterior se pudo determinar que la superposición de RMM es responsable del truncamiento del disco. Sin embargo, se necesita un modelo que permita predecir con cierta precisión el límite de estabilidad para objetos orbitando la estrella principal de un SBC. En Wisdom (1980) se desarrolla un modelo analítico para tal fin que se basa en la superposición de resonancias, sin embargo sólo es válido para perturbadores en órbitas casi circulares. Los únicos modelos de los que se dispone en la literatura para determinar el límite de truncamiento de discos circumprimarios en SBC son empíricos (Holman & Wiegert 1999 y Rabl & Dvorak 1988). Por esta razón, en la presente Sección se presenta un modelo

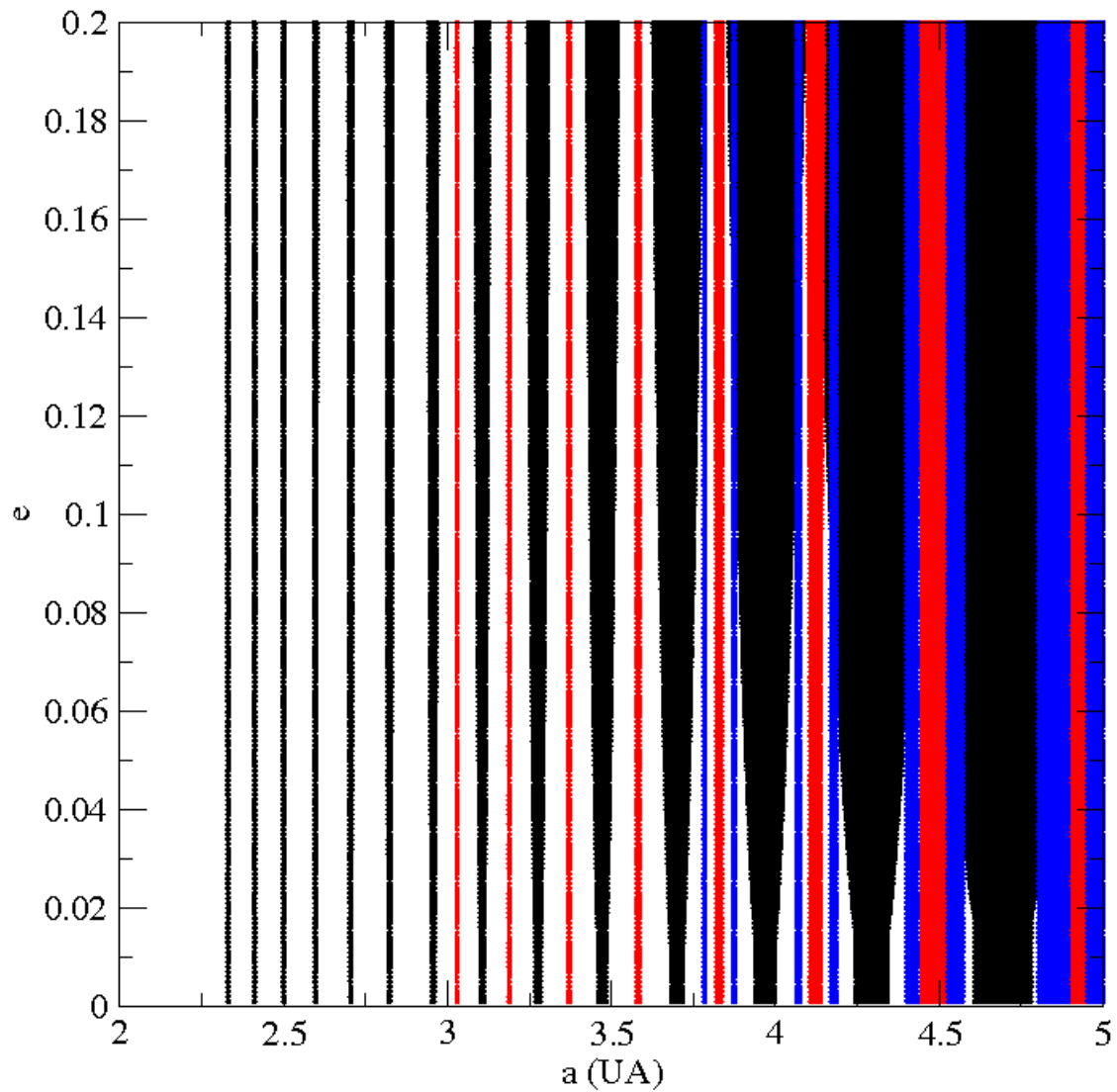


Figura 6.6: Predicción del ancho de la zona de libración para las RMM más importantes en el intervalo  $2 < a < 5$  UA para el sistema  $\gamma$ -Cephei. Los resultados se obtuvieron con el modelo  $k$  (ec. 6.6) de la Sección anterior. La región interior a una RMM se pinta a fin de determinar donde ocurre la superposición. Los 3 colores indican: negro para las de primer grado, rojo para las de segundo y azul para las de tercero. Si se compara con la Figura 6.1 se puede ver que las regiones caóticas e inestables se predicen con bastante aproximación.

analítico (Cap. 6 de Correa 2007) que permite determinar el límite de estabilidad en SBC.

### 6.2.1. El modelo analítico

El trabajo de Holman & Wiegert (1999) es el más citado en la bibliografía al hablar de límite de estabilidad en sistemas binarios, por lo que sus resultados se toman como base para comparar y probar nuestro modelo analítico (Correa 2007). En Holman & Wiegert (1999) se realizan una serie de simulaciones numéricas en las que se varían los parámetros orbitales y las masas de la secundaria. Luego, se lleva a cabo un ajuste por cuadrados mínimos de los resultados y se extrapolan a cualquier sistema binario. El análisis de estabilidad que se realizó para  $\gamma$ -Cephei en la Sección anterior muestra que el límite de estabilidad que se determinó por superposición de RMM (Wisdom 1980) se corresponde bastante bien con la predicción de Holman & Wiegert (1999) ( $a/a_B \sim 0,25$ ).

En los estudios teóricos del P3CR circular se garantiza la existencia de un punto de equilibrio  $L_1$ . Este punto se ubica entre dos volúmenes bien definidos (Lóbulos de Roche), dentro de los cuales las partículas se encuentran ligadas a su cuerpo correspondiente. La única forma para que la partícula escape es que su constante de Jacobi sea mayor que la constante de Jacobi en el punto  $L_1$ . En coordenadas astrocentricas una transformación de la constante de Jacobi define el Hamiltoniano del sistema. Si se define  $H^*$  al Hamiltoniano en el punto Lagrangiano  $L_1$ , se puede afirmar que toda órbita de la partícula perturbada con  $H < H^*$  será estable. Por otra parte, si  $H > H^*$  entonces la partícula no estará ligada a ninguno de los dos cuerpos del sistema. Finalmente, se debe aclarar que la condición  $H > H^*$  es una condición necesaria pero no suficiente para determinar la inestabilidad, ya que se pueden encontrar condiciones iniciales donde el cruce por el punto  $L_1$  no ocurra. Sin embargo, una de las consecuencias de la superposición de RMM es la apertura de todo el espacio de fases para todas las condiciones iniciales. Por lo que es posible establecer, en principio, que órbitas con  $H > H^*$  serán inestables.

La forma de calcular el modelo para el límite es la siguiente: primero se calcula la constante de Jacobi en el punto  $L_1$ . Luego se comienza en algún punto próximo al cuerpo central (aquel alrededor del cual se desea determinar la estabilidad) y se va aumentando la distancia a éste, calculando en cada punto  $H$  y comparando con  $H^*$ . Así, cuando el valor  $H$  exceda el de el punto  $L_1$ , será posible definir el límite de estabilidad. Ahora bien, aunque este método es elegante y exacto, lamentablemente sólo es útil para el caso circular. En la siguiente Sección se construirá el modelo para el caso excéntrico.

A continuación se presenta una descripción más formal del método. Matemáticamente la construcción del método (para el caso circular) se puede describir en 2 pasos:

#### 1. Definición del valor de la constante de Jacobi en el punto L1

En un P3CR circular, la constante de Jacobi de una partícula de prueba en un sistema de coordenadas no-rotante con origen en el centro de masa del sistema se define:

$$C_j = 2(\mu_A/r_A + \mu_B/r_B) + 2n(xy' - yx') - x'^2 - y'^2 \quad (6.9)$$

donde  $r_A = \sqrt{(x_A^2 + y_A^2)}$  y  $r_B = \sqrt{(x_B^2 + y_B^2)}$  corresponden a la distancia de cada cuerpo al punto  $L_1$ , con  $\mu_A = m_A/(m_A + m_B)$  y  $\mu_B = m_B/(m_A + m_B)$ . Mientras  $n$  es el movimiento medio del perturbador, y  $(x, y)$  y  $(x', y')$  representan la posición y velocidad respectivamente de la partícula de prueba.

Para el calculo de  $C_j$  en el punto  $L_1$ , se supone un sistema con una separación de 1,  $n = 1$  y masas tal que  $m_A + m_B = 1$ . La posición de  $L_1$  con respecto a  $m_B$  es  $r_B = \alpha - \alpha^2/3.0 - \alpha^3/9.0$  (radio de Hill) con  $\alpha = (\mu_B/3\mu_A)^{1/3}$  y la posición con respecto a  $m_A$  es  $r_A = 1 - r_B$ . La posición de  $m_B$  se calcula siguiendo la formula de Seidov (2004), que permite un cómputo directo y no una derivación de una expansión en serie. La posición del punto  $L_1$  con respecto al centro de masa será  $x = 1 - \mu_B - r_B$  con  $y = 0$ , la velocidad de una partícula en el punto  $L_1$  es  $x' = 0, y' = \sqrt{\mu/x} = nx = x$ . De esta forma la constante de Jacobi en el punto  $L_1$  se define

$$C_{j_{L_1}} = 2(\mu_A/r_A + \mu_B/r_B) + x^2. \quad (6.10)$$

## 2. Búsqueda del límite de estabilidad

En el próximo paso se elige una posición próxima al cuerpo central ( $d$ ) y se calcula el valor de la constante de Jacobi allí

$$C_{j_d} = 2(\mu_A/r_A + \mu_B/r_B) + 2n\mathbf{r} \times \mathbf{v} - v^2. \quad (6.11)$$

La distancia de la partícula sin masa al cuerpo  $m_A$  es  $d_A = d$ , y a  $m_B$  es  $d_B = 1 - d$ . La velocidad de la partícula sera  $v = nd + n\mu_B$  con  $n\mu_B$  el movimiento de  $m_A$  con respecto al centro de masa. Entonces  $h = \mathbf{r} \times \mathbf{v} = xv$ , con  $\mathbf{r}$  la posición de la partícula ( $\mathbf{r} = (\mu_B - d)i + 0j = xi$ ) y  $\mathbf{v}$  su velocidad ( $\mathbf{v} = 0i + vj = vj$ ). Luego se compara el valor de las dos constantes ( $C_{j_d}$  y  $C_{j_{L_1}}$ ) y se comienza a aumentar la distancia al cuerpo central ( $d$ ) hasta que los valores de ambas constantes de Jacobi sean iguales. Finalmente cuando  $C_{j_d} = C_{j_{L_1}}$  se habrá encontrado la distancia crítica entre movimiento estable e inestable. El resultado obtenido se puede comparar con las predicciones numéricas de Holman & Wiegert (1999).

### 6.2.2. Extensión del modelo al P3CR elíptico

El modelo que se desarrolló en la Sección anterior no funciona para sistemas binarios elípticos y por lo tanto no se puede aplicar a SBC. La solución para extender el modelo al caso elíptico es usar el criterio adiabático propuesto por Pichardo et al. (2005). La idea es la siguiente: si el periodo del perturbador es mucho mayor que el periodo de la partícula de prueba entonces se puede suponer al sistema como una sucesión de P3CR circulares, en los cuales la distancia entre los dos cuerpos masivos cambia con el tiempo. De esta forma se puede definir un valor mínimo que separe el movimiento estable del inestable. De todas las sucesivas posiciones, el caso más extremo se da cuando el perturbador está en el pericentro, esto es por que se desea el peor caso posible para definir así el límite de estabilidad de la mejor forma posible. El único cambio entonces, con respecto al modelo anterior es modificar la distancia entre  $m_A$  y  $m_B$  por  $r = a_B(1 - e_B)$  y se reescala el sistema. Finalmente se comparan



los resultados que se obtengan con este modelo elíptico con los resultados de Holman & Wiegert (1999). En las Figuras 6.7 y 6.8 se puede ver que el modelo da un buen ajuste. En la Figura 6.7 se modifica la excentricidad del perturbador ( $e_B$ ) con la razón de masa fija, mientras en la Figura 6.8 se modifica la razón de masa ( $\mu = m_B/m_A$ ) dejando la excentricidad fija.

### 6.2.3. Aplicación al sistema $\gamma$ -Cephei

Hasta el momento se consideró una partícula con excentricidad nula, el último paso para poder aplicar el modelo al sistema  $\gamma$ -Cephei es considerar el caso excéntrico. Aunque en este caso no se puede recurrir al criterio adiabático, en cambio se puede elegir el peor caso posible en la órbita de la partícula. Esto ocurre cuando el pericentro del perturbador y de la partícula están anti-alineados, y la partícula se ubica en el apocentro y el perturbador en el pericentro. Con respecto al modelo que se desarrolló, el único cambio para calcular el límite es que se considera la distancia a la estrella como  $d = a(1 + e)$  y  $\mathbf{r} = (d - \mu_B)\mathbf{i}$ . Para confirmar si el modelo funciona con esta modificación, se recurre al mapa de condiciones iniciales de la Figura 6.1. Entonces ahora se dejan fijos  $m_B$  y  $e_B$  y se construye un mapa de  $e$  y  $a$  en el cual se calcula para cada condición si  $H(C_{j_d})$  es mayor o menor que  $H^*(C_{j_{L1}})$ , así se define la curva de estabilidad en el plano  $a - e$ . En la Figura 6.9 se ha superpuesto la predicción del modelo al mapa de la Fig. 6.1, con la curva roja se indica el semieje mayor crítico donde  $H = H^*$  ( $C_{j_d} = C_{j_{L1}}$ ). Aunque la predicción no es exacta, se puede observar que cualitativamente el ajuste es bastante bueno. Se posee entonces un modelo analítico aplicable a toda órbita tipo-S en cualquier sistema binario, incluso para SBC.

### 6.2.4. Deducción de una fórmula analítica a partir del modelo

El último paso es llevar nuestro modelo a una forma de simple aplicación como el modelo empírico de Holman & Wiegert (1999). En esta Sección se presenta una fórmula analítica que se deduce a partir de nuestro modelo y que permite obtener el límite de estabilidad en forma analítica para cualquier sistema, elíptico o no, y para todo tipo de órbita del planetesimal. La fórmula tiene un esquema de recurrencia mediante el cual se obtiene el semieje mayor crítico:  $a_{i+1} = f(a_i)$ , y se define por la siguiente expresión

$$a_{i+1} = B_1/[B_2 + B_3a_i + B_4\sqrt{a_i} + B_5/(1 + B_0a_i)], \quad (6.12)$$

donde:

$$\begin{aligned} B_0 &= 1 + e \\ B_1 &= \mu_A \\ B_2 &= 2(\mu_A/r_A + \mu_B/r_B) + x^2 - \mu_B^2 \\ B_3 &= 2\mu_B B_0 \\ B_4 &= 2B_0\sqrt{\mu_A(1 - e)/(1 + e)} \\ B_5 &= 2\mu_B \end{aligned} \quad (6.13)$$

con  $r_B = \alpha - \alpha^2/3.0 - \alpha^3/9.0$  ( $\alpha = (\mu_B/3\mu_A)^{1/3}$ ),  $r_A = 1 - r_B$ , y  $x = 1 - \mu_B - r_B$ . Finalmente  $e$  es la excentricidad de la partícula de prueba. Con sólo diez iteraciones en la

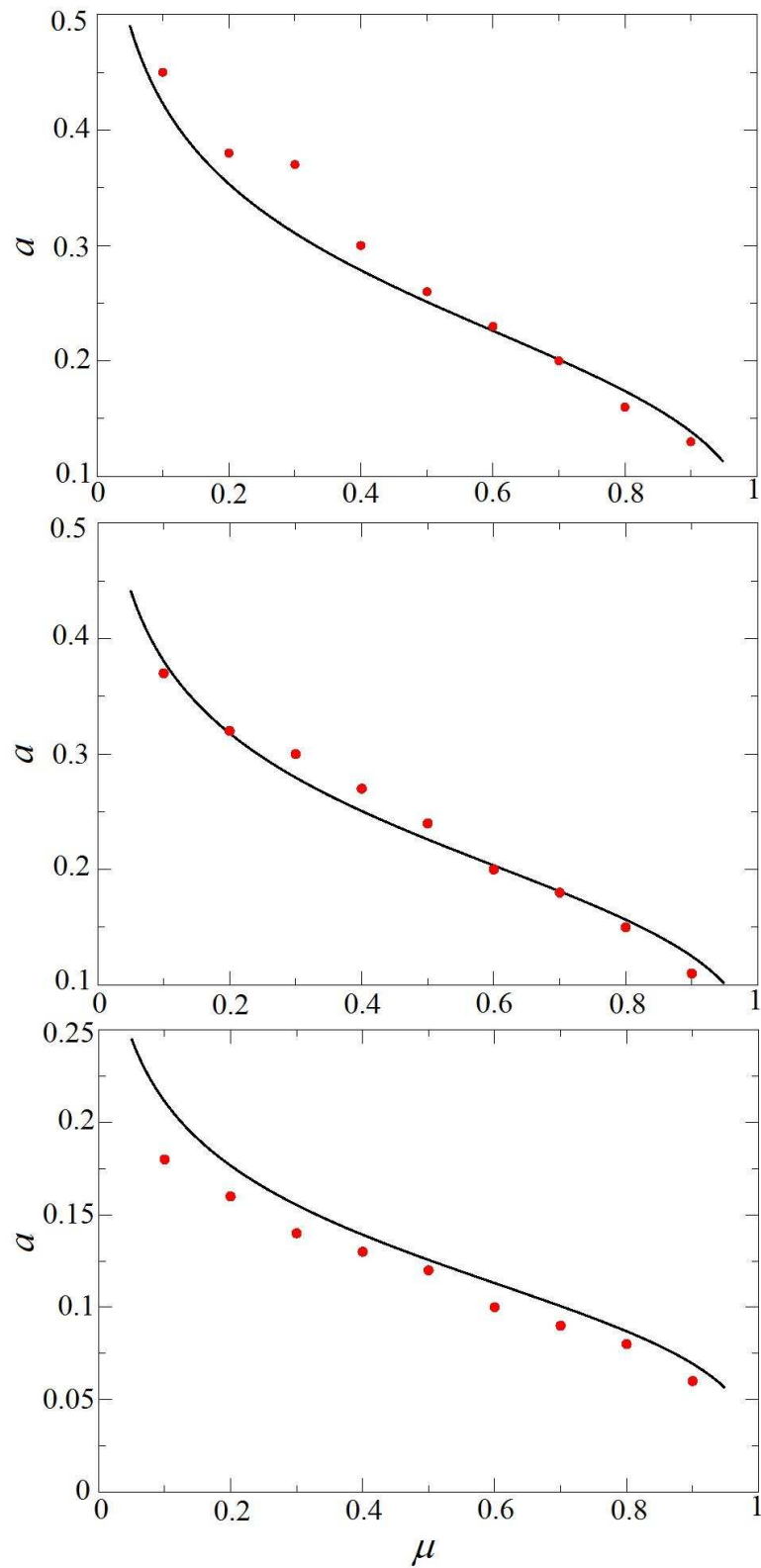


Figura 6.7: Semieje mayor crítico en función de  $\mu$  ( $m_B/m_A$ ) para  $e=0$  (arriba),  $e=0,1$  (medio) y  $e=0,5$  (abajo). El sistema se supone circular con radio  $r = a_B(1 - e_B)$ . En línea negra se muestra la predicción del modelo analítico y en puntos rojos los resultados numéricos de Holman & Wiegert (1999).

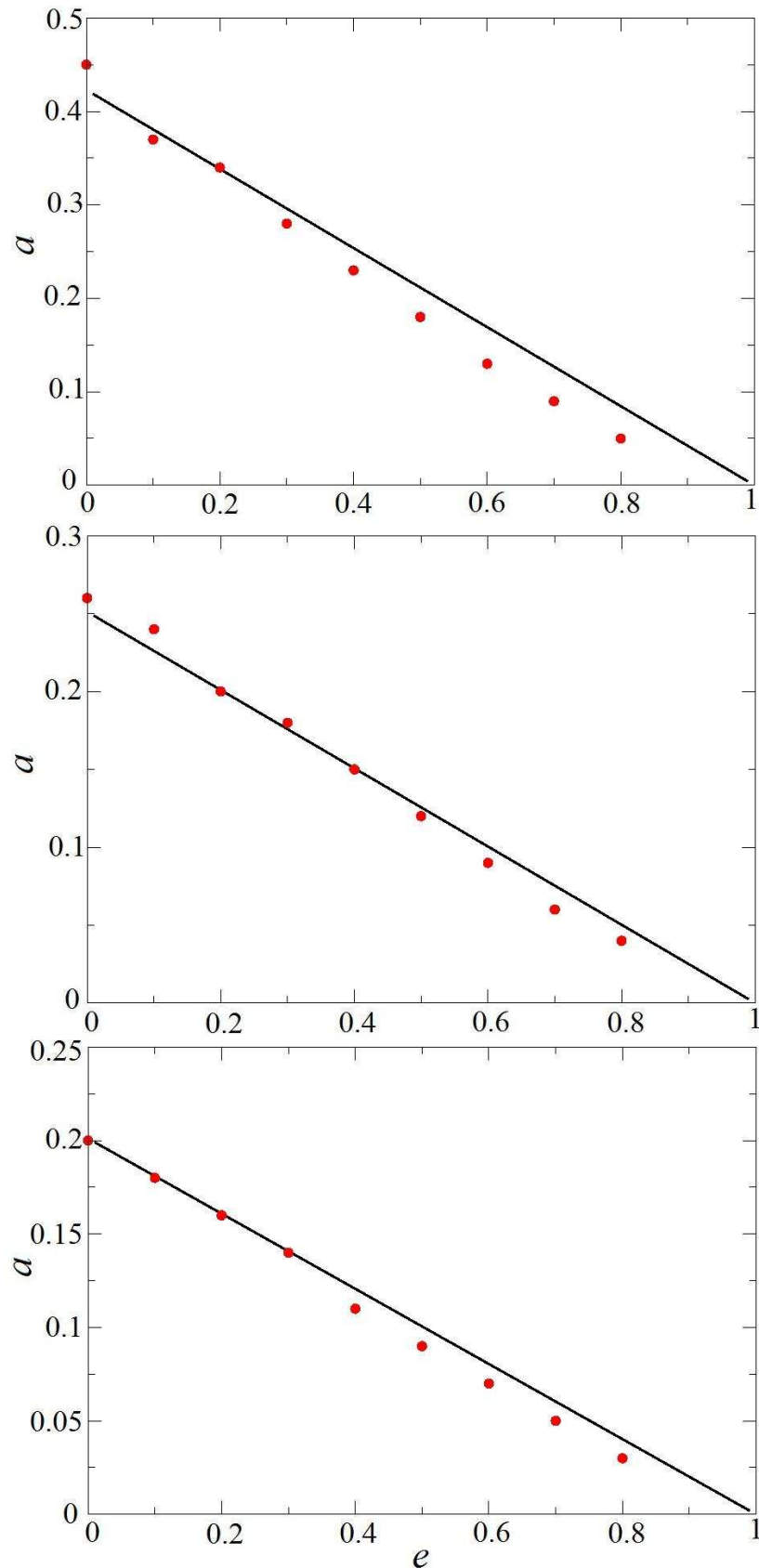


Figura 6.8: Semieje mayor crítico en función de  $e$  para  $\mu = 0,1$  (arriba),  $\mu = 0,5$  (medio) y  $\mu = 0,9$  (abajo). El sistema se supone circular con radio  $r = a_B(1 - e_B)$ . En línea negra se muestra la predicción del modelo analítico y en puntos rojos los resultados numéricos de Holman & Wiegert (1999).

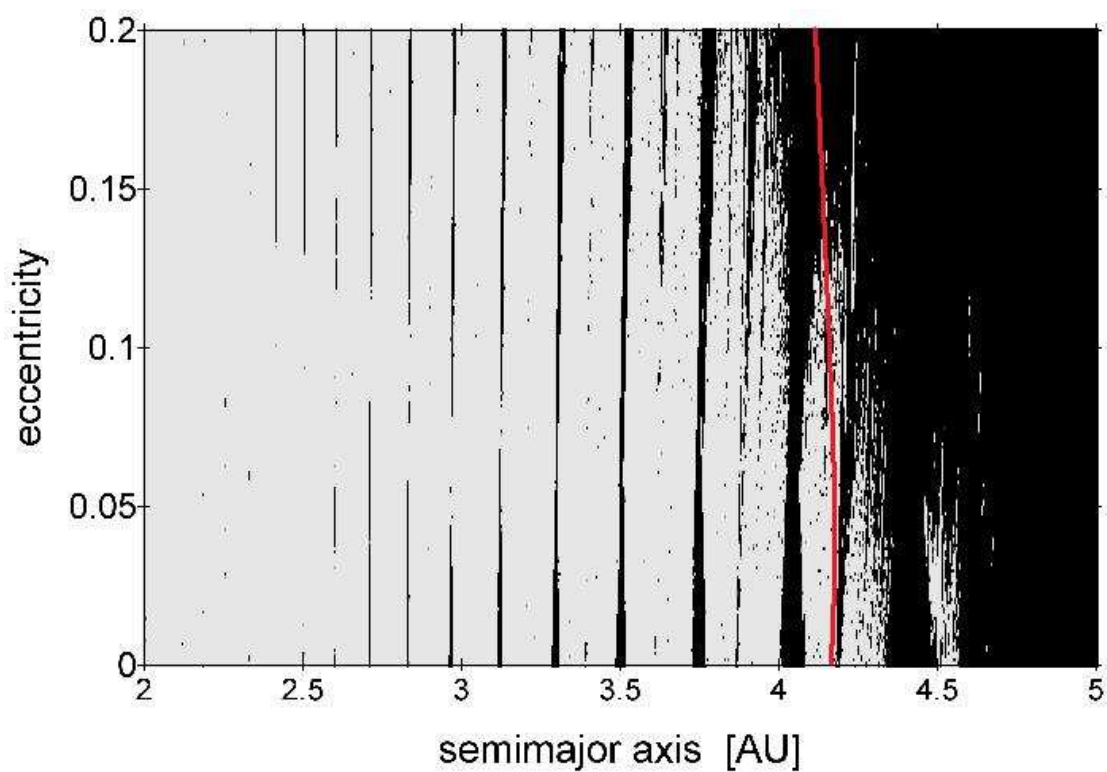


Figura 6.9: Predicción de nuestro modelo analítico aplicado al sistema  $\gamma$ -Cephei en el plano  $a$ - $e$ . La línea roja indica el semieje mayor crítico ( $H = H^*$ ) que permite definir el límite de estabilidad. Si se la compara con los resultados numéricos (Fig. 6.1) se observa un buen acuerdo.

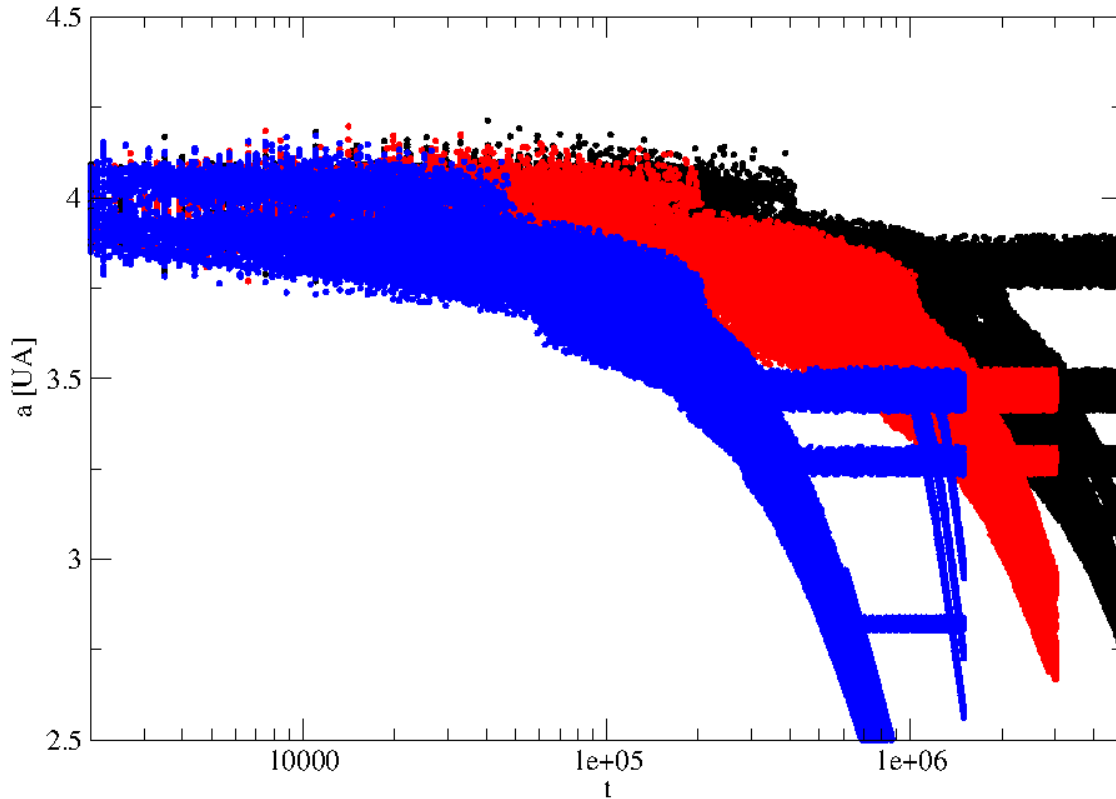


Figura 6.10: Evolución del semieje mayor de 150 partículas de tres tamaños diferentes a través de la región resonante, considerando un disco de gas excéntrico ( $e = 0,05$ ) estático alineado con la secundaria. En negro se muestran las partículas de  $s = 10$  km, en rojo las de 5 km y en azul las de 1 km. Como se ve, la captura es dependiente del tamaño.

fórmula 6.12 se obtiene el límite de estabilidad con una precisión suficiente para cualquier sistema. Luego, se debe corregir por la excentricidad ( $e_B$ ) del perturbador

$$a' = a(1 - e_B), \quad (6.14)$$

y por último se debe multiplicar por el semieje mayor del perturbado  $a_{\text{crit}} = a'a_B$

Finalmente entonces, se dispone de una expresión analítica que permite hallar el límite de la región de estabilidad. Esta expresión es tan simple de aplicar como la fórmula empírica de Holman & Wiegert (1990), pero con la ventaja de que se ha deducido de un modelo analítico, que permite comprender el origen de la inestabilidad que define el límite.

### 6.3. Captura divergente

Como se vió al final del Capítulo anterior, la captura divergente es algo que sólo ocurre para RMM de alto orden. Los efectos perturbativos de un cuerpo tan masivo y con alta excentricidad fortalecen estas RMM que en otras configuraciones del P3CR no son apreciables. El problema para la acreción es que la captura es capaz de modificar la trayectoria dinámica

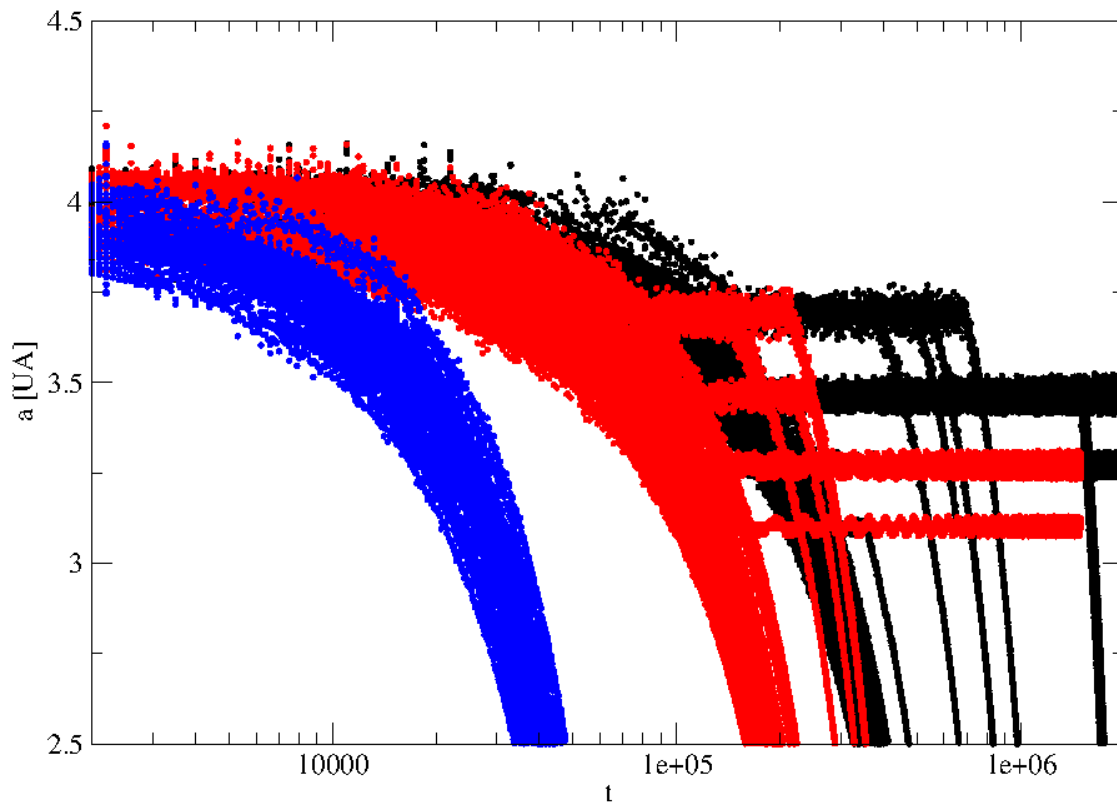


Figura 6.11: Evolución del semieje mayor de 150 partículas de tres tamaños diferentes a través de la región resonante, considerando un disco de gas excéntrico ( $e = 0,2$ ) con precesión retrograda (periodo 1000 años). En negro se muestran las partículas de  $s = 10$  km, en rojo las de 5 km y en azul las de 1 km. Como se ve, la captura es dependiente del tamaño, además como se vio en el Capítulo 3, el decaimiento orbital es mayor con precesión.

secular de los planetesimales. Esto altera el comportamiento dinámico suave de los planetesimales llevándolos a adquirir altas  $e$  que pueden llevar a colisiones destructivas y eyección. Pero si bien estos inconvenientes se manifestarían en general para  $a > 3$  UA, el principal problema se presentaría si la captura es preponderante e impide la llegada del material a las regiones internas del disco.

Una forma en la cual se puede medir el impacto y la influencia de la dinámica resonante en el proceso de acreción, es a través de la probabilidad de captura de los planetesimales. Si dicha probabilidad es alta, entonces la región será demasiado caótica como para permitir colisiones a baja velocidad y por lo tanto acreción, además de impedir la caída del material a la zona principal de acreción ( $2 < a < 3$  UA). La zona de acreción se define por la posición del exoplaneta ( $\sim 2$  UA) y el límite de la región resonante ( $\sim 3$  UA). En cambio una probabilidad baja, permite un dominio de la dinámica secular, con unas pocas partículas en órbitas desalineadas, y con material que sufre rápidos cruces por cada RMM y por tanto no desabastece la región principal de acreción.

Se sabe que la probabilidad de captura depende de la velocidad de migración de los planetesimales (Beaugé & Ferraz-Mello 1993). Por otra parte se deduce de la ecuación 3.3 que la velocidad es proporcional a la inversa del tamaño, por lo que para planetesimales más chicos que migran más rápido se tendrá menor probabilidad de captura. En las Figuras 6.10 y 6.11 se muestra el resultado de la evolución de 300 partículas de prueba en un P3CR perturbado, con parámetros para el disco de gas similares a los del Capítulo 3. Inicialmente a las 300 partículas se las ubicó en  $a = 4$  UA con órbitas circulares y se las distribuyó uniformemente en anomalía media.

En la Figura 6.10 se consideró un disco excéntrico estático (alineado con la estrella binaria) con  $e = 0,05$ , y se muestra el resultado de 50 partículas de  $s = 1, 5$  y  $10$  km (azul, rojo y negro respectivamente). A partir de los resultados se observa que para las más chicas la probabilidad de captura es baja, menor al 10 %, las de  $s = 5$  km tienen una probabilidad de  $\sim 60$  % y las más grandes de  $\sim 75$  %. En cambio, en los resultados de la Figura 6.11 donde se considera un disco con  $e = 0,2$  que precesa en forma retrograda con periodo 1000 años, con igual distribución de cuerpos, la estadística indica 0, 6 y 20 % para los más chicos, medianos y grandes respectivamente. Con estos resultados se demuestra no sólo una dependencia con el tamaño sino también con la precesión. Por otra parte, se deduce que en un disco estático las RMM suponen un problema mayor en el proceso de formación, ya que para un leve crecimiento en tamaño de la población media de los planetesimales ( $\sim 5$  km), la captura pasa a ser parte importante de su proceso evolutivo.

Se puede entonces deducir que la región resonante debida a los múltiples cruces y capturas que sufren los planetesimales durante su evolución constituye una zona fuertemente caótica. Por lo tanto, tal región ( $3 < a < 4,5$  UA) se encuentra dominada por velocidades de colisión altas y posibilidades de acreción bajas. En tal escenario, se espera una media poblacional del tamaño de los planetesimales baja. En tales circunstancias, se estima que la mayor parte de los pequeños cuerpos sufrirán rápidos cruces por las RMM durante su migración. Como resultado, se espera que sus órbitas sufran leves alteraciones y que el abastecimiento a la región de acreción ( $2 < a < 3$  UA) sea normal. En discos estáticos sin embargo, no se puede ser tan optimista. En los resultados de esta Sección (Fig. 6.10) se observa que un leve aumento

del tamaño medio de la población es capaz de aumentar la probabilidad de captura. Por otra parte, en discos con precesión se puede considerar el escenario descrito en este párrafo debido al aumento en el decaimiento orbital (Capítulo 3). Aunque como ya se mencionó, este aumento de la velocidad de migración se puede volver en contra al demandar una mayor efectividad en el proceso acrecional.

En el próximo Capítulo, se consideran los modelos para el gas y la dinámica secular y se los aplica a los dos escenarios favorables en  $\gamma$ -Cephei con el fin de determinar las velocidades de colisión en la región principal de acreción. Sin embargo los problemas de la dinámica resonante pueden conspirar contra los resultados que se obtengan. Aun así se debe tener en cuenta que son pocas las pruebas realizadas sobre probabilidad de captura, se necesita un estudio más detallado antes de dar resultados concluyentes. Por lo tanto, si se considera que en la región resonante las órbitas están desalineadas y las colisiones ocurren a altas velocidades, se puede suponer que la acreción y el aumento del tamaño medio del enjambre de planetesimales no es posible. De esta forma, la región principal de acreción del escenario con disco estático no se ve afectada por las RMM. En el próximo Capítulo se trabajará bajo esta suposición, respecto al disco precesante los resultados muestran que la región resonante no tiene influencia.



# Capítulo 7

## Posibilidades de acreción en SBC: Velocidades de encuentro

Una vez desarrollados los modelos correspondientes para la interacción de las perturbaciones por fricción del gas (Capítulos 3 y 4) y efectos gravitacionales seculares de la compañera (Capítulo 5), el siguiente paso es la determinación de las posibilidades de acreción en el enjambre de planetesimales. En este Capítulo se implementan ambos modelos mediante su combinación lineal directa. Se presenta también un mapa algebraico que permite reconstruir rápidamente la dinámica secular completa de planetesimales con radios  $0,1 < s \leq 50$  km en un SBC. Como ya se mencionó, a modo de ejemplo se utiliza el sistema  $\gamma$ -Cephei considerando el caso planar. El objetivo es analizar la evolución de una gran cantidad de partículas (considerando un P3CR perturbado) en el rango de valores de semieje mayor  $1 \leq a \leq 5$  UA variando los parámetros del disco de gas, en el marco de los dos escenarios amigables a la acreción (Capítulo 3). El análisis de cada partícula es individual (no se perturban mutuamente y no se incluyen colisiones). Posteriormente se analizan sus velocidades de encuentro considerando las soluciones de equilibrio de cada una según el tamaño.

### 7.1. Modelo para la evolución de planetesimales en SBC

Como en los demás Capítulos, las masas estelares serán  $m_A$  y  $m_B$ , con la secundaria y el planetesimal en órbita  $m_A$ -céntrica con parámetros orbitales  $e_B$  y  $a_B$ , y  $a$  y  $e$  respectivamente. Suponemos además un disco de gas circumprimario alrededor de  $m_A$ . El disco de gas posee una forma elíptica con excentricidad  $e_g$  y puede precesar (con frecuencia  $g_g$ , ver Cap. 3). Así, la longitud de perihelio del gas en función del tiempo estará dada según  $\varpi_g = g_g t + \varpi_{g0}$ .

Asumiendo que la dinámica de cada planetesimal se puede aproximar por la suma de las perturbaciones de la compañera binaria más la fuerza de fricción con el gas, las ecuaciones que rigen cada fuerza son detalladas a continuación.

■ **Interacción del planetesimal con el disco de gas**

Como se vio en el Capítulo 3, se considera una fuerza de rozamiento proporcional al cuadrado de la velocidad relativa entre el planetesimal y el gas (Supuler & Lin 2000). El rozamiento producirá una aceleración dada por

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mathcal{C}|\mathbf{v}_{\text{rel}}|\mathbf{v}_{\text{rel}}, \quad \mathbf{v}_{\text{rel}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{g}}, \quad (7.1)$$

donde  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{v}$  son los vectores posición y velocidad del planetesimal,  $\mathbf{v}_{\text{g}}$  es el valor de la velocidad del gas en ese mismo punto y el coeficiente  $\mathcal{C}$  se define

$$\mathcal{C} = \frac{3C_D}{8} \frac{1}{s} \frac{\rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{p}}}, \quad (7.2)$$

donde  $\rho_{\text{p}}$  y  $\rho_{\text{g}}$  representan las densidades volumétricas del planetesimal y del gas. La cantidad  $C_D$  tiene distintas formas funcionales pero en este trabajo asumiremos un valor constante de  $C_D = 0.47$  (Weidenschilling, 1977).

Por otra parte, las simulaciones hidrodinámicas estudiadas en el Capítulo 4 muestran que, para un SBC las perturbaciones de la masa secundaria sobre el gas producen principalmente un truncamiento del disco en un valor  $a_{\text{exterior}}$  con un perfil de densidad que depende del semieje mayor  $a_{\text{g}}$  del elemento de gas, independientemente de las condiciones iniciales consideradas. Si el disco tiene una masa total  $m_{\text{T}}$  y su perfil de densidad superficial sigue una ley de potencias  $\beta = -\frac{1}{2}$  (Paardekooper et al. 2008), la densidad volumétrica del gas viene dada por

$$\rho_{\text{g}}(a) \simeq \frac{3}{2\pi} \frac{m_{\text{T}}}{a_{\text{exterior}}^3 H_{\text{R}}} \left( \frac{a_{\text{exterior}}}{a} - 1 \right), \quad (7.3)$$

donde  $H_{\text{R}} = 0.05$  es la escala de la altura del disco y  $a$  es el semieje mayor de la órbita del gas en el punto considerado (planetesimal).

Por otro lado, si se asume un gradiente negativo de presión en el disco, cada punto del fluido orbitará  $m_{\text{A}}$  con una velocidad sub-Kepleriana. Así, se puede utilizar el factor  $\alpha (=0.995)$  para describir la razón entre la velocidad lineal del gas con respecto a la velocidad lineal que tendría un cuerpo sólido en la misma ubicación. La velocidad relativa entre el planetesimal y el gas puede expresarse como función de los elementos orbitales del planetesimal y la longitud de pericentro del gas. De las ecuaciones (3.5) y (3.7), en coordenadas polares se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\text{rel}} &= v_r \hat{\mathbf{r}} + v_{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}}, \\ v_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} \left[ e \sin(f) - \right. \\ &\quad \left. - \alpha e_{\text{g}} \sin(f + \Delta\varpi) \left( \frac{1 + e \cos(f)}{1 + e_{\text{g}} \cos(f + \Delta\varpi)} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ v_{\theta} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} \left[ (1 + e \cos f) - \right. \\ &\quad \left. - \alpha (1 + e_{\text{g}} \cos(f + \Delta\varpi)) \left( \frac{1 + e \cos(f)}{1 + e_{\text{g}} \cos(f + \Delta\varpi)} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \end{aligned} \quad (7.4)$$

donde  $a$ ,  $e$ ,  $\varpi$  y  $f$  son el semieje mayor, la excentricidad, la longitud de pericentro y la anomalía verdadera del planetesimal,  $\Delta\varpi = \varpi - \varpi_g$  es la diferencia de longitudes de pericentro del planetesimal y el gas,  $\mu = \mathcal{G}m_A$  y  $p = a(1 - e^2)$  (*semilactus rectum*).

Luego, mediante la teoría de perturbaciones de Gauss, se pueden expresar las ecuaciones variacionales que reflejan la interacción del planetesimal con el gas (ec. 3.14 y 3.17)

$$\begin{aligned} \left. \frac{da}{dt} \right|_{\text{drag}} &= \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} \left( R' e \sin f + T' (1 + e \cos f) \right) \\ \left. \frac{dk}{dt} \right|_{\text{drag}} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left( R' \sin(f + \varpi) + \right. \\ &\quad \left. + T' \frac{(2 + e \cos f) \cos(f + \varpi) + e \cos \varpi}{1 + e \cos f} \right) \\ \left. \frac{dh}{dt} \right|_{\text{drag}} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left( R' \cos(f + \varpi) + \right. \\ &\quad \left. + T' \frac{(2 + e \cos f) \sin(f + \varpi) + e \sin \varpi}{1 + e \cos f} \right). \end{aligned} \quad (7.5)$$

Por conveniencia se han utilizado las variables regulares  $(k, h) = (e \cos \varpi, e \sin \varpi)$ . Las funciones  $R'$  y  $T'$  son respectivamente, las componentes radial y tangencial de la fuerza de rozamiento,

$$\begin{aligned} R' &= -\mathcal{C} |\mathbf{v}_{\text{rel}}| v_r \\ T' &= -\mathcal{C} |\mathbf{v}_{\text{rel}}| v_\theta. \end{aligned}$$

#### ■ Perturbaciones seculares producidas por $m_B$

Como se vio en el Capítulo 5, en una región que no contiene resonancias de movimientos medios, la dinámica está dominada por perturbaciones seculares. Así, promediando la función perturbadora para eliminar variaciones de corto período asociadas con las anomalías medias, se puede obtener una descripción de la dinámica secular. En los trabajos de Heppenheimer (1978a) y Paardekooper et al. (2008) se proponen soluciones aproximadas a partir de desarrollar la función perturbadora hasta segundo orden en la excentricidad  $e$ . En variables regulares  $(k, h)$  este desarrollo tiene la forma

$$R = \frac{3}{8} \frac{\mathcal{G}m_B}{(1 - e_B^2)^{3/2}} \frac{a^2}{a_B^3} \left( (k^2 + h^2) - \frac{5}{2} \frac{ae_B}{a_B(1 - e_B^2)} k \right), \quad (7.6)$$

y las correspondientes ecuaciones de movimiento son

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 0 \\ \frac{dk}{dt} &= -g_0 h \\ \frac{dh}{dt} &= g_0 (k - e_{f0}) \end{aligned} \quad (7.7)$$

donde

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{3 m_B}{4 m_A} \frac{na^3}{a_B^3 (1 - e_B^2)^{3/2}} \\ e_{f0} &= \frac{5 a}{4 a_B} \frac{e_B}{(1 - e_B^2)}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Las soluciones de las ecs. (7.7) se obtienen explícitamente.

Para las condiciones iniciales  $(a_0, k_0, h_0)$  se tiene

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 \\ k(t) &= e_p \cos(g_0(t - t_0) + \phi_0) + e_{f0} \\ h(t) &= e_p \sin(g_0(t - t_0) + \phi_0), \end{aligned} \quad (7.9)$$

con  $e_p^2 = (k_0 - e_{f0})^2 + h_0^2$  y  $\tan \phi_0 = h_0/(k_0 - e_{f0})$ . Las cantidades  $e_p$  y  $e_{f0}$  son conocidas como las excentricidades libre y forzada respectivamente. Adoptando valores fijos para  $a_B$  y  $e_B$ , la Ec. 7.8 implica que  $e_{f0}$  es una función lineal del semieje mayor propio ( $e_{f0} \propto a$ ) mientras que la frecuencia secular resulta proporcional a  $g_0 \propto a^{3/2}$ . Como ya se mencionó en la Sección 5.1 del Capítulo 5, para el análisis de la dinámica secular gravitatoria se utiliza el semieje mayor propio del planetesimal:  $a^*$  el cual tiene eliminadas las oscilaciones de corto periodo.

Para un sistema binario que no presenta comportamientos extremos ( $a_B \gg 1$ ;  $e_B \ll 1$ ) la solución propuesta reproduce con buen acuerdo el comportamiento secular de planetesimales que orbitan próximos de la masa primaria. Pero cuando se consideran sistemas binarios muy excéntricos con las masas primarias próximas como en el caso de  $\gamma$ -Cephei no se logra un buen acuerdo. Este hecho ya había sido considerado por Thébault et. al (2006) quienes introducen una corrección empírica en la frecuencia  $g_0$  de la Ec. 7.8 que mejora considerablemente los resultados

$$g_{Th} = g_0 \left[ 1 + 32 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a^*}{a_B} \right)^2 (1 - e_B^2)^{-3} \right], \quad (7.10)$$

aún así, en el caso de  $\gamma$ -Cephei las soluciones analíticas se alejan significativamente respecto de las que se obtienen integrando numéricamente las ecuaciones completas cuando se consideran planetesimales con semiejes mayores  $a > 3$  UA y es necesario considerar un modelo de más alto orden.

Con estas ideas, en el Capítulo 5, se implementó un desarrollo a partir de considerar teoría de perturbaciones hasta segundo orden que muestra un buen acuerdo y se obtienen nuevos ajustes empíricos. Conservando la notación del trabajo de Thébault et al.(2006) las expresiones finales resultan

$$\begin{aligned} g &= g_0 \left[ 1 + 32 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a^*}{a_B} \right)^2 (1 - e_B^2)^{-5} \right], \\ e_f &= e_{f0} \left[ 1 - 16 \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{a^*}{a_B} \right)^2 (1 - e_B^2)^{-5} \right]. \end{aligned} \quad (7.11)$$

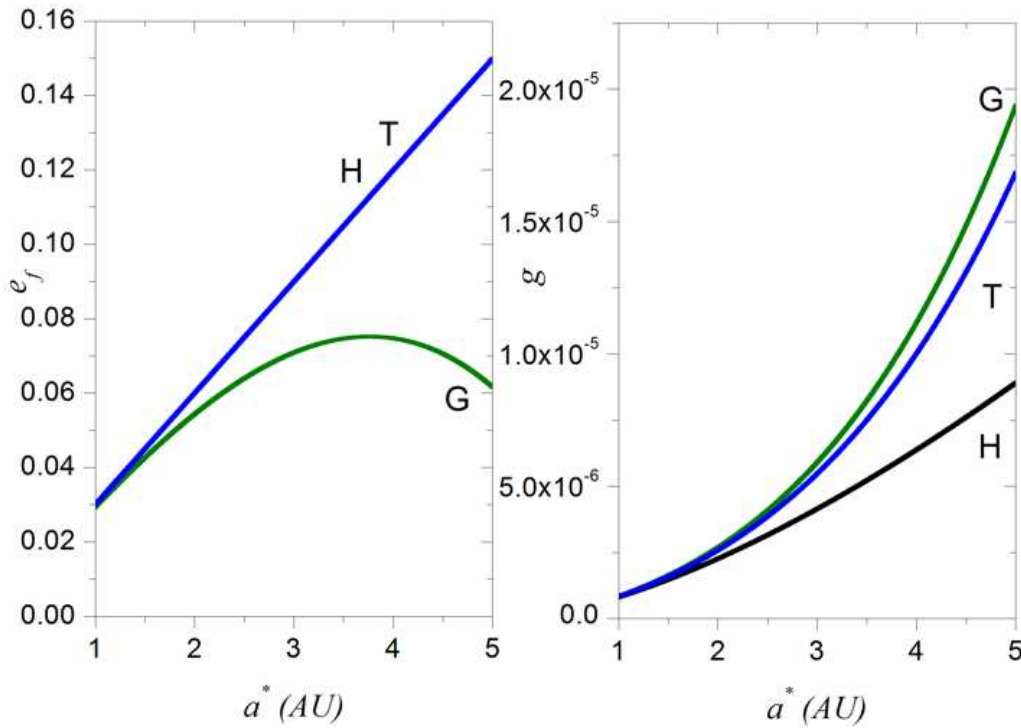


Figura 7.1: Excentricidad forzada  $e_f$  y frecuencia secular  $g$  obtenidas con cada uno de los modelos. **H**: Heppenheimer (1978a); **T**: Thébault et al. (2006); **G**: Capítulo 5. La frecuencia está dada en días<sup>-1</sup>

La variación de la excentricidad forzada y de la frecuencia de la solución secular en función del semieje mayor propio obtenida con cada modelo se comparan en la Figura 7.1.

### 7.1.1. Superposición lineal de los dos modelos

Para combinar ambos modelos, definidos por las ecuaciones (7.5) y (7.8) necesariamente se debe tener en cuenta que la solución secular completa depende del semieje mayor propio  $a^*$  y no del semieje osculador  $a$ . Aunque en algunos casos la diferencia entre ellos es pequeña, esta variación incidirá directamente sobre los valores de  $e_f$  y  $g$ . En particular, pequeños cambios en el valor de la frecuencia  $g$  serán más significativos y provocarán que rápidamente se pierda la precisión de la solución. Por otro lado, es de esperar que las soluciones obtenidas a partir de la combinación de las ecuaciones, sean más sensibles cuando se consideran planetesimales grandes (mayor influencia gravitatoria relativa a la fricción del gas) que cuando se consideran planetesimales pequeños (gran interacción con el gas).

Ya que se pretende analizar la dinámica de planetesimales de diferentes radios se necesita una relación que vincule  $a$  con  $a^*$ . Aunque esto es posible vía una teoría de perturbaciones, las ecuaciones resultantes serían muy complejas. Por lo tanto, se elige un camino más simple, que consiste en un ajuste empírico de la relación entre los semiejes mayores osculadores  $a$  y propios  $a^*$  para el sistema  $\gamma$ -Cephei. Este ajuste se realizó como resultado de la integración

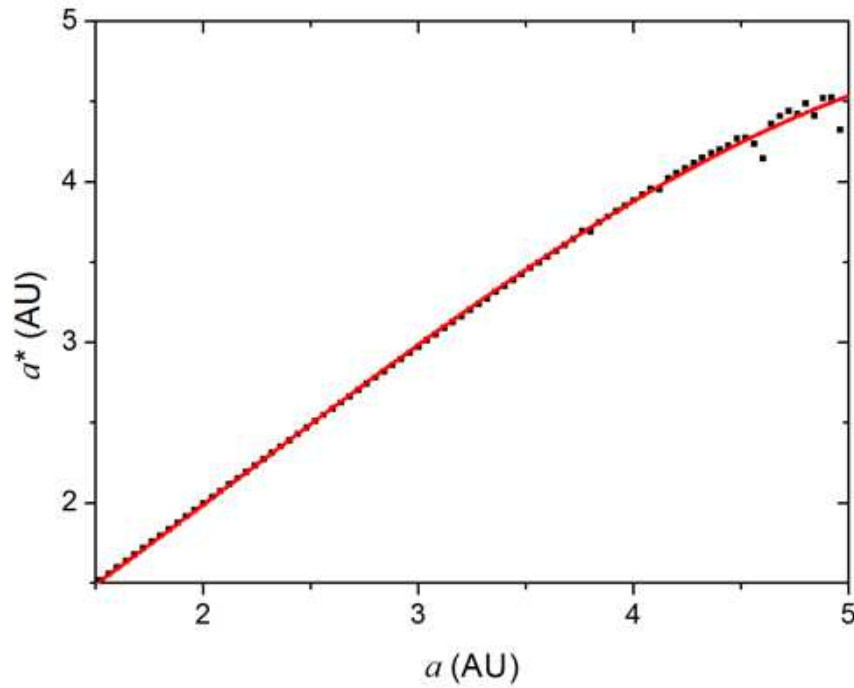


Figura 7.2: Relación entre el semieje mayor osculador  $a$  y el semieje propio  $a^*$ . Los puntos negros corresponden a la solución filtrando las variaciones menores a 400 años. La curva roja representa el ajuste dado en la Ec. (7.12).

numérica de partículas de prueba y la eliminación de las variaciones rápidas menores a 400 años a través del filtrado digital de las señales de salida. En la Figura 7.2 se muestra esta relación entre  $a$  y  $a^*$ , la cual se realizó adoptando las siguientes condiciones iniciales para las partículas de prueba

$$2 \leq a \leq 5UA ; e = 0,1 ; M = \omega = 0^\circ$$

las cuales fueron integradas numéricamente durante un tiempo equivalente a 50000 años. La relación entre  $a$  y  $a^*$  se puede aproximar por el siguiente polinomio cúbico

$$a^* = 0,21959 + 0,67350a + 0,14975a^2 - 0,02237a^3, \quad (7.12)$$

el cual, será utilizado en este Capítulo como relación válida en la región de interés  $1 \leq a \leq 5$  UA (ver Figura 7.2).

Las ecuaciones de movimiento que permiten obtener un “modelo simplificado” para la evolución dinámica de planetesimales en un SBC, al considerar la superposición lineal de los dos modelos, se pueden obtener de las Ecs.(7.5) y (7.8)

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \left. \frac{da}{dt} \right|_{\text{drag}} \\ \frac{dk}{dt} &= \left. \frac{dk}{dt} \right|_{\text{drag}} - g h \\ \frac{dh}{dt} &= \left. \frac{dh}{dt} \right|_{\text{drag}} + g (k - e_f). \end{aligned} \quad (7.13)$$

Es importante remarcar que en este “modelo simplificado”, las perturbaciones de la masa secundaria  $m_B$  sobre el disco de gas se analizaron en detalle en el Capítulo 4, y se determinó como influye la dinámica del gas en los planetesimales. Además, el gas no interactúa gravitatoriamente con los planetesimales y éstos no tienen interacción mutua, ni por gravedad, ni por colisiones.

Las ecuaciones que se utilizan tienen en cuenta la interacción instantánea, sin promediar, de los efectos del rozamiento de los planetesimales con el disco de gas y la evolución gravitatoria promediada (dinámica secular) truncada hasta segundo orden en  $k$  y  $h$ . Así, respecto de las soluciones de las ecuaciones completas en cada instante, se puede esperar que existan diferencias de corto periodo y que se manifiesten como apartamientos oscilatorios de pequeña amplitud respecto de las soluciones *medias* obtenidas con el modelo simplificado. Finalmente, para el caso de discos que precesan la dinámica del sistema completo contiene perturbaciones con dos frecuencias distintas:  $g_g$  y  $g$ .

### 7.1.2. Validez del modelo simplificado

Para comprobar la validez del modelo se compararon los resultados obtenidos mediante las ecuaciones (7.13) con las integraciones del sistema completo, éste es, un integrador de  $N$ -cuerpos modificado para que tenga en cuenta la interacción con el gas (modelada de acuerdo al Capítulo 3). En ambos casos, se utilizó un integrador Bulirsch-Stoer de paso variable con una precisión absoluta  $10^{-11}$ .

Las Figuras 7.3 y 7.4 muestran la evolución del semieje mayor y la excentricidad para dos planetesimales de distinto tamaño ( $s = 1$  km y  $s = 50$  km) para los valores de semieje mayor inicial de 2 y 3 UA. Los valores asumidos para el sistema fueron los mismos que se consideraron en el análisis desarrollado en el Capítulo 3, tomando aquí una precesión retrógrada de  $2\pi/|g_g| = 1000$  años y, una excentricidad de  $e_g = 0,2$  para el gas. Las condiciones iniciales del planetesimal fueron  $e = 0,1$  y  $\varpi = 120^\circ$ .

A partir de los ejemplos considerados se ve que el modelo propuesto reproduce la dinámica de planetesimales pequeños. Se aprecian pequeñas diferencias en los valores del semieje mayor al final de cada integración, estos se deben principalmente a errores introducidos por el ajuste empírico presentado en la Ec. (7.12), el cual es válido en el rango de valores  $1 \leq a \leq 5$  UA y fue obtenido para los valores angulares iniciales de  $M = \omega = 0^\circ$ . Los valores representados en las figuras constituyen *extrapolaciones* fuera de este rango ( $a < 1$  UA) y, en general, se corresponden con un instante de tiempo en el que los ángulos no son nulos. Sin embargo, como ya se mencionó, en este trabajo sólo se consideran planetesimales con  $a \geq 1$  UA, por lo que estas pequeñas diferencias no constituyen un problema. Por otro lado, el comportamiento (*medio*) de la excentricidad es cualitativamente correcto para los valores de la amplitud y de la frecuencia de las oscilaciones. Las tasas de decaimiento en  $a$  y en  $e$  también son cualitativamente correctas.

Por el contrario, para planetesimales de gran tamaño, donde se espera que el rozamiento con el gas juegue un papel menor respecto de las perturbaciones gravitatorias ejercidas por  $m_B$ , se observa que para valores  $a = 3$  UA las ecuaciones simplificadas arrojan valores medios mayores para el semieje mayor, aunque registran una tasa de decaimiento similar al de la

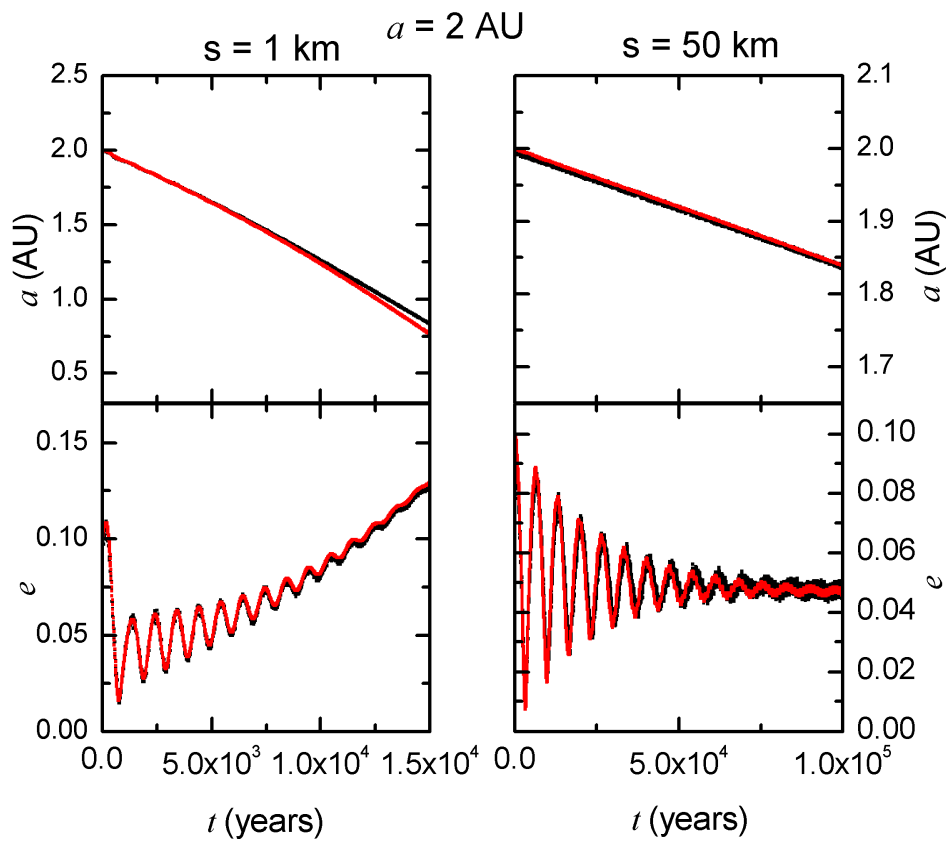


Figura 7.3: Evolución del semieje mayor y la excentricidad para planetesimales de distinto tamaño;  $s = 1 \text{ km}$  (izq.) y  $s = 50 \text{ km}$  (der.) para el caso  $a = 2 \text{ UA}$ . La curva en negro corresponde a la integración  $N$ -cuerpos completa y la curva en rojo al modelo simplificado.



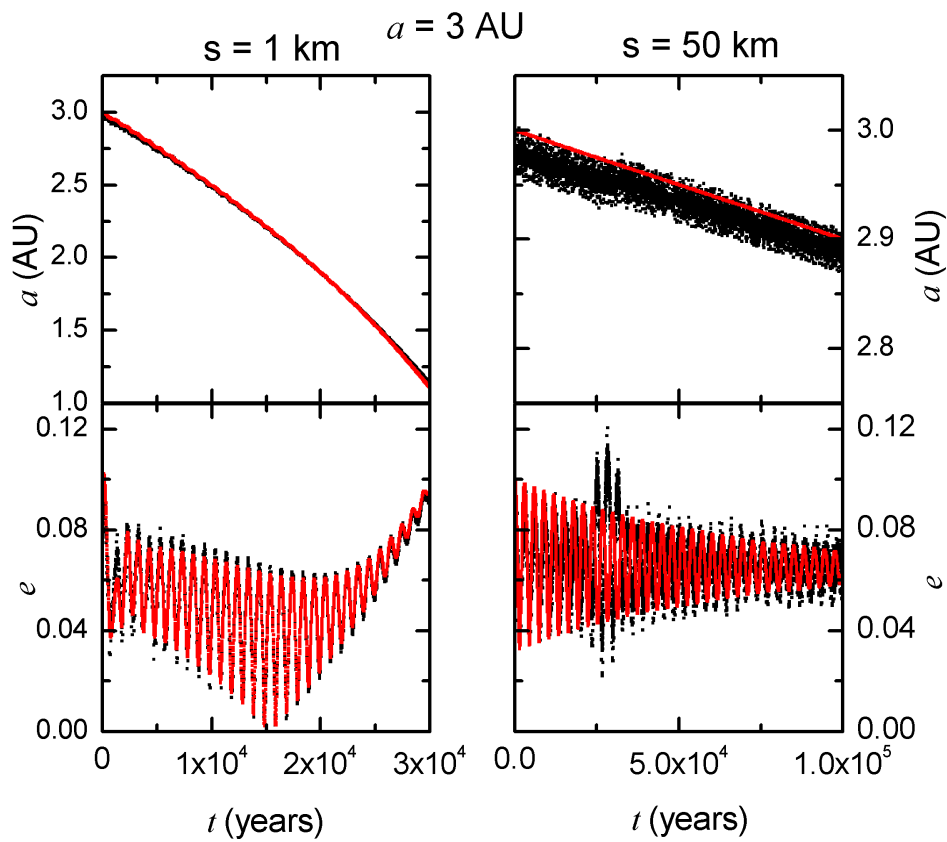


Figura 7.4: Evolución del semieje mayor y la excentricidad para planetesimales de distinto tamaño;  $s = 1 \text{ km}$  (izq.) y  $s = 50 \text{ km}$  (der.) para el caso  $a = 3 \text{ UA}$ . La curva en negro corresponde a la integración  $N$ -cuerpos completa y la curva en rojo al modelo simplificado.

solución obtenida con las ecuaciones completas. Esta situación se hace más notoria a medida que se consideran planetesimales más externos ( $a > 3,5$  UA). Estas regiones contienen gran cantidad de RMM de alto orden que hacen que el modelo secular propuesto (no resonante) se aleje significativamente de las soluciones obtenidas mediante las simulaciones  $N$ -cuerpos. Las diferencias obtenidas en el semieje mayor claramente inciden en el valor de la frecuencia secular  $g$  lo que produce una disminución del período de la solución cuando  $a > 3,5$  UA y producen una diferencia del valor en las amplitudes en la excentricidad. Aún así, el modelo simplificado logra reproducir cualitativamente bien las características principales de la evolución secular y general en la región de interés.

## 7.2. Un Mapa Algebraico para el modelo simplificado

Integrar numéricamente las ecuaciones de movimiento del sistema completo o del modelo simplificado insume gran cantidad de tiempo de cómputo. Así, para analizar numéricamente el comportamiento de una gran cantidad de condiciones iniciales es necesario implementar algún método eficaz y rápido para realizar las integraciones.

### 7.2.1. Mapas algebraicos en sistemas disipativos

Sea un sistema dinámico que relaciona los vectores  $n$ -dimensionales  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{v}$  según las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{F}_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{F}_2(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\end{aligned}\quad (7.14)$$

con la condición  $\|\mathbf{F}_2\| < \|\mathbf{F}_1\|$  para todo  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  y  $t$ . Las funciones vectoriales  $\mathbf{F}_i$  son de carácter general. Ellas no necesariamente deben ser derivadas de una función potencial (ej. pueden ser fuerzas disipativas). Empleando las mismas ideas que se aplican en sistemas Hamiltonianos para construir mapas simplécticos, es posible construir un mapa algebraico a partir de las Ecs. (7.14) de manera tal que rápidamente se puedan reconstruir y analizar un gran número de trayectorias.

A partir de la receta proporcionada por Whitmire et al. (1998), y sacando ventaja de que se cuenta con un modelo analítico que reproduce la dinámica secular cuando no se tiene en cuenta la interacción del planetesimal con el disco de gas, a continuación se detallan los pasos necesarios para la construcción del mapa. Si se escriben las ecuaciones (7.14) como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{F}_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{F}_2(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t),\end{aligned}\quad (7.15)$$

y se asume que el vector  $\mathbf{q}(t) = (\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$  es solución del sistema de ecuaciones “no-perturbado” (i.e.  $\mathbf{F}_2 = 0$ )

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{F}_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).\end{aligned}\quad (7.16)$$

Esta solución no necesariamente debe conocerse explícitamente y puede ser determinada numéricamente.

El procedimiento para construir un mapa simpléctico que a partir de una condición inicial  $(\mathbf{r}(t_0), \mathbf{v}(t_0))$  permita obtener el valor de la solución  $(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$  a un tiempo  $t = t_0 + \Delta T$  es el siguiente:

- paso 1;  $(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0) \rightarrow (\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1)$ .

A partir del instante inicial  $t_0$  se integra la solución  $\mathbf{q}(t)$  del sistema (7.16) hasta el tiempo  $t_0 + \Delta T/2$

$$(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) = \mathbf{q}(t_0 + \Delta T/2). \quad (7.17)$$

- paso 2;  $(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) \rightarrow (\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2)$ .

Se perturban únicamente los valores del vector  $\mathbf{v}_1$  aplicando, en este instante, la acción de la “perturbación”  $\mathbf{F}_2$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2 &= \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{v}_2 &= \mathbf{v}_1 + \Delta T \mathbf{F}_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1). \end{aligned} \quad (7.18)$$

- paso 3;  $(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2) \rightarrow (\mathbf{r}_3, \mathbf{v}_3)$ .

Se toman como condiciones iniciales los valores  $(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2)$ , nuevamente se integra la solución  $\mathbf{q}(t)$  hasta el tiempo  $t_0 + \Delta T/2$

$$(\mathbf{r}_3, \mathbf{v}_3) = \mathbf{q}(t_0 + \Delta T/2). \quad (7.19)$$

Este proceso se repite iteradamente (paso 1  $\rightarrow$  paso 2  $\rightarrow$  paso 3  $\rightarrow$  paso 1  $\rightarrow$  ...) hasta completar el intervalo de tiempo de interés. Después de aplicar los primeros 2 pasos, el proceso puede agilizarse aún más, uniéndose en una sola iteración los pasos 3 y 1.

### 7.2.2. Aplicación al modelo simplificado

La idea es construir un mapa a partir de tres ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= F_{1a}(a, k, h, f) + F_{2a}(a, k, h, f) \\ \dot{k} &= F_{1k}(a, k, h, f) + F_{2k}(a, k, h, f) \\ \dot{h} &= F_{1h}(a, k, h, f) + F_{2h}(a, k, h, f), \end{aligned} \quad (7.20)$$

donde  $f$  es la anomalía verdadera del planetesimal. Para obtener en cada instante el valor de  $f$  deberemos resolver la ecuación de Kepler. Este sistema está separado convenientemente en dos partes. La primera está dada por

$$\begin{aligned} F_{1a}(a, k, h, f) &= 0 \\ F_{1k}(a, k, h, f) &= -g h \\ F_{1h}(a, k, h, f) &= g(k - e_f), \end{aligned} \quad (7.21)$$

y corresponde a la dinámica secular debido a la perturbación de  $m_B$ . Como se mencionó anteriormente, este sistema puede resolverse explícitamente (Ecs. 7.9). La segunda parte contiene las ecuaciones de interacción con el gas

$$\begin{aligned} F_{2a}(a, k, h, f) &= \left. \frac{da}{dt} \right|_{\text{drag}} \\ F_{2k}(a, k, h, f) &= \left. \frac{dk}{dt} \right|_{\text{drag}} \\ F_{2h}(a, k, h, f) &= \left. \frac{dh}{dt} \right|_{\text{drag}}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

Para facilitar la interpretación de los pasos descritos en la sección anterior, resulta conveniente introducir una extensión del sistema de Ecs. (7.20). Sea el vector  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  tal que:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{t_0}^t a_0 dt' = a_0 (t - t_0) \\ y(t) &= \int_{t_0}^t k(t') dt' \\ z(t) &= \int_{t_0}^t h(t') dt' \end{aligned} \quad (7.23)$$

así, es posible pensar en un sistema extendido de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x = a_0 \\ \dot{y} &= v_y = k \\ \dot{z} &= v_z = h \\ \dot{v}_x &= F_{1a}(v_x, v_y, v_z, f) + F_{2a}(v_x, v_y, v_z, f) \\ \dot{v}_y &= F_{1k}(v_x, v_y, v_z, f) + F_{2k}(v_x, v_y, v_z, f) \\ \dot{v}_z &= F_{1h}(v_x, v_y, v_z, f) + F_{2h}(v_x, v_y, v_z, f), \end{aligned} \quad (7.24)$$

en donde las ecuaciones (7.9) y (7.23) son las soluciones conocidas correspondientes al sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x = a_0 \\ \dot{y} &= v_y = k \\ \dot{z} &= v_z = h \\ \dot{v}_x &= F_{1a}(v_x, v_y, v_z, f) \\ \dot{v}_y &= F_{1k}(v_x, v_y, v_z, f) \\ \dot{v}_z &= F_{1h}(v_x, v_y, v_z, f). \end{aligned} \quad (7.25)$$

En particular, en este caso, sólo interesan los resultados de las últimas tres ecuaciones del sistema (7.24). Además, es importante remarcar que los lados derechos de las ecuaciones son funciones que sólo dependen de  $\mathbf{v}$  y  $f$ ; así la construcción de un mapa se simplifica. A continuación de detallan los pasos a seguir:

- paso 1;  $(a_0, k_0, h_0) \rightarrow (a_1, k_1, h_1)$ .

A partir del instante inicial  $t_0$ , se integra la solución conocida del sistema (ecs. (7.9)) hasta el tiempo  $t_1 = t_0 + \Delta t/2$

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 \\ k_1 &= e_{p0} \cos(g_0(t_1 - t_0) + \phi_{00}) + e_{f0} \\ h_1 &= e_{p0} \sin(g_0(t_1 - t_0) + \phi_{00}). \end{aligned} \quad (7.26)$$

Para utilizar estas expresiones se deberá determinar el valor del semieje mayor propio  $a^*$  mediante la Ec. (7.12). Además, se debe determinar la anomalía media  $M_1$  en  $t = t_1$  que resulta necesaria en el paso 2 para calcular la anomalía verdadera  $f$ .

$$M_1 = n_0(t_1 - t_0) + M_0 - \Delta\varpi_{10} \quad (7.27)$$

$n_0$  es el movimiento medio del planetesimal,  $M_0$  es la anomalía media en  $t_0$  contada a partir del pericentro  $\varpi_0$  y el factor  $\Delta\varpi_{10}$  es la corrección que debe hacerse debido a la evolución secular del pericentro, ésto es

$$\Delta\varpi_{10} = \varpi_1 - \varpi_0 = \tan^{-1}(h_1/k_1) - \tan^{-1}(h_0/k_0). \quad (7.28)$$

- paso 2;  $(a_1, k_1, h_1) \rightarrow (a_2, k_2, h_2)$ .

Con el valor de la anomalía media  $M_1$  determinamos  $f_1$  resolviendo iterativamente la ecuación de Kepler. Luego se perturban los valores del vector  $\mathbf{v}_1$  según

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + \Delta t F_{2a}(a_1, k_1, h_1, f_1) \\ k_2 &= k_1 + \Delta t F_{2k}(a_1, k_1, h_1, f_1) \\ h_2 &= h_1 + \Delta t F_{2h}(a_1, k_1, h_1, f_1). \end{aligned} \quad (7.29)$$

- paso 3;  $(a_2, k_2, h_2) \rightarrow (a_3, k_3, h_3)$ .

Para las nuevas condiciones iniciales nuevamente se integra la solución conocida hasta  $t_2 = t_1 + \Delta t/2$ .

$$\begin{aligned} a_3 &= a_2 \\ k_3 &= e_{p2} \cos(g_2(t_2 - t_1) + \phi_{02}) + e_{f2} \\ h_3 &= e_{p2} \sin(g_2(t_2 - t_1) + \phi_{02}), \end{aligned} \quad (7.30)$$

y consecuentemente, el nuevo valor de la anomalía media

$$M_3 = n_2(t_2 - t_1) + M_1 - \Delta\varpi_{21}. \quad (7.31)$$

- paso 4: Se repite todo el proceso hasta cubrir el intervalo de tiempo de interés.

### 7.2.3. Eficiencia del mapa algebraico

La precisión del mapa depende del paso temporal  $\Delta t$ . Para realizar experimentos numéricos es imprescindible fijar, mediante algún criterio, el paso que se utilizará, de manera tal que mantenga el error por debajo de cierta cota y al mismo tiempo que sea lo más grande posible para que optimice el tiempo de cómputo utilizado. En la Figura 7.5 se comparan los resultados del mapa con los del modelo simplificado para cinco planetesimales de distinto tamaño en función del paso utilizado. Para la integración de comparación se utilizó un algoritmo Bulirsch-Stoer de paso variable con una precisión absoluta  $10^{-11}$ . En estas figuras se muestran los errores absolutos máximos obtenidos para el semieje mayor y la excentricidad a lo largo de cada una de las integraciones numéricas

$$\begin{aligned} er_A &= |a_{\text{MAP}} - a_{\text{INT}}| \\ er_E &= |e_{\text{MAP}} - e_{\text{INT}}|. \end{aligned} \quad (7.32)$$

En todos los casos, las integraciones se extendieron hasta  $10^4$  años.

Para planetesimales pequeños el error aumenta considerablemente para  $\Delta t > 150$  días. Esto se debe principalmente a que el coeficiente de rozamiento se incrementa para pequeños radios ( $C \sim 1/s$ ) y por construcción del mapa, aumenta el correspondiente valor de la perturbación con la que se corrigen, en el paso 2, los valores de la solución secular (Ec. (7.26)). En este rango de semiejes mayores, los planetesimales con radios ( $s \geq 5$  km) manifiestan un incremento suave de los errores proporcional al paso utilizado. Para planetesimales grandes los resultados presentan errores acotados con buena precisión para todos los pasos  $\Delta t$  producto de que la fuerza principal que domina sobre estos objetos es la gravitatoria. Para el semieje inicial 4 UA, el error  $er_E$  presenta el mismo comportamiento, independientemente del tamaño del planetesimal cuando el paso del mapa  $\Delta t$  es grande.

Con el fin de describir globalmente el comportamiento de gran cantidad de planetesimales de diversos tamaños y para valores mayores de intervalos de tiempo de integración, se fija una cota para el error absoluto del semieje mayor el valor  $er_A < 10^{-2}$  UA (ver Fig. 7.5) debido a que este parámetro es el más significativo puesto que incide directamente sobre la frecuencia de la solución secular. Por lo tanto, se implementará para el mapa un paso temporal de  $\Delta t = 150$  días.

### 7.2.4. Velocidad del mapa algebraico

Una vez definido el paso temporal para el mapa ( $\Delta t = 150$  días) es posible hacer una comparación entre los tiempos de cómputo empleados por éste y un integrador estándar de alta precisión. Para este fin, al igual que en la Sección 7.2.3 se implementó un algoritmo Bulirsch-Stoer de paso variable con una precisión absoluta  $10^{-11}$  para integrar las ecuaciones completas. Para la comparación se utilizaron planetesimales con radios comprendidos entre  $0,2 \leq s \leq 15$  km con incrementos  $\Delta s = 0,1$  km. Cada partícula fue integrada numéricamente de forma individual con el mapa y el integrador de alta precisión durante un tiempo de 2000 años.

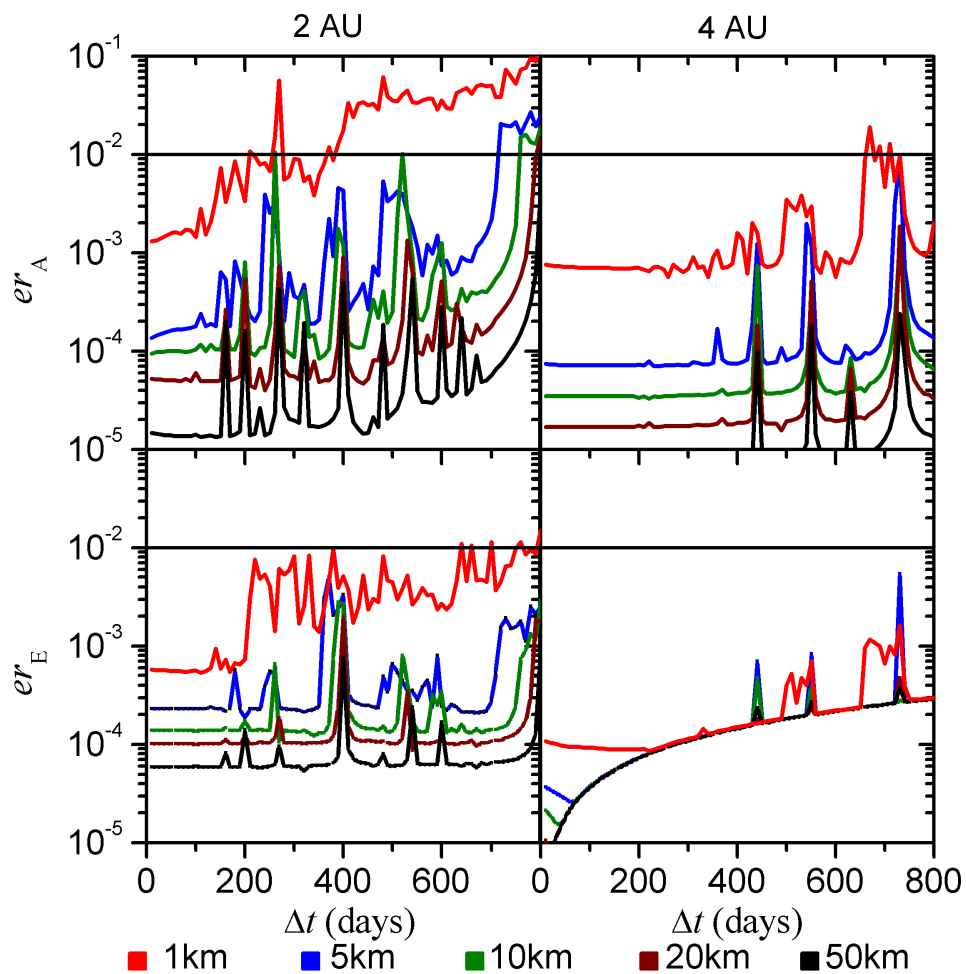


Figura 7.5: Errores absolutos máximos en semieje mayor ( $er_A$ ) y en excentricidad ( $er_E$ ) en función del paso del mapa  $\Delta t$  para planetesimales que inicialmente tienen un semieje mayor inicial de 2 UA (Izq.) y 4 UA (Der.). La línea horizontal del gráfico superior indica la cota establecida para determinar el paso máximo.

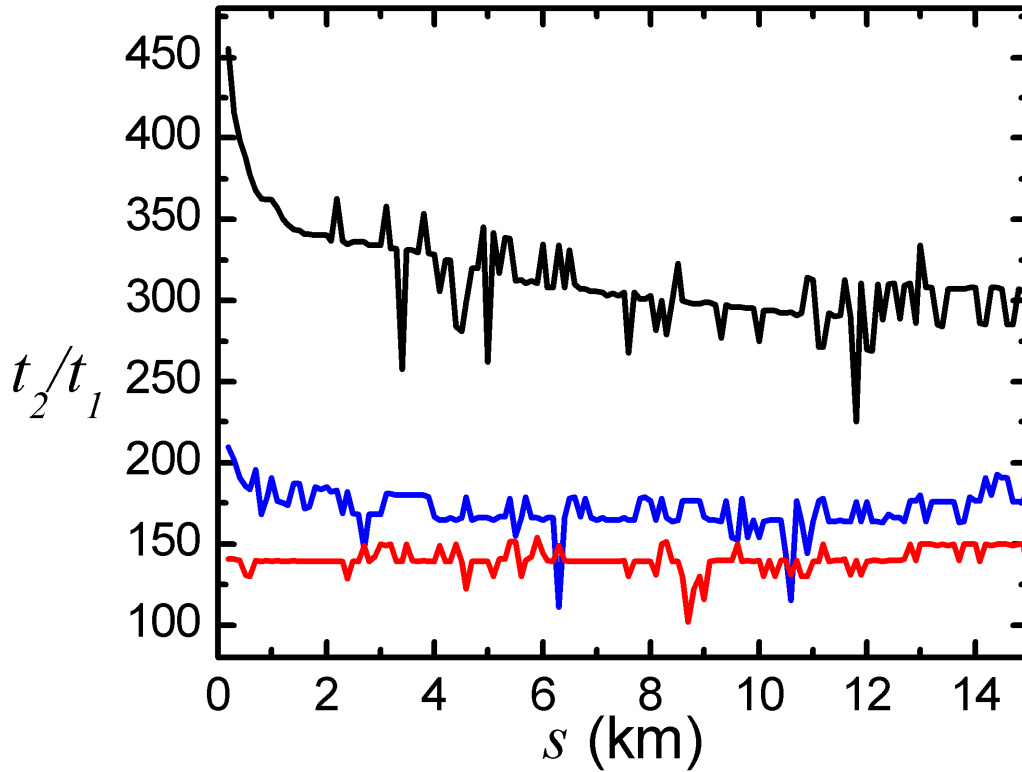


Figura 7.6: Razón de tiempos de cómputo empleados  $t_2/t_1$  entre el integrador de alta precisión y el mapa para planetesimales de distintos tamaños que inicialmente se encuentran a 1 UA (curva negra), 2 UA (curva azul) y 4 UA (curva roja). Para el disco de gas se asumieron los valores  $e_g = 0,2$  y  $g_g = -2\pi/1000$  rad/año.

En la implementación del integrador de paso variable, es de esperar que el tiempo de cómputo dependa del tamaño del planetesimal y de la distancia a la que éste se encuentre de la estrella principal. Se requerirán más pasos iterativos para lograr la precisión numérica impuesta cuando los planetesimales estén cercanos a  $m_A$  (movimiento muy rápido) o cuando sean muy pequeños ya que experimentarán grandes interacciones con el gas ( $\sim 1/s$ ).

La Figura 7.6 muestra la razón entre los tiempos de cómputo empleados por el integrador ( $t_2$ ) y el mapa ( $t_1$ ) obtenidos al considerar un disco de gas con  $e_g = 0,2$  con una frecuencia de precesión de  $g_g = -2\pi/1000$  rad/año. Los planetesimales se ubican inicialmente en órbitas circulares con  $\omega = M = 0^\circ$  con los siguientes valores iniciales de semiejes mayores 1, 2 y 4 UA. Se puede apreciar como el mapa saca ventaja sobre el integrador, mostrando una velocidad de cómputo superior a  $\sim 100$  veces en el peor de los casos.

### 7.2.5. Comparación con resultados numéricos

Para *testear* el mapa se realizaron tres pruebas que se describen a continuación:



1. Prueba 1: Sólo interacciones gravitatorias de las masas primarias con el planetesimal (sin disco de gas).
2. Prueba 2: Se agrega la interacción del planetesimal con un disco de gas circular y estático ( $e_g = g_g = 0$ ).
3. Prueba 3: En este caso se considera un disco excéntrico ( $e_g = 0,2$ ) con precesión retrógrada ( $g_g = -2\pi/1000$ ).

En las tres pruebas se utilizaron 10000 grupos de 10 partículas con radios desde  $s = 1$  km hasta  $s = 10$  km, distribuidos uniformemente en semieje mayor entre  $1 < a < 4$  UA. Para cada partícula, los valores de anomalía media  $M$  y argumento de pericentro  $\omega$  se eligieron aleatoriamente entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ .

La Figura 7.7 muestra los resultados de las pruebas 1 y 2. Estos resultados reproducen el fenómeno de diferenciación orbital de fase. En el caso sin gas (curva continua negra aislada) se produce una excitación de los valores de la excentricidad que terminan oscilando alrededor del valor de la excentricidad forzada  $e_f$  desde cero hasta  $2e_f$ . Mientras, en la prueba 2, la presencia de un disco estático circular cambia los valores de equilibrio produciendo una diferenciación que separa significativamente las órbitas de planetesimales de distintos tamaños. Según estos resultados, la velocidad relativa entre planetesimales es muy grande, lo cual no favorece al proceso de acreción (Paardekooper & Leinhardt 2010). Si se compara con la Figura (2.7), se verá que hay un buen acuerdo entre los resultados numéricos y el mapa algebraico.

En el caso de la prueba 3 (ver Fig. 7.8), cuando se introduce un disco elíptico con precesión, el comportamiento dinámico de los planetesimales es diferente al observado en la prueba 2. En grandes escalas de tiempo los planetesimales pequeños ( $s \sim 1$  km) tienden a seguir la excentricidad del gas  $e_g$  a medida que los valores de semieje mayor disminuyen. Respecto del disco estático, ahora se observa que el rozamiento actúa más eficientemente produciendo una tasa de decaimiento más rápida en el semieje mayor, como se vio en el Capítulo 3. Para planetesimales de 10 km se obtienen comportamientos que están de acuerdo con los resultados del trabajo de Thébault et al. (2004).

### 7.3. Velocidades de encuentro: Escenarios favorables para la acreción

Como se vio en el Capítulo 4, la dinámica del disco de gas no se puede definir con exactitud, sin embargo en el Capítulo 3 se determinaron dos posibles escenarios de formación que posibilitan procesos de acreción en SBC. En particular, ambos modelos asumen distintas excentricidades y tasas de precesión para el disco de gas, pero no existen evidencias concretas respecto de cuáles deberían ser los valores reales que se deben utilizar. Esto permanece desconocido aún cuando se consideran simulaciones hidrodinámicas con distintos modelos de discos. En esta Sección, a través de simulaciones numéricas realizadas con el mapa algebraico, se analizarán distintos escenarios a partir de variar los parámetros  $e_g$  y  $g_g$  de manera tal de

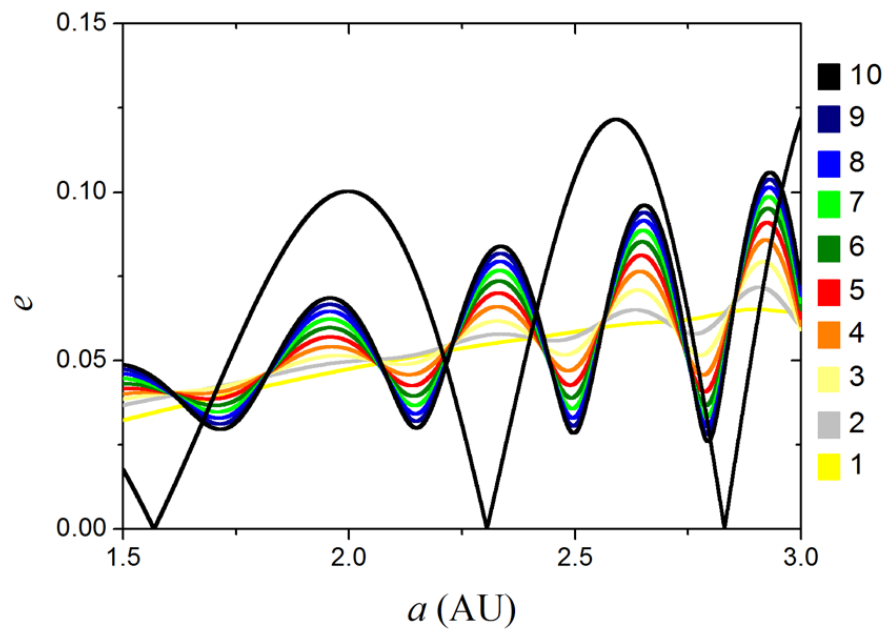


Figura 7.7: Variación de la excentricidad con el semieje mayor  $a$ . La curva continua negra aislada se obtiene cuando no se tiene en cuenta el gas. Los colores denotan distintos valores de radio en km de los planetesimales. Estos resultados están en acuerdo con los publicados en el trabajo de Paardekooper & Leinhardt (2010), ver Fig. (2.7), debe tenerse en cuenta que en aquella figura el semieje está en unidades del semieje de la secundaria.

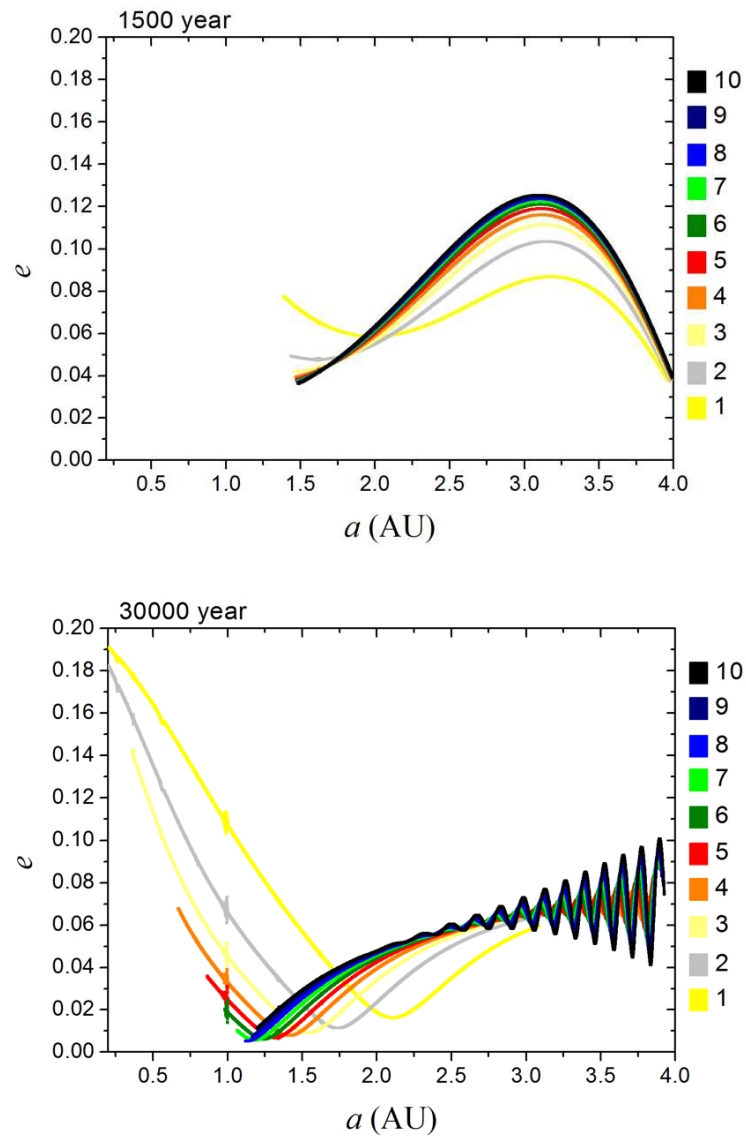


Figura 7.8: Evolución de la excentricidad con el semieje mayor  $a$  para el caso de considerar un disco con precesión excéntrica.

poder identificar cualitativamente algunas configuraciones que permitan un cuadro *amigable* que posibilite la acción de procesos de acreción.

Para identificar las configuraciones de equilibrio, se dejaron evolucionar las partículas de prueba desde su condición inicial (órbitas circulares) por tiempos superiores a los 300000 años, sin considerar la variación temporal del semieje mayor ( $\dot{a} = 0$ ). Los tiempos finales fueron ajustados en cada caso particular, de manera de asegurar que la mayoría de las trayectorias decaigan a sus órbitas finales de equilibrio.

Para cada par de valores  $(e_g, g_g)$ , las condiciones iniciales de las partículas de prueba se dividieron en 40 grupos distribuidos uniformemente en semieje mayor entre  $1 \leq a \leq 5$  UA. En cada grupo se consideraron tamaños entre  $0,025 \leq s \leq 10$  km con incrementos  $\Delta s = 0,025$  km y para cada partícula se eligieron valores al azar para la anomalía media  $M$  y el argumento de pericentro  $\omega$ .

### 7.3.1. Escenario 1: Disco alineado sin precesión ( $g_g = 0$ ; $\varpi_g = 0^\circ$ ).

Consideramos valores de la excentricidad del gas en el rango  $0,025 \leq e_g \leq 0,100$  (el límite superior se determina del modelo desarrollado en el Capítulo 5, ver Fig. 7.1) con incrementos  $\Delta e_g = 0,025$ . La Figura 7.9 muestra los valores de excentricidad y argumento de pericentro en función del semieje mayor para todos los planetesimales cuando se consideran tiempos superiores a 300000 años de manera tal que la mayoría de los mismos alcancen sus soluciones estacionarias.

Se observa que para valores de semiejes mayores pequeños  $a \simeq 1$  UA, los planetesimales de menor radio tienden a seguir el gas, lo cual se ve reflejado en el valor de la excentricidad  $e \rightarrow e_g$ . Por el contrario, independientemente del tamaño del planetesimal, las figuras muestran que en todos los casos los planetesimales tienden a un valor de excentricidad  $e \simeq e_f$  para valores  $a = 4,5$  UA. Esto es debido al decaimiento de la densidad del gas en el límite externo del disco, por lo que los planetesimales se comportan dinámicamente como si fuera un P3CR.

Se puede ver que para excentricidades altas del gas, se define una región exterior por arriba de valores  $a \sim 3$  UA en la cual las órbitas quedan aproximadamente alineadas ( $\varpi \sim 0^\circ$ ) con idénticos valores de excentricidad, posibilitando un débil escenario externo favorable para la acreción. Por otro lado, en estas regiones, la posible dispersión en excentricidades causadas por las RMM de alto orden afectaría el proceso de acreción efectiva.

Más relevante resulta el escenario que se presenta cuando se consideran excentricidades pequeñas del gas. El análisis de las figuras revela que en los casos  $0,025 \leq e_g \leq 0,075$  existen regiones donde serían posibles escenarios más propicios para que ocurra una acreción efectiva. Independientemente del tamaño del planetesimal, entre  $2 \leq a \leq 3$  UA existen intervalos en donde la dispersión por tamaño desaparece. Esta región alrededor de la estrella principal constituye, a priori, un escenario como el que se mencionó en el Capítulo 2, donde la alineación de Marzari & Scholl (2000) es posible.

Para ejemplificar este hecho, para los casos  $e_g = 0,05$  y  $0,075$  se determinaron todos los valores posibles de las velocidades de colisión entre los planetesimales de distintos tamaños

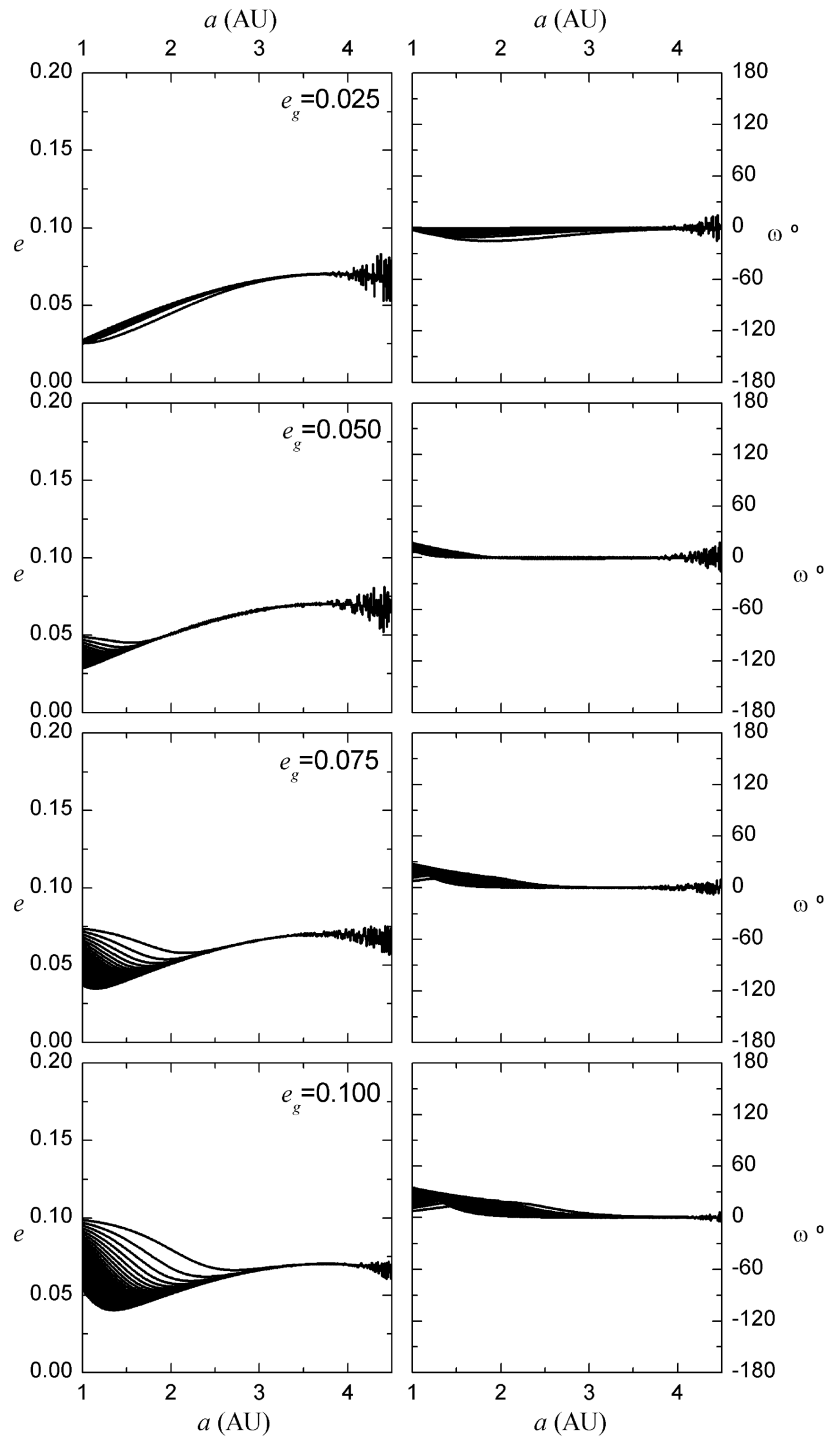


Figura 7.9: Valores de la excentricidad (Izq.) y el argumento de pericentro (Der.) en función del semieje mayor  $a$  para tiempos superiores a 300000 años asumiendo un disco alineado estático ( $\varpi = 0^\circ$ ,  $g_g = 0$ ) para los valores de la excentricidad del gas  $e_g = 0,025$ ,  $0,05$ ,  $0,075$  y  $0,1$ . La evolución contempla planetesimales de radios  $0,025 \leq s \leq 10$  km con incrementos  $\Delta s = 0,025$  km

correspondientes a un dado valor fijo de semieje mayor  $a$ . Para realizar el cálculo fue necesario modificar el mapa de manera tal que todos los planetesimales se encuentren en el mismo valor de longitud verdadera ( $f + \varpi = 0^\circ$ ). La Figura 7.10 muestra en ambos casos, la existencia de regiones con valores de velocidad relativa  $\Delta v \lesssim 70$  m/s. En particular, para  $e_g = 0,05$ , esta región se extiende para todos los valores de semiejes mayores comprendidos entre  $2 \lesssim a \lesssim 3$  UA. Sin embargo, es necesario determinar si las velocidades calculadas son lo suficientemente bajas como para permitir la acreción. Para tal fin utilizamos la fórmula desarrollada por Stewart & Leinhardt (2009) que permite determinar la velocidad relativa crítica para una disrupción catastrófica  $v_{RD}^*$  para los agregados débiles. Para planetesimales con tamaños mayores a 2 km la velocidad límite es del orden de  $\sim 70$  m/s y por lo tanto la región será muy favorable a la acreción en el rango considerado. Sin embargo, para la acreción de planetesimales menores a 2 km las velocidades de encuentro calculadas (Fig. 7.10) son mayores al límite de acreción.

En definitiva el escenario resulta bastante prometedor, aunque una conclusión definitiva no puede exponerse hasta no realizar simulaciones completas que incluyan las interacciones dinámicas entre los planetesimales. Aun así existen algunos problemas que podrían conspirar contra el escenario propuesto. En primer lugar, se asumió aquí que los planetesimales partían de su condición de equilibrio, esto como se vió en el Capítulo 3 es un supuesto fuerte, que no es del todo cierto. En discos sin precesión los cuerpos demoran en alcanzar sus soluciones de equilibrio, y poseen un decaimiento orbital mucho mayor. Otro problema, que se discutió en el Capítulo 6, son las RMM de alto orden. Si la población de planetesimales con  $a > 3$  UA aumenta un poco su tamaño medio poblacional, podrían sufrir capturas que le impidan al material caer a las regiones más internas. Finalmente, se deduce que si bien es posible predecir la acreción de planetesimales mayores a los 2 km, los de menor tamaño tienen velocidades altas y por lo tanto aun se tiene el problema de la formación de planetesimales mayores. Así, aunque prometedor el escenario posee sus problemas y se necesitan más estudios para determinar su factibilidad.

### 7.3.2. Escenario 2: Discos con precesión retrógrada ( $g_g < 0$ ).

El otro caso que se vio en el Capítulo 3 es el de un disco altamente excéntrico con precesión retrógrada. Por lo tanto, en esta Sección se analizan las soluciones estacionarias de la dinámica secular de planetesimales cuando se considera un disco de gas excéntrico con precesión retrógrada de período  $T_g = 1000$  años. La Figura 7.11 muestra los resultados obtenidos para los casos  $e_g = 0,05$  y  $0,2$ . Las diferencias con el caso anterior (disco estático) son significativas. Para valores de  $a$  pequeños, los planetesimales de menor radio ya no tienden a seguir al gas. Ellos logran el equilibrio para valores menores que el valor de la excentricidad del gas  $e_g$ . También se observa que la precesión del gas produce una disminución de los valores de la excentricidad de planetesimales grandes en esta región. Además, como se vio en el Capítulo 3, se observa que la alineación de las trayectorias de los planetesimales depende del tamaño, lo que produce en casi todas las regiones una segregación orbital que no facilitaría el proceso de acreción.

Aun así, se observa cierta alineación en las regiones externas del disco de gas  $a \sim 4$  UA para planetesimales pequeños. Ante tal panorama se puede vislumbrar un escenario de

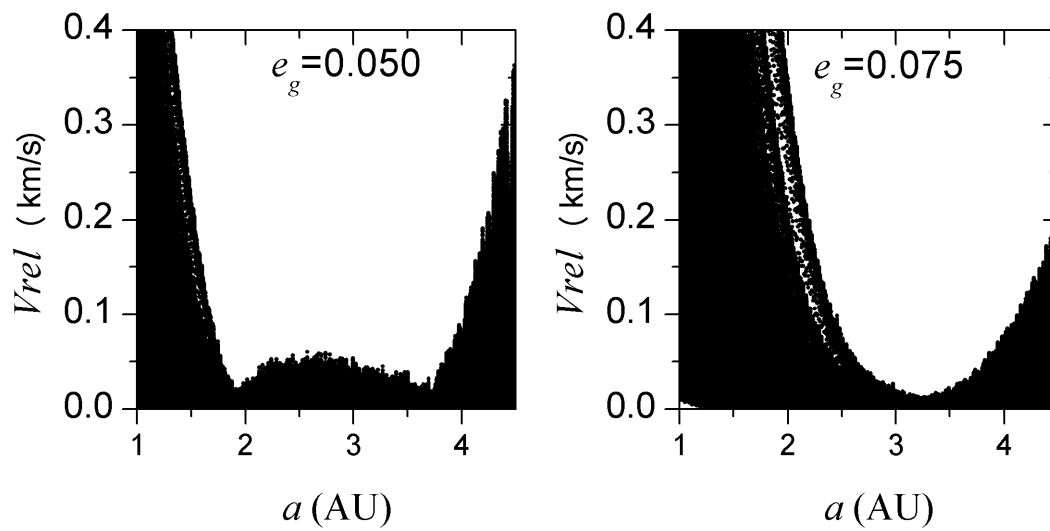


Figura 7.10: Distribución de velocidades relativas de colisión para planetesimales de distintos tamaños ( $0,025 \leq s \leq 10$  km) para las soluciones estacionarias obtenidas cuando se consideran discos de gas estáticos con excentricidades  $e_g = 0,05$  y  $0,075$ .

acreción en el cual los planetesimales más chicos comiencen a crecer en las regiones externas. Como se vio en el Capítulo 6, las RMM de alto orden en un disco con precesión no afectan la evolución de planetesimales con  $s \leq 5$  km. En este rango de tamaños, los planetesimales podrían inicialmente formarse en la región externa y migrar hacia la parte más interna a medida que acretan material, aumentando su tamaño. Por otra parte, del Capítulo 3 se sabe que en este escenario los planetesimales alcanzan rápidamente sus ciclos límites (equilibrio) y por lo tanto sus órbitas estarían en general alineadas.

Entonces para analizar las posibilidades de este escenario, a diferencia del caso anterior, se deben considerar pares de planetesimales de diferente tamaño y sus velocidades relativas y determinar si es factible la acreción. La Figura 7.12 muestra la variación de  $\Delta v$  para seis pares de planetesimales diferentes, como función del semieje mayor y para tres valores de  $e_g$ . En línea a trazo horizontal, también se ha trazado la velocidad relativa crítica para una disrupción catastrófica  $v_{RD}^*$  usando la fórmula desarrollada por Stewart & Leinhardt (2009) para los agregados débiles. Como se muestra en esta figura,  $\Delta v$  disminuye bruscamente en las partes externas del disco para pequeños planetesimales. A pesar de esto, para las colisiones entre cuerpos muy pequeños la velocidad de impacto es todavía superior a  $v_{RD}^*$  (gráfico superior izquierdo), pero  $\Delta v < v_{RD}^*$  para planetesimales con  $s \sim 2$  km con semieje mayor más allá de 3 UA (gráfico superior derecho). Las colisiones entre los cuerpos más grandes son aún más favorables (gráficos del centro e inferiores). En todos estos casos el resultado de una colisión parece ser la acreción, al menos en una porción significativa del disco. Incluso si el disco interior todavía parece hostil, es posible imaginar un escenario en el que las colisiones acrecionales entre los planetesimales pequeños se produce preferentemente en el disco externo. Entonces, estos cuerpos crecen y llegan a las regiones interiores debido al decaimiento orbital por el gas, y podrían continuar con su crecimiento más cerca de la estrella.

En definitiva, el escenario de un disco con precesión parece ser un escenario viable, aunque al igual que el caso anterior, son necesarias simulaciones que incluyan la dinámica completa para obtener conclusiones definitivas. Sin embargo, a pesar de lo prometedor del escenario, como se discutió en los Capítulos 3 y 5, la tasa de decaimiento orbital es muy alta en discos precesantes, y por lo tanto la acreción debe ser más eficiente para formar el embrión planetario antes de sufrir una migración considerable.

Finalmente, aunque el caso precesante parece ser más amigable a la acreción que el caso estático, ambos tienen un problema clave, y es la acreción de planetesimales menores a  $\sim 2$  km. En estos escenarios las velocidades de colisión están sobre el umbral de disrupción para planetesimales chicos. Por lo que aunque prometedores, nuestros resultados constituyen apenas un análisis preliminar que debe ser completado con simulaciones que incluyan la dinámica completa. En trabajos futuros, a través de la extensión del mapa algebraico construido, se incluirán interacciones entre planetesimales de manera tal que se puedan simular colisiones y procesos de acreción y se espera analizar otros posibles escenarios en caso de que los propuestos fallen. Pero tal estudio excede los alcances de esta Tesis.



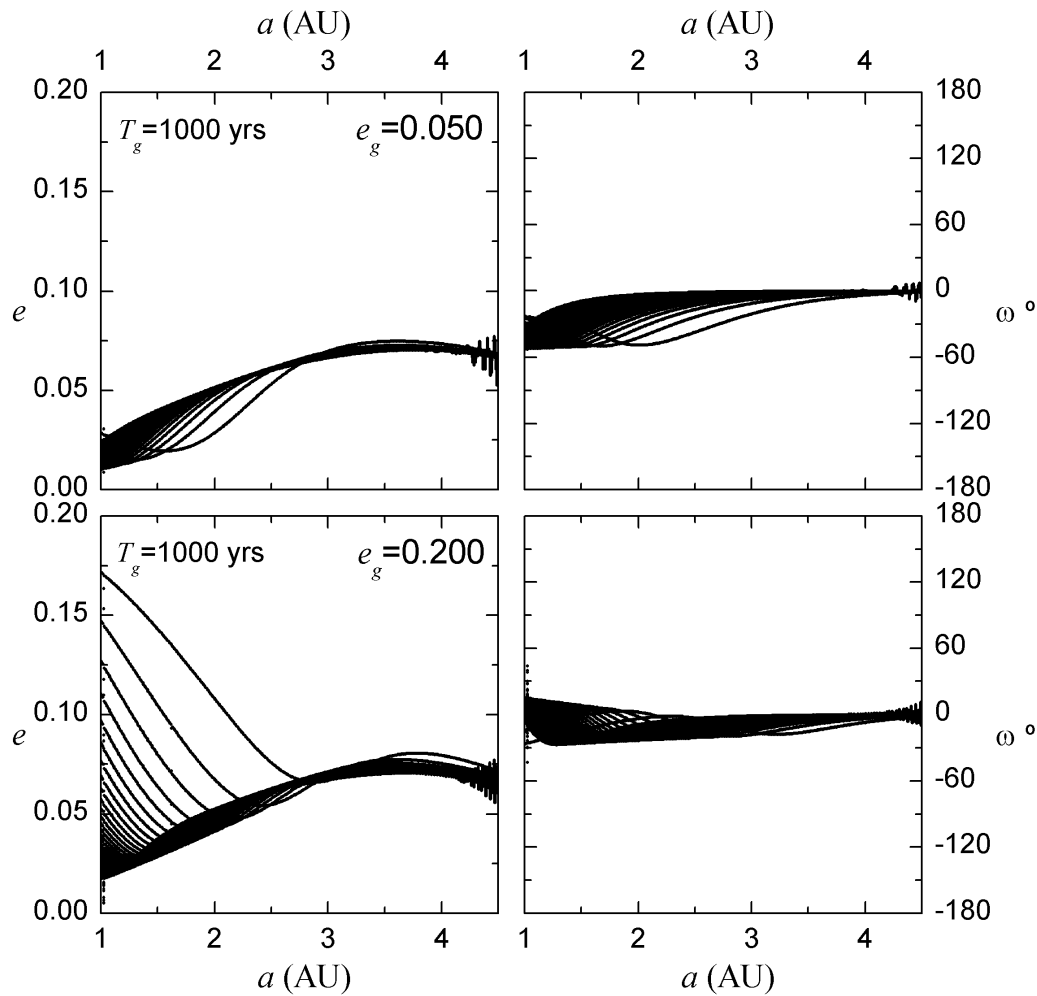


Figura 7.11: Valores de la excentricidad (Izq.) y el argumento de pericentro (Der.) en función del semieje mayor  $a$  para tiempos superiores a 300000 años asumiendo un disco con precesión retrógrada  $g_g = -2\pi/1000$  rad/años para los valores de la excentricidad del gas  $e_g = 0,05$  y  $0,2$ . La evolución contempla planetesimales de radios  $0,025 \leq s \leq 10$  km con incrementos  $\Delta s = 0,025$  km.

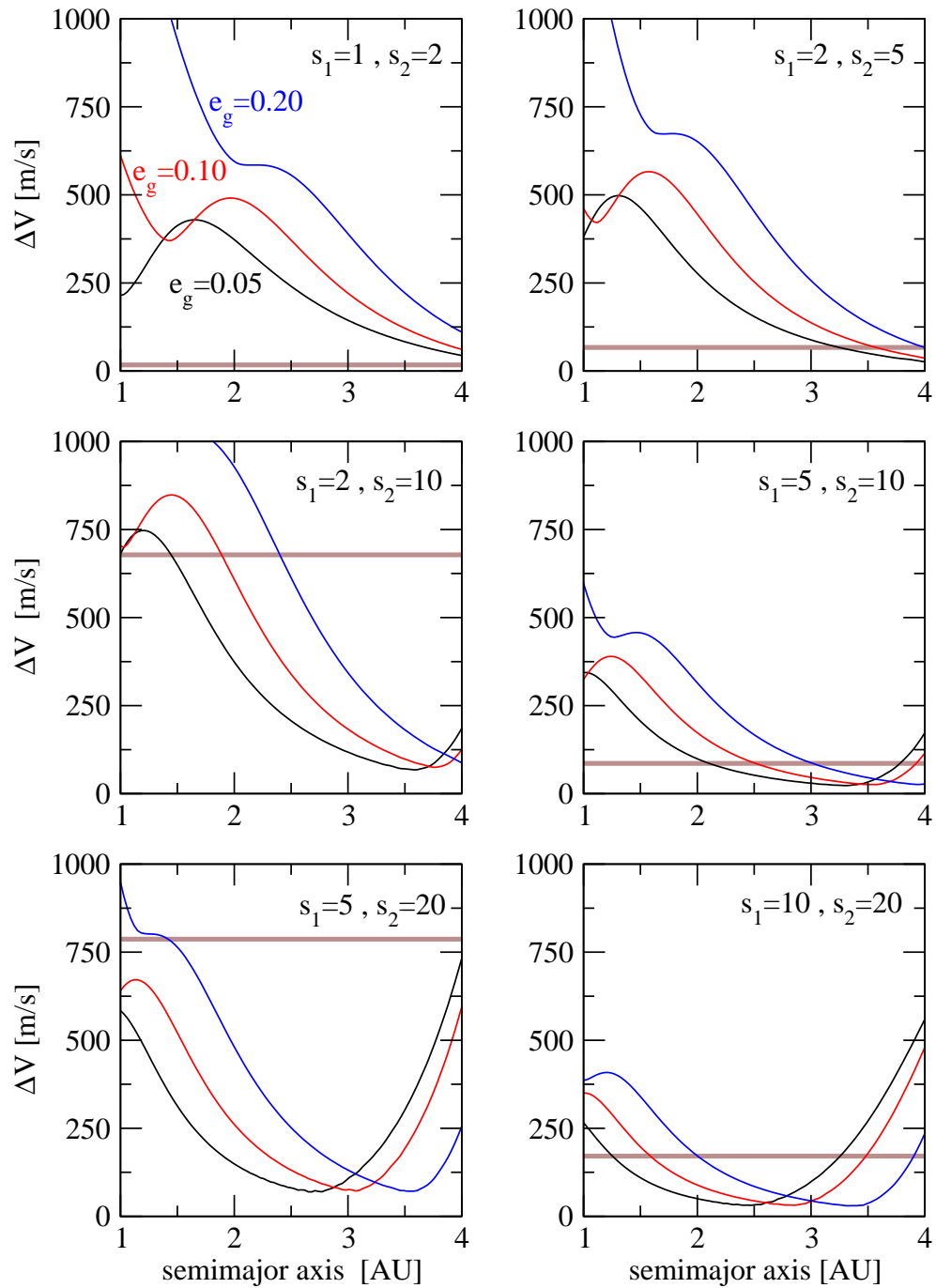


Figura 7.12: Velocidades relativas de colisión, como función del semieje mayor, de varios pares de planetesimales de diferentes tamaños (valores indicados en kilómetros). Los colores de las líneas corresponden a diferentes excentricidades del gas, indicadas en la parte superior izquierda del gráfico. La línea marrón horizontal ancha indica el límite para las colisiones destructivas (Stewart & Leinhardt 2009).

# Capítulo 8

## Conclusiones

El objetivo principal de esta Tesis fue intentar mejorar nuestra comprensión de la dinámica de planetesimales que orbitan la estrella principal de un sistema binario compacto, para poder determinar las posibilidades de acreción planetaria. La hipótesis principal fue la búsqueda de escenarios que llevaran a la alineación orbital propuesta por Marzari & Scholl (2000). Debido a la gran cantidad de parámetros a cubrir (i.e.  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $a_B$  y  $e_B$ ), se eligió para nuestro análisis al sistema  $\gamma$ -Cephei como ejemplo estándar de aplicación (Tabla 2.1). Durante el desarrollo de nuestro proyecto se adquirieron las herramientas necesarias para alcanzar tal fin y se obtuvieron los resultados y conclusiones que se describen a continuación.

En primer lugar se analizó el efecto del disco de gas (perturbado por la compañera) sobre los planetesimales. Para poder modelar la acción del disco fue necesario determinar la dinámica del gas, sin embargo los resultados disponibles en la bibliografía no eran concluyentes. Por esta razón se realizaron simulaciones hidrodinámicas propias, pero tampoco fue posible determinar en forma exacta la dinámica del disco. Se procedió entonces a modelar la fuerza de fricción del gas siguiendo un esquema tipo Epstein (dependencia cuadrática con la velocidad), y se analizaron las distintas configuraciones del disco. La idea fue probar los diferentes escenarios sugeridos en la literatura y los propios a fin de determinar en cuales sería más factible que el proceso acrecional aconteciese. Como resultado se obtuvieron dos escenarios favorables a la acreción de planetesimales: i) disco estático de baja excentricidad (alineado con la secundaria), ii) disco precesante con alta excentricidad. Ambas configuraciones permitieron a los pequeños cuerpos alinear sus órbitas, llevando a un escenario similar al mencionado por Marzari & Scholl (2000).

Como segundo paso se procedió a analizar la dinámica gravitacional secular de los planetesimales debida a la perturbación de la secundaria. A causa de las características de los sistemas binarios compactos (perturbador masivo y excéntrico), no fue posible aplicar el modelo analítico clásico (Heppenheimer 1978a) en nuestro estudio. Fue necesario mejorar dicho modelo, mediante la expansión a segundo orden en masas de la función perturbadora.

Un resultado inesperado que surgió durante el estudio numérico de la dinámica secular de las partículas, fue la existencia de una región de dinámica resonante. Debido a las características de los sistemas binarios compactos (perturbador masivo y excéntrico) existe una región dominada por resonancias de movimientos medios de alto orden entre las partículas y

la secundaria. La presencia de esta región conspira contra los escenarios de evolución suave y ordenada que se encuentran en la dinámica secular. Sin embargo nuestros estudios mostraron que esta zona de dinámica resonante no afectaba el proceso de acreción.

El último paso fue la combinación de los modelos desarrollados para la dinámica gravitacional y la fricción de gas. El modelo completo mostró un buen acuerdo con las simulaciones numéricas, sin embargo debido al alto tiempo de cómputo y la gran cantidad de condiciones iniciales a considerar se procedió a construir un mapa simpléctico para fuerzas no conservativas. Los resultados mostraron un enorme aumento en la velocidad de cómputo, además las comparaciones entre el mapa algebraico y las simulaciones mostraron un buen acuerdo. Posteriormente, se utilizó el mapa para llevar adelante un análisis de la evolución de una gran número de partículas de diferentes tamaños bajo las dos configuraciones propuestas para el disco de gas. Los resultados permitieron calcular las velocidades de encuentro entre las distintas partículas, a fin de determinar si estaban o no por debajo del valor límite para la acreción.

Finalmente, se determinó que efectivamente ambos discos son escenarios posibles para el proceso acrecional de los planetesimales. A continuación se describe cómo podría ocurrir el proceso de crecimiento en cada uno:

### 1. Disco estático (alineado), con excentricidad baja:

Para esta configuración el hipotético escenario de acreción acontece en una región determinada (2–3 UA), que se encuentra delimitada por la dinámica resonante y la posición del planeta (Tabla 2.1). De esta manera, las colisiones entre planetesimales para las demás zonas del disco son destructivas, lo que impide su crecimiento. En la región mencionada, en cambio, las velocidades de encuentro para planetesimales de tamaño  $\geq 2$  km se encuentran por debajo del límite de disrupción, lo que permitiría la formación de embriones planetarios. La particularidad de este escenario es que el embrión se formaría en una posición muy próxima a la del planeta.

Por otra parte, un serio inconveniente de esta configuración es el tiempo que tardan los planetesimales en alcanzar sus órbitas de equilibrio (Cap. 3). Sólo en su estado de equilibrio sus órbitas están alineadas y es posible que las velocidades de encuentro entre ellos sean bajas. En esta Tesis asumimos los cuerpos en sus configuraciones de equilibrio al determinar las velocidades de colisión.

### 2. Disco precesante, con excentricidad alta:

Esta configuración presenta un escenario más complejo. Debido a la precesión del disco el decaimiento orbital de los planetesimales se acelera. Tal comportamiento protege los pequeños cuerpos de la zona resonante y permite considerar una región de acción más amplia. Sin embargo, la región cercana a la posición actual del planeta sólo permite la acreción de cuerpos mayores a los 5 km. Los objetos con tamaños del orden  $\sim 2$  km sólo pueden acretar en las regiones más externas del disco  $\sim 4$  UA. Por lo tanto, la formación de hipotéticos embriones comenzaría en este punto. Luego a medida que el planetesimal migra hacia la estrella también comienza a aumentar su tamaño. Así gracias a esta combinación de evolución orbital e incremento de masa, el planetesimal logra alcanzar la región de interés (2–3 UA) con posibilidades de formar un embrión.

Sin embargo, el principal inconveniente de esta configuración es el mismo mecanismo que la protege de la zona resonante. El rápido decaimiento orbital supone una tasa de acreción alta. Si el planetesimal tiene una tasa de migración mayor a su tasa de acreción el escenario no resulta exitoso. En nuestro trabajo asumimos que la acreción es lo suficientemente rápida como para permitir la formación de embriones.

En conclusión, fuimos capaces de encontrar al menos dos escenarios que permiten el alineamiento orbital descrito por Marzari & Scholl (2000). A partir de los resultados obtenidos en ambos, pudimos concluir que existe una alta probabilidad para el desarrollo de la tercer etapa de formación planetaria en el sistema  $\gamma$ -Cephei. Esto quiere decir que ambas configuraciones para los discos de gas permiten que el proceso de acreción de planetesimales finalice con al menos un embrión planetario en la región cercana al planeta (Tabla 2.1). Finalmente, ya que el sistema  $\gamma$ -Cephei se eligió por sus características extremas (Cap. 2), podemos deducir que es posible extender nuestras conclusiones a la mayoría de los SBC.

Hay que mencionar sin embargo que en esta Tesis no se consideró la evolución de los planetesimales en el marco de una dinámica completa. Es decir, aunque en el Capítulo 7 se consideró una interacción entre los planetesimales, al medir las velocidades de colisión entre ellos, no se consideraron cambios en sus trayectorias debido a esas colisiones. Los únicos efectos en la evolución dinámica de los pequeños cuerpos son los producidos por la compañera binaria y por el disco. Sin embargo, esperamos que la tendencia se mantenga y el comportamiento en ambos escenarios cualitativamente continúe dentro de los límites que permiten la acreción. Esto es, esperamos que la modificación de las trayectorias de los planetesimales debido a las colisiones mutuas no altere significativamente sus órbitas y no pierdan su alineamiento.

## 8.1. Perspectivas

Como proyectos futuros, queda pendiente el interesante resultado de las resonancias de movimientos medios de alto orden (Capítulo 6). Estas resonancias tienen una dinámica compleja y permiten además la captura divergente. Los estudios realizados al respecto son escasos y de poca profundidad, lo que deja un gran campo de acción disponible para analizar.

Por otra parte, es necesaria la inclusión de un modelo o algoritmo que considere una dinámica completa para las partículas. Para mejorar nuestra comprensión del proceso de formación de planetas en binarias compactas es necesario considerar la alteración de las órbitas de los planetesimales por colisiones mutuas. Además, tal análisis es fundamental para corroborar nuestros resultados.

Finalmente, se debe destacar que ante las simplificaciones consideradas en nuestro estudio, existe la posibilidad de que los escenarios propuestos fallen. Si en un futuro nuevas y más complejas investigaciones llevaran a resultados negativos, queda aún una alternativa a la formación de tales exoplanetas que ya ha sido considerada por nuestro grupo. En un trabajo reciente Martí & Beaugé (2012), consideraron la posibilidad que el planeta de  $\gamma$ -Cephei se haya formado en un sistema estelar con otra configuración. Dado que las estrellas nacen en

cúmulos, luego del nacimiento del planeta un encuentro del sistema estelar con otra estrella u otro sistema puede haberlo llevado a su configuración actual. Si bien es un escenario que tiene bases probabilísticas (para más detalles ver Martí & Beaugé 2012), la poca cantidad de exoplanetas en binarias compactas puede servir como aval.

# Referencias

- [1] Adachi, I., Hayashi, C. y Nakazawa, K., 1976, *Prog. Theor. Phys.*, **56**, 1756
- [2] Alexander, S. G. y Agnor, C. B., 1998, *Icarus*, **132**, 113
- [3] Alexander, R. D., Clarke, C. J. y Pringle, J. E., 2006, *MNRAS*, **369**, 229
- [4] Alexander, R. D. y Armitage, P. J. 2009, *ApJ*, **704**, 989
- [5] Andrews, S. M. y Williams, J. P., 2005, *ApJ*, **631**, 1134
- [6] Andrews, S. M., Hughes, A. M., Wilner, D. J. y Qi, C., 2008, *ApJ*, **678**, 133
- [7] Armitage, P., 2010, *Cambridge University Press*
- [8] Artymowicz, P. y Lubow, S. H., 1994, *ApJ*, **421**, 651
- [9] Barbieri, M., Marzari, F. y Scholl, H., 2002, *A&A*, **396**, 219
- [10] Bate, M. R., 1997, *MNRAS*, **285**, 16
- [11] Bate, M. R. y Bonnell, I. A., 1997, *MNRAS*, **285**, 33
- [12] Batygin, K. y Brown, M. E., 2010, *ApJ*, **716**, 1323
- [13] Beaugé, C. y Ferraz-Mello, S., 1993, *Icarus*, **103**, 301
- [14] Beaugé, C. y Michtchenko, T. A., 2003, *MNRAS*, **341**, 760
- [15] Beaugé, C., Leiva, A.M., Haghighipour, N. y Correa Otto, J., 2010, *MNRAS*, **408**, 503
- [16] Bell, K. R., Cassen, P. M., Klahr, H. H. y Henning, T., 1997, *ApJ*, **486**, 372
- [17] Benest, D., 1988, *A&A*, **206**, 143
- [18] Benz, W., 1990, *nmns.work*, **269**
- [19] Beust, H. y Dutrey, A., 2005, *A&A*, **439**, 585
- [20] Binney, J. y Tremaine, S. D., 1987, *Princeton University Press*
- [21] Birnstiel, T., Dullemond, C. P. y Brauer, F., 2010, *A&A*, **513**, 79
- [22] Black, D. C., 1982, *ApJ*, **87**, 1333
- [23] Blum, J. y Wurm, G., 2008, *ARA&A*, **46**, 21
- [24] Bonnell, I. A., 2001, *IAU Symposium*, **200**, 23
- [25] Boss, A. P., 2002, *ApJ*, **567**, 149
- [26] Boss, A. P., 2006, *ApJ*, **641**, 1148
- [27] Brauer, F., Dullemond, C. P. y Henning, T. 2008, *A&A*, **480**, 859
- [28] Campbell, B., Walker, G. A. H. y Yang, S., 1988, *ApJ*, **331**, 902
- [29] Carpenter, J. M., Mamajek, E. E., Hillenbrand, L. A. y Meyer, M. R., 2006, *ApJ*, **651**, L49
- [30] Carpino, M., Milani, A. y Nobili, A.M., 1987, *A&A*, **147**, 205
- [31] Cassen, P., Guillot, T. y Quierrenbach, A., 2005, *Springer*
- [32] Chauvin, G., Beust, H., Lagrange, A., M. y Eggenberger, A., 2011, *A&A*, **528**, 8
- [33] Cieza, L.A., Padgett, Deborah L., Allen, L. E., McCabe, C. E., Brooke, T. Y., Carey, S. J., Chapman, N. L., Fukagawa, M., Huard, T. L. y 3 coautores, 2009, *ApJ*, **696**, 84
- [34] Cincotta, P.M. y Simó, C., 2000, *A&A*, **147**, 205

- [35] Clarke, C. J., 2009, *MNRAS*, **396**, 1066
- [36] Correa, J., 2007, *Editorial de la FCEfyN de la UNSJ*
- [37] Correa Otto, J., Leiva, A.M., Giuppone, C.A. y Beaugé, C., 2010, *MNRAS*, **402**, 1959
- [38] Correia, A.C., Udry, S., Mayor, M., Eggenberger, A., Naef, D., Beuzit, J. L., Perrier, C., Queloz, D., Sivan, J. P., Pepe, F., y 2 coautores, 2008, *A&A*, **479**, 271
- [39] de Pater, I. y Lissauer, J. J., 2004, *Cambridge University Press*
- [40] de Val-Borro, M., Edgar, R. G., Artymowicz, P., Cielieglag, P., Cresswell, P., D'Ángelo, G., Delgado-Donate, E. J., Dirksen, G., Fromang, S., Gawryszczak, A., et al., 2006, *MNRAS*, **370**, 529
- [41] Dullemond, C. P. y Dominik, C., 2005, *A&A*, **434**, 971
- [42] Dullemond, C. P. y Wang, H. H., 2009, *Course given at Heidelberg University*
- [43] Duquennoy, A. y Mayor, M., 1991, *A&A*, **248**, 485
- [44] Dvorak, R. 1982, *OAWMN*, **191**, 423
- [45] Dvorak, R., 1984, *CeMDA*, **34**, 369
- [46] Dvorak, R., Froeschlé, Ch. y Froeschlé, Ci., 1989, *A&A*, **226**, 335
- [47] Dvorak, R., 2007, *Wiley-vch Press*
- [48] Enoch, M. L., Evans, N. J., Sargent, A. I. y Glenn, J. 2009, *ApJ*, **692**, 973
- [49] Espaillat, C., Calvet, N., D'Álessio, P., Hernández, J., Qi, C., Hartmann, L., Furlan, E., y Watson, D. M., 2007, *ApJ*, **670**, L135
- [50] Ferraz-Mello, S., 1987, *ApJ*, **94**, 208
- [51] Ferraz-Mello, S., 1988, *ApJ*, **96**, 400
- [52] Fernandez, J. A., 1997, *Icarus*, **129**, 106
- [53] Ferraz-Mello, S., 2007, *Springer Science+Business Media, LLC, New York*
- [54] Forrest, S. R. y Witten T. A. Jr., 1979, *J. Phys.*, **12**, 109
- [55] Giuppone, C. A., Leiva, A. M., Correa-Otto, J. y Beaugé, C., 2011, *A&A*, **530**, 103
- [56] Goldreich, P. y Tremaine, S., 1979, *ApJ*, **233**, 857
- [57] Gomes, R.S., 1995, *CeMDA*, **61**, 97
- [58] Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K. y Morbidelli A., 2005, *Nature*, **435**, 7041
- [59] Graziani, F. y Black, D. C., 1981, *ApJ*, **251**, 337
- [60] Greenberg, R., Wacker, J. F., Hartmann, W. L. y Chapman, C. R., 1978, *Icarus*, **35**, 1
- [61] Griffin, R. F., Carquillat, J. M. y Ginestet, N., 2002, *The Observatory*, **122**, 90
- [62] Gullbring, E., Hartmann, L., Briceno, C. y Calvet, N., 1998, *ApJ*, **492**, 323
- [63] Güttler, C., Blum, J., Ormel, C. W., y Dullemond, C. P., 2010, *A&A*, **513**, 56
- [64] Haghhighipour, N. y Boss, A., 2003, *ApJ*, **598**, 1301
- [65] Haghhighipour, N., 2006, *ApJ*, **644**, 543
- [66] Haghhighipour, N., 2008. In "Exoplanets: Detection, Formation, Properties and Habitability", J. Mason Ed., *Springer*
- [67] Haghhighipour, N., Dvorak, R. y Pilat-Lohinger, E., 2010, *ASSL*, **366**, 285
- [68] Haisch, Jr., K. E., Lada, E. A. y Lada, C. J. 2001, *ApJ*, **553**, 153
- [69] Hamilton, D.P. y Zhang, K., 2007, *American Astronomical Society*, DDA meeting 38.
- [70] Hatzes, A. P., Cochran, W. D., Endl, M., McArthur, B., Paulson, D. B., Walker, G. A. H., Campbell, B. y Yang, S., 2003, *ApJ*, **599**, 1383
- [71] Hayashi, C., 1981, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **70**, 35
- [72] Henrard, J., 1982, *CeMDA*, **27**, 3
- [73] Henrard, J. y Lemaître, A., 1983, *CeMDA*, **30**, 197
- [74] Heppenheimer, T. A., 1974, *Icarus*, **22**, 436
- [75] Heppenheimer, T.A., 1978a, *A&A*, **65**, 421



- [76] Heppenheimer, T.A., 1978b, *A&A*, **70**, 457
- [77] Herczeg, G. J. y Hillenbrand, L. A., 2008, *ApJ*, **681**, 594
- [78] Hernández, J., Hartmann, L., Megeath, T., Gutermuth, R., Muzerolle, J., Calvet, N., Vivas, A. K., Briceño, C., Allen, L., Stauffer, J., y 2 coautores, 2007, *ApJ*, **662**, 1067
- [79] Holland, W., S., Greaves, J., S., Zuckerman, B., Webb, R. A., McCarthy, C., Coulson, I., M., Walther, D. M., Dent, W., R. F., Gear, W., K. y Robson, I., 1998, *Nature*, **392**, 788
- [80] Holman, M. J. y Wiegert, P. A., 1999, *ApJ*, **117**, 621
- [81] Holman, M. J., Fabrycky, D. C., Ragozzine, D., Ford, E. B., Steffen, J. H., Welsh, W. F., Lissauer, J. J., Latham, D. W., Marcy, G. W., Walkowicz, L. M. y 31 coautores, 2010, *Science*, **330**, 51
- [82] Hori, G., 1966, *PASJ*, **18**, 287
- [83] Hourigan, K. y Ward, W. R., 1984, *Icarus*, **60**, 29
- [84] Israelian, G., Santos, N. C., Mayor, M. y Rebolo, R., 2001, *Nature*, **411**, 163
- [85] Jang-Condell, H., Mugrauer, M. y Schmidt, T., 2008, *ApJ*, **683**, L191
- [86] Jensen, E. L. N., Mathieu, R. D. y Fuller, G. A., 1996, *ApJ*, **458**, 312
- [87] Kaula, W.M., 1962, *AJ*, **67**, 300
- [88] Khum, T., 1962, *University of Chicago Press*
- [89] Klacka, J., Kómar, L., Pástor, P. y Petrzala, J., 2008, *A&A*, **489**, 787
- [90] Klahr, H. y Brandner, W., 2006, *Cambridge University Press*
- [91] Kley, W., 1989, *A&A*, **208**, 98
- [92] Kley, W., 1999, *MNRAS*, **303**, 696
- [93] Kley, W. y Nelson, R. P., 2008, *A&A*, **486**, 617
- [94] Kley, W., Papaloizou, J. C. B. y Ogilvie, G. I., 2008, *A&A*, **487**, 671
- [95] Knezević, Z. y Milani, A., 2000, *CeMDA*, **78**, 17
- [96] Kokubo, E. e Ida, S., 1998, *Icarus*, **131**, 171
- [97] Kortenkamp, S. J., Wetherill, G. W. y Inaba, S., 2001, *Science*, **293**, 1127
- [98] Lagrange, A.M., Beust, H., Udry, S., Chauvin, G. y Mayor, M., 2006, *A&A*, **459**, 955
- [99] Lee, M. H. y Peale, S. J., 2001, *DDA*, **32**, 1301
- [100] Lin, D. N. C., Papaloizou, J. C. B. y Kley, W., 1993, *ApJ*, **416**, 689
- [101] Lin, D. N. C., Bodenheimer, P. y Richardson, D. C., 1996, *Nature*, **380**, 606
- [102] Lissauer, J. J., 1987, *Icarus*, **69**, 249
- [103] Lissauer, J. J., 1993, *ARA&A*, **31**, 129
- [104] Lissauer, J. J., Quintana, E. V., Chambers, J. E., Duncan, M. J. y Adams, F. C., 2004, *RevMexAA (Series de Conferencias)*, **22**, 99
- [105] Mann, R. K. y Williams, J. P., 2010, *ApJ*, **725**, 430
- [106] Martí, J. y Beaugé, C., 2012, *A&A*, **544**, 97
- [107] Marzari, F., Scholl, H., Tomasella, L. y Vanzani, V., 1997, *Planet. Space. Sci.*, **45**, 337
- [108] Marzari, F. y Scholl, H., 2000, *ApJ*, **543**, 328
- [109] Marzari, F., Scholl, H.; Thébault, P. y Baruteau, C., 2009, *A&A*, **508**, 1493
- [110] Marzari, F., Baruteau, C., Scholl, H. y Thébault, P., 2012, *A&A*, **539**, 98
- [111] Masset, F., 2000, *A&A*, **141**, 165
- [112] Masset, F. y Snellgrove, M., 2001, *MNRAS*, **320**, 55
- [113] Masset, F., S. y Papaloizou, J., C., 2003, *ApJ*, **588**, 494
- [114] Mathieu, R. D., 1994, *ARA&A*, **32**, 465
- [115] Mathieu, R. D., Ghez, A. M., Jensen, E. L. y Simon, M., 2000, *Russell, Univ. Arizona Press*
- [116] McKee, C., F. y Ostriker, E., C., 2007, *ARA&A*, **45**, 565

- [117] Meakin, P. y Donn, B., 1988, *ApJ*, **329**, 39
- [118] Merín, B., Brown, J. M., Oliveira, I., Herczeg, G. J., Van Dishoeck, E. F., Bottinelli, S., Evans, N. J., Cieza, L., Spezzi, L., Alcalá, J. M., y 10 coautores, 2010, *ApJ*, **718**, 1200
- [119] Michtchenko, T. A. y Ferraz-Mello, S., 2001, *ApJ*, **122**, 474
- [120] Michtchenko, T.A. y Malhotra, R., 2004, *Icarus*, **168**, 237
- [121] Michtchenko, T.A., Beaugé, C. y Ferraz-Mello, S., 2006, *CeMDA*, **94**, 411
- [122] Monaghan, J. J., 1992, *ARA&A*, **30**, 543
- [123] Morbidelli, A., Levison, H.F., Tsiganis, K. y Gomes, R., 2005, *Nature*, **435**, 7041
- [124] Morbidelli, A. y Crida, A., 2007, *Icarus*, **191**, 158
- [125] Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, H. F. y Gomes, R., 2007 *ApJ*, **134**, 1790
- [126] Mudryk, L. R. y Wu, Y., 2006, *ApJ*, **639**, 423
- [127] Müller, T. W. A. y Kley, W., 2011, *ESS*, **2**, 3301
- [128] Müller, T. W. A. y Kley, W., 2012, *A&A*, **539**, 18
- [129] Moons, M. y Morbidelli, A., 1993, *CeMDA*, **57**, 99
- [130] Murray, C. D. y Dermontt, S. F., 1999, *Cambridge University Press*
- [131] Musielak, Z. E., Cuntz, M., Marshall, E. A. y Stuit, T. D., 2005, *A&A*, **434**, 355
- [132] Muterspaugh M., Lane B., Kulkarni S., Konacki M., Burke B., Colavita M., Shao M., Hartkopf W., Boss A. y Williamson M., 2010, *AJ*, **150**, 1657
- [133] Nakagawa, Y., Hayashi, C. y Nakazawa, K., 1983, *Icarus*, **54**, 361
- [134] Neishtadt, A.I., 1975, *Prikl. Matem. Mekhun*, **39**, 621
- [135] Nelson, A. F., 2000, *ApJ*, **537**, L65
- [136] Nelson, R. P., Papaloizou, J. C. B., Masset, F. y Kley, W., 2000, *MNRAS*, **318**, 18
- [137] Nelson, R.P. y Papaloizou, J.C.B., 2002, *MNRAS*, **333**, 26
- [138] Neuhäuser, R., Mugrauer, M., Fukagawa, M., Torres, G. y Schmidt, T., 2007, *A&A*, **462**, 777
- [139] Ohtsuki, K., Nakagawa, Y. y Nakazawa, K., 1988, *Icarus*, **75**, 552
- [140] Ohtsuki, K., 1993, *Icarus*, **106**, 228
- [141] Paardekooper, S. J., Thébault, P. y Mellema, G., 2008, *MNRAS*, **386**, 973
- [142] Paardekooper, S. J. y Leinhardt, Z. M., 2010, *MNRAS*, **403**, 64
- [143] Papaloizou, J. C. B. y Pringle, J. E., 1984, *MNRAS*, **208**, 721
- [144] Papaloizou, J. C. B., 2005, *A&A*, **432**, 757
- [145] Pascucci, I., Apai, D., Hardegree-Ullman, E. E., Kim, J. S., Meyer, M. R. y Bouwman, J., 2008, *ApJ*, **673**, 477
- [146] Pendleton, Y. J. y Black, D. C., 1983, *ApJ*, **88**, 1415
- [147] Perryman, M. 2011, *Cambridge University Press*
- [148] Pichardo, B., Sparke, L. S. y Aguilar, L. A., 2005, *MNRAS*, **359**, 521
- [149] Pilat-Lohinger, E., Funk, B. y Dvorak, R., 2003, *A&A*, **400**, 1085
- [150] Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J. J., Podolak, M. y Greenzweig, Y., 1996, *Icarus*, **124**, 62
- [151] Queloz, D., Mayor, M., Weber, L., Blécha, A., Burnet, M., Confino, B., Naef, D., Pepe, F., Santos, N. y Udry, S., 2000, *A&A*, **354**, 99
- [152] Quintana, E. V., Lissauer, J. J., Chambers, J. E. y Duncan, M. J., 2002, *ApJ*, **576**, 982
- [153] Quintana, E. V. y Lissauer, J. J., 2006, *Icarus*, **185**, 1
- [154] Quintana, E. V., Adams, F. C., Lissauer, J. J. y Chambers, J. E., 2007, *ApJ*, **660**, 807
- [155] Rabl, G. y Dvorak, R., 1988, *A&A*, **191**, 385
- [156] Rebull, L. M., Stapelfeldt, K. R., Werner, M. W., Mannings, V. G., Chen, C., Stauffer, J. R., Smith, P. S., Song, I., Hines, D. y Low, F. J., 2008, *ApJ*, **681**, 1484

- [157] Rodríguez, L. F., D'Álessio, P., Wilner, D. J., Ho, P. T. P., Torrelles, J. M., Curiel, S., Gomez, Y., Lizano, S., Pedlar, A., Canto, J. y Raga, A. C., 1998, *Nature*, **395**, 355
- [158] Rodríguez, A. y Ferraz-Mello, S., 2010, *EAS*, **42**, 411
- [159] Rodríguez, A., Ferraz-Mello, S., Michtchenko, T. A., Beaugé, C. y Miloni, O., 2011, *MNRAS*, **415**, 2349
- [160] Roy, A.E., 2005, *IOP Publishing Ltd, UK*
- [161] Safronov, V. S. 1969, *Moscow:Nauka Press*, 1972, *Engl. transl. NASA TTF-677*
- [162] Shakura, N. I. y Sunyaev, R. A., 1973, *A&A*, **24**, 337
- [163] Shu, F. H., Yuan, C. y Lissauer, J. J., 1985, *ApJ*, **291**, 356
- [164] Shu, F. H., Adams, F. C. y Lizano, S., 1987, *ARA&A*, **25**, 23
- [165] Spaute, D., Weidenschilling, S. J., Davis, D. R. y Marzari, F., 1991 *Icarus*, **92**, 147
- [166] Springel, V., 2005, *MNRAS*, **364**, 1105
- [167] Stewart, S.T. y Leinhardt, Z.M., 2009, *ApJ*, **691**, 133
- [168] Supulver, K.D. y Lin, D.N.C., 2000, *Icarus*, **146**, 525
- [169] Szebehely, V., 1980, *CeMDA*, **22**, 7
- [170] Szebehely, V. y McKenzie, R., 1981, *CeMDA*, **23**, 3
- [171] Szebehely, V., 1984, *CeMDA*, **34**, 49
- [172] Terquem, C. y Papaloizou, J.C.B., 2002, *MNRAS*, **332**, 39
- [173] Thébault, P., Marzari, F., Scholl, H., Turrini, D. y Barbieri, M., 2004 *A&A*, **427**, 1097
- [174] Thébault, P., Marzari, F. y Scholl, H., 2006, *Icarus*, **183**, 193
- [175] Thébault, P., Marzari, F. y Scholl, H., 2008, *MNRAS*, **388**, 1528
- [176] Thébault, P., 2011, *CeMDA*, **111**, 29
- [177] Thommes, E. W., Duncan, M. J. y Levison, H. F., 2003, *Icarus*, **161**, 431
- [178] Toomre, A., 1964, *ApJ*, **139**, 1217
- [179] Torres, G., 2007, *ApJ*, **654**, 1095
- [180] Trilling, D. E., Stansberry, J. A., Stapelfeldt, K. R., Rieke, G. H., Su, K. Y. L., Gray, R. O., Corbally, C. J., Bryden, G., Chen, C. H., Boden, A. y Beichman, C. A., 2007, *ApJ*, **658**, 1264
- [181] Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A. y Levison, H. F., 2005, *Nature*, **435**, 7041
- [182] Tsukamoto, Y. y Makino, J., 2007, *ApJ*, **669**, 1316
- [183] Verrier, P.E. y Evans, N.W., 2006, *MNRAS*, **368**, 1599
- [184] Walker, G. A. H., Bohlender, D. A., Walker, A. R., Irwin, A. W., Yang, S. L. S. y Larson, A., 1992, *ApJ*, **396**, L91
- [185] Ward, W. R., 1986, *Icarus*, **67**, 164
- [186] Watson, D. M., Bohac, C. J., Hull, C., Forrest, W. J., Furlan, E., Najita, J., Calvet, N., D'Álessio, P., Hartmann, L., Sargent, B., y 3 coautores, 2007, *Nature*, **448**, 1026
- [187] Weidenschilling, S. J., 1977, *MNRAS*, **180**, 57
- [188] Weidenschilling, S. J., y Davis, D. R., 1985, *Icarus*, **62**, 16
- [189] Weidenschilling, S. J., 1997, *LPI*, **28**, 151
- [190] Weidenschilling, S. J., Spaute, D., Davis, D. R., Marzari, F. y Ohtsuki, K., 1997, *Icarus*, **128**, 429
- [191] Wetherill, G. W., 1980, *ARA&A*, **18**, 77
- [192] Wetherill, G. W., 1985, *Science*, **228**, 877
- [193] Wetherill, G. W., 1988, *Tucson: Univ. Ariz. Press*
- [194] Wetherill, G. W. y Stewart, G. R., 1989, *Icarus*, **77**, 330
- [195] Wetherill, G. W., 1990, *Icarus*, **88**, 336
- [196] Wiegert, P. A. y Holman, M. J., 1997, *ApJ*, **113**, 1445
- [197] Windmark, F., B., Güttler, C., Blum, J., Dullemond, C., P. y Henning, T., 2012, *enviado*

- [198] White, R. J. y Ghez, A. M., 2001, *ApJ*, **556**, 265
- [199] Whitmire, D. P., Matese, J. L., Criswell, L. y Mikkola, S., 1998, *Icarus*, **132**, 196
- [200] Wolszczan A., 1994, *Science*, **264**, 538
- [201] Ziegler, U. y Yorke, H., 1997, *Computer Physics Communications*, **101**, 54
- [202] Zsom, A., Ormel, C. W., Güttler, C., Blum, J., y Dullemond, C. P. 2010, *A&A*, **513**, 57
- [203] Zsom, A., Sandor, Z. y Dullemond, C., 2011, *A&A*, **527**, 10
- [204] Zucker, S., Mazeh, T., Santos, N. C., Udry, S. y Mayor, M., 2004, *A&A*, **426**, 695