

Halos de materia y estructura en gran escala

por Dante Javier Paz

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física
como parte de los requerimientos para obtener el título de
Doctor en Astronomía

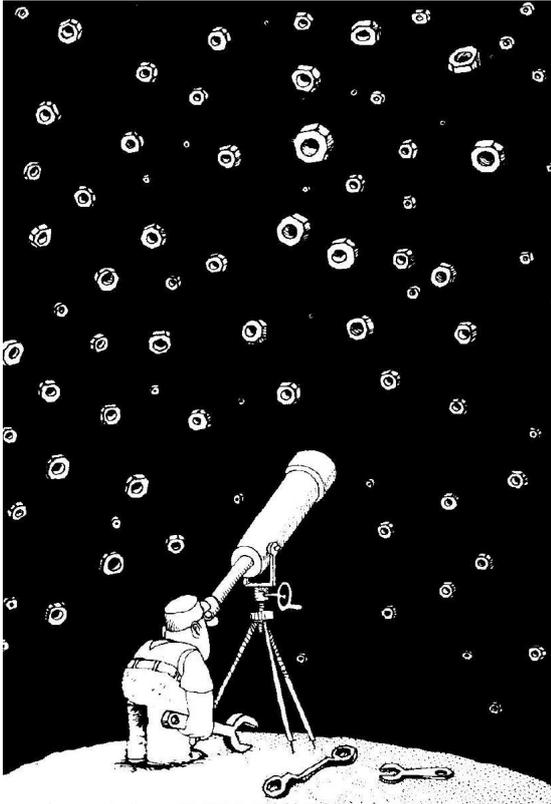
Universidad Nacional de Córdoba

Marzo de 2010

©Famaf - UNC, 2010

Director: Dr. Manuel Merchán

A Mariana,
mi amiga, mi mujer y niña.



Joaquín Salvador Lavado (Quino).
“Déjenme Inventar”

“Naive realism leads to physics, and physics, if true, shows naive realism to be false. Therefore naive realism, if true, is false.”

El realismo ingenuo lleva a la física, y la física, de ser cierta, muestra que el realismo ingenuo es falso. Por lo tanto el realismo ingenuo, de ser cierto, es falso.

Bertrand Russell, “An Inquiry into Meaning and Truth”

La ilustración en la página anterior corresponde a la página n° 620 del libro "Déjenme Inventar" de Joaquín S. Lavado, Ediciones de la Flor, Bs. As. 1987. Reproducida aquí con autorización por escrito, derechos del autor ley 11.723.

Clasificación PACS y palabras clave:

95.30.Lz	Hidrodinámica	Hydrodynamics
95.35.+d	Materia Oscura	Dark matter
95.36.+x	Energía Oscura	Dark energy
98.65.Cw	Cúmulos de Galaxias	Galaxy clusters
98.65.Dx	Estructura en Gran Escala del Universo	Large Scale Structure of the Universe
98.65.Fz	Fusiones de Galaxias, Colisiones, e Interacciones de Marea	Galaxy mergers, Collisions, and Tidal Interactions

RESUMEN

Las galaxias, grupos y cúmulos, representan los mayores sistemas ligados de materia, y por ello proveen información invaluable sobre el surgimiento, formación y evolución de estructuras en el universo. Es también frecuente referirse a estos sistemas como halos de materia, o simplemente halos. En esta Tesis se analiza la dinámica de estos objetos, en un amplio rango de masas y escalas.

Como es sabido, la estructura en gran escala del universo puede ser descripta, en primera aproximación, como un campo gaussiano en densidad completamente caracterizado por su espectro de potencias. Dicho espectro se aproxima a una ley de potencias, en un amplio rango de escalas. Los campos en densidad que siguen esta ley presentan ciertas características fractales, tales como la autosimilitud de estructuras a diferentes escalas. No obstante vale aclarar, que según el paradigma estándar y las observaciones actuales, el universo no se comportaría de manera enteramente fractal. En escalas grandes, la estructura de éste se aproxima a una distribución de materia homogénea y suave¹ (el espectro de potencias cae en acuerdo con el principio cosmológico). La no linealidad de las ecuaciones de evolución en escalas pequeñas, genera desviaciones del campo de materia con respecto a un campo gaussiano, produciendo así mismo apartamientos con respecto a una distribución fractal. Luego podemos esperar, si bien no autosimilitud estricta, cierto grado de uniformidad en la fenomenología y teoría de los halos de materia, en un amplio rango de escalas y masas. Por lo cual es posible incluir objetos astronómicos de diferentes tamaños y masas, como galaxias, grupos de galaxias y grandes cúmulos, en un análisis cualitativo unificado.

El objetivo de la presente Tesis es afrontar este análisis, incluyendo fenomenología y observaciones independientes, en un amplio rango de masas y escalas de sistemas. De esta manera, se busca producir un contraste robusto (estadísticamente) de la teoría jerárquica de formación de estructuras, con la mayor cantidad de datos observacionales disponibles.

Dos aspectos muy importantes de la dinámica interna de un halo, son la coherencia y la dispersión del campo de velocidades internas. La coherencia se manifiesta a través del momento angular que posea el halo; la dispersión de velocidades, en la forma de la distribución de materia. Como se deduce de la distribución de parámetros de espín en simulaciones, los halos de materia oscura se encuentran principalmente soportados por dispersión de velocidades. No obstante, estos presentan ciertamente una pequeña componente de momento angular. A lo largo de este trabajo, buscamos conectar ambos aspectos internos de la dinámica de los halos, con la estructura en gran escala en la que se hallan embebidos.

Es sabido del análisis de perturbaciones de las ecuaciones de campo en el universo temprano, que la evolución primordial suprime fuertemente cualquier modo rotacional preexistente en el campo de velocidades iniciales del universo. Luego, para explicar el origen de la rotación de los halos, es necesario recurrir a mecanismos posteriores, como la teoría de torque tidal. Ésta explica el crecimiento del momento angular, a través de interacciones tidales entre

¹Para más detalles ver Capozziello & Funkhouser, *Modern Physics Letters A*, 2009, página 1743.

la materia circundante y el cuadrupolo de la distribución de materia en colapso. Es por esto que esperamos conexiones entre este aspecto de la dinámica interna del halo, y la estructura en gran escala circundante.

Por otro lado, es de esperar que la distribución inicial de materia se aparte apreciablemente de un colapso esférico, durante el proceso de formación del halo. Luego, por la ruptura de esta simetría, se puede esperar un intercambio de energía entre la componente cinética (i.e. dispersión de velocidades) y potencial (perfil en densidad), debido a mecanismos como la fricción dinámica. Por lo tanto, es probable encontrar sistemas con distribuciones no relajadas, y desplazadas con respecto al equilibrio virial. A medida que pasa el tiempo, se puede suponer que halos ya formados, van a ir tendiendo a formas esféricas, según el proceso de virialización vaya relajando la estructura. No obstante se observa en simulaciones numéricas, que los halos en general sufren fusiones violentas a lo largo de su proceso de formación. Estos episodios pueden darse entre sistemas de masa comparable, como así también en eventos de acreción de estructuras menores. Este mecanismo de acreción en halos, dista mucho de la imagen de un colapso esférico suave. Luego esperamos que la distribución de estructura en gran escala actúe como fuente de anisotropía en este proceso, teniendo un carácter determinante sobre las formas de los halos y su orientación.

Como buscamos describir en los párrafos anteriores, tanto la teoría de torque tidal como la fusión jerárquica de estructuras, predicen relaciones y alineamientos entre la estructura en gran escala y la dinámica interna de los halos de materia. Ambas teorías son ingredientes importantes para explicar la formación de galaxias, la dinámica de grupos y cúmulos de galaxias. En esta Tesis se estudian ambos aspectos teóricos desde un punto de vista unificado, vinculando sus predicciones en cuanto a relaciones entre sistemas y estructura circundante, con observaciones y estadística en catálogos de galaxias.

En el capítulo 2, mediante la teoría de torque tidal, se buscó determinar la presencia de alineamientos entre el momento angular de halos de materia y la estructura en gran escala, usando tanto simulaciones numéricas como catálogos espectroscópicos. Mediante una función de correlación bipuntual modificada para tal efecto, se encontró que la longitud de correlación es función de la dirección del momento angular de los sistemas, de manera consistente con la teoría de torque tidal. Modelando adecuadamente los efectos que sufren los catálogos de galaxias, se pronosticó la detectabilidad del alineamiento y se diseñaron estadísticos para su detección. Finalmente, se comparó observación y teoría.

En el capítulo 3 se investigó la presencia de alineamientos entre momentos angulares de pares de galaxias y halos de materia oscura. Para ello se emplearon simulaciones, modelos semianalíticos y catálogos espectroscópicos de galaxias.

Luego en el capítulo 4 se presenta un estudio realizado sobre formas de halos de materia en simulaciones, confrontándose estos resultados con los obtenidos en grupos de galaxias extraídos de catálogos observacionales y sintéticos. Se analizan los efectos y sesgos que sufre la determinación de forma, ya sea por proyección, estadística pobre, algoritmo de identificación, o efectos propios de las observaciones. Una vez modelados estos sesgos, se vinculan

observaciones y teoría.

En el capítulo 5, aplicando la estadística desarrollada en los capítulos 2 y 4, se estudió la presencia de alineamientos de las formas de sistemas ligados, con la estructura en gran escala. Se realizaron mediciones de la función de correlación direccional, tanto para halos de materia oscura en simulaciones, como para grupos de galaxias identificados en catálogos espectroscópicos. Una vez más, mediante un modelado adecuado de los efectos de sesgo observacional, se compararon los resultados teóricos y empíricos.

Por último, en el capítulo 6 se estudia el historial o árbol de fusión de halos en simulaciones, el efecto de esta historia y su alineamiento con la dinámica del halo. Se analiza la evolución del momento angular y su vinculación con la estructura en función del tiempo. Se analiza también, correlaciones entre la anisotropía del proceso de acreción en halos, la distribución de progenitores primordiales y la estructura en gran escala circundante en la época actual.

ABSTRACT

Galaxies, groups and clusters, are the largest bound systems of matter and therefore provide invaluable information on the emergence, formation and evolution of structures in the universe. It is also common to refer to these systems as matter halos, or just halos. In this thesis we analyze the dynamics of these objects in a wide range of masses and scales.

It is well known that large-scale structure in the universe can be described at first approximation as a gaussian density field, fully characterized by a power spectrum over a baseline of scalelengths. Density fields that follow this law, have certain fractal features such as self-similarity at different scales. However, according to the standard paradigm and current observations, the universe does not behave in an entirely fractal way. On large scales, the structure behaves like a uniform density field² (in agreement with cosmological principle, the power spectrum diminishes). At small scales, due to the non-linearity of the evolution equations, departures from gaussianity of the density field occurs that in turn produces a departure from a fractal distribution. Nevertheless, although not strictly self-similar, from theoretical considerations, some degree of uniformity in the density field and phenomenology is to be expected over a wide range of scales and masses. Therefore, in a unified and qualitative analysis it is possible to include astronomical objects of different sizes and masses, such as galaxies, galaxy groups, and large galaxy clusters.

Our main goal is to carry out such an analysis to confront independent observations of the structure of the universe with hierarchical structure formation theory, over as wide a baseline possible in masses and system scales by focusing on finding statistically robust differences between the two.

Two very important aspects of a halo's internal dynamics are the coherence, and, dispersion of the halo velocity field. The coherence is manifested through the halo's angular momentum, and, the dispersion is related with the shape of matter distribution. As found from the distribution of spin parameters in simulations, dark matter halos are mainly supported by dispersion, nevertheless, often a small component of angular momentum is also present. Throughout this work, we attempt to connect both internal aspects of halo dynamics, with the large-scale structure in which they are embedded.

It is well established from perturbation theory of field equations, that the primordial evolution in the early universe strongly suppressed any preexisting rotational modes of the initial velocity field. Therefore, in order to explain the origin of halo rotation, other mechanisms such as those found within tidal torque theory are required. This theory explains that the growth of angular momentum in halos results through tidal interactions between the surrounding tidal field, and the quadrupole of the collapsing matter distribution. Consequently one may expect a relation between the halo internal dynamics and the surrounding large-scale structure.

On the other hand, it is also expected that during the halo formation process, the initial distribution of infalling matter becomes appreciably different from that of a simple spherical

²See Capozziello & Funkhouser, *Modern Physics Letters A*, 2009, page 1743, for further details.

collapse. Once this symmetry is broken, we should expect an exchange between the kinetic (i.e. velocity dispersion) and potential (density profile) energy components, due to mechanisms such as dynamical friction that give rise therefore to systems with non relaxed distributions that are not in virial equilibrium.

With the passing of time, as the the virialization process proceeds, formed halos will also tend to become spherical in their morphologies. However, results from numerical simulations show that halos in general also suffer violent mergers over their formation time. These episodes could result between systems of comparable mass as well as through the accretion of smaller structures. This halo accretion mechanism departs significantly from that of soft spherical collapse. So we might expect that the distribution of large-scale structure is also an important source of anisotropies within this process, one that may determine halo shapes and orientations.

As briefly described above, both tidal torque and hierarchical merging of structure, theories, determine alignments and other relations between large-scale structure and halo internal dynamics. Both theories are necessary ingredients that explain galaxy formation, galaxy group dynamics, as well galaxy clusters. In this thesis we examine both theories from a unified viewpoint by linking predictions regarding relations between systems and surrounding structures by means of statistical analysis of observed galaxy catalogs.

In Chapter 2, the astrophysical implications of tidal torque theory are investigated and we set out to determine the existence of predicted alignments between halo angular momentum and the surrounding large-scale structure using both, numerical simulations, and spectroscopic galaxy catalogs. By means of a modified version of the classic correlation function, we find that the correlation length does depend on the direction of angular momentum, a result that is consistent with the theoretical prediction. Detectability limits of statistical alignment were also determined in an analysis that properly takes into account (through modelling) inherent biases in galaxy catalogs.

In Chapter 3 we investigate the presence of alignments of angular momentum between pairs of galaxies and dark matter halos. For this purpose we use simulations, semi-analytical models, and spectroscopic galaxy catalogs.

In Chapter 4 we present a galaxy group study on simulated halo shapes for which we compare our results with those extracted from observational and synthetic catalogs. We proceed to analyze how biases, including projection effects, low number statistics, detection algorithm criterion and other observational effects affect halo shape. By modelling these biases, we are able to adequately compare theory with observations.

In Chapter 5, by using the statistics developed in chapters 2 and 4, we study the relation between the alignments in the shapes of bound systems with properties of the large scale structure. Measurements of the directional correlation function are also made, both for dark matter halos in simulations, and, for groups of galaxies identified in spectroscopic catalogs. Once again, through the systematic modeling of observational biases, the results based on theoretical and empirical data are compared.

Finally, in Chapter 6, the merger history tree of halos in simulations is discussed including the effect that history trees may have on halo dynamics and halo alignment characteristics. We analyze the evolution of angular momentum and its relation to large scale structure as a function of time. We also analyze correlations between the anisotropy of the halo accretion process, the primordial progenitor distribution, and the surrounding large-scale structure at present time.

Índice general

I	Introducción	3
1.	Marco Teórico y Antecedentes	5
1.1.	Un poco de historia	6
1.1.1.	Estructura en Gran Escala del universo	6
1.1.2.	Formación Jerárquica de Estructuras e Inestabilidad Gravitatoria	7
1.2.	Fundamentos	10
1.2.1.	Aproximación Newtoniana	11
1.2.2.	Ecuación de Boltzmann y momentos	15
1.2.3.	Teoría de perturbaciones euleriana de primer orden	16
1.3.	Evolución de la estructura	17
1.3.1.	La aproximación de Zel'Dovich	18
1.3.2.	Simulaciones Numéricas	20
1.4.	Picos en Densidad	22
1.4.1.	Evolución de un parche de materia	23
1.4.2.	Campo de velocidades	24
1.4.3.	Forma y alineamientos de picos en densidad	25
1.5.	Estadística de los campos cosmológicos en densidad	27
1.5.1.	Función de correlación	28
1.5.2.	Espectro de Potencias	29
1.5.3.	El modelo de Halo para la materia oscura	31
1.5.4.	El modelo de Halo para la distribución de galaxias	35
1.6.	Origen del momento angular en galaxias	37
1.6.1.	Mecanismo de Torque Tidal	38
II	Estructura en gran escala y halos de materia	43
2.	Momento angular de galaxias y halos de materia	45
2.1.	Introducción	46
2.2.	Función de correlación anisótropa tridimensional	49
2.2.1.	Estadística inferencial del parámetro de espín	52
2.2.2.	Resultados en Simulaciones Numéricas	54

2.3. Función de correlación anisótropa proyectada	59
2.3.1. Simulación de Sesgos observacionales	59
2.4. Observaciones	62
2.5. Comparación entre resultados de simulaciones y observaciones	67
2.6. Conclusiones	69
3. Alineamientos espín-espín, en galaxias y halos de materia oscura	75
3.1. Introducción	76
3.2. El método	77
3.3. Selección del parámetro de inclinación	79
3.4. Alineamientos espín–espín en pares observados de galaxias	83
3.5. Alineamientos espín–espín en pares de galaxias sintéticas y halos de materia oscura	85
3.6. Conclusiones	88
4. Formas de halos de materia, grupos y cúmulos de galaxias	91
4.1. Introducción	92
4.2. Análisis tridimensional de las Formas de los Halos	93
4.2.1. Forma de los Halos	93
4.2.2. Efectos de Resolución en la inferencia de las formas de los halos	95
4.2.3. Dependencia de la forma con la masa del sistema	97
4.3. Análisis en Proyección	99
4.3.1. La forma de los grupos de galaxias según el número de miembros	100
4.3.2. Correlación entre la forma de los grupos y su masa	103
4.3.3. Dependencia con las propiedades de las galaxias miembro	105
4.4. Conclusiones	107
5. Alineación de la forma de grupos de galaxias y estructura en gran escala.	111
5.1. Introducción	112
5.2. Alineamiento de la forma de Halos de materia oscura	113
5.2.1. Análisis tridimensional de la función de correlación direccional	114
5.3. Análisis del alineamiento de grupos de galaxias y estructura en gran escala	116
5.3.1. Análisis proyectado en simulaciones y factores de sesgo	117
5.3.2. Análisis proyectado en grupos espectroscópicos	120
5.4. Contraste entre observaciones y simulación	122
5.5. Conclusiones	124
6. Momento angular y acreción de materia en halos ΛCDM	127
6.1. Introducción	128
6.2. Eventos de fusión en árboles de halos	129
6.3. Evolución temporal de árboles de fusión	136

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	XIX
6.4. Torque tidal sobre progenitores	137
6.5. Ejemplos de evolución del momento angular en halos	140
6.6. Conclusiones	145
Discusión Final	148
III Apéndices	153
A. El universo homogéneo	155
A.1. Métrica de Friedmann–Robertson–Walker	155
A.2. Evolución temporal: Ecuación de Friedmann	156
B. Mediciones de distancias	159
B.1. La distancia propia	159
B.2. El corrimiento hacia el rojo cosmológico	160
B.3. Distancias observacionales	161

Lista de Símbolos

Símbolo	Definición	Valor	Página
c	Velocidad de la Luz en el vacío	299792,458 km/s	7
G	Constante de acople gravitatoria	$4,3021 \times 10^{-6} \text{ Mpc } M_{\odot}^{-1} (\text{km/s})^2$	7
Λ	Constante cosmológica	$\approx 2,2 \times 10^4 h^2 (\text{km/s})^2 \text{ Mpc}^{-2}$	7
ρ_b	Densidad de materia de la métrica de fondo (bariónica y oscura)	$3,6635 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$	7
ρ	Densidad de materia en un dado elemento de volumen		15
a	Factor de escala		156
H	Tasa de expansión de Hubble	\dot{a}/a	157
h	Tasa de expansión de Hubble actual normalizada	$h = 0,73$	8
H_0	Tasa de expansión de Hubble actual	$100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	8
ρ_c	Densidad crítica del universo	$2,7754 \times 10^{11} h^2 M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$	17
δ	Contraste en densidad	$\equiv \rho/\rho_b - 1$	10
$D(t)$	Factor de crecimiento		17
Φ	Potencial gravitatorio		14
Φ_{ij}	Campo tidal o de marea	$\partial^2 \Phi / \partial r^i \partial r^j$	23
I_{ij}	Momento de inercia		40
\vec{L}	Momento angular		39
λ	Parámetro de espín		47
ξ	Función de correlación tridimensional		28
$\xi_{\parallel}; \xi_{\perp}$	Funciones de correlación anisótropas tridimensionales paralela y perpendicular		50
Ξ	Función de correlación proyectada integrada		64
ω	Función de correlación proyectada en un intervalo de velocidades		60
$\omega_{\parallel}; \omega_{\perp}$	Funciones de correlación anisótropas proyectadas paralela y perpendicular		61
R_{xy}	Coficiente de correlación de Pearson		78
$P; T_p$	Parámetro de triaxialidad		97

PARTE I

INTRODUCCIÓN

Capítulo 1

Marco Teórico y Antecedentes

En este capítulo presentaremos un resumen sobre diferentes aspectos teóricos involucrados a lo largo del desarrollo de la tesis. También se presenta una pequeña introducción histórica del contexto en el cual se desarrolló el estudio de la estructura en gran escala del universo.

1.1. Un poco de historia

1.1.1. Estructura en Gran Escala del universo

En 1914 la frase “Estructura en gran escala” de la materia era generalmente entendida como referente a la distribución de estrellas en la Vía Láctea. Uno de los títulos más importantes de la literatura de la época fue: “Stellar Movements and the Structure of the Universe”, en el cual Eddington (1914) resumía los principales avances en la comprensión de la estructura de nuestra galaxia. Mediante recuentos estelares en diferentes direcciones en el cielo, fue bien establecido que la distribución de estrellas es acotada y se encuentra en un sistema esferoidal muy aplanado (Sistema de Kapteyn). En caso que el sistema de estrellas fuese homogéneo e ilimitado, dichos recuentos de objetos a una dada magnitud aparente m , deben ser proporcionales a $10^{0,6m}$. No obstante se observó, a medida que se aumentaba la magnitud, una disminución sistemática de los recuentos estelares con respecto a la ley homogénea, con lo cual se hizo evidente que, dada la magnitud límite de la observación, se empieza a apreciar el límite del sistema. En base a estudios estadísticos, se pudo establecer entonces uno de los principales rasgos de la estructura de nuestra galaxia. Esta metodología de investigación astronómica se convertiría en una constante en los posteriores estudios de la estructura de la galaxia. Más tarde, esta metodología estadística y observacional, representaría un papel fundamental en el estudio de la estructura de la materia a escalas cosmológicas.

En 1917, Einstein propuso un modelo de universo homogéneo que, a su entender, encuadraba bien en el marco de la Relatividad General y los requerimientos del principio de Mach (en la interpretación de Einstein). El principio de Mach, en su formulación original, más que un principio es un contra argumento. Este demolía la idea newtoniana de que la detección de campos de fuerzas del tipo de Coriolis, en un dado referencial, sirve como indicador universal de la no inercialidad del sistema de referencia. Mach argumentó que la existencia de dichos campos sólo puede ser interpretada como originada por la rotación relativa del sistema con respecto a la distribución de masa del universo. A partir de este principio, que se puede pensar como un principio de equivalencia en las rotaciones, Einstein propuso desarrollar una teoría de campos que explicase el origen de la inercia de la materia. Esto sería análogo al desarrollo de su teoría de la gravedad a partir del principio de equivalencia. El sistema de Kapteyn no encuadraba en este esquema, ya que una estrella con velocidad superior a la de escape, según la Relatividad General se alejaría infinitamente, conservando sus propiedades inerciales. Esto último, va en contra de una explicación de la inercia mediante un campo con fuente en la misma materia. De Sitter, por aquellos años, mantenía correspondencia con Einstein y conocía en profundidad el dilema. Como astrónomo y estudiante de Kapteyn, tenía bien en claro que la distribución de estrellas era aplanada y acotada, con lo cual, se vio inclinado a aceptar la hipótesis de universos islas (hipótesis de Immanuel Kant que atribuía a las nebulosas espirales, una naturaleza extragaláctica), y propuso que la distribución de las nebulosas tendría que ser uniforme en el espacio, a fin de reconciliar el principio de Mach con la Relatividad General.

Hubble, en 1926, fue el primero en preguntarse si los recuentos de galaxias eran consistentes con esta hipótesis. Su resultado fue que, a diferencia del sistema de estrellas, el sistema de nebulosas espirales parecía no alcanzar un límite a la magnitud lograda por el instrumental de la época. Luego en 1933, repitiendo la metodología de Hubble (la cual sería mejorada y reutilizada a lo largo de los años hasta nuestros días), Shapley observó que los recuentos en celdas suficientemente grandes encuadraban en el esquema de homogeneidad e isotropía requerida por el modelo de Einstein. No obstante, cuando el tamaño de la celda disminuía, la distribución de estos conteos se desviaba de la homogeneidad, he hizo la sugestiva observación que dichos conteos seguían una ley logarítmica normal. Shapley notó que la tendencia de las galaxias era la de mantenerse juntas, en un grado muy superior al que podría ser atribuido a una distribución aleatoria en las galaxias, y especuló que la razón de ésto descansaba en la existencia de procesos evolutivos en el sistema de galaxias. De esta manera nació la rama moderna de la astronomía que hoy conocemos como “Estructura en gran escala del universo”¹.

1.1.2. Formación Jerárquica de Estructuras e Inestabilidad Gravitatoria

Desde el punto de vista teórico, uno puede trazar las ideas fundacionales de este campo de la astronomía, al histórico paper de Einstein en 1917. En este trabajo Einstein asumió que el universo debía ser isótropo y homogéneo según requerimientos del principio de Mach, pero asumió además, como natural, que el universo debía ser estático. Para ser esto posible, en la formulación original de las ecuaciones de campo de la Relatividad General (ver en apéndice, sección A.1), Einstein notó que el fluido fuente debía poseer presión negativa². Denotaremos con p_b y ρ_b , a la presión y densidad de este fluido respectivamente. A fin de obtener un universo estático, Einstein decidió reformular las ecuaciones de campo, introduciendo una repulsión universal general, que variara en forma proporcional a la distancia, cuya intensidad vendría dada por la constante cosmológica³ Λ . De esta manera, para fluidos no relativistas ($p_b \ll \rho_b c^2$), el modelo estático requiere:

$$4 \pi G \rho_b = \Lambda$$

Como notaron Weyl (1921) y Eddington (1924), esta condición del modelo estático resulta en un modelo inestable. Para darse cuenta, basta observar que la condición requiere la igualdad entre una constante universal Λ con una variable del sistema, la densidad ρ_b . Cualquier perturbación en esta última, como la formación de estrellas, encuentros cercanos entre galaxias, etc., degeneraría en regiones con densidad $\rho \neq \rho_b$, donde el modelo estático no resulte válido.

En 1930, Eddington propuso que el universo se expandía (según las observaciones de Hubble (1929)) como consecuencia de una ruptura del balance del modelo estático de Einstein,

¹El lector interesado en profundizar en los contenidos de esta sección encontrará una discusión más extensa en el primer capítulo de Peebles (1980).

²Es decir $p_b = -\rho_b c^2/3$, de manera que la masa gravitatoria activa (i.e masa total efectiva que sirve de fuente) sea nula.

³Esto es posible mediante la adición al tensor de Einstein de un término proporcional a la métrica, de constante de proporcionalidad Λ , el cual no altera las identidades de Bianchi.

debido a la formación de galaxias por inestabilidad gravitatoria. Lemaître en 1931, a partir del teorema de Birkhoff & Langer (1923), describió la solución para inestabilidades gravitatorias esféricas embebidas en un universo isótropo y homogéneo. Tolman (1934) discute algunas consecuencias interesantes de las soluciones de Lemaître: si en un modelo homogéneo, uno mueve un pedazo de materia de un lado a otro del universo, produciendo de esta manera un hueco y una región sobredensa, la subsecuente evolución independiente de ambas regiones, debida al teorema de Birkhoff, terminaría en un universo altamente inhomogéneo: la región sobredensa colapsará, mientras que la región subdensa se expande. Luego Tolman concluye que no existe ninguna acción general de la gravedad que permita disolver inhomogeneidades en modelos cosmológicos.

Es este último punto el que da a las interpretaciones de las observaciones de Shapley un giro interesante: la presencia de inhomogeneidades en escalas pequeñas y la ausencia de éstas en escalas grandes, no nos habla solamente de propiedades del proceso de inestabilidad de las ecuaciones de la gravedad, sino también da testimonio de las condiciones iniciales del universo⁴. De esta manera la presencia de estructuras en la distribución de las galaxias y la existencia de las galaxias mismas, puede ser interpretada como evidencias o fósiles de inhomogeneidades primigenias.

Desde el punto de vista observacional, como se sabe desde la década del 30, las galaxias no están distribuidas al azar. Durante décadas la comprensión de este hecho estuvo limitada por la falta de un esquema tridimensional de la distribución de galaxias. No sería posible superar esto hasta la década de los 80, con el advenimiento de los catálogos espectroscópicos de galaxias. En estos catálogos, mediante la ley de Hubble $v = H_0 d$ (donde d es la distancia de la galaxia, v su velocidad radial y H_0 la tasa de expansión de Hubble, ver apéndice A.2) es posible convertir el corrimiento hacia el rojo, medido con líneas espectrales, en estimas de distancias radiales (Davis & Peebles 1983; de Lapparent et al. 1986; Saunders et al. 1991). En un artículo de Peebles de 1984 de la revista Science, se resume de manera muy didáctica el estado del arte de la época.

Básicamente competían dos modelos de formación de estructuras y galaxias. El primero, cronológicamente, consistía en un esquema de formación de inhomogeneidades en escalas pequeñas debida a fragmentación de superestructuras primordiales, en escalas de varios cientos de megaparsecs. Estas superestructuras, o *panqueques* como se los llamó, se habrían formado inicialmente en las regiones de colisión de campos de velocidades primordiales. Esta teoría propuesta originalmente por Lemaître, y desarrollada en los 70 por Yakov Borisovich Zel'Dovich, predice de esta manera la formación de galaxias como el último eslabón de un proceso de fragmentación jerárquica, "de arriba hacia abajo", que formaría a partir de estos panqueques primordiales por fragmentación, filamentos, cúmulos y por último galaxias (Zel'Dovich 1970; Shandarin & Sunyaev 2009).

Por otro lado, a principios de los '80, de la mano de Philip James Edwin Peebles, surgió un

⁴En la actualidad las evidencias de inhomogeneidades en escalas pequeñas y homogeneidad en escalas grandes (por ejemplo, las observaciones del fondo de microondas), sólo son explicadas en las condiciones iniciales mediante la teoría de inflación.

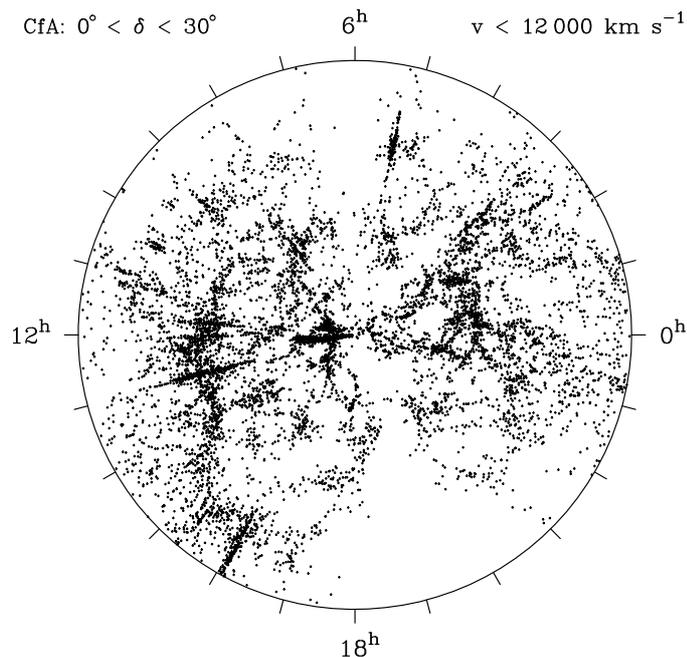


Fig. 1.1: El catálogo CfA refleja el conocimiento observacional de la estructura en gran escala de mediados de los años '80. Este es un gráfico polar que muestra las galaxias según su ascensión recta y distancia radial comóvil (ver apéndice B.3), para un dado corte en declinación (entre 0° y 30°). Se puede observar el gran muro, regiones vacías de galaxias y sobre los cúmulos de galaxias, el efecto de alargamiento radial conocido como dedos de Dios, producido por movimiento virializado de las galaxias en cúmulos.

nuevo escenario. En este, se proponía la formación de galaxias y estructuras en escalas mayores, mediante el crecimiento por inestabilidad gravitatoria de inhomogeneidades pequeñas en el campo primordial de densidades. De esta manera, esta teoría predecía la formación de supercúmulos como filamentos y panqueques, como la última etapa de un proceso de aglomerado de materia “de abajo hacia arriba”, a partir de estructuras menores. En este esquema las galaxias serían estructuras más viejas, formadas en primera instancia y servirían como bloques en el proceso de formación por inestabilidad gravitatoria.

Ambas teorías tenían deficiencias para explicar las observaciones de la época. Por un lado la teoría de Zel'Dovich tenía dificultades para dar cuenta de la presencia de galaxias en el universo temprano y prácticamente confinaba la existencia de las galaxias a filamentos y paredes, no pudiendo explicar las abundancias de galaxias en vacíos o regiones subdensas. Por otro lado, la teoría de Peebles en su formulación original⁵, si bien describía bien la distribución de materia en escalas pequeñas, era incapaz de reproducir las paredes gigantes, filamentos y vacíos que se observaban en la cartografía cosmológica de mediados de los 80.

El catálogo de galaxias espectroscópicas compilado por el Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics (CfA) refleja el conocimiento observacional de la época. En la figura 1.1.2 se puede ver de manera clara la situación de estructuras en escalas grandes, cuyos tamaños son del orden de cientos de megaparsecs. Hoy sabemos, con el advenimiento de los grandes

⁵Esta formulación en estructura en gran escala, se conoce como teoría de perturbaciones en espacio Euleriano a primer orden (Peacock 1999).

catálogos en varias magnitudes más profundos que el CfA, que ésta es una región particularmente atípica del universo, no obstante las dificultades de ambos escenarios para describir las observaciones terminó por hacerse evidente.

No obstante, Shandarin y Zel'Dovich, propondrían una nueva formulación matemática de la teoría de Peebles⁶ (ver Shandarin & Zel'dovich (1989), Shandarin & Sunyaev (2009)). En esta nueva versión, las primeras estructuras serían panqueques de Zel'Dovich en escalas pequeñas, los cuales mediante agregación jerárquica por inestabilidad gravitatoria, formarían estructuras en escalas y masas mayores. De esta manera se forman primero galaxias, luego grupos y cúmulos, dejando por último filamentos y paredes en una cadena jerárquica de formación de estructura. A partir de este trabajo y varios posteriores se desarrolló lo que hoy conocemos como la teoría jerárquica de formación de estructuras (ver por ejemplo Bond & Myers (1996)). Una interesante discusión histórica sobre el desarrollo de la teoría jerárquica de formación de estructuras puede encontrarse en Cowen (1995).

1.2. Fundamentos

En esta sección presentaremos los conceptos y fundamentos del estudio de la dinámica y evolución de la estructura en gran escala del universo. Existe numerosa bibliografía que desarrolla la teoría de manera autoconsistente y formal. Nosotros nos limitaremos a presentar los conceptos fundamentales involucrados en el desarrollo de la teoría de manera muy resumida, tratando de evitar las dificultades de un desarrollo formal y completo de la teoría. El objetivo de esta sección es sólo introducir los conceptos de la física que sustentan, hasta cierto punto, el tratamiento moderno del estudio de la estructura en gran escala.

Para esto supondremos que el universo es homogéneo e isótropo, con constante cosmológica Λ , y se encuentra lleno de un fluido ideal de materia no colisional⁷. De esta manera, es posible describir los aspectos estadísticos y geométricos de la distribución de la materia en gran escala, dejando para otro nivel descriptivo los procesos astrofísicos que involucran materia colisional (bariónica) y que modelan el origen y formación de galaxias y sistemas estelares.

Resulta conveniente estudiar la evolución de perturbaciones en la densidad del fluido mediante la introducción de la cantidad adimensional δ :

$$1 + \delta(\vec{x}) \equiv \rho(\vec{x})/\rho_b, \quad (1.1)$$

donde $\rho_b = \langle \rho \rangle$ es la densidad media global (o densidad de fondo), y se define como un promedio de la densidad del fluido ρ en volúmenes suficientemente grandes. La cantidad δ , conocida como contraste en densidad, no necesariamente debe ser pequeña. No obstante, debido a

⁶Formulación que hoy se conoce como aproximación cinemática, o teoría de perturbaciones lagrangiana de primer orden (Peacock 1999).

⁷Esta suposición es aplicable en primera instancia, debido a que el universo está compuesto principalmente por energía de vacío (constante cosmológica) en un 73 %, seguido por un 23 % de materia oscura, que no interactúa (o lo hace muy débilmente) con el campo electromagnético, y por último con sólo un 4 % de materia ordinaria (bariones y leptones).

su naturaleza adimensional, es utilizada generalmente en el tratamiento perturbativo de las ecuaciones de campo. En estos casos se supone $\delta \ll 1$. Esta aproximación es válida en la época temprana del universo y simplifica en gran medida el tratamiento de las condiciones iniciales del universo.

1.2.1. Aproximación Newtoniana

Es posible tratar los aspectos fundamentales de la teoría y evolución de la estructura en el universo, mediante un análogo a la Mecánica Newtoniana. Esta aproximación newtoniana debe entenderse como un caso límite de la Relatividad General y no así como un modelo cosmológico que utiliza dinámica y gravedad newtoniana⁸. La aproximación resulta válida para el estudio de perturbaciones en regiones pequeñas con respecto al horizonte de eventos (del orden de la longitud de Hubble cH^{-1}), siendo afectada por las regiones externas sólo por interacción tidal⁹.

En la mayoría de los libros de texto y artículos recopilatorios de la literatura, se desarrolla la aproximación newtoniana de maneras diferentes, pero siempre basándose en la validez de la teoría de la Relatividad General y la hipótesis de homogeneidad e isotropía del universo (hipótesis también conocida como principio cosmológico). Para evitar los tecnicismos que no hacen al desarrollo de la presente tesis, el lector interesado en una exposición más rigurosa de la desarrollada aquí, puede encontrarla en textos estándar de la literatura del área como Peebles (1980); Peacock (2003, 1999); Ellis (1973). En esta sección presentaremos las ecuaciones fundamentales, mencionando solamente el esquema general que da validez a la teoría.

Debido a que las ecuaciones de Einstein están formuladas de manera covariante, los tensores y cantidades involucradas, son independientes del sistema de coordenadas. Es por esto, que las ecuaciones no distinguen explícitamente entre cambios *activos* de coordenadas (observadores con diferentes velocidades relativas según transformaciones de Lorentz) y cambios *pasivos* que se conocen como transformaciones de Gauge (cambios de variables generales). Esta libertad es no trivial (conocida también como libertad de gauge), debido a que no resulta evidente de las ecuaciones, la elección adecuada del sistema de coordenadas para resolver el problema. Es posible elegir un sistema de coordenadas y^α , a partir de un sistema arbitrario x^β , fijando los 56 coeficientes:

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial y^\alpha} ; \frac{\partial^2 x^\beta}{\partial y^\alpha \partial y^\delta}.$$

En cosmología, una elección natural de coordenadas es el denominado gauge síncrono. Si bien no fija el total de coeficientes libres, nos permite expresar las ecuaciones de campo para perturbaciones a primer orden, de manera sencilla.

En este gauge, se elige como referencial un sistema de observadores en caída libre con respecto al fluido cosmológico. Dada la cuadrivelocidad U^μ de un observador en caída, se puede

⁸Una excelente discusión sobre el tema puede encontrarse en el primer capítulo de Bertschinger (1995).

⁹A grandes distancias, la métrica debe tender a la métrica de fondo, Friedmann-Robertson-Walker (FRW). Es por esto que la aproximación newtoniana aquí presentada no sufre de indeterminación de las condiciones de contorno en el infinito, como sí lo hace la cosmología newtoniana, ver sección 1.1 de Bertschinger (1995).

definir el proyector perpendicular a U^μ como $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + U_\mu U_\nu$ (Ellis 1973). Si además uno elige como coordenada temporal el tiempo propio del observador en caída libre, el cuadvivector U^μ resultará paralelo a la dirección de variación temporal. En este caso el sistema de coordenadas $h_{\mu\nu}$ tendrá componentes cruzadas espacio-tiempo nulas (Ellis 1973). De esta manera, tenemos la métrica separada en un bloque puramente espacial h_{ij} , y una componente temporal h_{00} , anulando por definición las componentes cruzadas. En particular, si el sistema está fijo en el observador $U^\mu = (-1, 0, 0, 0)$, h resulta ser la métrica de la hipersuperficie tridimensional perpendicular a U^μ , es decir $g_{ij} = h_{ij}$.

Debido al principio de equivalencia, siempre es posible aproximar una región localizada del espacio-tiempo, mediante una métrica plana. Esto quiere decir que siempre es posible elegir un sistema de coordenadas que sea localmente minkowskiano en el entorno de un evento. Es decir, $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ con $g_{\mu\nu,\alpha} = 0$. El gauge síncrono busca extender aun más esta condición, fijando las 10 componentes $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ a lo largo de la trayectoria U^α (la línea mundo del observador), anulando además las 10×3 derivadas segundas normales a U^α (Peebles 1980). Esto sólo puede ser realizado fijando la libertad de gauge. De esta manera, tenemos 40 ecuaciones para fijar el sistema de coordenadas elegido y^α . Estas ecuaciones deben satisfacerse mediante la elección de los 16 coeficientes $\partial x^\beta / \partial y^\alpha$, y 4×6 coeficientes de derivadas segundas de y perpendiculares a la trayectoria del observador. De aquí resulta evidente que esta elección de gauge no fija completamente el sistema, ya que sólo utiliza 24 de las 40 derivadas segundas $\partial^2 x^\beta / \partial y^\alpha \partial y^\delta$. No obstante, el uso de este gauge se encuentra muy extendido en la literatura.

Si nuestro espacio-tiempo satisface el principio cosmológico, podemos reemplazar en la discusión del párrafo anterior, la métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ por la métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) g_b (Peebles 1980). El gauge síncrono en este contexto se aplica de la misma forma que se describió en el párrafo anterior, es decir, mediante el uso de observadores en caída libre en el Universo isótropo y homogéneo. En este caso, la métrica FRW responde a la geometría del universo a gran escala, observándose apartamientos con respecto a ésta en escalas menores, donde la estructura del universo se vuelve inhomogénea. Una vez adoptado el gauge síncrono, se satisface localmente $g^{\mu\nu} \approx g_b^{\mu\nu}$, para observadores en caída libre, generalizando así la discusión del párrafo anterior para el caso de un Universo en expansión. Por otro lado, si situamos una partícula de prueba a una distancia r de un observador en caída libre, éste observará sobre la partícula una aceleración debido a la aparición de derivadas segundas normales no nulas en la posición de ésta. Dichas derivadas aparecen debido al apartamiento de la trayectoria de la partícula, con respecto a la condición del gauge síncrono. Esta condición solo es estrictamente válida sobre la trayectoria del observador. No obstante, para la partícula de prueba, podemos expresar la métrica como:

$$g^{\mu\nu} = g_b^{\mu\nu} + \delta g^{\mu\nu},$$

donde $\delta g_{\mu\nu} \sim r^2$ para un entorno pequeño de radio r (Peebles 1980). De esta manera, hemos escrito la métrica como la suma de la métrica de fondo y una perturbación, la cual representa

la aceleración relativa entre las geodésicas del observador y la partícula de prueba (Peebles 1980; Bertschinger 1995). Dado que la métrica de fondo es FRW, resulta conveniente realizar un cambio de variables $\vec{r} \rightarrow \vec{x}$, definido por:

$$\vec{r} = a(t)\vec{x}$$

donde a es el factor de escala del modelo FRW de fondo. Las coordenadas \vec{x} se denominan coordenadas comóviles, y son las que adoptaremos de aquí en adelante.

En la aproximación newtoniana, suponemos que el campo es débil, es decir, que la perturbación δg es pequeña. En teoría de perturbaciones relativistas, es posible expresar la métrica perturbada, según modos escalares, vectoriales y tensoriales los cuales evolucionan independientemente según las ecuaciones de campo (teorema de descomposición, ver por ejemplo Dodelson (2003)). También es sabido que cada uno de estos modos representa diferentes tipos de procesos gravitatorios, por ejemplo, en el caso de los modos tensoriales, la propagación de ondas gravitatorias. Esta distinción es posible debido a que los distintos modos de las perturbaciones, pueden ser asociados a diferentes términos en la descomposición de la fuente (el tensor momento energía). Luego, para describir las perturbaciones en la densidad del universo, en la aproximación newtoniana, supondremos sólo la presencia de modos de perturbación escalares.

Como vimos en el gauge síncrono, las componentes g_{00} y g_{0i} de la métrica no son perturbadas por definición. Luego, el elemento de línea puede ser escrito como (Ma & Bertschinger 1994):

$$ds^2 = a^2(\tau)\{-d\tau^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j\}.$$

La perturbación h_{ij} a la métrica FRW puede ser separada en un campo escalar definido por la traza $h \equiv h_{ii}$, y una parte de traza nula con tres componentes $h_{ij}^{\parallel}, h_{ij}^{\perp}$ y h_{ij}^T , donde $h_{ij} = h\delta_{ij}/3 + h_{ij}^{\parallel} + h_{ij}^{\perp} + h_{ij}^T$. Por definición, h_{ij}^{\perp} y h_{ij}^T representan modos vectoriales y tensoriales, respectivamente, los cuales no tendremos en cuenta aquí (Ma & Bertschinger 1994). La parte h_{ij}^{\parallel} representa un campo escalar, ya que puede ser expresada como

$$h_{ij}^{\parallel} = \left(\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2 \right) \xi$$

Luego, tenemos dos campos escalares h y ξ que caracterizan las perturbaciones escalares de la métrica. Introduciendo dicha métrica en las ecuaciones de Einstein, y despreciando términos de segundo orden, se obtienen cuatro ecuaciones para estos dos campos escalares h y ξ (Bertschinger 1995). Aparentemente tenemos más ecuaciones que incógnitas. No obstante, sólo en dos ecuaciones aparecen derivadas temporales, es decir, sólo dos ecuaciones son ecuaciones de evolución. Las otras dos ecuaciones, representan restricciones sobre los campos que deben satisfacerse en la condición inicial, la cual puede ser ajustada mediante el

uso de las libertades de gauge restantes, es decir, mediante la elección de las coordenadas¹⁰ a $t = 0$. Esto es análogo al caso del electromagnetismo, donde las ecuaciones de evolución (que contienen derivadas en el tiempo), satisfacen para todo tiempo las restricciones sobre los campos (divergencia del campo magnético nula).

Si tomamos la componente de la ecuación de campo $G_{00} = 8\pi GT_{00}$, para un fluido ideal en un universo plano, obtenemos una ecuación análoga a la ecuación de Poisson de la gravedad newtoniana (Bertschinger 1995):

$$G^0_0 : \frac{1}{3}\nabla^2(\xi - h) + \eta\dot{h} = 8\pi Ga^2(\rho - \rho_b)$$

donde ρ es la densidad del fluido y ρ_b es la densidad asociada a la métrica de fondo. Por otro lado, si el fluido no presenta estrés anisótropo, podemos reducir los dos campos escalares, a uno sólo y escribir:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi Ga^2(\rho - \rho_b) = 4\pi Ga^2\rho_b\delta \quad (1.2)$$

Esta última ecuación resulta análoga a la gravedad newtoniana¹¹, con la importante salvedad de que representa soluciones de las ecuaciones de Einstein en una aproximación de campo débil. El término fuente es el contraste en densidad. Por otro lado, la ecuación de geodésicas resulta:

$$\vec{v} := a\dot{\vec{x}} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{\nabla\Phi}{a} \quad (1.3)$$

Esta última ecuación es análoga a la segunda ley de Newton, con la salvedad de que en ausencia de campo gravitatorio, es decir Φ constante, \vec{v} decae como a^{-1} . Esto último se debe simplemente al sistema de coordenadas utilizado, y no debe interpretarse como una violación de la primera ley de Newton. Es decir, una partícula de prueba irá disminuyendo su velocidad peculiar en ausencia de perturbaciones gravitatorias. Esto se debe a que la velocidad peculiar \vec{v} , es una medida de la velocidad relativa de una dada partícula de prueba, con respecto a la expansión general de la métrica de fondo.

La perturbación a la métrica $\delta g \sim \Phi$ debe ser pequeña, es decir $\Phi \ll c^2$, luego, debemos aplicar la aproximación en regiones acotadas. La condición de campo débil, también nos asegura que el fluido posee un campo de velocidades $v \ll c$. Según Peebles (1980), si tenemos una región con masa $M \sim \rho R$, las condiciones se satisfacen si $G\rho R \ll c^2$. En modelos FRW la constante de Hubble es $H^2 \sim G\rho$, y por lo tanto, la aproximación newtoniana es válida en escalas:

$$R \ll cH^{-1} \sim 3000 \text{ Mpc} \quad (1.4)$$

¹⁰Por construcción de las coordenadas sincronas, la hypersuperficie a $t = 0$ es una superficie de Cauchy. Luego las ecuaciones de restricción, son satisfechas para todo tiempo, ver Carroll (1997).

¹¹En particular este potencial Φ , es equivalente a los potenciales de Bardeen invariantes de gauge $\Phi = \Phi_A = \Phi_H$ (estos últimos dos son iguales al no haber estrés anisótropo en el $T_{\mu\nu}$). Las fórmulas que relacionan los potenciales sincronos h y ξ con los invariantes Φ_A y Φ_H se pueden consultar en Bardeen (1980).

1.2.2. Ecuación de Boltzmann y momentos

Para completar la descripción de la evolución de las perturbaciones en densidad del universo, es necesario adicionar a las ecuaciones de campo, un modelo que describa al fluido sobre el cual estas perturbaciones crecen. Para esto es necesario generalizar una formulación de la ecuación de Boltzmann y de la teoría cinética, en el contexto de la Relatividad General. Si bien una discusión completa del tema escapa a los objetivos de este capítulo, el lector interesado puede consultar la excelente revisión que hace Stewart (1973).

En Relatividad General, es posible definir el espacio de fases, como la unión de la variedad espacio-temporal, con el conjunto de todos los espacios vectoriales tangentes a esta. Esta unión (en inglés *tangent bundle*) puede asociarse a la unión de todos los cuadvectores momento-energía, de partículas sobre la variedad. De esta manera, el espacio de fases sería una variedad 8-dimensional compuesta por pares posición y momento: (x^ν, p^ν) . Debido a que la masa en reposo cumple $m^2 = -g_{\mu\nu}p^\mu p^\nu$, todas las partículas de igual masa se propagan en una hipersuperficie 7-dimensional. Si además, como en la sección anterior, adoptamos el gauge síncrono, las hipersuperficies a t constante resultan perpendiculares a las hipersuperficies de las partículas de igual masa en reposo. Luego si queremos contar el número de partículas en un dado elemento de volumen del espacio de fases, nos basta con restringirnos al espacio 6-dimensional definido por el tri-momento \vec{p} y las coordenadas espaciales \vec{x} , foliado según el tiempo¹² t . Esta familia de hipersuperficies 6-dimensionales parametrizadas según t , corresponde al espacio de fases usual de la mecánica.

Luego es posible definir un función distribución f , la cual nos da el número de partículas dN por unidad de volumen del espacio de fases, $d^3x d^3p$:

$$dN = f(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x d^3p$$

A partir de los momentos de esta función de distribución, es posible obtener la densidad del fluido ρ , y su campo de velocidad \vec{v} como:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{x}, t) &= ma^{-3} \int f(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3p \\ &\equiv \rho_b [1 + \delta(\vec{x}, t)] \\ \vec{v} &= \frac{\int (\vec{p}/ma) f d^3p}{\int f d^3p} \\ \langle v^i v^j \rangle &= \frac{\int f p^i p^j d^3p}{m^2 a^2 \int f d^3p} \end{aligned}$$

Si las partículas que componen el fluido no se crean ni se destruyen, por el teorema de

¹²Lo resumido en este párrafo tiene su desarrollo formal y en extenso en Stewart (1973).

Liouville, es válida entonces la ecuación de Boltzmann (Stewart 1973):

$$L(f) := p^\nu \frac{\partial f}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\beta\mu}^i p^\beta p^\mu \frac{\partial f}{\partial p^i} = 0$$

donde L se define como el operador de Liouville, y $\Gamma_{\beta\mu}^i$ la conexión afín definida a partir de la métrica (ver ecuación (A.5) del apéndice A.1).

Si utilizamos la métrica perturbada de la sección anterior, la ecuación toma una forma más conocida (Peebles 1980):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{ma^2} \cdot \nabla f - m \nabla \Phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (1.5)$$

Si calculamos los momentos de la ecuación de Boltzmann obtenemos finalmente las ecuaciones (Peebles 1980):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \frac{1}{a^2} \nabla \cdot [(1 + \delta) \nabla \Phi] + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j} [(1 + \delta) \langle v^i v^j \rangle] \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} &= -\frac{1}{a} \nabla \cdot (1 + \delta) \vec{v} \end{aligned} \quad (1.6)$$

que resultan análogas a las de Navier-Stokes. La primera de las ecuaciones se conoce en fluidos como la ecuación de Euler, mientras que la segunda es la ecuación de continuidad, o conservación de la materia.

1.2.3. Teoría de perturbaciones euleriana de primer orden

Si se toman juntas las ecuaciones (1.6) y (1.2), tenemos tres ecuaciones, para cuatro incógnitas: el campo gravitatorio Φ , la densidad (momento de orden cero) ρ , la velocidad media (momento de orden uno) \vec{v} , y la matriz de covarianza $\langle v^i v^j \rangle$ (momento de orden dos). Para poder cerrar el sistema es necesario tratar de alguna manera el último término de la primer ecuación (1.6)¹³. En aproximación lineal ($\delta \ll 1$), a primer orden tenemos (Peebles 1980):

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \rho_b \delta \quad , \quad \frac{\partial \delta}{\partial t} = -\frac{1}{a} \nabla \cdot \vec{v} \quad . \quad (1.7)$$

De esta manera, despreciando potencias de segundo orden en las variables perturbadas, se simplifica notablemente el lado derecho de las ecuaciones (1.6), además de truncar la jerarquía de momentos de f a primer orden, ya que $\langle v^i v^j \rangle$ no aparece. La solución de este sistema de ecuaciones para δ y \vec{v} , constituye lo que se conoce como teoría de perturbaciones euleriana de primer orden (Peebles 1980; Peacock 1999, 2003). En este punto la solución de (1.7) y (1.2), se simplifica notablemente, ya que basta con resolver la primera de las ecuaciones (1.7). Ésta es una ecuación diferencial ordinaria, sólo en el tiempo, de orden dos. De esta

¹³Debido a que las ecuaciones (1.6), representan los momentos de orden cero y uno de la ecuación de Boltzmann (1.5), una manera de seguir sería anexar una ecuación adicional, calculando el momento de orden dos de la ecuación (1.5). No obstante, en esta nueva ecuación también participaría el momento de orden tres de f , y nuevamente tendríamos más ecuaciones que incógnitas. De hecho si se repite el proceso *ad infinitum*, se construiría una jerarquía infinita de ecuaciones acopladas, para los infinitos momentos de f .

manera podemos separar la solución para el contraste en densidad tal que $\delta = D(t)\delta(x)$. La parte espacial $\delta(x)$, es fijada completamente en las condiciones iniciales, y la parte temporal $D(t)$, es solución de la ecuación diferencial ordinaria. Por ejemplo, en el caso de un universo con densidad de materia crítica¹⁴, ρ_c (ver ecuación (A.17) en el apéndice A.2), tenemos que $a = t^{2/3}$ y $4\pi G\rho_b = 3H^2/2 = 2/3t^2$, con lo cual las soluciones son:

$$D(t) \propto t^{2/3} \quad , \quad t^{-1}. \quad (1.8)$$

De esta manera, la evolución en el tiempo presenta dos modos, uno creciente que representa el crecimiento de la estructura por inestabilidad gravitatoria, y un modo decreciente que tiende a cero según t . A medida que avanza el tiempo el modo creciente domina, es por esto que a $D(t)$ se lo conoce también como factor de crecimiento (Peebles 1980).

En general, es necesario recurrir a integración numérica para calcular el factor de crecimiento, salvo en modelos con energía de vacío despreciable ($\Lambda \approx 0$). Este último caso posee solución analítica. Por otro lado, Carroll et al. (1992) dan un buen ajuste de la solución general a partir de la solución dominada por materia:

$$\frac{D(z=0, \Omega)}{D(z=0, \Omega=1)} \simeq \frac{5}{2} \Omega_m \left[\Omega_m^{4/7} - \Omega_\Lambda + \left(1 + \frac{1}{2}\Omega_m\right)\left(1 + \frac{1}{70}\Omega_\Lambda\right) \right]^{-1}. \quad (1.9)$$

Dónde Ω_m y Ω_Λ son los parámetros de densidad de la materia (bariónica y oscura) y de la energía de vacío (constante cosmológica), definidos respectivamente en las ecuaciones (A.18) y (A.19) del apéndice A.2.

A lo largo de esta Tesis, utilizaremos la letra z para referirnos al corrimiento hacia el rojo cosmológico (más comúnmente *redshift*). Esta medida no sólo se refiere al corrimiento en las líneas espectrales de una fuente extragaláctica, sino que además, puede utilizarse como una variable análoga al tiempo t , a través de la ecuación (B.6) del apéndice B.2. Una conclusión importante que puede extraerse de la fórmula (1.9) (Carroll et al. 1992), es que para Ω_m fijo, en el caso de un universo abierto ($\Omega_\Lambda = 0$), el crecimiento lineal se detiene efectivamente a $(1+z) = \Omega_m^{-1}$ (cuando el universo se vuelve dominado por curvatura), pero el crecimiento se detiene aún más temprano para el caso de un universo plano, $(1+z) = \Omega_m^{-1/3}$ (cuando comienza el dominio de Λ). Esto refleja una rápida variación de Ω_Λ con el tiempo. Luego si la constante cosmológica es importante dinámicamente, sólo puede serlo en la historia reciente, con lo cual el universo tuvo una etapa dominada por materia más larga, en comparación con un universo abierto con el mismo Ω_m (Peacock 2003).

1.3. Evolución de la estructura

En la sección anterior, vimos como es posible construir un sistema de ecuaciones diferenciales (ecuaciones 1.6, 1.2), para describir las perturbaciones en densidad δ y velocidad \vec{v} de un fluido ideal que produce un campo gravitatorio Φ , sobre una métrica de fondo FRW. No

¹⁴En la época dominada por materia la densidad del universo aproxima la crítica, i.e. $\rho \approx \rho_c$.

obstante para poder cerrar el sistema recurrimos a una aproximación lineal. Esta aproximación es conocida también como teoría de perturbaciones euleriana a primer orden. En esta sección veremos un formalismo alternativo, la teoría de perturbaciones lagrangiana a primer orden, o más conocida como la aproximación de Zel'Dovich.

1.3.1. La aproximación de Zel'Dovich

Zel'Dovich (1970) desarrolló un método cinemático para estudiar la formación de estructura, que hoy conocemos como aproximación de Zel'Dovich, o teoría lagrangiana de perturbaciones a primer orden¹⁵. En este método, se calcula el desplazamiento inicial de un elemento del fluido, representado por una partícula, extrapolarlo luego el movimiento en esta dirección inicial. De esta manera, expresamos la posición de una dada partícula (en coordenadas físicas r) como:

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{q} + b(t)\vec{f}(\vec{q}). \quad (1.10)$$

El primer término representa la expansión general de Hubble ($a(t)$ es el factor de escala), mientras que el segundo puede ser entendido como una perturbación a la distribución homogénea de partículas, la cual se anula cuando $t \rightarrow 0$. Denotamos con \vec{q} las coordenadas comóviles iniciales a $t = 0$, y $b(t)$ es una función del tiempo que modela la evolución temporal del campo de desplazamiento $\vec{f}(\vec{q})$. Fijando un conjunto de observadores en reposo con respecto al fluido (caída libre), las coordenadas \vec{q} definen un sistema que, por construcción, fija una posición constante a través del tiempo, para cada elemento de materia. En terminología de mecánica de fluidos, se dice que \vec{r} representa la *posición euleriana*, y \vec{q} la *posición lagrangiana*.

Por otro lado, a primer orden, podemos expresar la relación (1.10) como:

$$x_i = \frac{r_i}{a(t)} \approx \mathbb{I}_{ij}q_j + \frac{b(t)}{a(t)} \frac{\partial f_i}{\partial q_j} q_j \equiv A_{ij}(t)q_j \quad (1.11)$$

Para obtener la densidad euleriana es necesario calcular el jacobiano de la transformación (1.10), i.e. $P(t) \equiv \det(A_{ij})$. Esto se debe simplemente a que los elementos de volumen satisfacen: $d^3r = P(t)d^3q$. En las coordenadas lagrangianas \vec{q} , la densidad es constante por definición $\rho = \rho_b$. Dado que el tensor de esfuerzos, $\partial f_i / \partial q_j$, es simétrico (ya que asumimos que la perturbación en la densidad se debe sólo al modo creciente, ver sección 1.2.3), es diagonalizable. Si denotamos con (α, β, γ) , los autovalores en orden creciente, calculando $P(t)$ obtenemos:

$$\frac{\rho}{\rho_b} = \left[\left(1 + \frac{b}{a}\alpha\right) \left(1 + \frac{b}{a}\beta\right) \left(1 + \frac{b}{a}\gamma\right) \right]^{-1}. \quad (1.12)$$

Luego, para regiones con autovalores negativos, se producirá un aumento de la densidad con respecto al fondo. En estas regiones, el colapso comenzará en primera instancia en la dirección del autovector correspondiente al autovalor negativo más grande en valor absoluto. En el caso de regiones con perturbaciones en forma de elipsoides triaxiales, el colapso

¹⁵La teoría lagrangiana de órdenes superiores es discutida por Bouchet et al. (1995).

devenrá a lo largo del eje más corto. De esta manera la gravedad acentúa asfericidades, dejando estructuras aplanadas, conocidas como *panqueques de Zel'Dovich*. La densidad diverge cuando el primer autovalor alcanza $-a/b$. Las zonas donde la densidad se hace infinita se las denomina cáusticas, en analogía con la óptica geométrica.

Debido a que el tensor de esfuerzos es simétrico, el campo de desplazamiento es irrotacional, luego puede ser expresado como el gradiente de un potencial escalar ψ :

$$\vec{f}(\vec{q}) = \nabla\psi(\vec{q}) \Rightarrow \frac{\partial f_i}{\partial q_j} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_i \partial q_j}. \quad (1.13)$$

Si linealizamos la relación (1.12), el contraste en densidad queda expresado:

$$\begin{aligned} \delta &= -\frac{b}{a}(\alpha + \beta + \gamma) = -\frac{b}{a}\nabla \cdot f \\ \vec{u} &= \frac{1}{a} \left(\dot{\vec{r}} - \frac{\dot{a}}{a}\vec{r} \right) = \left(\frac{\dot{b}}{a} - \frac{\dot{a}b}{a^2} \right) \vec{f} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Cuando las fluctuaciones en densidad son pequeñas, el tratamiento a primer orden ya sea lagrangiano o euleriano, resulta equivalente. En este límite, las soluciones de las ecuaciones (1.14), son idénticas a las obtenidas en la teoría euleriana de primer orden (ecuaciones 1.7).

A partir de $\delta = -(b/a)\vec{\nabla} \cdot f$, podemos decir entonces que $[b(t)/a(t)] = D(t)$, donde $D(t)$ factor de crecimiento euleriano. Por lo tanto tenemos:

$$\vec{x}(t) = \vec{q} + D(t)\vec{f}(q), \quad (1.15)$$

La ventaja fundamental de la aproximación de Zel'Dovich radica en que normalmente, aproxima la solución no lineal mucho más tiempo que la teoría euleriana. Es decir, para obtener resultados comparables en precisión con la teoría de perturbaciones lagrangianas de primer orden, es necesario incluir órdenes más altos en el desarrollo euleriano. Es por esto que la aproximación de Zel'Dovich, es utilizada normalmente para calcular condiciones iniciales, en simulaciones numéricas cosmológicas.

Tanto la teoría euleriana como la lagrangiana, obtienen la solución del problema mediante separación de variables en las ecuaciones linealizadas. Por lo tanto en ambos casos, es posible desarrollar la solución como suma de modos de Fourier, lo cual como veremos más adelante, resulta conveniente tanto para describir la estadística de campos en densidad, como para resolver numéricamente las ecuaciones no lineales. Transformando en la variable \vec{x} , obtenemos para un modo de Fourier \vec{k} :

$$\vec{f}_k = -i \frac{\delta_k}{k^2} \vec{k}. \quad (1.16)$$

Con lo cual, fijado el modo δ_k en las condiciones iniciales¹⁶, es posible construir el campo de

¹⁶El espectro de potencias (ver sección 1.5.2), $\langle \delta_k^2 \rangle$, resulta fundamental en la descripción de campos en densidad. La teoría de inflación predice naturalmente el espectro inicial, el cual puede ser medido en observaciones del fondo de microondas. Los modos iniciales, son fijados en amplitud por el espectro, con fases distribuidas uniformemente según el principio cosmológico.

desplazamiento correspondiente, en posición y velocidad.

Más adelante, en la sección 1.4, veremos como la teoría de primer orden, resulta también útil para estudiar las condiciones iniciales y etapas tempranas, para regiones centradas en máximos locales del campo de densidad. Estos máximos o picos del campo, por la subsecuente evolución no lineal, darán lugar a la formación de halos de materia oscura.

La aproximación cinemática de Zel'Dovich no sólo ha demostrado ser un método poderoso para evolucionar campos de densidad en cosmología, sino también para el tratamiento general de sistemas de partículas autogravitantes. Este es el caso de la aproximación impulsiva, utilizada para el modelado de colisiones entre galaxias. En particular, para el caso de un impacto perpendicular y axial al disco de una galaxia, por un satélite compacto, la aproximación cinemática ha demostrado ser útil. No sólo predice la propagación de ondas de densidad sobre el disco sino además, las superficies cáusticas de las ecuaciones, modelan las posiciones y velocidades de anillos observados en galaxias, como el caso de la galaxia de Cartwheel (ver Paz et al. (2004) y referencias allí).

1.3.2. Simulaciones Numéricas

Para obtener la evolución exacta de campos en densidad es necesario recurrir a simulaciones numéricas (también conocidas como simulaciones de *N-cuerpos*), en las cuales el fluido es representado mediante la suma de un conjunto discreto de partículas. Dichas partículas representan el movimiento de una región del espacio de fases de masa equivalente. Para describir su dinámica, vamos a recurrir a la aproximación newtoniana, que presentamos en la sección 1.2.1. Las ecuaciones de movimiento para cada partícula, son no lineales, y dependen de la solución del campo de potencial gravitatorio, originado por el resto de éstas. De esta manera, se busca calcular el cambio en las posiciones y velocidades de las partículas, en un pequeño intervalo o paso temporal, calculando el movimiento y aceleración de las mismas, para finalmente recalculer el campo gravitatorio e iniciar una nueva iteración del proceso.

Si utilizamos unidades comóviles tanto en la longitud como en la velocidad ($\vec{v} = a\vec{u}$), la ecuación de movimiento (1.3) queda de la forma:

$$\frac{d}{dt}\vec{u} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{u} = -\frac{1}{a^2}\vec{\nabla}\Phi, \quad (1.17)$$

Donde Φ es el potencial gravitatorio invariante de gauge, análogo al newtoniano. Este potencial es gobernado por la ecuación de Poisson (1.2). La solución se obtiene mediante convolución del término fuente (lado derecho de 1.2), con la función de Green $1/r$. Al haber discretizado la materia en N partículas, esta integral se convierte en una suma finita sobre todos los elementos. De esta manera, es posible calcular el lado derecho de (1.17), y si además reemplazamos la variable t por a , (1.17) queda expresada como:

$$\frac{d}{d \ln a}(a^2\vec{u}) = \frac{a}{H}\vec{g} = \frac{G}{aH} \sum_{i=1}^N m_i \frac{\vec{x}_i - \vec{x}}{|\vec{x}_i - \vec{x}|^3}. \quad (1.18)$$

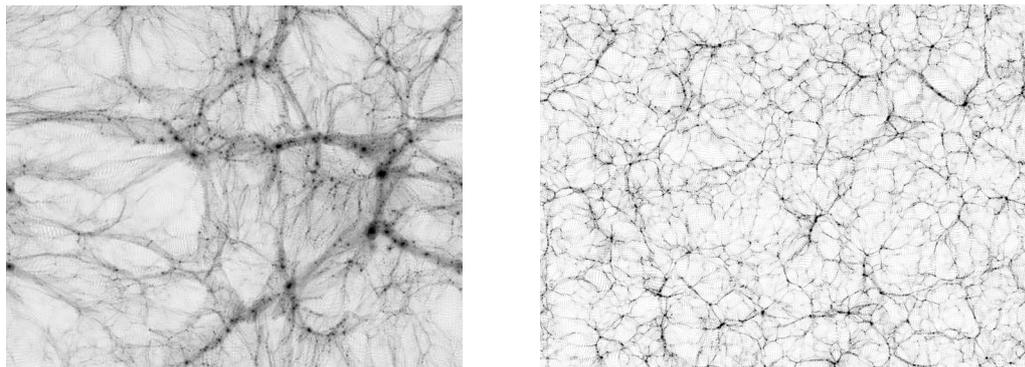


Fig. 1.2: En el panel izquierdo (derecho) presentamos un corte bidimensional de una simulación de lado $60 \text{ Mpc } h^{-1}$ ($500 \text{ Mpc } h^{-1}$). La escala de grises representa diferencias lineales en el logaritmo de la densidad de partículas, aumentando la densidad desde blanco a negro.

Aquí, la aceleración gravitatoria \vec{g} ha sido escrita como una suma sobre todas las partículas de la simulación. Este cálculo resulta prohibitivo para grandes cantidades de partículas, ya que es necesario computar la sumatoria por cada partícula, luego el número de operaciones crece con el cuadrado de N .

Una manera alternativa y rápida, para resolver la ecuación de Poisson (1.2), es utilizar transformadas de Fourier. La eficiencia de esta técnica radica en el algoritmo de transformada rápida (en inglés *Fast Fourier Transform*, FFT, ver capítulo 13 de Press et al. (1992)). De esta manera, expresamos el campo de perturbaciones en densidad como: $\delta = \sum \delta_k \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x})$, la ecuación de Poisson queda: $-k^2 \Phi_k = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta_k$, y el gradiente del potencial:

$$(\vec{\nabla} \Phi)_k = -i \Phi_k \vec{k} = \frac{-i 4\pi G a^2 \bar{\rho}}{k^2} \delta_k \vec{k}. \quad (1.19)$$

Este método, además nos permite modelar de manera natural las condiciones de contorno, que deben ser tenidas en cuenta al simular un pedazo finito del universo, en un modelo infinito y de geometría plana. Si tomamos la transformada de la densidad, para una simulación en una caja de lado L , las condiciones de contorno serán periódicas, es decir, nuestro campo puede ser imaginado como un mosaico infinito de cubos de lado L . De esta manera, la densidad puede expresarse como $\rho = Nm/(aL)^3$, y las ecuaciones de movimiento toman la forma adimensional:

$$\frac{d}{d \ln a} [f(a) \vec{U}] = \frac{3}{8\pi} \Omega_m(a) f(a) \frac{1}{N} \sum_i \frac{\vec{X}_i - \vec{X}}{|\vec{X}_i - \vec{X}|^3}. \quad (1.20)$$

Donde la función $f(a)$ es proporcional a $a^2 H(a)$, $\vec{X} = \vec{x}/L$ y $\vec{U} = \vec{v}/(HL a) = \vec{u}/HL$. Para un dado paso temporal las partículas son desplazadas en un intervalo de longitud $d\vec{X} = \vec{U} d \ln a$.

El algoritmo más sencillo para resolver estas ecuaciones de movimiento, es el denominado método partícula-grilla, más conocido como *particle-mesh* (PM). En este método se promedia el campo de densidad en una grilla, sobre la cual se calculan la transformada de la densidad, y las transformadas inversas necesarias para obtener las componentes de la fuerza en el espacio real (Efstathiou et al. 1985). Este método tiene como resolución límite el tamaño

de la grilla. No obstante, existen métodos más sofisticados, como el de grilla adaptable, que refina el tamaño de ésta en regiones con sobredensidades altas (Kravtsov et al. 1997), donde es necesario una mayor resolución. Se obtienen también resultados similares con métodos de árbol (o *tree codes*, ver por ejemplo Springel et al. (2001)), que disminuyen el número de operaciones requeridas para computar la fuerza, a través de desarrollos multipolares del potencial gravitatorio.

Una dificultad adicional surge cuando se producen encuentros cercanos entre partículas. En una simulación, cada partícula de masa representa un sistema macroscópico de materia no colisional. Los encuentros cercanos entre partículas, producen dispersiones espurias, con ángulos de deflexión grandes, que no se esperarían en el caso del encuentro de sistemas de materia oscura, de masa equivalente. Para prevenir este tipo de colisiones, es necesario *suavizar* la interacción gravitatoria a distancias cortas. Esto se consigue simplemente reemplazando $1/r^2 \rightarrow 1/(d^2 + r^2)$, donde d es la longitud de suavizado.

En la figura 1.2, se presentan dos cortes bidimensionales del campo de densidad para diferentes simulaciones. En el lado derecho se puede apreciar el campo de densidad para una simulación de tamaño $L = 500 \text{ Mpc h}^{-1}$. En el lado izquierdo se muestra el resultado de una simulación más pequeña, en un volumen cúbico de lado $L = 60 \text{ Mpc h}^{-1}$. Ambas simulaciones fueron realizadas con el *tree code* GADGET de Springel (2005) utilizando $N = 500^3$ partículas. La escala de grises representa diferencias lineales en el logaritmo de la densidad de partículas. De esta manera, tenemos varios órdenes de magnitud de diferencia entre el contraste de densidad para regiones vacías (blancas), con respecto a la densidad obtenida en los picos de la distribución de materia oscura (regiones negras). Estas regiones, representan los lugares donde residen lo que llamaremos halos de materia. Estos sistemas están formados por conjuntos de partículas ligadas gravitatoriamente, y representan los lugares donde se forman los cúmulos, grupos y galaxias observadas. En esta tesis se analiza la dinámica de estos halos, en un amplio rango de masas y escalas, buscando entender su interrelación con la estructura en gran escala.

1.4. Picos en Densidad

Los halos de materia oscura, trazan las regiones con mayor densidad del universo. Es posible estudiar la evolución y propiedades de estos sistemas, en primera aproximación, y en etapas tempranas, mediante la aproximación lagrangiana. De esta manera, identificamos los picos en densidad con progenitores de halos en etapas tempranas. Este tratamiento analítico también nos permite entender hasta que punto las condiciones iniciales del universo afectan la variedad y estructura de los halos de materia oscura. En esta aproximación suponemos que los campos de velocidad y densidad son suaves. Un pequeño parche de materia, se comporta entonces como una región homogénea de materia embebida en el campo tidal de la materia circundante. Como discutimos anteriormente, una sección esférica centrada en un pico en densidad, evolucionará en una región elipsoidal y aplanada, es decir un panqueque

de Zel'Dovich. En las siguientes secciones presentaremos muy sucintamente las ecuaciones que regulan la formación y evolución de estos parches. Un tratamiento completo se realiza en Peebles (1980), sección 21.

1.4.1. Evolución de un parche de materia

Consideremos un observador que se mueve comóvil con un elemento de fluido. Denotaremos con $\vec{r}(t)$ la posición de un elemento de masa vecino, con respecto a un sistema inercial con origen en el observador, donde t es el tiempo propio de este último. Dado que se supone que la distribución de materia es suave, el campo gravitatorio $\Phi(\vec{r}, t)$, puede expandirse en una serie de Taylor centrada en el observador, tomando sólo hasta el primer orden no nulo en \vec{r} : $\Phi \approx 1/2\Phi_{ij}r^i r^j$. La derivada primera no aparece debido a que el observador se encuentra en caída libre con el fluido (por definición del sistema de coordenadas). El potencial gravitatorio satisface la ecuación de Poisson, $\Phi_{aa} = 4\pi\rho$, mientras que para la materia en el parche obtenemos la ecuación de movimiento:

$$\frac{d^2 r_a}{dt^2} = -\Phi_{ab}r^b. \quad (1.21)$$

Se propone una solución de la forma de (1.11):

$$r^a(t) = x^a a(t) = A^{ab}(t)q_b \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 A_{ab}}{dt^2} q^b = -\Phi_{ab}r^b, \quad (1.22)$$

donde \vec{q} es la posición inicial del elemento de materia vecino. Esta ecuación es equivalente a (1.10), donde el campo de desplazamiento es expresado en su forma lineal a primer orden, $q^b \rightarrow A_{ab}(t)q^b$. Reemplazando en (1.21) obtenemos:

$$\frac{d^2 A^{ab}}{dt^2} = -\Phi_c^a A^{cb},$$

luego el campo de velocidad resulta paralelo al de posición:

$$v^a = \frac{dx^a}{dt} = H^{ab}(t) x_b, \quad (1.23)$$

donde se define $H_{ab} = A_{cb}^{-1} \cdot dA_c^a/dt$. Para este último tensor obtenemos la ecuación de evolución:

$$\frac{dH^{ab}}{dt} + H^{ac} H_c^b = -\Phi^{ab}, \quad (1.24)$$

cerrando de esta manera el sistema (Peebles 1980). Dado el campo tidal local Φ_{ab} , que actúa sobre el parche de materia, podemos resolver la ecuación (1.24) para H_{ab} , y luego por definición resolvemos para A_{ab} . Dadas las coordenadas iniciales \vec{q} , obtenemos mediante (1.22) y (1.23), la posición y velocidad del elemento de materia en el parche.

Por último, dada la transformación entre coordenadas comóviles y lagrangianas (ecuación 1.22), podemos obtener la densidad del parche como $\rho = \rho_i/P(t)$, donde $P(t)$ es el jacobiano

(i.e. $\det(A_{ab})$) y ρ_i es la densidad inicial de la región. De esta manera, si las órbitas de diferentes elementos de materia se cruzan en un mismo punto, el jacobiano se anula, y la densidad se hace infinita formando cáusticas. Como vimos en la sección 1.3.1, estas se forman por el colapso de uno de los ejes principales de A_{ab} . Luego del colapso de estas regiones, el tratamiento presentado en esta sección deja de ser válido. No obstante, es importante notar que la aceleración sobre la cáustica no diverge, ya que cerca de la lámina el campo se hace constante (Peebles 1980).

1.4.2. Campo de velocidades

Resulta conveniente para estudiar la evolución de picos en densidad, descomponer el tensor H^{ab} , que describe el campo de velocidad, según el teorema de descomposición de tensores (Peebles 1980):

$$H^{ab} = 1/3\Theta\mathbb{I}^{ab} + \sigma^{ab} - \omega^{ab} \quad (1.25)$$

donde

$$\omega_{ab} = 1/2\epsilon_{abc}\omega^c, \quad \omega_a = \epsilon_{abc}H^{cb}, \quad \vec{\omega} = \frac{1}{a}\nabla \times \vec{v}.$$

Denotamos con ϵ_{abc} al tensor completamente antisimétrico de rango 3 ($\epsilon_{123} = 1$), o tensor de Levi-Civita. El campo Θ , representa la expansión o contracción isótropa de la región (\mathbb{I}^{ab} es la matriz identidad) y viene dado por la traza de H . Se define la parte simétrica y sin traza de H como σ^{ab} , el cual representa un campo de *Cizalla* (más comúnmente *shear*, en inglés), o campo de deformaciones de la región. Por último la parte antisimétrica de H , viene dada por el campo solenoidal $\vec{\omega}$, que representa la *Vorticidad* del campo de velocidades. De las ecuaciones de movimiento de la sección anterior, podemos obtener las ecuaciones diferenciales para la expansión, vorticidad y cizalla del parche (Peebles 1980):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ab}}{dt} + \frac{2}{3}\Theta\sigma_{ab} + \sigma_{ac}\sigma_b^c + \omega_{ac}\omega_b^c + \frac{1}{3}\mathbb{I}_{ab}(\omega^2 - \sigma^2) &= -\Phi_{ab} + \frac{1}{3}\mathbb{I}_{ab}\Phi_c^c \\ \Theta &= \theta + 3\frac{\dot{a}}{a} \\ \frac{d\omega_a}{dt} + \frac{2}{3}\Theta\omega_a &= \sigma_{ab}\omega^b \end{aligned} \quad (1.26)$$

donde

$$\theta \equiv \frac{1}{a}\nabla \cdot \vec{v}; \quad \sigma^2 \equiv \sigma_{ab}\sigma^{ab}; \quad \omega^2 \equiv \omega_{ab}\omega^{ab}.$$

La primera de las ecuaciones (1.26), correspondiente al tensor de cizalla, representa una solución homogénea para la ecuación de Poisson. Esto se debe a que el término fuente, en el lado derecho, corresponde a la componente de traza nula del campo Φ_{ab} . De esta manera, las deformaciones en el parche de materia, son debidas a tensiones producidas por fuerzas de marea tidales, ejercidas por la distribución de materia circundante.

La segunda de las ecuaciones (1.26), nos dice que la expansión (o contracción) isótropa de la región, es debida al flujo de materia entrante o saliente, representado por la divergencia θ ,

más un segundo término, debido a la expansión cósmica de fondo. En el caso de un fluido incompresible ($\theta \equiv 0$), la expansión Θ es sólo debida a la métrica de fondo, y la traza de H resulta ser la constante de Hubble (\dot{a}/a).

La última de las ecuaciones (1.26), nos da la evolución de la vorticidad w_a en función del tiempo. Si el campo de cizalla es nulo, esta ecuación nos dice que la vorticidad disminuye o aumenta, según la expansión o contracción de la región. En particular, para el caso de un fluido incompresible, la expansión de fondo la reduce en $w \propto a^{-2}$.

De esta manera, tenemos completamente caracterizado el campo de velocidades y forma de parches de materia sobre el fluido. El rotor ω y la divergencia θ , caracterizan completamente el campo de velocidades, describiendo el momento angular y la evolución de la densidad de la región respectivamente. El campo de cizalla describe las deformaciones sufridas en regiones locales del campo de densidad, según el campo tidal local. Este último además, sirve como fuente para amplificar la vorticidad del campo de velocidades, contrarrestando la atenuación por expansión isótropa. Como veremos más adelante, esto ha sido utilizado para definir la forma y el momento angular de picos en el campo de densidad, a fin de describir de manera analítica y aproximada, las propiedades que tendrán halos de materia a tiempo final, o al menos, sus propiedades iniciales antes de la subsecuente evolución no lineal (Bond et al. 1996).

1.4.3. Forma y alineamientos de picos en densidad

En el trabajo de Bond et al. (1996), se da una descripción cualitativa de la forma de los picos en densidad, presentes en las fluctuaciones iniciales. Como vimos en las secciones anteriores, suele ser útil pasar de una representación en el espacio real, a una en el espacio de Fourier, tanto para el campo de densidad, como para el campo de desplazamiento (ver ecuación 1.16). Recordando la definición de transformada, tenemos:

$$\vec{f}(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{f}(\vec{x}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3x$$

Como vimos en las secciones anteriores, la aproximación de Zel'Dovich falla cuando el campo de desplazamiento, se vuelve singular. Es decir, cuando las órbitas de los elementos de materia se entrecruzan formando cáusticas. Bond et al. (1996) tratan este problema mediante un filtrado de altas frecuencias en el campo \vec{f} , de esta manera definen:

$$\begin{aligned} \vec{f}_t(x) &\equiv \vec{f}(x) - \vec{f}_s(x) \\ \vec{f}_s(x) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{f}(\vec{k}) W(k_s - |\vec{k}|) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3k, \end{aligned} \tag{1.27}$$

donde W es el escalón unitario de Heaviside de radio¹⁷ k_s . Aquí, f_s es el campo desplazamiento general, que representa un fluir suave de la materia, en escalas grandes. Es decir, al ser el resultado de una convolución con un filtro tipo escalón, posee sólo las componentes de

¹⁷Cuyo valor es nulo si el argumento es negativo y unidad si el argumento es positivo.

frecuencias menores a k_s , con longitudes de onda largas. De esta manera, es posible estudiar las propiedades de parches de materia, en escalas grandes, seleccionando adecuadamente la longitud de suavizado ($\lambda_s \equiv 1/k_s$) de manera tal de producir un campo f_s biyectivo, evitando así cáusticas en escalas pequeñas. Seleccionando adecuadamente el valor de k_s , podemos estudiar fluctuaciones según su tamaño y época de formación. Por el contrario, el campo f_t , posee sólo las frecuencias altas, y representa lo que podríamos denominar una componente turbulenta, sobre la cual la aproximación resulta rápidamente inválida.

Bond et al. (1996) estudian mediante este método la evolución de campos en densidad gaussianos (i.e. campos completamente caracterizados por su espectro de potencias, ver sección 1.5.2), centrandó su análisis sobre los picos obtenidos de máximos locales del campo suavizado en la escala k_s . Denotando con α , β y γ (como en la sección 1.3.1), los autovalores del campo de desplazamiento f_s , en orden creciente, los autores definen un segundo conjunto de parámetros:

$$\nu_b = (\alpha + \beta + \gamma)/\sigma_p \quad ; \quad e_\nu = (\alpha - \beta)/(2\nu_b\sigma_p) \quad ; \quad p_\nu = (\alpha - 2\beta + \gamma)/(2\nu_b\sigma_p) \quad (1.28)$$

Donde ν_b , da una idea de la cantidad de materia que se desplazó hacia el pico de densidad (ver ecuación 1.14), y σ_p es la varianza del campo suave δ_s (análogo a f_s según 1.16) en la escala λ_s (ver más adelante, ecuación 1.35). Por último, e_ν define la elipticidad local en el pico de densidad, mientras p_ν da una idea de la prolacidad. El parámetro de prolacidad p_ν será negativo cuando la forma del elipsoide tienda a ser caracterizada mejor por un elipsoide oblado, y positivo cuando la forma tienda a ser parecida a uno prolado¹⁸.

En esta notación, si p_ν se aproxima a e_ν , perturbaciones triaxiales se mapearán, por la transformación f_s , en estructuras aplanas o láminas. Por otro lado colapsarán en filamentos (estructuras alargadas y proladas) si p_ν se parece más a e_ν . En el trabajo de Bond et al. (1996) se calculan las distribuciones de probabilidad para los parámetros (1.28), para campos en densidad obtenidos mediante simulaciones de N-cuerpos y campos gaussianos. Ellos encuentran que la morfología filamentosa es significativamente favorecida por los mapas de Zel'Dovich suaves, con respecto a morfologías obladas o laminares. Las simulaciones numéricas muestran que aún luego de transcurrida la fase lineal, la dinámica no lineal no modifica significativamente la morfología. También encuentran que los tensores de esfuerzos (A_{ab}), en los picos máximos de densidad, tienden a estar alineados cuando la distancia entre pares, se mantiene por debajo de cierto valor. De esta manera, se predice la formación de puentes, o filamentos, entre pares de picos cercanos. Para tiempo final (época actual), encuentran para pares de picos asociados a cúmulos de galaxias, según la magnitud de ν_b , una alta correlación angular hasta distancias del orden de 30 Mpc h^{-1} . Pares separados por distancias mayores tienden a estar desconectados de la red de filamentos.

¹⁸Distinguimos dos maneras de generar elipsoides de revolución. Una es haciendo rotar una elipse a lo largo de su eje mayor, con lo cual obtenemos un elipsoide donde los dos ejes iguales (sobre el plano de rotación) son menores. A éste se lo denomina elipsoide prolado. La otra forma es haciendo rotar al elipse a lo largo del eje menor, obteniendo un elipsoide cuyos ejes iguales son mayores a un tercero menor. A éste se lo denomina oblado. El tercer tipo posible de elipsoide tridimensional, pero no de revolución, es definido con sus tres ejes distintos, es decir triaxial.

1.5. Estadística de los campos cosmológicos en densidad

Habiendo presentado varios de los aspectos de la teoría de formación de estructuras, ahora introduciremos el tratamiento estadístico de los datos, con el objetivo de construir un ambiente adecuado para contrastar teoría con observación. Como vimos antes, el campo de perturbaciones en densidad δ , se halla inmerso en un universo cuyas propiedades en gran escala son isótropas y homogéneas. Esto sugiere, que las propiedades estadísticas del campo δ , deben ser también homogéneas.

La teoría presentada en la sección anterior, expresa la evolución de los diferentes momentos de la función distribución, la cual nos da la densidad de probabilidad de encontrar una dada cantidad de materia, en un volumen del espacio de fases. De esta manera, la teoría explicita la evolución de una jerarquía de probabilidades conjuntas (los momentos de la ecuación de Boltzmann), para el campo de densidad y velocidad del fluido. Luego nuestro universo surge como una realización estadística de la teoría. Las probabilidades que se obtienen del sistema de ecuaciones Boltzmann-Einstein, son válidas en un espacio o ensamble de universos posibles, donde el nuestro es sólo una realización.

Por otro lado, la teoría de las condiciones iniciales del universo, también es formulada en términos de un ensamble estadístico. Como vimos antes, el tratamiento lineal resulta válido en etapas tempranas del universo, cuando $\delta \ll 1$. En esta aproximación el campo solución, puede ser separado como producto de una función del tiempo, y otra del espacio. Esta última, la espacial, es fijada completamente por las condiciones iniciales producidas en una etapa inflacionaria del universo. El modelo de inflación, privilegiado por las observaciones del fondo de microondas (CMB), supone la presencia de un campo primordial, llamado inflatón, que produce una expansión exponencial de las dimensiones del universo¹⁹. Esta expansión amplifica a su vez, fluctuaciones cuánticas (gaussianas), producidas por oscilaciones armónicas en el campo inflatón, llevándolas a fluctuaciones macroscópicas, como las observadas en el CMB (Dodelson 2003).

Como vemos, tanto por las condiciones iniciales, como por la subsecuente evolución, el universo observado es una instanciación de una teoría probabilística. Luego surge la dificultad de que no disponemos, por definición, de más de una realización observable del universo, a fin de contrastar con la teoría. No obstante, si suponemos (y las observaciones parecen estar de acuerdo) que las propiedades estadísticas del campo de densidad, son invariantes ante traslaciones espaciales, podemos recurrir a la llamada hipótesis ergódica. Esta hipótesis supone que regiones suficientemente separadas espacialmente, representan fluctuaciones en la estadística equivalentes a las que obtendríamos de tomar realizaciones independientes del ensamble teórico (Adler 1981). En otras palabras, si medimos la varianza $\langle \delta^2 \rangle$ promediando sobre un volumen suficientemente grande, los resultados serán equivalentes a los que obtendríamos de un promedio, de los valores de δ , sobre diferentes realizaciones en el ensamble

¹⁹Esta expansión es análoga a la obtenida en un modelo de Sitter, para un universo dominado por constante cosmológica

teórico. Luego, al utilizar el operador promedio $\langle \dots \rangle$, no es necesario especificar cuando el promedio es espacial y cuando sobre el ensamble.

1.5.1. Función de correlación

Como vimos en la sección 1.1.1, desde los trabajos pioneros de Hubble y Shapley, se han ido desarrollando diferentes tipos de estadísticos y estimadores, a fin de cuantificar de la mejor manera el aglomerado (en inglés *clustering*) de galaxias en estructuras. Un estadístico clásico y robusto, ampliamente utilizado en este campo, es la función de correlación bipuntual (Peebles 1980). Consideremos una densidad homogénea de objetos. La probabilidad de encontrar un objeto en un elemento de volumen dV , es por definición $dP = \rho dV$. Si en cambio, se desea calcular la probabilidad conjunta, de encontrar un par de objetos a una distancia r , en volúmenes dV_1 y dV_2 , por homogeneidad, se obtiene el producto de las probabilidades independientes $dP = \rho^2 dV_1 dV_2$. En el caso de una distribución de materia, la gravedad actúa como una fuerza de atracción entre pares de partículas, produciendo de esta manera una distribución inhomogénea de materia. En este caso la probabilidad conjunta bipuntual es:

$$dP = \rho^2(1 + \xi(r))dV_1 dV_2. \quad (1.29)$$

Si definimos el operador $\langle \dots \rangle$ como un promedio sobre el ensamble, podemos expresar la correlación como:

$$\xi(r) = \langle \delta(\vec{x} + \vec{r})\delta(\vec{x}) \rangle \quad (1.30)$$

En la figura 1.3 se pueden apreciar distintos comportamientos de la función de correlación (panel derecho), para diferentes campos en densidad (panel izquierdo). En negro se representan regiones superdensas, y en blanco regiones subdensas. En el primer ejemplo (arriba), tenemos un campo tridimensional de objetos con perfiles de densidad idénticos, de simetría esférica, distribuidos en forma aleatoria y homogénea. En este caso la función de correlación, en escalas menores a la característica R , refleja el perfil en densidad de los objetos, mientras que para distancias mayores, la función decae a cero. Esto se debe a que en escalas grandes, sólo contribuyen elementos de materia pertenecientes a objetos distintos, cuyos centros se distribuyen en forma independiente²⁰. En el segundo ejemplo de la figura 1.3, panel central, vemos la función de correlación para un campo de densidades distribuido mediante un proceso de ruido blanco. Este tipo de proceso es común en el tratamiento de señales en sistemas electrónicos. La función de correlación permanece constante en este caso. En el último ejemplo, panel inferior, tenemos un esquema de la función de correlación obtenida en observaciones y simulaciones cosmológicas. La función de correlación al aumentar la escala tiende a cero recuperando así los resultados originales de Shapley y Hubble, es decir, a escalas suficientemente grandes, el universo se presenta isótropo y homogéneo. Por otro lado, el

²⁰Esta distribución, corresponde a un modelo antiguo de la función de correlación de galaxias (Neyman et al. 1953; Peebles 1974). Este modelo puede entenderse como un precursor del actual modelo de halo (sección 1.5.3), el cual da cuenta en cierto grado de aproximación, de la correlación en el panel inferior de la figura 1.3

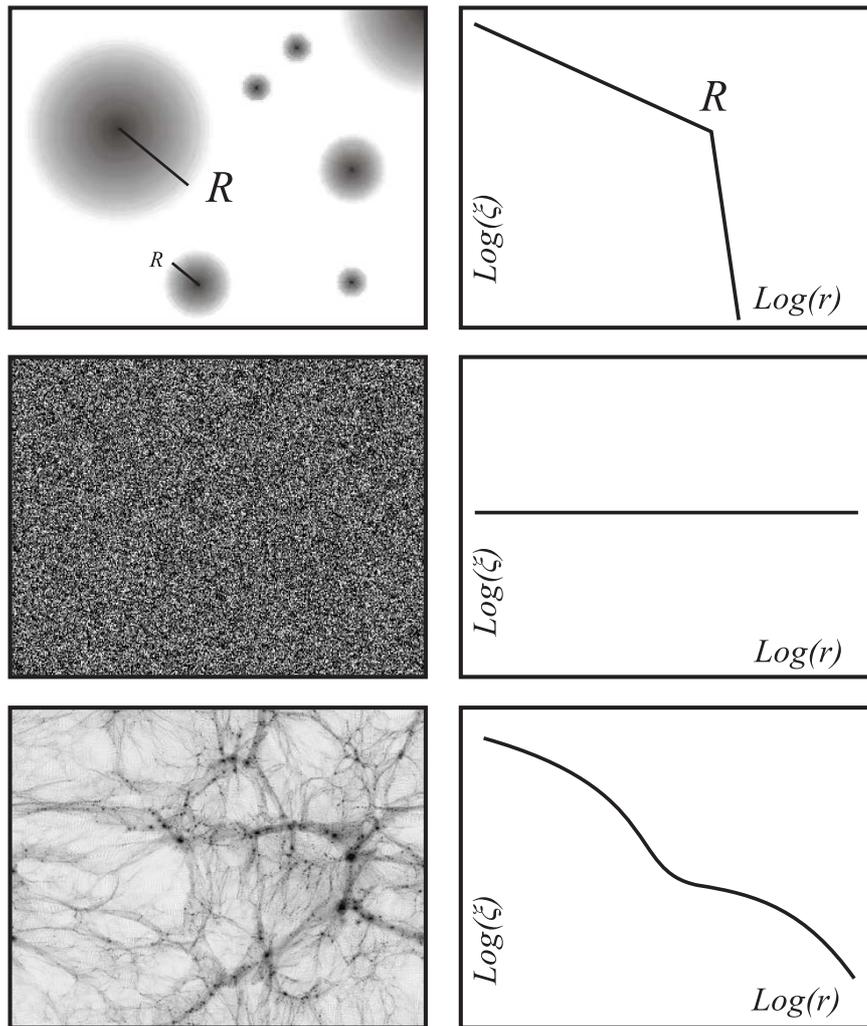


Fig. 1.3: Distintos comportamientos de la función de correlación (panel derecho) para diferentes campos en densidad (panel izquierdo). En negro se representan regiones superdensas y en blanco subdensas. En el panel superior se presenta una distribución homogénea de esferas de radio R y perfiles idénticos. Al medio, una distribución de densidad con espectro de ruido blanco. Abajo una simulación de materia oscura con su función de correlación

cambio de comportamiento que muestra la función a cierta escala, es lo que se conoce como transición del régimen de uno a dos halos. Para más detalles sobre este comportamiento ver sección 1.5.3.

1.5.2. Espectro de Potencias

Otro estadístico fundamental para la descripción de campos en densidad, es el espectro de potencias, $P(k)$. Éste es definido como el promedio en el ensamble, de la amplitud del modo k del campo de densidad, en espacio de Fourier. Es decir $P(k) \equiv \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle$. Veamos que interpretación tiene esta función. Dado un campo $\delta(\vec{x})$, definimos su transformada de Fourier

$\delta(\vec{k})$ como:

$$\delta(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\vec{x}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3x$$

Si $\delta(\vec{x})$, representa una función real (en nuestro caso el campo de fluctuaciones en densidad), su transformada compleja satisface: $\delta(\vec{k}) = \delta(-\vec{k})^*$, donde el operador $*$ denota conjugación compleja. Si ponemos $\delta(\vec{x})$ en función de su transformada, definiendo además $r = |\vec{x}|$, obtenemos para (1.30):

$$\xi(r) = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^6} \int \int \delta(\vec{k}) \delta^*(\vec{k}') e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\cdot\vec{x}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3k' d^3k \right\rangle,$$

donde usamos que $\delta(\vec{k}) = \delta(-\vec{k})^*$. Haciendo uso de la linealidad de $\langle \dots \rangle$, y la transformada de la distribución de Dirac:

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3k \quad (1.31)$$

Por lo tanto, dada la definición del espectro de potencias $P(k)$:

$$P(k) \equiv \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle \quad (1.32)$$

vemos de (1.31), que $P(k)$ es la transformada de Fourier de la función de correlación. Por lo tanto, ambas funciones contienen la misma información, siendo adecuado el uso de una u otra función según la utilidad y el contexto. En la definición (1.32), supusimos que las propiedades estadísticas del universo son isótropas, y por lo tanto el promedio en el ensamble $\langle \dots \rangle$, nos deja el espectro de potencias como función sólo del módulo $k = |\vec{k}|$. Si en (1.31) rotamos el eje polar hacia la dirección de \vec{k} , y utilizamos que ξ es real, podemos integrar la dependencia angular y obtener:

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) \frac{\text{sen}(kr)}{kr} 4\pi k^2 dk \quad (1.33)$$

Usualmente se define el espectro de potencias adimensional $\Delta^2(k)$ como:

$$\Delta^2(k) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P(k) = \frac{2}{(\pi)} k^3 \int_0^{\infty} \xi(r) \frac{\text{sen}(kr)}{kr} r^2 dr. \quad (1.34)$$

Análogamente podemos definir funciones de correlación y espectros de potencias para otras cantidades. Por ejemplo, para el campo gravitatorio Φ , podemos definir $P_{\Phi} \equiv \langle |\Phi(k)|^2 \rangle$, y $\Delta_{\Phi}^2 \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P_{\Phi}(k)$.

Otra interpretación para el espectro $P(k)$, puede obtenerse mediante la medida de sobredensidades (conteos de objetos para campos discretos) en esferas de radio R . La desviación cuadrática media de las medidas en estas esferas, puede expresarse como función del espectro:

$$\sigma(R) = \sum_k P(k) \hat{W}_R(k), \quad (1.35)$$

donde $W_R(k)$ es la transformada de Fourier del perfil de la esfera, es decir, un escalón de radio R . De esta manera, la distribución de los conteos de galaxias realizados por Hubble

(1926) y Shapley (1933), pueden ser interpretados como las primeras medidas del espectro de potencias.

Uno de los ejemplos más notables de funciones $\Delta^2(k)$, es el denominado *Espectro de Zel'Dovich* o invariante de escala. Para ver su importancia, consideremos la ecuación para el potencial gravitatorio Φ , en el espacio de Fourier:

$$\nabla^2\Phi(x) = 4\pi G\rho_b\delta(x) \Rightarrow \Phi(k) = -4\pi G\rho_b\delta(k)/k^2.$$

Se desprende de esta ecuación, que si $\Delta^2(k) \propto k^4$, el espectro para Φ , Δ_Φ , resulta constante. Dado que el potencial gravitatorio, gobierna las perturbaciones métricas del espacio tiempo, un espectro invariante, nos dice que las fluctuaciones en la geometría resultan fractales. Es decir, sin importar la escala de resolución, el espacio tiempo presenta siempre el mismo grado de *arrugamiento*. Las fluctuaciones de la curvatura divergen, pero sólo de manera logarítmica y en el extremo del rango de escalas (Peacock 1999). Por otro lado, para un espectro de ley de potencias arbitrario $\Delta^2(k) \propto k^{3+n}$, la fluctuación en la densidad en escalas del tamaño del horizonte de eventos r_H , resulta (Peacock 1999):

$$\delta(r_H) \propto r_H^{-(n-1)/2}. \tag{1.36}$$

Luego, para un espectro de Zel'Dovich $n = 1$, el contraste en densidad resulta ser siempre el mismo, para todo tiempo sobre el horizonte. Un universo con este espectro es autosimilar, es decir, siempre se ve igual con la magnificación producida por la expansión general.

De las definiciones de ξ y P , se desprende que un espectro tipo ley de potencias $P(k) \propto k^n$, implica una función de correlación también de ley de potencias: $\xi(r) = (r/r_0)^\gamma$, donde $\gamma = n - 3$. La medida canónica de la función de correlación para galaxias es $\gamma \approx -1,8$ (Peebles 1980), y por tanto $n \approx 1,2$. Esto quiere decir que la distribución de galaxias no es fractal, y por lo tanto a cierta escala límite, las fluctuaciones en la curvatura convergen. No obstante, en cierto rango de distancias, el modelo autosimilar aproxima la realidad. Si nos mantenemos en escalas por debajo de la homogeneidad, y en escalas no tan pequeñas como para que la dinámica lineal nos afecte, es posible observar cierto grado de autosimilitud de las estructuras. Es por esto último, que podemos esperar cierto grado de uniformidad, en la fenomenología y teoría de halos de materia, según la masa. En esta tesis, incluimos objetos astronómicos de diferentes tamaños y masas como galaxias, grupos de galaxias y cúmulos. Éstos nos proveen de diferentes observables, que pueden ser analizados de manera unificada en la teoría.

1.5.3. El modelo de Halo para la materia oscura

Una formulación acabada de la teoría de formación de galaxias, es un problema sumamente complejo. Para plantearlo correctamente es necesario, además de modelar el crecimiento de estructuras, comprender de manera acabada una variedad de procesos astrofísicos. El

paradigma actual de formación de galaxias, prevé la formación de estos objetos mediante enfriamiento radiativo del material bariónico, en pozos de potencial proporcionados por halos de materia oscura (White & Rees 1978). En este proceso, compite la presión interna del gas, con la presión gravitatoria. Luego en este esquema, todas las galaxias se encuentran embebidas en halos de materia oscura. Los halos masivos pueden contener muchas galaxias, formando cúmulos o grupos de estas. En este caso resulta natural además, asociar a cada galaxia miembro con subestructuras, es decir subsistemas de materia, dentro del halo masivo. Por otro lado, los halos de baja masa, no albergan en general galaxia alguna. Esto es debido a la poca profundidad del potencial gravitatorio, en este caso la presión alcanzada por el gas es suficiente para detener el colapso²¹. De esta manera, la distribución observada de galaxias difiere de la distribución predicha para la materia oscura.

Una manera de tratar esto, es mediante el *modelo de halo*. En dicho modelo, se impone que la distribución de materia oscura viene dada por una distribución de halos, o sistemas virializados de materia oscura, con un dado perfil radial $\rho(r)$, que puede ser función de la masa y la época. Una manera sencilla de incluir sesgos en la distribución de galaxias, es mediante el ajuste del número de éstas, por sobre un cierto límite de luminosidad, dentro de un dado halo de materia con masa fija. A este número de galaxias por halo, se lo denomina *número de ocupación de halo*. En esta sección nos ocupamos del modelado del espectro no lineal de la materia. En la sección siguiente (1.5.4), nos ocuparemos del detalle del modelo de sesgo de la distribución de galaxias.

En general en simulaciones se identifican los sistemas virializados mediante algoritmos de percolación, buscando conjuntos de partículas cercanas entre sí, que superen una densidad límite de varios cientos de veces la densidad media. La elección de dicho límite, o densidad de corte, por sobre la cual se identifican los picos del campo de densidad, es en cierta manera arbitraria. En esta tesis utilizamos el método *amigos de los amigos* (o por su siglas en inglés FOF, *Friends Of Friends*), el cual vincula todas las partículas que tengan distancias menores a una cierta longitud de percolación. De esta manera, si una partícula tiene de vecina a otra, a una distancia menor que la longitud de percolación, no sólo se asociarán ambas, sino además todas las vinculadas a la vecina, en un proceso de asociación recursivo. En el desarrollo de esta tesis, utilizamos una longitud de percolación igual a 0,17 veces la distancia media interpartícula. Esto quiere decir que identificamos picos en densidad, circunscritos por contornos de isodensidad igual a $\rho_b/(0,17)^3$, es decir aproximadamente 200 veces la densidad media del universo²². Para un objeto con simetría esférica, denotamos con r_v el radio donde el perfil $\rho(r)$, decae por debajo de esta densidad de corte.

²¹Este mecanismo se lo conoce como inestabilidad de Jeans. Por supuesto, también existe la posibilidad de otras fuentes de sesgo, originadas en diferentes procesos astrofísicos. Entre éstos, tenemos mecanismos de inhibición del enfriamiento mediante realimentación energética (*feedback*). Esto es posible mediante calentamiento radiativo o cinético del ambiente, provocado por formación estelar, explosiones de supernova, núcleos activos, entre otras fuentes.

²²Para un perfil en densidad típico de halo (por ejemplo el NFW que se presenta más adelante), esta densidad de corte corresponde a una densidad promedio para el halo de ≈ 330 veces la densidad media. En el modelo de colapso esférico, para una cosmología con $\Omega_m = 0,3$ y $\Omega_\Lambda = 0,7$, la sobredensidad de los sistemas virializados es ≈ 330 (Bryan & Norman 1998).

Si bien la definición de r_v puede considerarse arbitraria en cierto grado, afortunadamente la mayoría del material de un halo reside en las regiones centrales, contenidas por un radio r_c definido a continuación. A partir de halos identificados en simulaciones, Navarro et al. (1997) ajustan un perfil radial de la densidad de materia en halos dado por:

$$\rho/\rho_b = \frac{\Delta_c}{y(1+y)^2}; \quad (r < r_v); \quad y \equiv r/r_c, \quad (1.37)$$

donde el parámetro Δ_c está dado por:

$$\Delta_c = \frac{200c^3/3}{\ln(1+c) - c/(1+c)}; \quad c \equiv r_v/r_c \quad (1.38)$$

con r_c y c parámetros del ajuste. Según los resultados de simulaciones, el radio r_c resulta relativamente insensible al valor de r_v .

Calculemos ahora el espectro de potencias para el modelo de halo. Para una distribución homogénea de puntos en el espacio, de densidad n , el espectro es:

$$\Delta^2(k) = \frac{4\pi}{n} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^3. \quad (1.39)$$

Si ubicamos en cada punto un halo con el perfil dado por (1.37), el campo de densidad es el resultado de la convolución de un campo de funciones de Dirac, con el perfil del halo. Luego el espectro es simplemente modificado por el cuadrado de la transformada de (1.37):

$$\Delta^2(k) = \frac{4\pi}{n} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^3 |W_k|^2, \quad (1.40)$$

donde

$$W_k = \frac{\int \rho(r) \frac{\sin kr}{kr} 4\pi r^2 dr}{\int \rho(r) 4\pi r^2 dr} \quad (1.41)$$

Por otro lado, el modelo jerárquico de formación de estructuras, predice la cantidad de halos que se forman para una dada masa. Si denotamos con $f(M) dM$ la densidad de halos con masas entre M y $M + dM$, la densidad numérica en (1.39) resulta:

$$\frac{1}{n} = \frac{\int M^2 f(M) dM}{[\int M f(M) dM]^2}. \quad (1.42)$$

Por otro lado, como el perfil $\rho(r)$ depende de la masa, y por lo tanto la función $|W_k|^2$ también, el espectro final es:

$$\Delta_{\text{halo}}^2(k) = 4\pi \left(\frac{k}{2\pi} \right)^3 \frac{\int M^2 |W_k(M)|^2 f(M) dM}{[\int M f(M) dM]^2}. \quad (1.43)$$

El factor de normalización $\int M f(M) dM$ simplemente da la densidad promedio, ρ_b , y por lo tanto sólo hace falta calcular una integral. Hasta aquí el modelo ignora las correlaciones espaciales en las posiciones de los halos. Esto se corrige mediante la adición del espectro

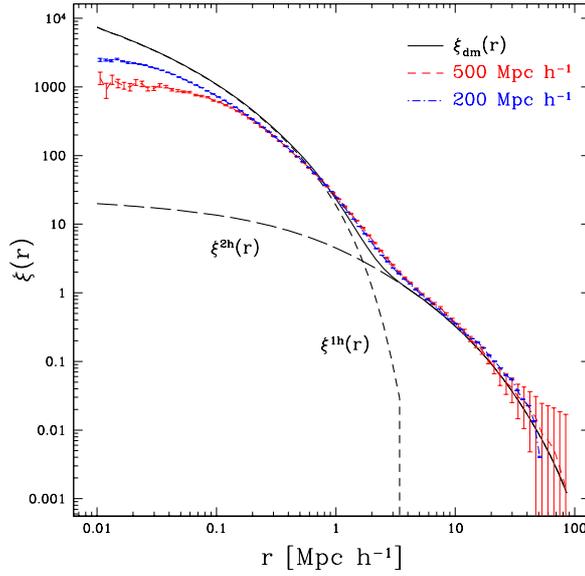


Fig. 1.4: Las líneas de trazos muestran el modelo de halo para la función de correlación. En trazos cortos tenemos el término correspondiente a un halo (ξ^{1h}), en trazos largos el término de dos halos (ξ^{2h}) y con línea continua la suma de los dos términos (ξ_{dm}). Las líneas roja y azul, corresponden a la correlación medida en simulaciones, para partículas de masa $7,8 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$ y $5 \times 10^9 h^{-1} M_{\odot}$, respectivamente. (Cortesía del Lic. Mario Sgró (2009))

lineal al espectro generado por la estructura del halo:

$$\Delta_{tot}^2 = \Delta_{halo}^2 + \Delta_{lineal}^2. \quad (1.44)$$

En general este modelo funciona muy bien, ajustando el espectro no lineal obtenido mediante simulaciones, para todo el rango de escalas. Es también usual referirnos al primer término del lado derecho de (1.44), como el término de un halo, Δ_{1h}^2 , y al segundo término como el correspondiente a dos halos, Δ_{2h}^2 . De la misma manera, denotamos con ξ^{1h} , ξ^{2h} , los términos correspondientes a la función de correlación y con ξ_{dm} su suma. En la figura 1.4, se puede ver el acuerdo entre el modelo y simulaciones numéricas (Sgró 2009). En línea de trazos cortos, tenemos el término correspondiente a un halo (ξ^{1h}), en trazos largos el término de dos halos (ξ^{2h}) y con línea continua el total de los dos términos (ξ_{dm}). Las líneas roja y azul, corresponden a la correlación medida en dos simulaciones de diferente resolución. La primera (curva roja) al tener menor resolución ($L = 500 \text{ Mpc } h^{-1}$, $7,8 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$ por partícula), muestra un excelente acuerdo, salvo en las regiones interiores. Cuando se aumenta la resolución (curva azul, $L = 200 \text{ Mpc } h^{-1}$, $5 \times 10^9 h^{-1} M_{\odot}$), se obtiene un mejor comportamiento en las regiones internas, no obstante a partir de cierta escala mínima las curvas se apartan. Como puede verse, este es un efecto de resolución de las simulaciones, que no permite resolver de manera acabada la región interna de los halos.

1.5.4. El modelo de Halo para la distribución de galaxias

El objetivo de esta sección es presentar los lineamientos generales, utilizados en la comunidad, para construir el espectro de potencias de galaxias, a partir del espectro de potencias de la materia oscura. Como vimos en la sección 1.5.2, en las observaciones (Peebles 1980), el modelo estándar para el espectro de potencias y la función de correlación, es el de la ley de potencias:

$$P(k) \propto k^n \quad ; \quad \xi(r) = (r/r_0)^\gamma \quad ; \quad \gamma = n - 3 \quad ; \quad \gamma \approx -1,8$$

El comportamiento de la ley de potencias del espectro de galaxias, es bien distinto al predicho para la materia oscura en simulaciones (figura 1.4). De esta manera es previsible que, al relacionar la distribución de galaxias con la distribución de materia oscura, intervengan procesos de sesgo.

Siguiendo lo discutido en la sección anterior, se distinguen en general dos fuentes de sesgo posibles. Primero, tenemos el número de galaxias por halo. Para halos de baja masa, la probabilidad de encontrar galaxias de luminosidad típica disminuye, tendiendo a cero. Para halos masivos, el número de galaxias contenidas, no necesariamente crece de manera lineal con la masa. Segundo, las propiedades de galaxias en halos, dependen de la dinámica de éstos. Debido a choques y fusiones, la probabilidad de encontrar galaxias tempranas o tardías, varía según la dinámica de la estructura.

El espectro de potencias para una distribución de halos de masa fija, es proporcional al espectro de la materia. Es decir, $\Delta_h^2 = b^2(M)\Delta^2$. Dado un halo de masa M , mediante simetría esférica, es posible asociarle a éste una escala o radio R , correspondiente a la región inicial comóvil de donde provino la materia del halo: $M = \frac{4\pi}{3}\rho_b R^3$. En general, y sobre todo cuando se realizan tratamientos analíticos, como el formalismo de Press & Schechter (1974) (PS), suele reemplazarse la masa M como variable independiente, por la rareza de la fluctuación, ν . Esta última, es definida a través de la desviación cuadrática media, en la escala asociada al halo, $\sigma(R)$ (ver ecuación 1.35), como $\nu \equiv \delta_c/\sigma(R)$, donde δ_c es la sobredensidad de colapso del modelo esférico (1,686 en un modelo Einstein–de Sitter). De esta manera, el factor de sesgo $b(M)$ puede ser determinado de manera directa, mediante simulaciones numéricas, mientras que es usual encontrar formas funcionales para $b(\nu)$, en trabajos analíticos²³.

Por otro lado, el número de ocupación de halos N , puede expresarse mediante la asignación de un peso w , a los halos utilizados para calcular el espectro de galaxias. Una vez más, éste puede ser función²⁴ de M o ν .

Como el factor de sesgo b de los halos depende de la masa, el factor de sesgo efectivo para el espectro de galaxias es:

$$b_{\text{tot}} = 1 + \frac{\int_\nu^\infty b(\nu) w(\nu) \frac{dF}{d\nu} d\nu}{\int_\nu^\infty w(\nu) \frac{dF}{d\nu} d\nu},$$

donde $F(\nu)$ es la fracción de masa en halos con rareza mayor a ν , y $dF/d\nu \propto \exp(-\nu^2/2)$ en el

²³Por ejemplo Mo et al. (1996), utilizando el formalismo PS, obtienen $b = 1 + (\nu^2 - 1)/\delta_c$.

²⁴Un modelo sencillo para w es el de Jing et al. (1998), donde $w(M) = 0$ si $(M < M_c)$ y $w(M) = (M/M_c)^{\alpha-1}$ si $(M > M_c)$. En este modelo, cuando $\alpha = 1$ y $M_c \rightarrow 0$, $w \rightarrow 1$, recuperando la estadística no pesada.

formalismo PS. Por lo tanto, el modelo para el espectro de potencias en galaxias es:

$$\Delta_g^2 = \langle \Delta_{\text{halo}}^2 \rangle + b_{\text{tot}}^2 \Delta_{\text{lineal}}^2$$

donde

$$\langle \Delta_{\text{halo}}^2(k) \rangle = 4\pi \left(\frac{k}{2\pi} \right)^3 \frac{\int M^2 w^2(M) |W_k(M)|^2 f(M) dM}{[\int M w(M) f(M) dM]^2}.$$

Hasta aquí, el ingrediente clave para definir el espectro es el número de ocupación por halo. Asumiendo una cosmología de fondo, es posible determinar estos números de manera empírica, mediante catálogos espectroscópicos de galaxias. En estos relevamientos, es posible identificar grupos de galaxias, que trazan halos de materia oscura. La identificación de estos sistemas se lleva a cabo mediante algoritmos similares al método *amigos de los amigos*, adaptados para muestras observacionales (ver Merchán & Zandivarez (2005) y referencias allí). Mediante la apropiada corrección por la limitación en flujo del catálogo, la observación del número de galaxias en grupos, puede convertirse en una estima de luminosidad total del sistema. Esto permite la determinación de la función de luminosidad de galaxias en grupos, en un amplio rango de masas. Para el caso del catálogo CfA, Moore et al. (1993) obtienen:

$$d\phi = \phi^* [(L/L^*)^\beta + (L/L^*)^\gamma]^{-1} dL/L^*,$$

donde $\phi^* = 0,00126 h^3 \text{Mpc}^{-3}$, $\beta = 1,34$, $\gamma = 2,89$; y la luminosidad característica es $L^* = 7,6 \times 10^{10} h^{-2} L_\odot$.

Un rasgo notable de la función de luminosidad, es que ésta se aplana para luminosidades bajas, a diferencia de la función de masa para halos de materia oscura, que a medida que baja la masa, sigue creciendo (ver Sheth & Tormen (1999)). De esta manera, la luminosidad estelar por halo, es una función monótona y no lineal de la masa. La relación masa–luminosidad adecuada, puede deducirse encontrando la luminosidad L , para la cual la densidad $\Phi(> L)$, concuerda con el número integrado en la densidad de halos con masa $> M$. Se pueden calcular así, los números de ocupación de halos, N , como función de la masa.

Siguiendo Seljak (2000) tenemos que $w_i = \langle N_i \rangle / M$. No obstante, la mayoría de las galaxias observadas no pertenecen a sistemas ($N = 1$), y por lo tanto no contribuyen en la correlación del término de un halo. Si aplicamos el peso anterior en el término de un halo, se diluye la señal para halos ocupados con $N \geq 2$. Por lo tanto, resulta conveniente definir para el término de halo (Seljak 2000):

$$w_i = \frac{\langle N_i(N_i - 1) \rangle^{1/2}}{M},$$

dejando la primer definición para el término de dos halos. Como último paso, para construir el espectro de las galaxias, se necesita colocar éstas dentro del halo. La convención que mejor resultado produce, es ubicar una galaxia central, dejando las restantes como satélites. De esta manera, las galaxias trazan, de manera automática, la pendiente del perfil en densidad del halo en las regiones internas.

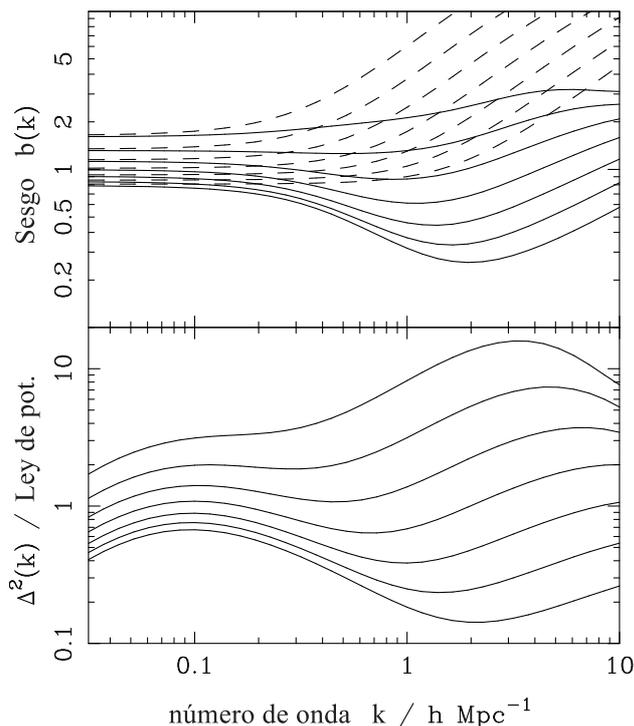


Fig. 1.5: Panel superior: Factor de sesgo entre el espectro de la materia oscura y el correspondiente a galaxias, como función de la escala, según el modelo de halo. En líneas de trazos se muestra el sesgo con respecto al espectro lineal. Las líneas sólidas, presentan resultados en el rango de 10^{10} (sesgo más bajo) hasta $10^{12.5} h^{-1} M_{\odot}$ (sesgo más alto). Panel inferior: Comparación del espectro de galaxias predicho por el modelo, con el modelo canónico de ley de potencias (Peacock 2003).

En la figura 1.5 podemos ver los resultados para el factor de sesgo entre el espectro de la materia oscura y el correspondiente a galaxias, como función de la escala, según el modelo de halo. Es decir, aquí $b(k)$, es la raíz cuadrada del cociente entre el espectro de la materia y el de galaxias. En líneas de trazos se muestra el sesgo con respecto al espectro lineal. Las líneas sólidas, presentan resultados para diferentes rangos en masa. El sesgo es mayor cuanto mayor sea la masa. En el panel inferior de la figura 1.5, se compara el espectro de galaxias predicho por este modelo, con el modelo canónico de ley de potencias. Es notable que para cierto rango de masa (alrededor de $10^{12} h^{-1} M_{\odot}$, de las 7 líneas la cuarta línea al medio), el espectro de potencias difiere a lo sumo en un factor 2 con respecto a la ley de potencias, en un rango de 3 órdenes de magnitud en escala. Es decir, este modelo concilia el espectro canónico de ley de potencias, con el modelo no lineal del espectro de la materia oscura (Peacock 2003).

1.6. Origen del momento angular en galaxias

Como vimos en la sección 1.4.2, la vorticidad del campo de velocidad alrededor de los máximos en densidad, tiende a disminuir con la expansión de fondo (ecuaciones 1.26). Sólo es posible obtener crecimiento neto del rotor del campo de velocidades, si tenemos un tensor de cizalla no nulo. Y este último, es producido por fuerzas de marea del campo tidal circundante

(ver 1.26). Este es uno de los motivos por los cuales el paradigma actual, busca explicar el origen del momento angular de galaxias, en la interacción gravitatoria del halo con su entorno. De esta manera, la hipótesis más aceptada es que las galaxias adquieren su momento angular, mediante un mecanismo de torque tidal (Sciama 1955; Peebles 1969; Doroshkevich 1970; White 1984).

La interacción con la estructura circundante, ejerce un momento de fuerza o torque, sobre el objeto protogaláctico, antes del subsecuente colapso gravitatorio. El momento angular así adquirido, es conservado durante el colapso, y resulta fundamental para explicar la formación y orientación del disco galáctico. Como veremos más adelante, la teoría de torque tidal predice de manera natural, la presencia de correlaciones en la orientación de galaxias vecinas. En la siguiente sección presentaremos el mecanismo de torque tidal en el contexto de la teoría de perturbación lagrangiana a primer orden.

1.6.1. Mecanismo de Torque Tidal

Como ya hemos mencionado, el momento angular en halos no se origina a partir de una vorticidad primordial. El protohalo, definido como un parche alrededor de un máximo en densidad, es afectado por flujos de cizalla irrotacionales producidos por el campo tidal (ver ecuaciones 1.26), que deforman el parche de materia, aumentando a su vez el momento de este con el campo tidal circundante. De esta manera se van acumulando torques hasta que la región se desacopla de la expansión general, y comienza el colapso que formará el halo. Luego del desacople, al reducirse el momento de inercia de la región, la eficiencia de este mecanismo disminuye.

Es posible estudiar, en primera aproximación, este mecanismo mediante teoría de perturbaciones. Una de las complicaciones que surge en este tratamiento, es el hecho que los flujos de cizalla deforman la superficie del parche de materia considerado, cambiando el momento de inercia. Por ejemplo, si se considera una región esférica alrededor del máximo de densidad, la adquisición de momento angular es sólo un efecto de segundo orden, debido principalmente a flujos convectivos de materia sobre la superficie limitante (Peebles 1969). No obstante, cuando se asume una región con forma no esférica, el momento angular crece a primer orden y linealmente con el tiempo (Doroshkevich 1970).

El crecimiento lineal del momento angular de un protohalo, se puede analizar más fácilmente mediante la aproximación de Zel'Dovich (sección 1.3.1). Recordando la ecuación (1.15), y mediante la relación (1.13), podemos expresar la trayectoria de un elemento de materia como:

$$\vec{x}(\vec{q}, t) = \vec{q} + b(t)\nabla\psi(\vec{q}). \quad (1.45)$$

Como ya hemos mencionado, esta aproximación es válida mientras el campo de desplazamiento $\vec{f}(\vec{q})$ sea una mapa biyectivo. De cualquier manera, como en la sección 1.4.3, si el campo resulta singular, vamos a suponer que éste es suavizado en escalas del orden del tamaño de la región de formación, de manera tal de evitar singularidades (White 1984). Bajo estas

hipótesis, es posible escribir el momento angular \vec{L} del protohalo, en coordenadas físicas \vec{r} , como:

$$\vec{L}(t) = \int_{V_L} [\vec{r}(\vec{q}) - \vec{r}_{\text{cm}}] d^3q \times \vec{v}(\vec{q}, t) \rho_b a(t)^3, \quad (\text{exacto})$$

donde V_L es el volumen lagrangiano que contiene inicialmente la materia que formará el halo, y $\vec{r}_{\text{cm}} = V_L^{-1} \int_{V_L} \vec{r} d^3q$ es la posición del centro de masa al tiempo t . En coordenadas comóviles:

$$\vec{L}(t) = \rho_b a(t)^5 \int_{V_L} [\vec{x} - \vec{x}_{\text{cm}}] d^3q \times \dot{\vec{x}} \quad (\text{exacto})$$

Hasta aquí las expresiones no involucran ninguna aproximación. De (1.45), se ve claramente que el vector velocidad $\dot{\vec{x}}$, es paralelo al desplazamiento a primer orden, luego podemos aproximar hasta el segundo orden:

$$\vec{L}(t) = \rho_b a(t)^5 \int_{V_L} [\vec{q} - \vec{q}_{\text{cm}}] d^3q \times \dot{\vec{x}} \quad (2^{\text{do}} \text{ orden})$$

cuyo término a primer orden es:

$$\vec{L}(t) = \rho_b a(t)^5 D(t) \int_{V_L} [\vec{q} - \vec{q}_{\text{cm}}] d^3q \times \nabla \psi(\vec{q}). \quad (1^{\text{er}} \text{ orden})$$

Convirtiendo la integral de volumen, V_L , en una integral sobre la superficie borde, Σ_L , obtenemos (White 1984):

$$\vec{L}(t) = \rho_b a(t)^5 D(t) \int_{\Sigma_L} \psi(\vec{q}) [\vec{q} - \vec{q}_{\text{cm}}] \times d\vec{S} \quad (1.46)$$

De esta última ecuación, se ve claramente lo que mencionábamos antes: si la superficie Σ_L es esférica, el momento angular es nulo a primer orden (Doroshkevich 1970). Otra manera de anular (1.46), es eligiendo la superficie Σ_L tal que sea una equipotencial de ψ . En general, sobre superficies de isodensidad de protohalos primordiales, ninguna de las dos condiciones se cumple. Es decir, el momento angular de las estructuras, crece a primer orden en δ con el tiempo.

Se puede aclarar un poco más la idea de torque tidal si desarrollamos el potencial de Zel'Dovich del lado derecho. Suponiendo que ψ , dentro de la región V_L , es bien aproximado (a 3^{er} orden) por el desarrollo de Taylor:

$$\psi(\vec{q}) \approx \psi(\vec{q}_{\text{cm}}) + [q^i - q_{\text{cm}}^i] \left. \frac{\partial \psi}{\partial q^i} \right|_{\vec{q}_{\text{cm}}} + 1/2 [q^i - q_{\text{cm}}^i] \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^i \partial q^j} \right|_{\vec{q}_{\text{cm}}} [q^j - q_{\text{cm}}^j] \quad (1.47)$$

reemplazando este desarrollo en la ecuación para $\vec{L}(t)$, obtenemos:

$$L_i(t) = a^2 \dot{D} \epsilon_{ijk} \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_j \partial q_l} \right|_{\vec{q}_{\text{cm}}} \int_{V_L} (q^l - q_{\text{cm}}^l) (q^k - q_{\text{cm}}^k) \rho_b a^3 d^3q \quad (1.48)$$

$$L_i(t) = a^2 \dot{D} \epsilon_{ijk} T_{jl} I_{lk},$$

donde se definieron los tensores:

$$T_{ij} \equiv \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_i \partial q_j} \right|_{\vec{q}_{cm}} \quad ; \quad I^{ij} \equiv \int_{V_L} (q^i - q_{cm}^i)(q^j - q_{cm}^j) \rho_b a^3 d^3 q.$$

El tensor T_{ij} , por definición, es *paralelo* a los tensores de esfuerzos A_{ij} , y campo tidal Φ_{ij} , es decir, comparten la misma base de autovectores²⁵. La ecuación (1.48), toma la forma usual, para el momento angular de un sólido, embebido en un campo tidal externo. Esta ecuación muestra también, que el momento crece en primer orden en teoría de perturbaciones. Esto se debe a que el primer orden en el campo tidal T_{ij} , acopla con el orden cero del tensor I_{ij} ; es decir, acopla con el cuadrupolo de la distribución irregular de masa en el protohalo. Otro detalle importante de la ecuación (1.48), es que si el tensor T_{ij} se alinea con el momento de inercia I_{ij} , no se produce momento angular neto²⁶. No obstante, dado que I_{ij} depende de la distribución de la materia interna del protohalo, y que T_{ij} depende de la distribución de la materia circundante, un alineamiento perfecto de ambos tensores es improbable.

Para el caso de protohalos galácticos, la mayor parte de su época de formación transcurre durante el período dominado por materia. En la época de desacople de la expansión (o *turn-around*), para halos de masa galáctica ($10^{11} - 10^{12} M_{\odot}$) en el modelo jerárquico, el universo puede ser bien aproximado mediante el modelo de Einstein–de Sitter. Recordando que en este modelo (ver ecuación 1.8) $D \propto a \propto t^{2/3}$, vemos que el momento crece de manera lineal con el tiempo (i.e. $L \propto t$).

²⁵En la ecuación (1.11) se puede apreciar que A_{ij} se define como la suma de la identidad, y un tensor proporcional a T_{ij} . Como todo tensor conmuta consigo mismo y la identidad, la conmutación entre A_{ij} y T_{ij} está asegurada. De la ecuación (1.22), del hecho que toda dependencia temporal es factorizada en $D(t) \equiv b/a$, y despreciando segundo orden en Φ , obtenemos que Φ_{ij} es proporcional a A_{ij} y por lo tanto conmuta con T_{ij} .

²⁶Si ambos tensores, campo tidal y momento de inercia, comparten la misma base en la que son diagonales, conmutan. Por lo tanto el tensor $T_{jl}I_{lk}$ es simétrico, y el producto de éste, con el tensor de Levi-Civita es nulo.

BIBLIOGRAFÍA

- Adler, R. J. 1981, *The Geometry of Random Fields*, ed. W. 1981
- Bardeen, J. M. 1980, *PhysRevD*, 22, 1882
- Bertschinger, E. 1995, *NASA STI/Recon Technical Report N*, 96, 22249
- Birkhoff, G. D. & Langer, R. E. 1923, *Relativity and modern physics*, ed. H. U. Press
- Bond, J. R., Kofman, L., & Pogosyan, D. 1996, *Nature*, 380, 603
- Bond, J. R. & Myers, S. T. 1996, *ApJS*, 103, 1
- Bouchet, F. R., Colombi, S., Hivon, E., & Juszkiewicz, R. 1995, *A&A*, 296, 575
- Bryan, G. L. & Norman, M. L. 1998, *ApJ*, 495, 80
- Carroll, S. M. 1997, *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*
- Carroll, S. M., Press, W. H., & Turner, E. L. 1992, *ARA&A*, 30, 499
- Cowen, R. 1995, *Science News*, 148, 202
- Davis, M. & Peebles, P. J. E. 1983, *ApJ*, 267, 465
- de Lapparent, V., Geller, M. J., & Huchra, J. P. 1986, *ApJL*, 302, L1
- Dodelson, S. 2003, *Modern cosmology*, ed. A. Press
- Doroshkevich, A. G. 1970, *Astrophysics*, 6, 320
- Eddington, A. S. 1914, *Stellar movements and the structure of the universe*, ed. M. London & co.
- Eddington, A. S. 1924, *The Mathematical Theory of Relativity*, ed. C. U. Press
- Eddington, A. S. 1930, *MNRAS*, 90, 668
- Efstathiou, G., Davis, M., White, S. D. M., & Frenk, C. S. 1985, *ApJS*, 57, 241
- Einstein, A. 1917, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 142-152., 142
- Ellis, G. F. R. 1973, in *Cargese Lectures in Physics, Vol. 6, Cargese Lectures in Physics*, ed. E. Schatzman, 1
- Hubble, E. 1926, *PASP*, 38, 258
- Hubble, E. 1929, *Proceedings of the National Academy of Science*, 15, 168
- Jing, Y. P., Mo, H. J., & Boerner, G. 1998, *ApJ*, 494, 1
- Kravtsov, A. V., Klypin, A. A., & Khokhlov, A. M. 1997, *ApJS*, 111, 73
- Lemaître, G. 1933, *Annales de la Societe Scietifique de Bruxelles*, 53, 51
- Ma, C.-P. & Bertschinger, E. 1994, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- Merchán, M. E. & Zandivarez, A. 2005, *ApJ*, 630, 759
- Mo, H. J., Jing, Y. P., & White, S. D. M. 1996, *MNRAS*, 282, 1096
- Moore, B., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1993, *MNRAS*, 261, 827
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493

-
- Neyman, J., Scott, E. L., & Shane, C. D. 1953, *APJ*, 117, 92
- Paz, D. J., Stasyszyn, F. A., & Merchán, M. 2004, *BAAA*, 47, 373
- Peacock, J. A. 1999, *Cosmological Physics*
- Peacock, J. A. 2003, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- Peebles, P. J. E. 1969, *APJ*, 155, 393
- Peebles, P. J. E. 1974, *A&A*, 32, 391
- Peebles, P. J. E. 1980, *The large-scale structure of the universe*
- Peebles, P. J. E. 1984, *Science*, 224, 1385
- Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *APJ*, 187, 425
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*, ed. C. U. Press
- Saunders, W., Frenk, C., Rowan-Robinson, M., Lawrence, A., & Efstathiou, G. 1991, *Nature*, 349, 32
- Sciama, D. W. 1955, *MNRAS*, 115, 3
- Seljak, U. 2000, *MNRAS*, 318, 203
- Sgró, M. A. 2009, *Modelo de Halos en simulaciones numéricas-cosmológicas y grandes catálogos de galaxias*, Trabajo Especial, Facultad de Matemática Astronomía y Física
- Shandarin, S. F. & Sunyaev, R. A. 2009, *A&A*, 500, 19
- Shandarin, S. F. & Zel'dovich, Y. B. 1989, *Reviews of Modern Physics*, 61, 185
- Shapley, H. 1933, *Proceedings of the National Academy of Science*, 19, 389
- Sheth, R. K. & Tormen, G. 1999, *MNRAS*, 308, 119
- Springel, V. 2005, *MNRAS*, 364, 1105
- Springel, V., Yoshida, N., & White, S. D. M. 2001, *New Astronomy*, 6, 79
- Stewart, J. M. 1973, in *Cargese Lectures in Physics, Vol. 6, Cargese Lectures in Physics*, ed. E. Schatzman, 175
- Tolman, R. C. 1934, *Proceedings of the National Academy of Science*, 20, 169
- Weyl, H. 1921, *Annalen der Physik*, 370, 541
- White, S. D. M. 1984, *APJ*, 286, 38
- White, S. D. M. & Rees, M. J. 1978, *MNRAS*, 183, 341
- Zel'Dovich, Y. B. 1970, *A&A*, 5, 84

PARTE II

**ESTRUCTURA EN GRAN ESCALA Y HALOS DE
MATERIA**

Capítulo 2

Momento angular de galaxias y halos de materia

El momento angular de los halos de materia oscura, es una de las cantidades más importantes para los modelos de formación de galaxias. En este capítulo analizamos la vinculación predicha por la teoría de torque tidal, entre el momento angular y la estructura en gran escala. Para esto diseñamos una estadística nueva, basada en la clásica función de correlación bipuntual, y medimos a través de esta, el efecto de alineamiento entre halos y estructura en gran escala. Estudiamos las predicciones de las simulaciones numéricas, y las vinculamos con observaciones en catálogos espectroscópicos de galaxias.

2.1. Introducción

El momento angular es una de las cantidades más importantes involucradas en los modelos de formación y evolución de galaxias, ya que éste resulta determinante a la hora de predecir el tamaño y forma de dichos objetos. Un entendimiento detallado de los mecanismos de adquisición de momento angular, es un ingrediente necesario a la hora de confeccionar modelos semianalíticos de formación de galaxias (ver por ejemplo, Lagos et al. 2008). Históricamente, el problema ha sido abordado mediante la distinción de dos etapas. La primera es la adquisición de momento angular por parte de la materia oscura, durante el período de formación del halo anfitrión (ver sección 1.6.1). Luego, en una segunda etapa, ocurre el posterior enfriamiento y colapso del material bariónico (principalmente gas primordial), que formará la galaxia en el pozo de potencial constituido por la materia oscura (White & Rees 1978).

Sobre esta segunda etapa sabemos muy poco, y actualmente es materia de intensa investigación en astrofísica. Son particularmente importantes los mecanismos por los cuales se regula o incluso inhibe el enfriamiento del material bariónico, y por lo tanto la formación de galaxias, en los pozos de potencial formados por halos de materia oscura (hay alguna discusión al respecto en las secciones 1.5.3 y 1.5.4). Estos mecanismos de regulación del enfriamiento del gas protogaláctico, se basan fundamentalmente en la inyección de energía al medio. Esta energía puede ser producida por diversas fuentes, tales como la explosión de supernovas, o la emisión no térmica de agujeros negros en los núcleos galácticos (este fenómeno se observa en las denominadas galaxias de núcleos activos o AGN).

En este capítulo nos centramos principalmente en el primer aspecto mencionado, es decir, la adquisición de momento angular del halo de materia oscura contenedor de la galaxia. En el aspecto observacional, estudiamos la orientación de las imágenes de galaxias, debido a que en ambientes relativamente aislados (i.e. ambientes con poca interacción dinámica entre el halo y su entorno), es de esperar que dicha orientación, trace la dirección del momento angular del halo de materia oscura. Si bien, es de esperar que el momento angular de una galaxia difiera, hasta cierto punto, del momento de su halo¹, podemos suponer que estadísticamente la población de momentos angulares de galaxias, trazan la población de momentos angulares de halos de materia oscura.

Como vimos en la sección 1.6.1, el paradigma actual de formación de estructuras, establece que el momento angular de los halos de materia, es determinado en etapas relativamente tempranas del universo, mediante interacción gravitatoria, entre el cuadrupolo de la región de materia colapsante, y el campo tidal producido por la materia circundante. Esto fue primeramente formulado en el contexto de la teoría jerárquica de formación de estructura por White (1984), Doroshkevich (1970) y Peebles (1969), como una consecuencia natural del tratamiento perturbativo en el escenario de inestabilidades gravitatorias (Porciani et al. (2002)). Como vimos a lo largo del capítulo de introducción, es posible obtener en el límite de pequeñas

¹Especialmente para halos que hayan sufrido encuentros cercanos con otras estructuras.

perturbaciones, ecuaciones lineales para la evolución de inestabilidades gravitatorias. Naturalmente de este tratamiento surgió la ecuación (1.48), que explicita el momento angular que tendrá un dado halo de materia oscura en formación (White 1984):

$$L_i(t) = a^2(t) \dot{D}(t) \epsilon_{ijk} T_{jl} I_{lk} .$$

Existen en la literatura muchos estudios sobre propiedades inherentes de este proceso. Por ejemplo, se deduce de la teoría lineal y de estas ecuaciones, que el momento angular crecerá linealmente en etapas tempranas (ver sección 1.6.1). Posteriormente, este proceso comenzará a perder eficiencia luego del instante de desacople del halo. Esta merma es debida tanto a la reducción del momento de inercia a causa del colapso, como a la continua expansión universal que aleja la materia circundante, responsable del torque tidal ejercido sobre el sistema. Otra propiedad importante que se desprende de esta última ecuación, es que para el caso de un protohalo alineado con el campo tidal, no existe crecimiento efectivo de momento angular.

El alineamiento entre protohalos y el campo gravitatorio, ha sido sujeto de muchos estudios en la literatura (ver por ejemplo Catelan & Porciani 2001). Existe un acuerdo general en la comunidad (ver la revisión que realiza sobre el tema Schäfer 2009), sobre la presencia de un alto grado de alineamiento entre protohalos y campo tidal. Luego, por lo discutido en el párrafo anterior, la población de halos de materia oscura final poseerá un muy bajo momento angular típico, y por lo tanto, el soporte dinámico de un halo vendrá dado por dispersión de velocidades (i.e. el halo no colapsa bajo su peso debido al teorema del virial), con una contribución pobre de soporte rotacional. Una manera de cuantificar la contribución de la rotación de un halo a su equilibrio interno, es mediante el parámetro de espín de Peebles (1969):

$$\lambda \equiv \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{L/MR^2}{\sqrt{GM/R^3}} = \frac{L\sqrt{E}}{GM^{5/2}} , \quad (2.1)$$

el cual mide el cociente entre la velocidad angular del halo ω , y la rotación necesaria para soportar completamente el halo ω_0 . El último término de (2.1), es la definición usual dada por Peebles (1969), donde M es la masa del halo, G la constante de gravedad, R el radio virial y $E = GM^2/R$ la energía de ligadura del sistema.

Debido al alto grado de alineamiento en las condiciones iniciales para protohalos primordiales, la distribución de parámetros de espín, es del tipo *log-normal*, con un máximo en valores relativamente pequeños, $\lambda_{med} \simeq 0,035$ (Bullock et al. 2001; D'Onghia & Burkert 2004; Macciò et al. 2007; Bett et al. 2007). Las simulaciones numéricas sugieren que el radio de escala de los discos exponenciales es proporcional a λ , y debido a la relación entre λ y la escala de masa de los halos de materia oscura, se obtienen valores de $\lambda \approx 0,5$ para galaxias espirales y $\lambda \approx 0,05$ para elípticas, presentando también una gran dispersión en los resultados (Efstathiou & Jones 1979; Barnes & Efstathiou 1987).

Si bien no es posible obtener una medida directa observacional del parámetro de espín en una galaxia, cabe destacar el trabajo de Hernandez et al. (2007), quienes mediante métodos

indirectos determinaron distribuciones de parámetros de espín en galaxias, consistentes con las obtenidas en simulaciones numéricas. Desde el punto de vista de las observaciones es más sencillo, en la mayoría de los casos, determinar en una galaxia la dirección del momento angular, más que la magnitud. Es por esta razón que nuestro estudio, utiliza como observable el ángulo de posición de la galaxia en el cielo.

Ha generado mucho interés en la comunidad (reflejado en una importante cantidad de trabajos, ver Schäfer 2009, y referencias en esta sección) la posibilidad de alineamientos de la población de galaxias y la estructura en gran escala circundante, fundamentalmente por dos razones. Primero y principal, probar la teoría de torque tidal (TTT), en un contexto apropiado al tipo de predicciones realizadas por esta (ver siguiente párrafo). Y en segundo lugar, la posibilidad de que mediciones de la distribución de materia oscura utilizando microlentes gravitatorias, se vean afectadas por la presencia de alineamientos predichos por TTT² (Hirata et al. 2007; Bridle & Abdalla 2007; Takada & White 2004; King & Schneider 2003; King 2005; Heymans & Heavens 2003; Heymans et al. 2004; Brown et al. 2002; Catelan et al. 2001; Crittenden et al. 2001; Croft & Metzler 2000; Jing 2002).

Con respecto al estudio de los alcances de la TTT, ya hemos mencionado que se asume en principio, un tratamiento perturbativo linealizado de las ecuaciones. No obstante en el instante de desacople del halo, como se deduce de los modelos de colapso, el valor del contraste en densidad supera el límite de pequeñas perturbaciones, haciéndose patente la diferencia entre soluciones no lineales y perturbativas. Esto ocurre en escalas por debajo del flujo coherente de materia, que valida la teoría lineal (White (1984), ver además secciones 1.4.3 y 1.6.1). Es decir, la acreción de materia colapsada en escalas pequeñas, es fuente de dispersión en las predicciones de la teoría. Por esto último, se espera importantes variaciones alrededor de los valores medios (Vitvitska et al. 2002; Porciani et al. 2002). Luego se impone comparar teoría y observación mediante una estadística viable en muestras grandes, acompañando el análisis con algún tipo de modelado no lineal de las soluciones.

Existe toda una variedad de trabajos en la literatura que buscan alineamientos de los discos galácticos en la superestructura local, el denominado *super-galactic plane* (de Vaucouleurs 1953; Flin & Godlowski 1989; Hu et al. 2006, 1998). En cambio, son más recientes los trabajos que buscan alineamientos en catálogos espectroscópicos grandes (Hirata et al. 2007, 2004; Lee & Erdogdu 2007; Lee & Pen 2007; Mandelbaum et al. 2006; Trujillo et al. 2006), mediante la detección de super-estructuras de galaxias. Análogamente, en el campo de las simulaciones numéricas, la mayoría de los trabajos buscan definir direcciones fundamentales sobre la estructura en gran escala (i.e. filamentos, paredes, vacíos), sobre las cuales determinar las orientaciones de halos de materia oscura (Aragón-Calvo et al. 2007; Hahn et al. 2007b,a; Brunino et al. 2007; Cuesta et al. 2008; Patiri et al. 2006).

En este capítulo, presentamos los resultados de un estudio de alineamientos entre objetos

²Es usual asumir en las mediciones de microlentes, que la presencia de correlaciones en las orientaciones de las imágenes de galaxias de fondo, refleja el efecto del curvado de geodésicas, originado en la masa de estudio. La presencia de alineamientos intrínsecos en el fondo, debido a la estructura en gran escala, produciría en principio una sobrestimación de la materia que forma la lente objetivo.

individuales y la estructura circundante, obteniendo un acuerdo cuantitativo con las predicciones de la TTT. Se desarrolló un nuevo método que mide alineamientos con la estructura en gran escala, utilizando como referencia los momentos angulares de una dada población de halos o galaxias. Para definir la estructura en gran escala, no hacemos uso de ninguna definición de superestructuras, sino que definimos a ésta en términos estadísticos, más naturales para la teoría, como son las funciones de correlación bipuntual.

Mediante simulaciones numéricas, se estudió las predicciones del modelo cosmológico Λ CDM, comparando éstas con resultados observacionales obtenidos a partir del catálogo espectroscópico Sloan (*Sloan Digital Sky Survey*, de aquí en adelante SDSS, más información en <http://www.sdss.org>). A lo largo de la presente Tesis, haremos uso frecuente de este catálogo en sus diferentes ediciones anuales. Estas ediciones se diferencian fundamentalmente en la cobertura angular del catálogo, no así en sus propiedades fotométricas ni espectroscópicas. En este capítulo se utilizó la sexta entrega del catálogo (*Data Release 6*, SDSS-DR6 Adelman-McCarthy et al. (2008)). Para realizar la comparación entre resultados teóricos y observacionales, se modificó la clásica función de correlación bipuntual, tanto en su definición tridimensional aplicada a simulaciones numéricas, como en su versión proyectada para muestras observacionales. Mediante proyección de los datos simulados, se buscó reproducir las limitaciones observacionales, a fin de determinar la detectabilidad de alineamientos en catálogos espectroscópicos. Esto nos permitió, además de medir el alineamiento de galaxias y halos en un amplio rango de masas y separaciones, cuantificar la dependencia del alineamiento con la masa del halo, el color de la galaxia y la luminosidad.

En la sección 2.2 presentamos las herramientas estadísticas utilizadas en simulaciones, y luego en la sección 2.2.1, un estudio inferencial de los espines de halos. La sección 2.2.2 muestra los resultados obtenidos en simulaciones numéricas. Antes de analizar los datos observacionales, se presenta en la sección 2.3.1 un análisis del impacto de los sesgos propios de catálogos espectroscópicos en la detección de alineamientos. La sección 3.2 contiene el análisis de las muestras observacionales de galaxias tomadas del catálogo *Sloan*. Finalmente, la comparación entre modelos y observaciones es llevada a cabo en la sección 2.5.

2.2. Función de correlación anisótropa tridimensional

En este capítulo analizamos, entre otras cosas, anisotropías en el aglomerado de partículas alrededor de halos de materia en simulaciones Λ CDM, utilizando la función de correlación tridimensional (ver sección 1.5.1). Para esto, utilizamos la dirección definida por las posiciones relativa de la partícula trazadora y el halo centro, con respecto a la dirección del momento angular del halo. Se realizaron dos simulaciones numéricas periódicas, con volúmenes cúbicos de 500 y 60 Mpc h^{-1} de lado, para un universo plano con densidad de materia $\Omega_m = 1 - \Omega_\Lambda = 0,3$, constante de Hubble $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, y un parámetro de normalización del espectro correspondiente a $\sigma_8 = 0,8$. Las resoluciones alcanzadas en masa por partícula son de $m_p \geq 7,2 \times 10^{10} \text{ h}^{-1} M_\odot$ para la simulación grande, y $m_p \geq 1,2 \times 10^8 \text{ h}^{-1} M_\odot$ para la más peque-

ña.

La identificación de grupos de partículas, fue llevada a cabo mediante un método estándar *friends-of-friends*, con una longitud de percolación dada por $l = 0,17 \bar{\nu}^{-1/3}$, donde $\bar{\nu}$ es la densidad media numérica sobre el volumen (ver sección 1.5.3). Ambas simulaciones se realizaron con la segunda versión del código GADGET desarrollado por Springel (2005). Se consideraron halos con no menos 30 y 100 partículas, en la simulación grande y pequeña, respectivamente. Esto fue realizado de esta manera, con el objetivo de asegurar una medición acertada de la dirección del momento angular del halo.

La función de correlación halo–partícula, notada con $\xi(r)$, puede ser entendida como una medida del exceso de probabilidad dP , con respecto a la chance aleatoria de encontrar una partícula de materia oscura a una distancia r de un dado halo centro, en un volumen de búsqueda dV ,

$$dP = \bar{\nu} [1 + \xi(r)] dV. \quad (2.2)$$

Luego, una manera estándar de medir $\xi(r)$ tanto en simulaciones como observaciones, es contar el número de pares obtenidos (dP) en un dado intervalo de distancias, y dividir por el número de pares esperado para una densidad de objetos constante. En simulaciones, este último denominador es simplemente la densidad numérica de partículas por el volumen contenido en el intervalo de distancias considerado ($\bar{\nu}dV$). En las observaciones, en cambio, es necesario generar una distribución de puntos aleatorios, distribuidos de tal manera que ocupen la máscara angular del catálogo, con una distribución radial consistente con el catálogo limitado por flujo³.

Para determinar la presencia de alineamientos entre la distribución de materia circundante, y el momento angular de un dado objeto, se modificó la función de correlación descrita anteriormente. Mediante el cálculo del ángulo subtendido entre el vector posición del par (i.e. dirección al vecino), y la dirección del momento angular del halo centro, se realizó conteos de pares, similares a los descritos en el párrafo anterior. La diferencia radica en que se realizaron conteos separados, según éste ángulo sea mayor o menor a ciertos límites. Más específicamente, se consideraron tres casos: (i) caso isótropo, se realiza el conteo de todos los pares sin importar la dirección del vecino (i.e. función de correlación usual denotada con ξ_{iso}); (ii) caso paralelo, se contabilizan los pares cuyo ángulo subtendido, con el momento angular, sea menor a un dado límite θ_1 , denotaremos a la función así obtenida con ξ_{\parallel} ; y por último (iii) caso perpendicular, donde se contaron los pares cuyos ángulos con el plano perpendicular al momento angular, resulten menores a un límite θ_2 , denotaremos a la función así obtenida con ξ_{\perp} . Los ángulos límites para los casos paralelos y perpendicular (θ_1 y θ_2 , respectivamente), se eligieron de manera tal de obtener volúmenes de búsqueda equivalentes. Esto se alcanza simplemente fijando, $\sin(\theta_2) = 1 - \cos(\theta_1) = \chi$, y eligiendo el valor para el parámetro límite χ . Eligiendo $\chi \leq 0,5$ se obtienen ángulos $\theta_1 \leq 60^\circ$ y $\theta_2 \leq 30^\circ$. El valor límite usado fue $\chi = 0,5$. En la figura 2.1 presentamos un esquema que ilustra este procedimiento. En la figura, el esferoide

³Esta distribución de puntos aleatorios da cuenta de la variación de la densidad numérica, $\bar{\nu}$, en función de la distancia y posición angular

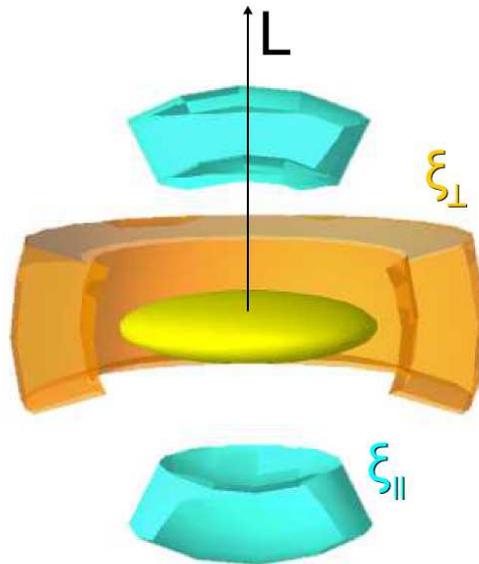


Fig. 2.1: Corte axial del esquema de celdificación utilizado en la estima de la función de correlación anisótropa tridimensional. Para calcular la función de correlación paralela al momento angular se toman en cuenta los vecinos, en un intervalo de distancia, que yacen dentro del volumen cónico celeste, con eje en el momento angular. Por otro lado, para obtener la función perpendicular, se contabiliza el número de vecinos contenido en el volumen anaranjado.

amarillo representa el halo central, sobre el que se contabilizará el número de vecinos en un dado intervalo de distancia. Dado el eje definido por el momento angular del objeto central, los vecinos que satisfacen el caso paralelo (ii) se hallan dentro de la celda celeste, mientras que los pares en la dirección perpendicular (caso iii), se encuentran en el volumen naranja. Para mayor claridad, la figura presenta un corte axial del celdificado, el cual es simétrico en el eje del momento angular.

Para la estima de los errores se utilizó una técnica clásica de remuestreo, conocida como método de *Jackknife* (en español: navaja de bolsillo), bautizada así por su gran versatilidad al poder ser aplicada en una enorme variedad de casos⁴. Se adoptó esta técnica ya que según la literatura del área, este método en particular provee errores similares a los estimados mediante el uso de muestras independientes (ver por ejemplo, Padilla et al. (2004)). Luego este método es un buen estimador de la *varianza cósmica* de la función de correlación, es decir la varianza calculada sobre un ensamble de universos con idéntica cosmología. De esta manera, el error en la función de correlación es estimado mediante el uso de varias submuestras construidas del conjunto original de datos. Cada submuestra, es un remuestreo del conjunto universal que contiene la totalidad de datos originales, menos un *pequeño* subconjunto de datos elegidos. Aquí nos referimos a que el conjunto extraído es *pequeño*, en el sentido de que los grados de libertad (o número de datos) de la submuestra, sean comparables a los de la muestra original. En nuestro caso, esta técnica resulta especialmente adecuada, ya que al

⁴Desarrollada inicialmente por Quenouille (1949), para estimar sesgos de estadísticos, fue luego empleada por para analizar la varianza en estimadores (ver Wu (1986)).

extraer del volumen simulado regiones espaciales de puntos, podemos estudiar el impacto de la presencia de estructuras atípicas en el cálculo de la función de correlación. Esto resulta en una buena estima de la varianza cósmica. En simulaciones numéricas adoptamos 50 submuestras, cada una con una fracción de 49/50 del conjunto de datos original. Para el análisis en observaciones se definieron 20 submuestras. Estos valores se determinaron mediante un estudio de la convergencia de los valores obtenidos. Se encontró que los errores permanecen estables a partir de estos valores, en un rango que va de 20 a 100 submuestras, sin producir subestimación de los errores. En el caso de cocientes de funciones de correlación, que usaremos más adelante, se aplicó directamente la técnica *jackknife* a la estadística del cociente, en vez de la clásica propagación de errores (que no es aplicable en este caso).

2.2.1. Estadística inferencial del parámetro de espín

El análisis de alineamientos de la estructura con el momento angular de los halos de materia oscura, presenta una primera dificultad: para obtener una buena medición de estos alineamientos, es necesario tener una estima precisa y estable del espín de los sistemas bajo análisis. Luego, necesitamos involucrar una cantidad suficiente de partículas en el cálculo del momento angular. Antes de comenzar el análisis, mostraremos que utilizando 30 partículas por halo en la simulación grande (500 Mpc h^{-1}), se obtienen resultados razonables, pero de esta manera imponemos un límite inferior ligeramente alto para las masas de los sistemas utilizables. Para esta simulación, el límite en masa necesario para no tener problemas de resolución, es $2,2 \times 10^{12} \text{ h}^{-1} M_{\odot}$, y para el volumen más pequeño debemos fijar $1,2 \times 10^{10} \text{ h}^{-1} M_{\odot}$.

Como habíamos mencionado anteriormente, una de las predicciones de la teoría, es una distribución de parámetros de espín (λ) del tipo *log-normal*, con el pico de la distribución en parámetros de espín muy pequeños. Analizando las distribuciones de parámetros de espín, ver figura 2.2, para sistemas con más de 10 partículas (el total de halos identificados), se observa una cantidad inusual de halos con parámetros de espín muy altos ($\lambda \sim 1$). Como se puede apreciar en el histograma sombreado de negro, esta cola de espines anormalmente altos, produce apartamientos importantes con respecto a una campana de Gauss en $\text{Log}_{10}(\lambda)$. Si en cambio, vamos cortando la población de halos según el número mínimo de partículas permitidas en cada sistema, vemos en la figura que la distribución tiende a hacerse más simétrica, convergiendo a su forma *log-normal* a partir de 30 partículas.

En la figura 2.3, se pueden observar los sistemas extraídos de la simulación, según su parámetro de espín y masa. Como puede apreciarse, la cola de espines anormalmente altos, está dominada principalmente por halos de baja masa. De ahí el efecto sobre la distribución de espines, de nuestros cortes en el número de partículas miembro 2.2. Si además, se analiza la distribución de los sistemas, según la dispersión de velocidades (σ_v) y el momento angular (L), debidamente normalizados⁵ (ver figura 2.4), podemos distinguir la razón del aumento anormal en el espín de los halos. En la figura 2.4, se muestra en color la distribución del total

⁵Es posible expresar a $\lambda = L\sqrt{|E|}/GM^{5/2} \propto (L/Mr_{vir}^2)/(\sigma_v^3/M)$, donde r_{vir} es el radio virial. Por esto se eligió normalizar L con un momento de inercia Mr_{vir}^2 , y σ_v con $M^{1/3}$.

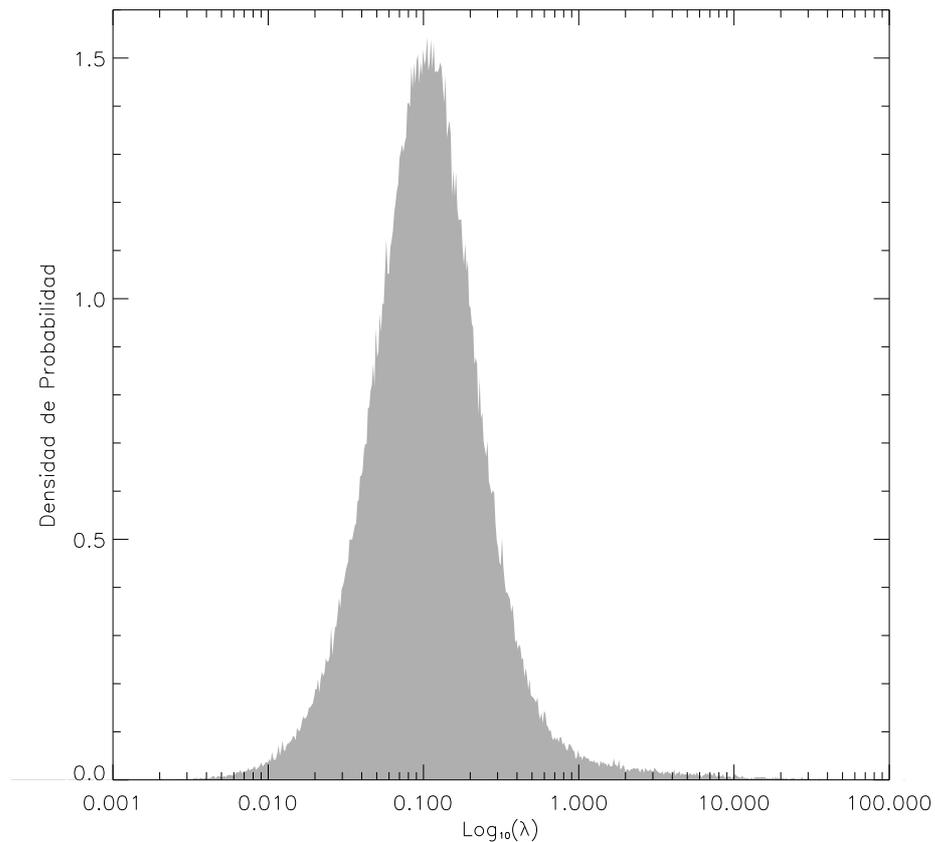


Fig. 2.2: Densidad de probabilidad para el $\text{Log}_{10}(\lambda)$, según el número mínimo de partículas involucrado en el cálculo. En negro, se muestra la densidad de probabilidad para todos los halos de la simulación. En gris oscuro, el histograma para sistemas con más de 15 partículas, y en gris claro para halos con más de 30 partículas.

de halos de la simulación. La densidad de puntos máxima es coloreada en negro, variando luego los colores hasta la densidad nula, representada con blanco. Se puede apreciar una cola en esta distribución hacia valores dispersión de velocidades y momento angular altos. Los sistemas distribuidos sobre dicha cola, además de presentar momentos angulares altos (se esperaba esto debido a los parámetros de espín elevados), presentan dispersiones de velocidades muy grandes. Esto último indica que posiblemente estemos en presencia de sistemas no virializados o en fusión, los cuales son identificados como un único sistema no resuelto por el algoritmo de percolación. Esta falla en la identificación puede deberse a la baja resolución de la simulación, la cual afecta críticamente la identificación de sistemas de baja masa. Los isocontornos, encerrados por el contorno de 90% de color violeta de la figura 2.4, forman parte de la distribución de halos con parámetros de espín altos ($\lambda > 0,4$). Como puede apreciarse, la cola de halos con dispersión de velocidades y rotaciones altas, correlaciona claramente con la población de halos con espín muy alto. Si en cambio tomamos todos los halos con más de 30 partículas, el 90% de esta población quedará encerrada dentro del isocontorno grueso negro de la figura 2.4. Vemos entonces que al tomar solo los sistemas con más de 30 partículas,

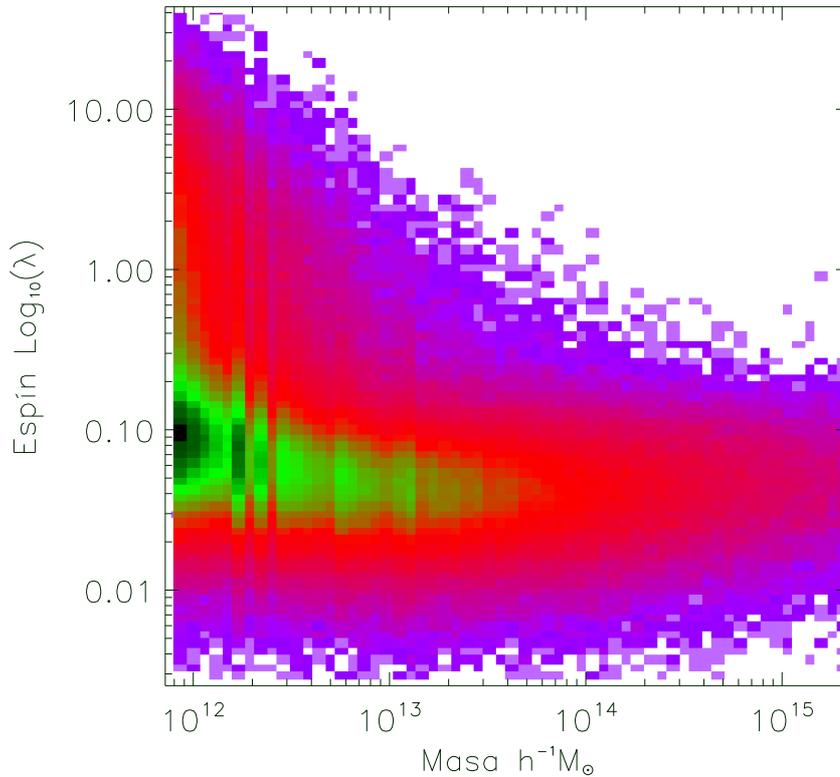


Fig. 2.3: Distribución de halos de la simulación de 500 Mpc según el parámetro de espín λ y masa. La densidad de halos varía según el gradiente de color, siendo máxima en las zonas negras y mínima en el extremo blanco.

mantenemos la contaminación de halos con espín anormalmente alto, por debajo del 10%.

El análisis realizado hasta aquí, se repitió análogamente para la simulación pequeña de 60 Mpc h^{-1} de lado, determinando esta vez un límite de 100 partículas para los sistemas a considerar en el análisis.

2.2.2. Resultados en Simulaciones Numéricas

Para el análisis presentado en esta sección, consideraremos diferentes muestras de halos simulados de materia oscura, separando según distintos cortes mínimos en masa. Utilizaremos la función de correlación anisótropa introducida en la sección 2.2, considerando sistemas con suficientes partículas miembro (30 partículas en la simulación grande, y 100 para el volumen pequeño), a fin de tener una buena estadística inferencial de los halos, como se describió en la sección 2.2.1.

En el panel superior izquierdo de la figura 2.5, se muestra la función de correlación cruzada entre los halos de menor masa considerados, $M \geq 1,2 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$, y partículas de materia oscura circundante, según las direcciones paralela y perpendicular al momento angular del halo (rombos y triángulos respectivamente), y en todas las direcciones (símbolos cuadrados).

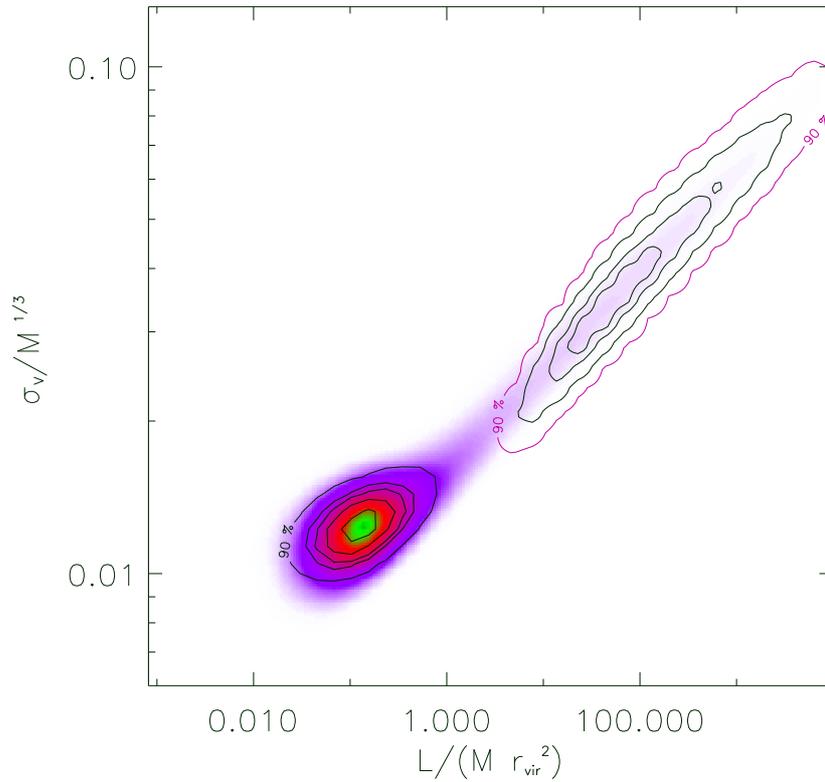


Fig. 2.4: Distribución de los halos de la simulación de 500 Mpc según los parámetros L/Mr_{vir}^2 y σ_v^3/M . El gradiente de colores varía según la densidad de halos, siendo esta densidad máxima en el color negro y mínima en el extremo blanco. Los isocontornos, encerrados por el contorno de 90% de color violeta, forman parte de la distribución de halos con parámetros de espín altos ($\lambda > 0,4$). El 90% de la población de halos con más de 30 partículas, son encerrados dentro del isocontorno grueso negro.

El panel inferior izquierdo, muestra los cocientes entre estas tres estimas de la función de correlación con la obtenida al considerar todos los vecinos en todas direcciones. Las amplitudes relativas de las funciones de correlación representan una señal de alineamiento del momento angular de los halos con el exceso de probabilidad que traza la estructura según la escala en consideración. Como puede verse, las amplitudes relativas de las funciones de correlación, cuando se utilizan pares vecinos en una u otra dirección, son diferentes. Para separaciones $R < 1 \text{ Mpc h}^{-1}$, existe un exceso de correlación en la dirección perpendicular al momento angular de hasta un 20% efectivo (entre las correlaciones paralela y perpendicular en el panel inferior), mientras que para separaciones más grandes, el efecto de alineamiento disminuye e incluso muestra una tendencia a invertirse (aunque, como puede verse en la figura, los errores son grandes a estas separaciones). Volveremos a analizar este efecto más adelante, pero con estimadores más robustos estadísticamente.

Cuando se consideran halos de mayor masa, panel derecho figura 2.5, el efecto también está presente, con una mayor amplitud y un mayor nivel de significación estadística. En este

2.2. Función de correlación anisótropa tridimensional

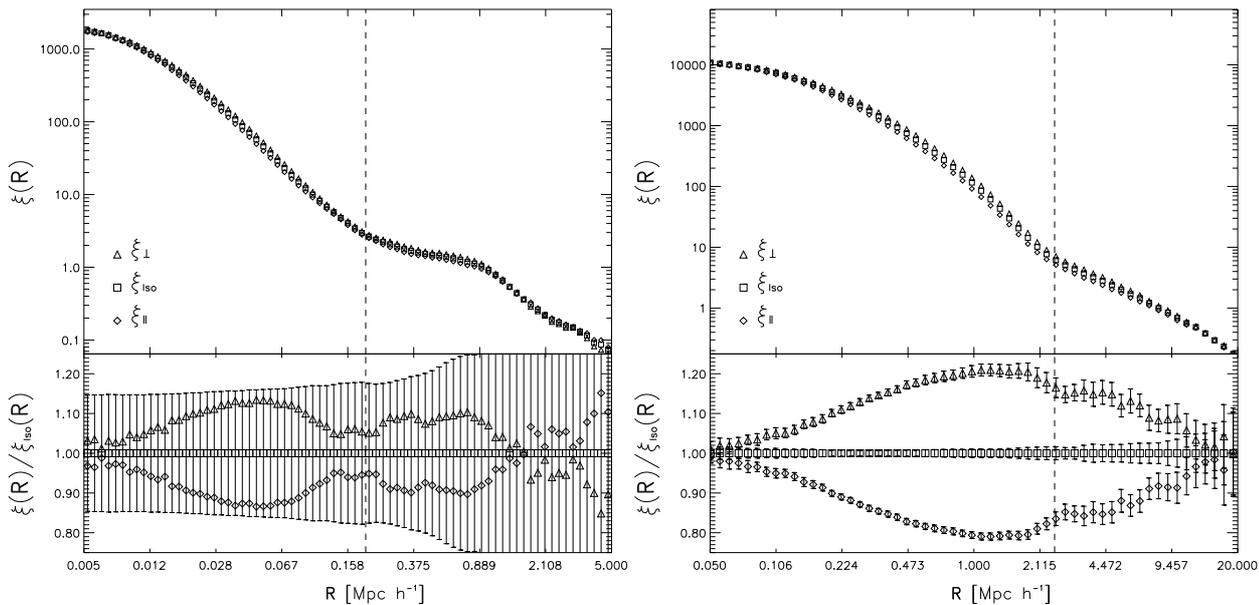


Fig. 2.5: Panel izquierdo: Correlación espacial halo–materia para sistemas de baja masa en la simulación de 60 Mpc h^{-1} . Los triángulos corresponden a la función de correlación entre halos con vecinos en la dirección perpendicular al momento angular central. Los rombos corresponden al resultado obtenido cuando se usan trazadores a lo largo de la dirección del momento angular. Con cuadrados se presenta la función de correlación resultante al involucrar todos los vecinos en el cálculo. El panel inferior izquierdo se presenta el cociente entre las funciones de correlación del panel superior con la función resultante al involucrar vecinos en todas las direcciones. La línea vertical de trazos indica el cambio de régimen entre los términos de uno y dos halos. Panel derecho: Análogo al panel izquierdo, pero para la muestra de halos de mayor masa de la simulación de 500 Mpc h^{-1} .

caso, cuando se consideran vecinos perpendiculares al momento angular, se obtienen correlaciones más altas, que van desde un 50% en amplitudes relativas (panel inferior) para separaciones pequeñas, hasta un 5% en escalas grandes. Además cabe mencionar, que esta vez el alineamiento no cambia a separaciones grandes, como parece ser el caso de los halos de menor masa, incluso a $R = 20 \text{ Mpc h}^{-1}$ comparando con lo analizado a $R = 5 \text{ Mpc h}^{-1}$ en la muestra de baja masa. Hay que notar además que las funciones de correlación cruzadas halo–partícula de la figura 2.5, muestran el comportamiento característico asociado en el modelo de halo, a términos de correlación de uno y dos halos. Este comportamiento ha sido reportado en varias ocasiones, tanto en mediciones observacionales (Zehavi et al. 2004; Cooray 2005), como numéricas (Zheng et al. 2005). Estos dos regímenes son separados en la figura mediante una línea vertical de trazos. Esta separación marca la escala en la que la función de correlación presenta un mínimo local en su primera derivada. Como puede observarse también en la figura 2.5, la señal de alineamiento presenta una clara transición desde el régimen de uno a dos halos. En particular, los halos de baja masa muestran algunos indicios de comportamiento diferenciado del alineamiento según el régimen de uno o dos halos, sugiriendo una relación entre la señal de anisotropía y las propiedades de aglomeración de materia. Esto puede ser interpretado como un indicio de la presencia de diferentes mecanis-

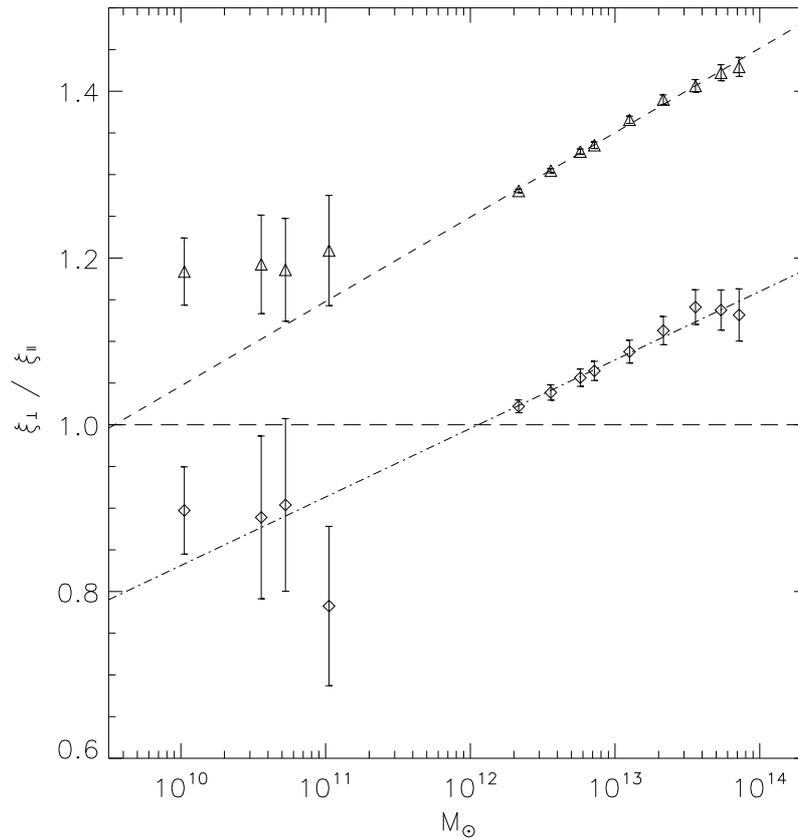


Fig. 2.6: Cocientes entre las funciones de correlación para vecinos en la dirección perpendicular y paralela al momento angular del halo centro. Los rombos (triángulos) corresponden al cociente sobre el rango de escalas del régimen de dos halos (un halo).

mos físicos, interviniendo en la conformación del alineamiento observado en los regímenes de uno y dos halos.

Se realizaron además estimas cuantitativas del alineamiento para los términos de uno y dos halos, a partir de funciones de correlación cruzadas como las mostradas en la figura 2.5, para un total de 13 cortes en masa, en ambas simulaciones. Este cálculo se realizó separando pares con distancias mayores y menores a la escala de transición entre ambos regímenes.

Para disminuir hasta cierto punto los efectos de la covarianza de la función de correlación con la distancia, se realizaron estimas globales de los cocientes de funciones de correlación en las direcciones paralela y perpendicular al momento angular, usando todos los pares halo-partícula separados por distancias dentro de los regímenes de uno y dos halos⁶. El resultado de estos cálculos puede verse en la figura 2.6, donde los triángulos indican el cociente

⁶Cuando se utiliza una grilla de intervalos angostos en $\log_{10}(r)$ para el cálculo de la función de correlación, la matriz de covarianza sobre esta grilla no es diagonal. Esto refleja un hecho ya conocido: la función de correlación no mide el aglomerado con la distancia de manera independiente, como si lo hace su contraparte en el espacio de Fourier, el espectro de potencias, en función de la escala. No obstante, los elementos fuera de la diagonal principal (que representarían probabilidades condicionales no nulas y por lo tanto interdependencia para escalas cruzadas), decaen rápidamente en diagonales secundarias y superiores. Cuando interviene en el cálculo intervalos más grandes, los elementos de la matriz de covarianza fuera de la diagonal principal son muchos más pequeños, con lo cual uno obtiene de manera aproximada, medidas independientes de la función de correlación en las distintas escalas.

2.2. Función de correlación anisótropa tridimensional

entre las correlaciones en las direcciones paralela y perpendicular en el régimen de escalas del término de un halo, los rombos muestran los correspondientes al régimen de dos halos. La línea horizontal a trazos a $\xi_{\parallel}/\xi_{\perp} = 1$ corresponde al caso isótropo. Los puntos con masas menores a $10^{12} h^{-1} M_{\odot}$, que corresponden a la simulación de 60 Mpc de lado, muestran errores más grandes debido al pequeño volumen simulado, y a la menor amplitud del aglomerado que caracteriza las muestras de baja masa. Como puede apreciarse, el término de un halo siempre muestra más estructura en la dirección perpendicular al momento angular, de manera creciente con la masa, mientras que el término de dos halos presenta un comportamiento similar con la posible excepción de los halos de baja masa. Para estos últimos, el momento angular tiende a apuntar en la dirección de la estructura en gran escala, aunque con una baja significación estadística. Los alineamientos son detectados con un nivel de significación de alrededor de cinco desviaciones estándar (σ_{dev}), para la muestra de halos de mayor masa, extraídos de la simulación más grande. Como en el régimen de dos halos, los halos de baja masa muestran errores considerablemente mayores. En el caso de los halos con baja masa ($M \simeq 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$) en el régimen del término de dos halos (rombos en la figura 2.6), la señal de alineamiento es opuesta a la de los halos de mayor masa (un efecto de $10 \pm 5\%$). Esta señal de antialineamiento se ajusta bien a la tendencia general de los cocientes $\xi_{\parallel}/\xi_{\perp}$ a aumentar con la masa. A esta tendencia se le puede ajustar una relación *log-lineal*, que cruza el valor unidad en $M \simeq 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$. Este valor de masa característico, sugiere un cambio en la señal de alineamiento en acuerdo cualitativo en lo concerniente a la dirección de alineamiento, con los resultados de Hahn et al. (2007b). Este cambio de comportamiento se daría entre masas por arriba y por debajo de la masa típica de colapso $M_* = 5,5 \times 10^{12,5} h^{-1} M_{\odot}$ a $z = 0$. El mejor ajuste de la relación *log-lineal* en los resultados del término de dos halos, se muestra en la figura 2.6 en línea a trazos y puntos, y corresponde a:

$$\xi_{\parallel}/\xi_{\perp} = (0,95 \pm 0,01) + (0,082 \pm 0,008) * [\log_{10}(M) - 11,5] \quad (2.3)$$

Para el caso del término de un halo, la dependencia del alineamiento con la masa es ajustada mediante (línea de trazos),

$$\xi_{\parallel}/\xi_{\perp} = (1,198 \pm 0,004) + (0,101 \pm 0,003) * [\log_{10}(M) - 11,5] \quad (2.4)$$

El efecto de alineamiento en escalas grandes (régimen de dos halos) puede interpretarse en términos de la teoría de torque tidal, especialmente para halos de masas altas, que muestran en mayor grado momentos angulares perpendiculares a la estructura en gran escala actual. Aparentemente, para halos de masa suficientemente grande, la estructura en gran escala actual continúa describiendo el campo tidal original. En el caso de los halos de menor masa, el alineamiento parece revertirse. Este resultado cae fuera del dominio de la teoría de torque tidal, y podría interpretarse como efectos no lineales producidos en el tratamiento más complejo que se realiza mediante las simulaciones.

Los resultados en el término de un halo, indican que más allá de la masa del sistema, la

estructura interna del halo de materia oscura se alinea preferentemente con el plano perpendicular al momento angular, con un mayor nivel de señal y significación estadística que en el caso del régimen de dos halos.

2.3. Función de correlación anisótropa proyectada

Como mencionamos anteriormente, es dificultoso determinar el momento angular de galaxias reales (ver por ejemplo Hernandez et al. (2007)). En el caso del catálogo *Sloan* que utilizamos aquí, la única información que podemos emplear para determinar la dirección del momento angular es la imagen fotométrica de la galaxia. En este capítulo, se asume que tanto discos espirales como esferoides aplanados, se presentan perpendiculares a su momento angular intrínseco, y por lo tanto, galaxias vistas de canto (ya sean discos o esferoides) tendrán una mayor probabilidad de tener su momento angular en el plano del cielo. Bajo esta hipótesis, definimos la dirección proyectada del momento angular, como la perpendicular al ángulo de posición de la galaxia. Si bien es de esperar una gran variedad de casos que contradigan esta hipótesis, lo que buscamos aquí es definir una población de direcciones que estadísticamente se aproxime de manera insesgada, a la población de momentos angulares de las galaxias consideradas.

Por otro lado, el ángulo de posición (que resulta fundamental en la definición del párrafo anterior), se calcula a partir modelos de mejor ajuste de las imágenes bidimensionales. En la base de datos del catálogo SDSS, se proveen estos ajustes para los modelos exponenciales y de de Vaucouleurs. Para las muestras que utilizaremos en la sección 3.2, sólo tomamos galaxias centro con formas aparentes elongadas (cocientes de semiejes menores a 0,7), y cuyos ajustes sean netamente exponenciales o de de Vaucouleurs. Es decir, utilizamos galaxias que al menos presenten un ajuste del 80% de su imagen fotométrica bajo un único modelo.

Definida así la dirección del momento angular sobre el plano del cielo, es posible calcular la función de correlación en distancias proyectadas, para vecinos en direcciones paralelas y perpendiculares a dicha dirección. Para esto tomamos todos los vecinos, en un dado intervalo de velocidades radiales alrededor del centro. Las distancias proyectadas se calculan según la distancia comóvil de la galaxia central y la separación angular de la vecina. El intervalo en velocidad radial busca evitar la disminución de la señal, debida a proyección de estructuras no correlacionadas tanto de fondo como interpuestas. No obstante dicho intervalo, debe asegurar también una suficiente cantidad de vecinos, a fin de obtener una buena estadística. En la figura 2.7, presentamos un esquema de este método. Dado el ángulo de posición de la galaxia centro, podemos calcular la función de correlación paralela (azul) y perpendicular (rojo) al momento angular central.

2.3.1. Simulación de Sesgos observacionales

En esta sección vamos a analizar la viabilidad de la función de correlación proyectada para detectar en observaciones, el alineamiento encontrado en simulaciones (sección 2.2.2).

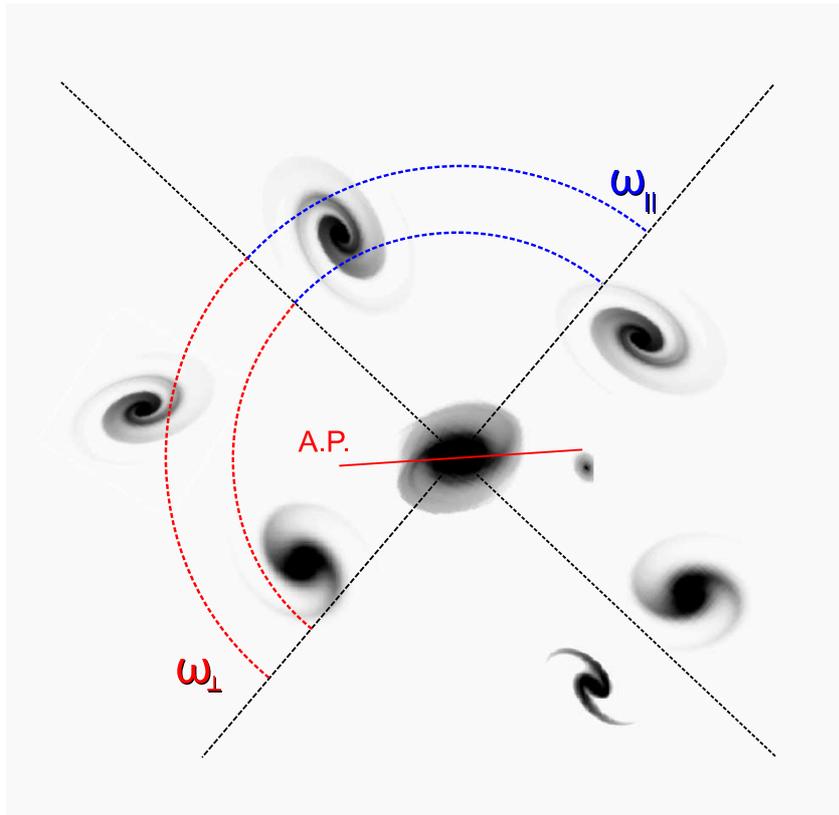


Fig. 2.7: Esquema del celdificado de la función de correlación anisótropa proyectada. Dado el ángulo de posición de la galaxia (en rojo A.P.), podemos calcular la función de correlación proyectada buscando vecinos en intervalos de distancia, según estén en la región paralela (azul) o perpendicular (rojo) al momento angular del centro (normal a A.P.).

Para esto, se buscó reproducir los sesgos observacionales más importantes sobre el conjunto de datos simulados. De esta manera, se provee un espacio realista de comparación entre observaciones y predicciones teóricas.

El procedimiento consiste en proyectar la estructura circundante a un dado halo de materia oscura, sobre un plano definido como el plano del “cielo”. Para esto se asume un “observador” ubicado a una cierta distancia fija del centro del volumen simulado. Dicha distancia es elegida para coincidir con la media del catálogo espectroscópico. Dada una partícula o halo, tomamos dos de sus coordenadas cartesianas, por ejemplo x e y como coordenadas sobre el plano del cielo, mientras que la tercera, z , más la distancia del observador, se convierte a su equivalente en velocidad radial (mediante el factor de Hubble). A esta última velocidad radial, se le adiciona la componente de velocidad peculiar sobre el eje z . De esta manera hemos emulado el efecto de distorsiones en el espacio de *redshift* dentro del volumen simulado, despreciando los efectos de curvatura del cono observacional (ver apéndice B.2).

Para el cálculo de la función de correlación proyectada, que denotaremos $\omega(\sigma)$, se computan las distancias proyectadas σ , sobre el plano del cielo ($x-y$), para todos los objetos vecinos dentro de cierto intervalo Δv en velocidad radial (i.e. sobre la coordenada axial z). En concordancia con los valores elegidos para la función de correlación en observaciones, se eligió

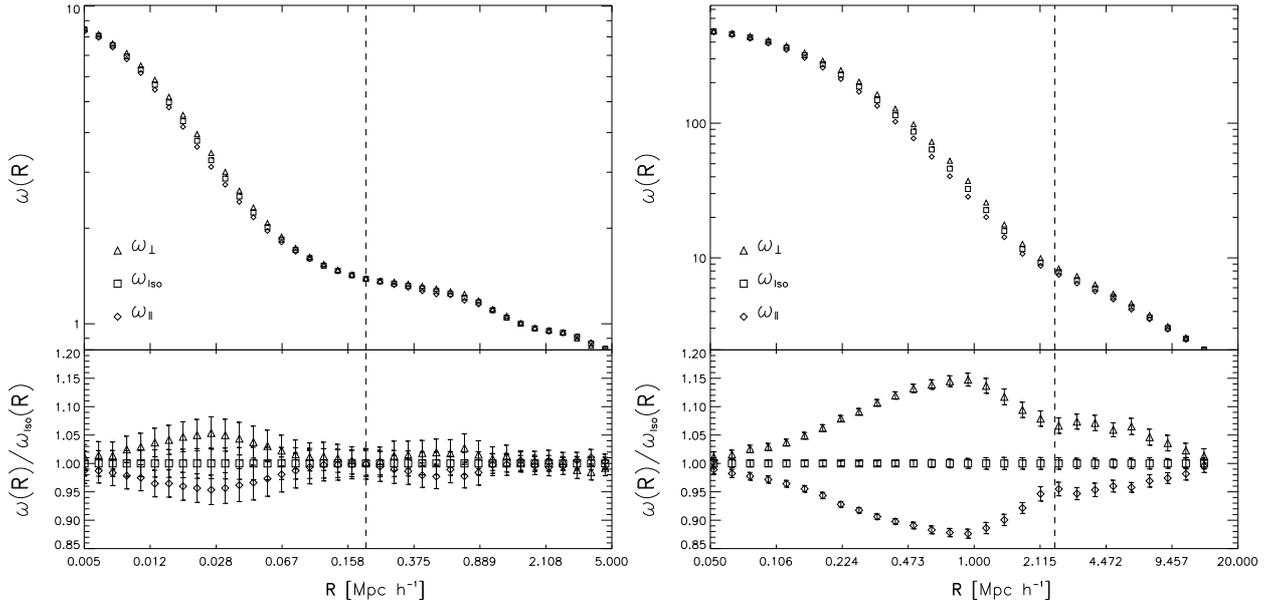


Fig. 2.8: Panel izquierdo: Funciones de correlación proyectada alrededor de halos de baja masa con momentos angulares en el plano del cielo (arriba a la izquierda). Las correlaciones en las direcciones paralelas y perpendicular al momento angular proyectado de los halos centro, se muestran con triángulos y rombos respectivamente. Los cocientes entre las correlaciones proyectadas en el panel inferior. Panel derecho: Lo mismo que el panel de la izquierda pero para la muestra de halos de mayor masa extraída de la simulación de 500 Mpc h^{-1} .

un intervalo de velocidades radiales de $\Delta v = 750 \text{ km/s}$ alrededor de cada halo central. Luego se seleccionaron halos “de canto”, mediante el requerimiento de que su momento angular estuviera a menos de 60° del plano del cielo⁷.

Seguidamente, se procedió a estudiar la función de correlación proyectada centrada en los halos así seleccionados, utilizando las partículas de materia oscura como trazadores. De manera análoga a la implementada anteriormente (sección 2.2), se separó el conteo de pares halo–partícula, según el ángulo subtendido entre la dirección proyectada del par y la dirección proyectada del momento angular del halo centro. Para estudiar el comportamiento de la señal de alineamiento en proyección, se calculó la función de correlación de dos maneras distintas. Primero, utilizando pares halo–partícula cuyo ángulo con el momento angular sea menor a 30° , se calcula lo que denotaremos función de correlación paralela (ω_{\parallel}). Segundo, denotaremos como función de correlación perpendicular (ω_{\perp}), a la obtenida mediante el conteo de pares con ángulos mayores de 60° .

En la figura 2.8, mostramos los resultados de este procedimiento. El panel izquierdo presenta los resultados en funciones de correlación proyectadas (panel superior) y cocientes (panel inferior), para los halos de menor masa extraídos de la simulación pequeña. Mientras que en el panel derecho, se presentan resultados análogos utilizando los halos de mayor masa extraídos de la simulación grande.

⁷Este límite sobre el ángulo subtendido por el momento angular, es equivalente a un cociente de 0,5 en los semiejes de una imagen proyectada por un disco fino perpendicular al momento angular.

Como puede verse, estos resultados son cualitativamente consistentes con la señal de alineamiento encontrada antes, en los resultados tridimensionales de la sección 2.2.2. Esto indica que el efecto de proyección y velocidades peculiares, aún permite la detección de alineamientos mediante la función de correlación en distancias proyectadas e intervalos en velocidades radiales. No obstante, la amplitud general del efecto es más baja. Los halos de mayor masa presentan cocientes entre correlaciones con la estructura en las direcciones paralela y perpendicular al momento angular del orden de un 30% de exceso, mientras que esto mismo en el caso tridimensional alcanzaba valores alrededor de un 50%. Para los halos de baja masa, la diferencia de amplitudes es de un 10%, comparado con valores de 20 – 30% que se obtuvieron en el caso tridimensional. Luego, es de esperar que sea ligeramente más complicada la detección de diferencias en muestras observacionales, incluso debido a sesgos que no pudimos tener en cuenta en esta sección (i.e. diferencias entre la física bariónica y la que tenemos en cuenta en nuestras simulaciones no colisionales).

2.4. Observaciones

Es posible tratar, aunque más no sea en sentido estadístico, con la orientación en proyección del momento angular de sistemas trazados por galaxias con formas espirales, o esferoidales aplanadas. Por ejemplo, en el caso de muestras de galaxias espirales con formas proyectadas redondas, es más probable obtener sistemas vistos de “frente”, y por lo tanto con momentos angulares que apuntan en la línea de la visual. Por el contrario, si estas espirales son elegidos según formas proyectadas elongadas, obtenemos una población de discos típicamente vistos de canto, y por lo tanto, es más probable obtener sistemas con momentos angulares en el plano del cielo y perpendiculares al ángulo de posición de la imagen.

Por otro lado, las galaxias elípticas con formas aparentes redondeadas, pueden ser tanto sistemas inherentemente esféricos, o esferoides aplanados vistos de frente. Esto último debido a que, como sugieren Padilla & Strauss (2008), estos sistemas presentan preferentemente formas tridimensionales oblatas por sobre configuraciones proladas. No obstante, galaxias elípticas con formas aparentes elongadas tendrán por lo tanto, una mayor probabilidad de representar sistemas esferoidales intrínsecamente aplanados y vistos de canto (Padilla & Strauss 2008). Luego, tanto las galaxias elípticas como las espirales con imágenes elongadas, tiene una buena chance de presentar momentos angulares perpendiculares al semieje mayor de la imagen fotométrica. En este capítulo centramos nuestro análisis fundamentalmente en este tipo de galaxias.

A lo largo de toda la tesis haremos uso del catálogo espectroscópico *Sloan* (SDSS), en este capítulo en particular usamos la sexta edición (SDSS-DR6) que contiene unas $\simeq 790000$ galaxias, con corrimientos hacia el rojo espectroscópicos, fotometría en cinco bandas, u, g, r, i, z , como así también parámetros determinados sobre la forma de las imágenes de galaxias. Estos parámetros consisten básicamente en longitudes de semiejes y ángulos de posición para modelos bidimensionales ajustados a la imagen de cada galaxia. Para realizar este ajuste, se

Tabla 2.1: Muestras observacionales de galaxias extraídas de la muestra principal del SDSS-DR6. La primera columna indica el nombre de la muestra, la segunda el número de galaxias contenidas, la tercer columna muestra la densidad numérica, mientras que la cuarta indica la masa asociada al halo de materia oscura contenedor, según se explica en el texto, mediante el modelo Λ CDM.

Muestra	Miembros	$n/10^{-3}h^{-3}\text{Mpc}^3$	$\text{Log}_{10}(M_{\text{host}}/h^{-1}M_{\odot})$
O1	132000	$10,4 \pm 0,8$	$12,5^{+0,3}_{-0,5}$
O2	59300	$6,5 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,2$
O3	72700	$5,5 \pm 0,1$	$11,4^{+0,6}_{-0,8}$
O4	10900	$7,2 \pm 0,2$	$12,2^{+0,4}_{-1}$
O5	1400	$1,1 \pm 0,2$	$12,6^{+0,3}_{-0,5}$

produce una imagen bidimensional para dos modelos diferentes, uno tipo *exponencial* y otro tipo *de Vaucouleurs*, convolucionando la imagen producida por cada modelo con la función de esparcimiento del punto (o más conocida como PSF, “*Point Spread Function*”). El mejor ajuste para cada modelo se obtiene al minimizar los residuos entre la imagen modelada y la fotométrica de cada galaxia individual⁸. Además de estos parámetros, se dispone de una medida de la mejor combinación lineal, entre los modelos exponencial y de de Vaucouleurs, que ajusta la imagen cada galaxia. Esta medida, es cuantificada en el parámetro $fracDev$, provisto también por el catálogo (Abazajian et al. 2005). Debido a que el catálogo espectroscópico Sloan es completo por definición en la banda r , utilizaremos los parámetros provistos en esta banda por el perfil de de Vaucouleurs, para galaxias con $fracDev > 0,8$, o por el perfil exponencial, para galaxias con $fracDev < 0,8$, ignorando los demás casos⁹. A fin de tener la mejor calidad en estos parámetros, utilizamos sólo galaxias con corrimientos hacia el rojo entre $0,02 < z < 0,09$. Además se realizaron las correcciones correspondientes, por evolución, corrimiento hacia el rojo y enrojecimiento (Blanton & Roweis 2007; Padilla & Strauss 2008).

Se estudió el alineamiento de las galaxias, según diferentes submuestras de galaxias centro, siempre vistas “de canto”, definidas según su color y luminosidad. Las muestras que empleamos son: O1, consistente de todas las galaxias vistas “de canto” con cocientes $b/a < 0,7$ en su imagen; O2, galaxias de canto rojas con índice de color $g - r > 0,7$; O3, galaxias azules con índices de color $g - r < 0,7$; O4, galaxias débiles con $M_r > -19,5$; y por último la muestra O5, compuesta por galaxias brillantes con $M_r < -19,5$. La selección de las submuestras fue

⁸El catálogo provee además otros dos parámetros de forma y orientación, definidos sobre la fotometría de una galaxia. El primero, corresponde al momento de orden dos, pesado por flujo, de la imagen de la galaxia. El segundo, corresponde al ajuste por medio de una elipse, de la isofota de 25 magnitudes por segundo de arco en la imagen. Si bien ambos parámetros son independientes de cualquier modelo, resultan sensibles a perturbaciones en la imagen del objeto. Estas perturbaciones tienen diversas fuentes, como regiones de formación estelar, galaxias satélites no resueltas, etc. Por esto último resultan más adecuados los parámetros extraídos de los modelos ajustados sobre toda la imagen.

⁹Es sabido que el mero hecho de que el perfil de luminosidad de una galaxia responda a una determinada ley, no alcanza para asignar a ésta un determinado tipo morfológico. Incluso es posible encontrar objetos cuyas isofotas no responden a un ajuste combinado de una componente tipo exponencial y otra tipo de de Vaucouleurs, en cuyo caso resulta más conveniente el perfil de Sérsic (1963). No obstante, a lo largo de esta Tesis, abusaremos en cierta forma de la nomenclatura, refiriéndonos a los objetos con $fracDev$ menor o mayor a 0,8, tanto como objetos tipo exponencial o tipo de de Vaucouleurs, como galaxias elípticas o disco. También se utilizarán según sea el caso los términos esferoide y espiral. Estos términos no deben interpretarse en sentido estricto, ya que siempre nos referimos a la población de objetos en uno u otro rango de $fracDev$, cada población siempre estará dominada por galaxias con morfologías elípticas o disco según el caso, siendo adecuado en este contexto estadístico la nomenclatura adoptada en la presente Tesis.

realizada asegurando un buen número de galaxias centro, a fin de conservar una buena estadística en la función de correlación (i.e. cada submuestra contiene al menos 1000 centros). El número de galaxias en cada muestra se presenta en la tabla 2.1, donde se muestra además la densidad numérica de galaxias calculada hasta el límite de completitud de cada muestra.

Para caracterizar de una manera cuantitativa cada submuestra seleccionada del catálogo, se calculó la masa media de halos asociados Λ CDM, que muestren la misma amplitud de aglomerado en el régimen de dos halos, que la correlación medida para cada muestra de galaxias. Para esto seguimos un procedimiento estándar, utilizado en varios trabajos de la literatura (por ejemplo Croft et al. (1999), Padilla et al. (2001)), que consiste en calcular la función de autocorrelación (notada con $\xi(\sigma, \pi)$) de las galaxias en dos coordenadas, una paralela (π) y otra perpendicular (σ) a la línea de visual. Luego se integra sobre la coordenada π , a fin de evitar el efecto de distorsiones espaciales que sufren los datos espectroscópicos. Como resultado de esta integración, se obtiene una función de correlación proyectada, $\Xi(\sigma)$:

$$\Xi(\sigma) = 2 \int_{\pi_{min}}^{\pi_{max}} \xi(\sigma, \pi) d\pi, \quad (2.5)$$

la cual puede ser utilizada para obtener la función de correlación en el espacio real vía:

$$\xi(r) = \frac{-1}{\pi} \sum_{j \geq i} \frac{\Xi(\sigma_{j+1}) - \Xi(\sigma_j)}{\sigma_{j+1} - \sigma_j} \ln \left(\frac{\sigma_{j+1} + \sqrt{\sigma_{j+1}^2 - \sigma_i^2}}{\sigma_j + \sqrt{\sigma_j^2 - \sigma_i^2}} \right), \quad (2.6)$$

donde la suma se realiza en los mismos intervalos de σ , utilizados en el cálculo de la función de correlación proyectada.

La masa típica de los halos de materia oscura para cada una de las muestras de galaxias, puede obtenerse a partir de la función de correlación en espacio real así obtenida. Es posible determinar esta masa, siguiendo el formalismo de Sheth et al. (2001), mediante la estima del sesgo entre la función de correlación en espacio real, ya lo correspondiente predicha por la cosmología Λ CDM para la materia oscura. Esta última, puede ser obtenida mediante la transformada de Fourier del espectro de potencias no lineal (tomado de Peacock & Smith (2000)) para el mismo conjunto de parámetros utilizados al realizar la simulación cosmológica.

En la figura 2.9, se muestra como ejemplo el caso de la determinación de masa para la muestra de galaxias rojas (O2). En dicha figura, el panel de la izquierda muestra la función de autocorrelación $\xi(\sigma, \pi)$, y panel de la derecha la correspondiente función de correlación en el espacio real (símbolos) junto con el mejor ajuste teórico Λ CDM (línea continua). En este caso, se determinó que la muestra de galaxias rojas (con $b/a < 0,7$) son consistente en cuanto su aglomerado con el conjunto de halos Λ CDM cuya masa media es de $\log_{10}(M/h^{-1}M_{\odot}) = 13,06^{+0,19}_{-0,27}$. Los resultados para las demás muestras pueden encontrarse en la tabla 2.1, donde puede apreciarse que este estudio abarca un amplio rango en masas de galaxias.

Mediante este método es posible comparar de manera cuantitativa, los alineamientos detectados mediante funciones de correlación proyectadas, para las submuestras observacionales del catálogo *Sloan* y muestras correspondientes a diferentes cortes en masa de simula-

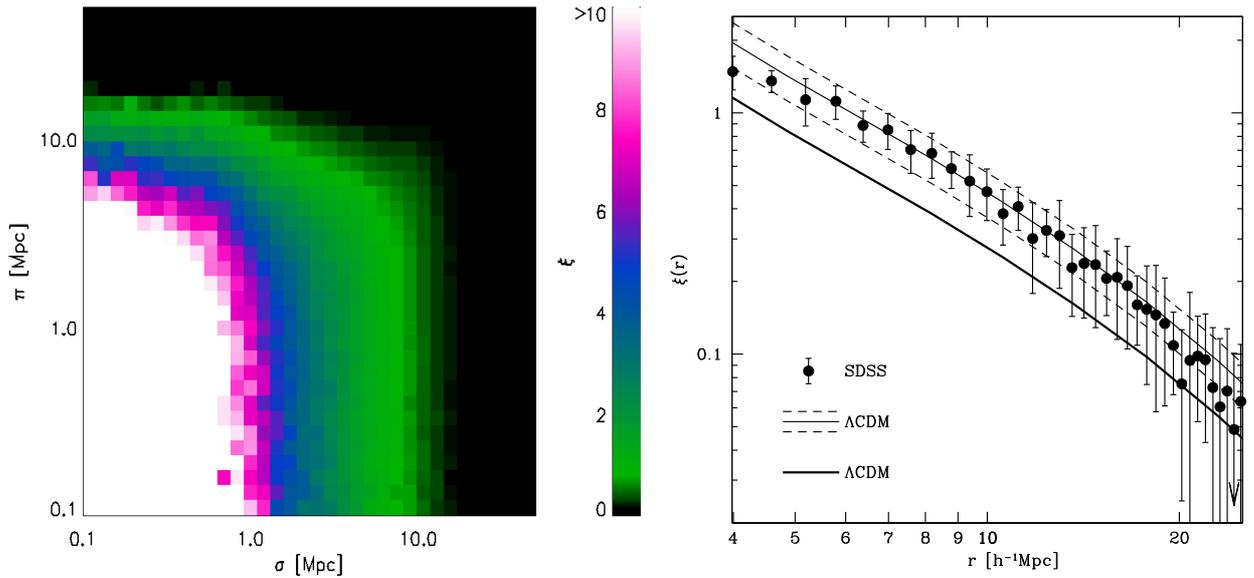


Fig. 2.9: Panel izquierdo: Función de correlación proyectada alrededor de galaxias rojas “de canto” del catálogo SDSS-DR6 (muestra O2), según las direcciones paralelas y perpendiculares a la línea de la visual. El color indica la amplitud de la función de correlación (ver escala en la figura). Panel derecho: Función de correlación en el espacio real para la muestra O2, obtenida según se describe en el texto (símbolos con barras de error). Con línea continua negra presentamos el mejor ajuste, obtenido mediante funciones de correlación de halos Λ CDM. Las líneas a trazos muestran el rango permitido de amplitudes para la función de correlación, consistente con los errores en los datos. La línea gris gruesa, muestra la función de correlación en el espacio real de la masa para el modelo Λ CDM.

ciones numéricas. Además, para inferir la escala de transición entre el régimen de uno y dos halos para las muestras observacionales, utilizamos el ajuste de la dependencia de la escala de separación con la masas en las muestras simuladas de halos de materia oscura.

Como habíamos visto en la sección 2.3.1, es posible estudiar el alineamiento de la estructura en gran escala alrededor de galaxias, mediante funciones de correlación. Esto se realiza a través del cálculo de funciones proyectadas, $\omega(\sigma)$, en intervalos de velocidad radial alrededor de la galaxia centro, como función de la separación par, σ . Esta última cantidad se calcula de la separación angular proyectada a la distancia de la galaxia centro. A continuación aplicamos este método a las muestras de galaxias “de canto”, y comparamos los resultados obtenidos al utilizar trazadores (pares) en las direcciones paralela y perpendicular, a la dirección inferida para el momento angular. De esta manera buscamos detectar diferencias de estructura entre ambas direcciones.

Las funciones de correlación son calculadas usando como centros las galaxias de las muestras de la tabla 2.1, utilizando como trazadores de estructura la muestra completa del catálogo espectroscópico SDSS-DR6. Como en el análisis que se realizó de los sesgos observacionales en simulaciones, sección 2.3.1, se calculó las funciones de correlación para galaxias “de canto”, es decir para objetos cuyo mejor modelo de la imagen fotométrica dé $b/a < 0,7$. Hay que mencionar que en el análisis de la sección 2.3.1 utilizamos un ángulo límite con la visual de

2.4. Observaciones

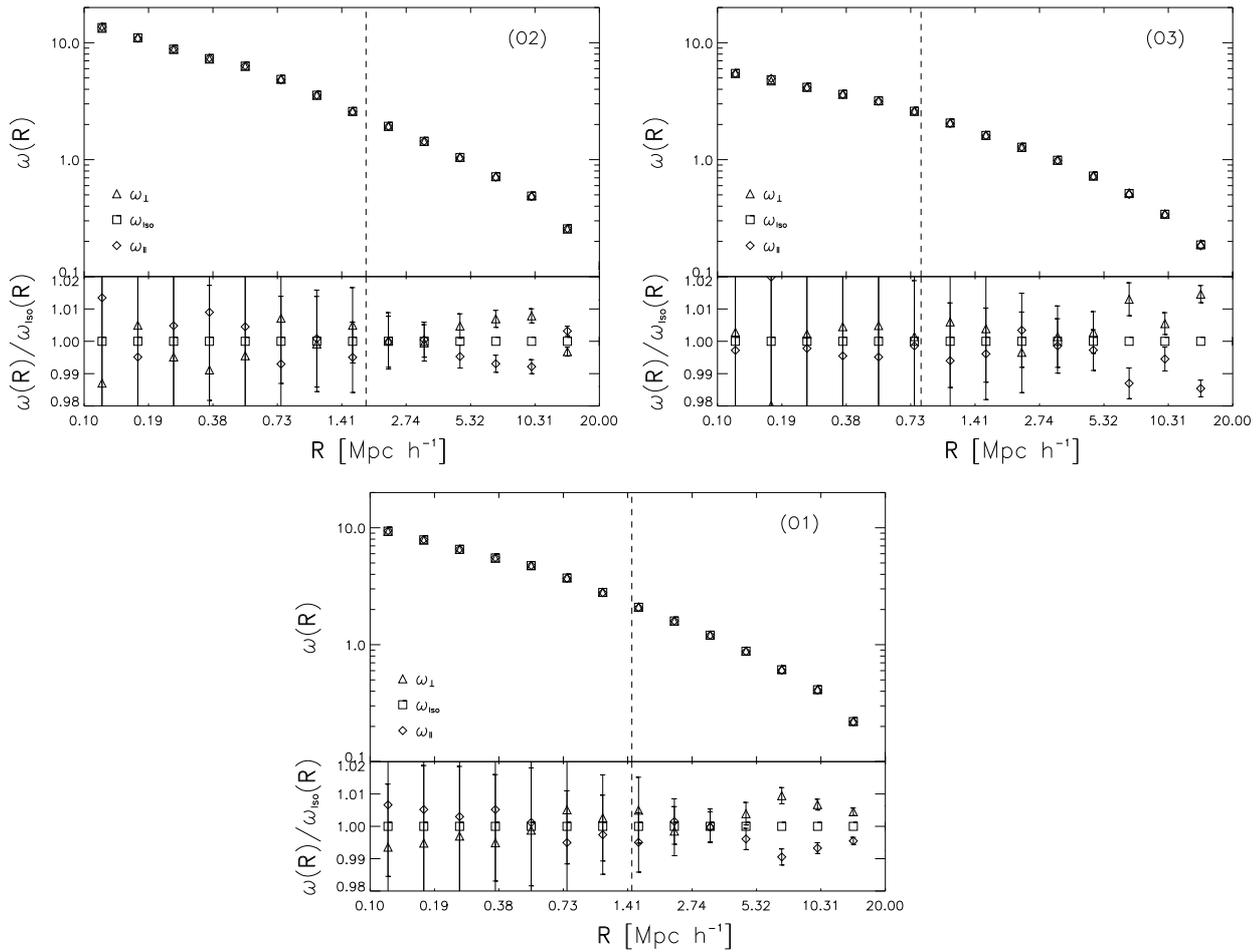


Fig. 2.10: Funciones de correlación alrededor de galaxias “de canto” en el catálogo Sloan, según las direcciones paralela y perpendicular al momento angular de las galaxias centro (triángulos y rombos respectivamente). Abajo están los resultados para la muestra O1 (SDSS-DR6 completo), arriba a la izquierda la muestra de galaxias rojas O2, y arriba a la derecha la muestra O3 (galaxias azules). La línea vertical a trazos marca la escala de transición entre los regímenes de uno y dos halos, correspondiente a la masa del halo anfitrión que se obtuvo a partir de la función de correlación en el espacio real de las diferentes muestras.

60° el que, como se mencionó, es equivalente a un disco fino con un cociente de semiejes de $b/a = 0,5$. No obstante para un esferoide achatado o un disco grueso, este número es más grande, por lo cual elegimos utilizar un cociente de $b/a < 0,7$ (para más detalles ver la sección 3.3 y Padilla & Strauss (2008)).

En la figura 2.10 se muestra los resultados de las funciones de correlación de galaxias vistas “de canto”, para las tres submuestras que exhiben diferencias significativas de alineamiento con el momento angular. Estas son, la muestra completa de galaxias achatadas (O1, abajo), la muestra de galaxias rojas (O2, arriba a la izquierda), y la muestra de galaxias azules (O3, arriba a la derecha). Como en las anteriores figuras, los triángulos muestran la correlación con galaxias en la dirección del momento angular, y los rombos la correspondiente en la dirección perpendicular, los cuadrados en cambio muestran la función de correlación isotrópica, usando todos los vecinos. A primera vista, las formas de estas funciones indican

que no existe una transición clara entre los regímenes de uno y dos halos, como sí es el caso de las simulaciones numéricas (ver figura 2.8). En el caso de estas muestras, el efecto principal es un cambio de pendiente en la relación $\log_{10}(\omega) - \log_{10}(\sigma)$, la cual es aproximadamente constante en cada régimen. Como vimos en la sección 1.5.4, esto puede deberse a que la estructura interna de los halos, no es trazada de la misma manera por galaxias en el catálogo, que por partículas de materia oscura en el modelo Λ CDM. En lo concerniente al alineamiento, puede observarse que para las tres muestras, la estructura en gran escala se presenta preferentemente alineada con la dirección perpendicular al momento angular, especialmente para el régimen de dos halos, como también fue el caso hallado en las simulaciones cosmológicas. La diferencia entre las dos funciones de correlación orientadas varía entre 2 y 4%, siendo detectada con un nivel de significación de dos σ_{dev} , sobre un rango de escalas definido entre 2 y 20 Mpc h^{-1} .

El análisis de las muestras débil y brillante (muestras O4 y O5, respectivamente), arroja resultados de alineamiento en acuerdo cuantitativo con la muestra completa de galaxias *Sloan* (muestra O1), con diferencias de resultados menores a un σ_{dev} . En la próxima sección presentamos un análisis más cuantitativo, y la comparación entre resultados teóricos y observacionales.

2.5. Comparación entre resultados de simulaciones y observaciones

Con el objetivo de comparar cuantitativamente los alineamientos detectados en observaciones con aquellos encontrados en simulaciones numéricas, utilizamos la escala de transición entre los regímenes de correlación de uno y dos halos, para separar el grado de alineamiento de ambos términos por separado. En la sección anterior se definió estas escalas en las observaciones. Como en la sección 2.2.2, estimamos los cocientes entre las funciones de correlación según las direcciones paralela y perpendicular a la dirección inferida para el momento angular de las galaxias centro, utilizando para esto todos los pares con separaciones en el régimen de uno o dos halos. Este estimador puede ser comparado en forma directa con los resultados obtenidos en simulaciones numéricas, para funciones de correlación proyectadas, teniendo en cuenta los sesgos propios de catálogos espectroscópicos (sección 2.3.1). En la figura 2.11, se presentan los cocientes entre funciones de correlación proyectadas en direcciones paralelas y perpendicular, como función de la masa del halo. Los resultados pertenecientes a simulaciones numéricas se muestran con rombos, y los resultados obtenidos para muestras observacionales, en función de la masa determinada para la población de halos anfitrión, se presentan mediante símbolos llenos.

Se muestran los resultados para las muestra, O1 (SDSS-DR6 completo, cuadrados), O2 (galaxias rojas, triángulo apuntando hacia arriba), y O3 (galaxias azules, triángulo apuntando hacia abajo). En el panel derecho de la figura 2.11 se muestra los resultados del análisis para el término de un halo, mientras que en el panel izquierdo lo correspondiente para el régimen de dos halos. Para el término de dos halos, los resultados de alineamiento de las muestras

2.5. Comparación entre resultados de simulaciones y observaciones

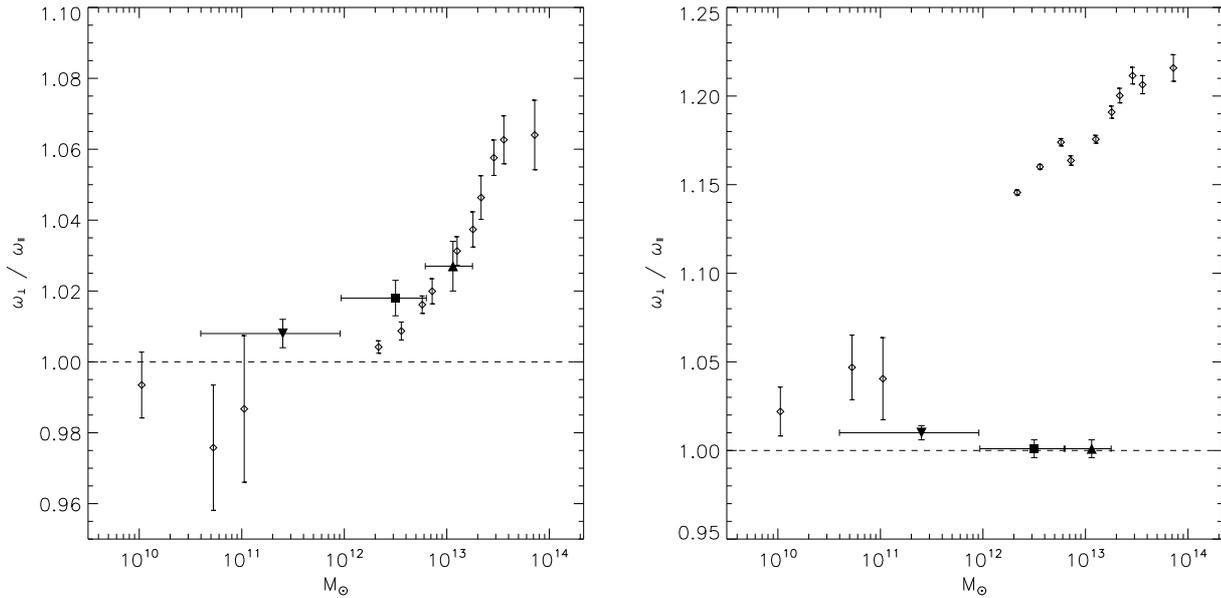


Fig. 2.11: Cocientes entre funciones de correlación proyectadas en direcciones paralela y perpendicular al momento angular proyectado, como función de la masa del halo de simulaciones numéricas (rombos vacíos). Las muestras de galaxias O1 (todas), O2 (galaxias rojas), y O3 (galaxias azules), se muestran con símbolos llenos respectivamente a saber, cuadrado, triángulo apuntando hacia arriba, y triángulo apuntando hacia abajo. Panel derecho: cocientes para el régimen de un halo. Panel izquierdo: cocientes para el régimen de dos halos.

observadas son: $1,8 \pm 0,5\%$ para la muestra completa O1, $2,7 \pm 0,7\%$ para la muestra de galaxias rojas O2, y $0,8 \pm 0,4\%$ la muestra de galaxias azules O3. En el caso del término de un halo, los alineamientos son $0,1 \pm 0,5\%$, $0,1 \pm 0,5\%$, y $1,0 \pm 0,4\%$ para las muestras O1, O2 y O3, respectivamente. Como puede apreciarse, el alineamiento encontrado para el término de dos halos es consistente para muestras observacionales y resultados teóricos de simulaciones. Las diferencias entre ambos son como máximo de un σ_{dev} .

El acuerdo entre los resultados observacionales y teóricos, indica que la teoría de torque tidal, en combinación con el aglomerado jerárquico, es un marco teórico viable, no sólo por explicar la dirección cualitativa de los alineamientos de la estructura con el momento angular de las galaxias, sino además por el acuerdo que se obtiene en la magnitud estadística de este efecto, entre los resultados observacionales y numéricos. Debe notarse además, que esto indicaría que la dirección del momento angular de la componente bariónica para las galaxias de estas muestras, estaría trazando estadísticamente el momento angular del halo de materia oscura anfitrión.

Los resultados para el término de un halo en cambio, indicarían que las galaxias en este rango de escalas se comportarían de manera diferente a la materia oscura, como se sospechaba, debido a la suave transición entre los regímenes de uno y dos halos para la función de correlación proyectada SDSS en intervalos de velocidades. En el rango de masas que se estimó para las muestras de galaxias espectroscópicas, los halos de materia oscura en simulaciones, muestran alineamientos significativamente más altos, mientras que la única muestra de ga-

laxias que presenta un alineamiento no nulo, la formada por galaxias azules, presenta una señal significativamente menor a las simulaciones.

Esta combinación de resultados para los términos de uno y dos halos, podría estar indicando que la población general de galaxias del catálogo es un buen trazador de la estructura en gran escala. Es decir, la población de galaxias no sufrió importantes cambios en sus posiciones, y continúan trazando el campo tidal original que dio origen al halo anfitrión de cada objeto. Pero por otro lado, este trazador falla como indicador de la distribución interna en halos de materia oscura. Diversos mecanismos o procesos astrofísicos podrían reproducir este efecto, especialmente para masa de halos tan bajas como $M \simeq 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$. Este resultado es particularmente interesante, si además se nota, que las galaxias azules muestran trazas de alineamiento, si bien mucho menores, en la misma dirección que las simulaciones numéricas, disminuyendo así el número de explicaciones posibles.

Por ejemplo, el momento angular de las galaxias rojas, puede ser sujeto a reordenamientos internos que podrían sumar ruido y una pérdida de la señal de alineamiento a escalas pequeñas, dejando al mismo tiempo la señal a gran escala intacta. Este efecto incluso podría involucrar un remezclado del material en la estructura del halo. Por otro lado, otra explicación podría encontrarse en el hecho de que las galaxias rojas, resultan de un proceso de reorganización interna de sus galaxias compañeras en el halo de materia oscura anfitrión. De todos modos es necesario un análisis más cuantitativo para encontrar la verdad oculta en este comportamiento. Por otro lado, debe aceptarse que siempre existe la posibilidad que tengamos sesgos observacionales no considerados en el análisis de las simulaciones que puedan estar afectando estas mediciones.

2.6. Conclusiones

Se estudió el alineamiento entre el momento angular de objetos individuales y la estructura en gran escala, tanto en simulaciones numéricas cosmológicas como el catálogo espectroscópico de galaxias *Sloan* (SDSS-DR6). Se encontró que el momento angular de los halos de materia oscura en simulaciones Λ CDM, se halla preferentemente orientado en la dirección perpendicular a la distribución de materia en el rango de escalas correspondiente a los términos de aglomerado de uno y dos halos. Estos resultados son consistentes con la teoría de torque tidal en su formulación analítica.

Además, se encontró que los halos presentan un mayor grado de alineamiento cuanto mayor sea su masa, siendo también mayor el alineamiento en el régimen de un halo, con respecto al hallado para el término de aglomerado de dos halos. Para el término de un halo, encontramos un alineamiento de estructura en la dirección del momento angular de un $\sim 40\%$ para halos de $\simeq 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Para masas menores, la señal de alineamiento en el dominio del régimen de un halo tiende a un valor constante alrededor de un 20% . Para el régimen de dos halos, el alineamiento presenta una señal máxima de $\simeq 15\%$ para masas altas, disminuyendo paulatinamente hacia masas menores, con una posible inversión del sentido del efecto pa-

ra masas bajas, donde el momento angular podría incluso orientarse en la dirección de la estructura en gran escala.

En particular, se encontró una relación *log-lineal* para la dependencia del alineamiento con la masa, tanto para el término de uno como de dos halos. Para el término de dos halos encontramos que alrededor de la masa típica de colapso $\simeq M_*$, el alineamiento en este rango de escalas podría invertirse, en acuerdo con estudios anteriores (Bailin & Steinmetz 2005; Hahn et al. 2007b,a). Esto podría interpretarse invocando la presencia de efectos no lineales. Por ejemplo un reordenado de la materia luego del colapso, podría afectar selectivamente el momento angular de halos pequeños (con masa menores a M_*), erosionando la memoria que la estructura interna conserva del campo tidal original. Esto resulta consistente cualitativamente con resultados recientes de Knebe et al. (2008), sobre el alineamiento de la estructura interna de los halos de materia oscura.

Modelando sobre los datos simulados los sesgos propios de catálogos espectroscópicos, se midió una función de correlación proyectada teórica que puede ser comparada con la medida en las observaciones. Se encontró que la señal obtenida en las simulaciones, se degrada considerablemente cuando se tienen en cuenta sesgos observacionales. Pero pese a esta caída, se determinó que la señal de anisotropía es detectable en catálogos observacionales mediante mediciones de correlaciones proyectadas.

Luego se estudió la muestra de galaxias “de canto” del catálogo espectroscópico *Sloan* (SDSS-DR6) asignando la dirección perpendicular al semieje mayor de la galaxia, como la dirección del momento angular. Debido a que las muestras observacionales se encuentran restringidas a objetos con formas aparentes aplanadas ($b/a < 0,7$), el análisis se basa en principio tanto en espirales vistos aproximadamente “de canto” como esferoides aplanados.

Fue posible detectar señal de alineamiento en todas las muestras de galaxias. Esto incluye al conjunto completo de galaxias *Sloan* vistas “de canto”, como así también muestras de galaxias rojas ($g - r > 0,7$), azules ($g - r < 0,7$), débiles y brillantes. Las últimas dos muestras presentan un acuerdo cuantitativo con la muestra completa de galaxias “de canto”.

En todos los casos se encontraron excesos significativos de estructura en la dirección perpendicular al momento angular bajo el dominio del régimen de dos halos, en excelente acuerdo con los resultados de simulaciones numéricas. En escalas más pequeñas en cambio (régimen de un halo), los resultados muestran una señal de alineamiento nula o muy baja, según sea el caso, con respecto a lo que se esperaba del análisis en proyección de correlaciones en datos simulados. Esto sugiere la presencia de mecanismos mas allá de la física no colisional de nuestras simulaciones, como resultarían en procesos astrofísicos sobre la población de galaxias. De esta manera, las galaxias no seguirían la estructura interna de halos de materia oscura con masas tan bajas como $10^{13} h^{-1} M_\odot$.

Como veremos en los capítulos 4 y 5, las galaxias en grupos, es decir, objetos en halos con masas mayores $10^{13} h^{-1} M_\odot$, trazan bastante bien la distribución de materia oscura predicha mediante simulaciones numéricas. Luego podemos concluir que las discrepancias observadas para el régimen de un halo en este capítulo, pueden tener su origen en la formación de galaxias

en halos de masas menores a $10^{13} h^{-1} M_{\odot}$. Este efecto parece ser más importante para las galaxias rojas $g - r > 0,7$, indicando que posiblemente estemos incluso ante la presencia de efectos astrofísicos que afectan la estructura de los halos de baja masa.

BIBLIOGRAFÍA

- Abazajian, K., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2005, *AJ*, 129, 1755
- Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., Allam, S. S., et al. 2008, *APJS*, 175, 297
- Aragón-Calvo, M. A., van de Weygaert, R., Jones, B. J. T., & van der Hulst, J. M. 2007, *APJ*, 655, L5
- Bailin, J. & Steinmetz, M. 2005, *APJ*, 627, 647
- Barnes, J. & Efstathiou, G. 1987, *APJ*, 319, 575
- Bett, P., Eke, V., Frenk, C. S., et al. 2007, *MNRAS*, 376, 215
- Blanton, M. R. & Roweis, S. 2007, *AJ*, 133, 734
- Bridle, S. & Abdalla, F. B. 2007, *APJ*, 655, L1
- Brown, M. L., Taylor, A. N., Hambly, N. C., & Dye, S. 2002, *MNRAS*, 333, 501
- Brunino, R., Trujillo, I., Pearce, F. R., & Thomas, P. A. 2007, *MNRAS*, 375, 184
- Bullock, J. S., Dekel, A., Kolatt, T. S., et al. 2001, *APJ*, 555, 240
- Catelan, P., Kamionkowski, M., & Blandford, R. D. 2001, *MNRAS*, 320, L7
- Catelan, P. & Porciani, C. 2001, *MNRAS*, 323, 713
- Cooray, A. 2005, *MNRAS*, 364, 303
- Crittenden, R. G., Natarajan, P., Pen, U.-L., & Theuns, T. 2001, *APJ*, 559, 552
- Croft, R. A. C., Dalton, G. B., & Efstathiou, G. 1999, *MNRAS*, 305, 547
- Croft, R. A. C. & Metzler, C. A. 2000, *APJ*, 545, 561
- Cuesta, A. J., Betancort-Rijo, J. E., Gottlöber, S., et al. 2008, *MNRAS*, 385, 867
- de Vaucouleurs, G. 1953, *AJ*, 58, 30
- D'Onghia, E. & Burkert, A. 2004, *APJ*, 612, L13
- Doroshkevich, A. G. 1970, *Astrophysics*, 6, 320
- Efstathiou, G. & Jones, B. J. T. 1979, *MNRAS*, 186, 133
- Flin, P. & Godlowski, W. 1989, *Soviet Astronomy Letters*, 15, 374
- Hahn, O., Carollo, C. M., Porciani, C., & Dekel, A. 2007a, *MNRAS*, 381, 41
- Hahn, O., Porciani, C., Carollo, C. M., & Dekel, A. 2007b, *MNRAS*, 375, 489
- Hernandez, X., Park, C., Cervantes-Sodi, B., & Choi, Y.-Y. 2007, *MNRAS*, 375, 163
- Heymans, C., Brown, M., Heavens, A., et al. 2004, *MNRAS*, 347, 895
- Heymans, C. & Heavens, A. 2003, *MNRAS*, 339, 711
- Hirata, C. M., Mandelbaum, R., Ishak, M., et al. 2007, *MNRAS*, 381, 1197
- Hirata, C. M., Mandelbaum, R., Seljak, U., et al. 2004, *MNRAS*, 353, 529
- Hu, F. X., Wu, G. X., Song, G. X., Yuan, Q. R., & Okamura, S. 2006, *AP&SS*, 302, 43
- Hu, F. X., Yuan, Q. R., Su, H. J., Wu, G. X., & Liu, Y. Z. 1998, *APJ*, 495, 179

-
- Jing, Y. P. 2002, MNRAS, 335, L89
- King, L. J. 2005, A&A, 441, 47
- King, L. J. & Schneider, P. 2003, A&A, 398, 23
- Knebe, A., Yahagi, H., Kase, H., Lewis, G., & Gibson, B. K. 2008, MNRAS, 388, L34
- Lagos, C. D. P., Cora, S. A., & Padilla, N. D. 2008, MNRAS, 388, 587
- Lee, J. & Erdogdu, P. 2007, APJ, 671, 1248
- Lee, J. & Pen, U.-L. 2007, APJ, 670, L1
- Macciò, A. V., Dutton, A. A., van den Bosch, F. C., et al. 2007, MNRAS, 378, 55
- Mandelbaum, R., Hirata, C. M., Ishak, M., Seljak, U., & Brinkmann, J. 2006, MNRAS, 367, 611
- Padilla, N. D., Baugh, C. M., Eke, V. R., et al. 2004, MNRAS, 352, 211
- Padilla, N. D., Merchán, M. E., Valotto, C. A., Lambas, D. G., & Maia, M. A. G. 2001, APJ, 554, 873
- Padilla, N. D. & Strauss, M. A. 2008, MNRAS, 388, 1321
- Patiri, S. G., Cuesta, A. J., Prada, F., Betancort-Rijo, J., & Klypin, A. 2006, APJ, 652, L75
- Peacock, J. A. & Smith, R. E. 2000, MNRAS, 318, 1144
- Peebles, P. J. E. 1969, APJ, 155, 393
- Porciani, C., Dekel, A., & Hoffman, Y. 2002, MNRAS, 332, 325
- Quenouille, M. H. 1949, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 11, 68
- Schäfer, B. M. 2009, International Journal of Modern Physics D, 18, 173
- Sérsic, J. L. 1963, Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía, 6, 41
- Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, MNRAS, 323, 1
- Springel, V. 2005, MNRAS, 364, 1105
- Takada, M. & White, M. 2004, APJ, 601, L1
- Trujillo, I., Carretero, C., & Patiri, S. G. 2006, APJ, 640, L111
- Vitvitska, M., Klypin, A. A., Kravtsov, A. V., et al. 2002, APJ, 581, 799
- White, S. D. M. 1984, APJ, 286, 38
- White, S. D. M. & Rees, M. J. 1978, MNRAS, 183, 341
- Wu, C. F. J. 1986, The Annals of Statistics, 14, 1261
- Zehavi, I., Weinberg, D. H., Zheng, Z., et al. 2004, APJ, 608, 16
- Zheng, Z., Berlind, A. A., Weinberg, D. H., et al. 2005, APJ, 633, 791

Capítulo 3

Alineamientos espín-espín, en galaxias y halos de materia oscura

En este capítulo presentamos un estudio de correlaciones entre orientaciones de pares de galaxias, tanto en catálogos espectroscópicos como en simulaciones numéricas y modelos semianalíticos.

3.1. Introducción

En el capítulo 2, utilizamos funciones de correlación bipuntuales para determinar la presencia de alineamientos entre el espín de un dado halo y la distribución de materia circundante. De esta manera se encontró un alto grado de alineamiento del momento angular con la materia en el entorno. En este capítulo se busca avanzar sobre esta descripción, analizando la presencia de correlación entre espines de halos cercanos. Esta correlación representa una estadística de segundo orden sobre el campo de espines en la estructura en gran escala, y por lo tanto es de esperar un menor nivel de significación estadística (Lee & Pen 2001). Por otro lado, como veremos en el capítulo 6, durante la formación de un halo de materia oscura, ocurre un traspaso de momento angular entre la componente orbital, generada por torques tidales, a la componente de espín del conjunto de progenitores del halo. En tiempos tempranos, la distribución de espines de los progenitores es incoherente, sumando muy poco al momento angular total del sistema en colapso. No obstante, a medida que pasa el tiempo, el campo de espines del sistema de progenitores comienza a hacerse más coherente, resultando cerca del final en la componente dominante. De esta manera esperamos que pares de objetos cercanos, presenten cierto grado de alineamiento entre sí, ya que en tiempos futuros probablemente formen parte del mismo sistema. Además, dado un par de objetos cercanos a tiempo final, estos provienen de regiones también próximas en las condiciones iniciales, que sufren torques gravitatorios coherentes.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, siempre ha habido en la literatura cierto grado de interés, sobre todo en estudios observacionales, en determinar la presencia de alineamientos entre pares de galaxias. Por ejemplo, Gott & Thuan (1978), explorando el momento angular en el grupo local, afirman que si un par de galaxias (como la Vía Láctea y M31) se forman en aislamiento, y el periodo de formación y colapso de los objetos resulta corto en comparación con otras escalas de tiempo dinámico, los vectores de rotación de las galaxias tenderán a ser perpendiculares al vector de separación del par y paralelos entre sí. Para el caso particular del grupo local, este modelo de alineamiento resulta adecuado. Por otro lado, Sharp et al. (1979), utilizando una muestra de 100 pares de galaxias, reportan una completa falta de correlación entre las direcciones de los espines. Oosterloo (1993) llega a la misma conclusión, contrariamente a los resultados obtenidos por Helou (1984). Este último encuentra que los vectores de espín del par, buscan evitar estadísticamente las configuraciones paralelas. Más recientemente, Pestaña & Cabrera (2004), estudian el alineamiento entre ejes de rotación para pares observados de galaxias espirales, rechazando con algún nivel de significado estadístico, la hipótesis nula de espines orientados al azar. Estos autores concluyen que posiblemente se den interacciones complejas y repetidas entre pares de galaxias, de tal manera que las configuraciones paralela, antiparalela y ortogonal resulten favorecidas. Por otro lado, Slosar et al. (2009), detectan una correlación significativa en las direcciones de giro para pares de galaxias espirales, en especial para separaciones pequeñas ($< 0,5 \text{ Mpc h}^{-1}$).

Con el objetivo de dilucidar el proceso de ensamble jerárquico de galaxias, algunos trabajos

estudian el alineamiento de estos objetos en cúmulos. Como se discute más adelante en la sección 6.1, se espera que la señal de alineamiento primordial predicha por la teoría, se vea distorsionada hasta cierto punto por la dinámica no lineal reciente del campo en densidad (Porciani et al. 2002; Vitvitska et al. 2002). En el caso de cúmulos de galaxias, se prevé que las interacciones dinámicas en el medio afecten de manera muy eficiente la señal de alineamiento (Coutts 1996; Plionis et al. 2003), reflejando hasta cierto punto el efecto de eventos de fusión recientes (Faltenbacher et al. 2005). La detección positiva de alineaciones parece depender de las características de los sistemas de galaxias, tales como la presencia de subestructura (Plionis & Basilakos 2002), el historial de acreción (Faltenbacher et al. 2005), y la morfología de la agrupación en sí misma (Aryal & Saurer 2005; Aryal et al. 2008). Por otro lado, la morfología de las galaxias aparenta afectar de manera apreciable la señal de anisotropía (Faltenbacher et al. 2007; Torlina et al. 2007; Wang et al. 2009). Estos resultados parecen indicar que no sólo las condiciones iniciales determinan el alineamiento en pares de galaxias, sino también, juegan un rol importante las interacciones dinámicas dentro de cúmulos y grupos.

3.2. El método

En el capítulo 2 se restringió el análisis del alineamiento del momento angular al subconjunto de galaxias “de canto” del catálogo. De esta manera se procedió a determinar alrededor de estos objetos, correlaciones bipuntuales proyectadas según la dirección paralela o perpendicular a la imagen del objeto central. En este capítulo utilizaremos una técnica alternativa para medir alineamientos, que hace uso también de las imágenes fotométricas de las galaxias, pero buscando esta vez determinar la presencia de correlaciones entre las orientaciones relativas sobre la línea de la visual de pares de galaxias, según su distancia.

Como se explicó en el capítulo 2, sección 3.2, es posible tratar estadísticamente (no así de manera determinista) la orientación en proyección del momento angular de galaxias con morfologías espirales o esferoidales. También vimos, que tanto para galaxias disco como elípticas, la población de objetos con formas fotométricas aparentes redondeadas, correlaciona fuertemente con la población de galaxias orientadas según momentos angulares paralelos a la línea de la visual. Por el contrario, para objetos con forma aparente alargada, las orientaciones más probables resultan sobre el plano del cielo.

Como a lo largo de toda la tesis, haremos uso del catálogo espectroscópico *Sloan* (esta vez en su séptima edición, SDSS-DR7), el cual contiene unas 930000 galaxias, con corrimientos hacia el rojo espectroscópicos, fotometría en cinco bandas (u, g, r, i, z), como así también parámetros determinados sobre la forma de las imágenes proyectadas por los objetos. Como se describió en la sección , estos parámetros consisten en longitudes de semiejes y ángulos de posición para modelo ajustados sobre la imagen de cada galaxia. Además se dispone de un parámetro, $fracDeV$, que cuantifica la fracción del perfil de luminosidad que es ajustado según un modelo tipo de *de Vaucouleurs* con respecto a un ajuste tipo *exponencial* (Abazajian et al.

2005). De esta manera, galaxias con parámetros $fracDev > 0,8$ resultan predominantemente elípticas, mientras que con $fracDev < 0,8$ se obtiene mayoritariamente galaxias tipo disco. Como en el capítulo 2, solo utilizamos las formas provistas sobre la banda r , ya que en esta banda el catálogo Sloan es completo por construcción. Además se realizaron las correcciones correspondientes, por evolución, corrimiento hacia el rojo y enrojecimiento (Blanton & Roweis 2007; Padilla & Strauss 2008).

Vamos a definir un par de galaxias, como aquellos objetos separados por una dada distancia proyectada sobre el plano del cielo, cuya diferencia de distancias comóviles radiales no supere los 5 Mpc h^{-1} . La distancia proyectada se define como la separación angular por la distancia comóvil al par.

De esta manera dada una galaxia con $fracDev$ determinado, definimos un parámetro o marca m que procure dar una medida de la orientación de ésta, con respecto a la línea de la visual. Por ejemplo el parámetro $m = b/a$, donde a y b son los semiejes mayor y menor respectivamente del elipse del modelo ajustado a la imagen fotométrica de la galaxia, toma valores entre $1/2$ y 1 para galaxias vistas de frente con momentos angulares paralelos a la visual. Por otro lado, para galaxias vistas “de canto”, se obtendrán valores de m entre 0 y $1/2$. Más adelante veremos otras definiciones alternativas más adecuadas para m , que no obstante usan la misma noción de estima de la inclinación del objeto según su imagen. Una vez definido así el parámetro de inclinación o marca de cada objeto, vamos a estudiar la probabilidad de que dada una galaxia con marca m_a , tengamos a distancia r otra con marca m_b . Para ello, vamos a estimar la correlación o grado de dependencia estadística entre las variables m_a y m_b , utilizando el coeficiente de Pearson. Este coeficiente de correlación estima el grado de dependencia lineal entre dos variables aleatorias, y se obtiene dividiendo la covarianza de ambas por el producto de sus desviaciones estándar, es decir:

$$R_{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{N(r)} (m_{a,i} - \bar{m}_a)(m_{b,i} - \bar{m}_b)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N(r)} (m_{a,i} - \bar{m}_a)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N(r)} (m_{b,i} - \bar{m}_b)^2}}$$

Donde el índice i corre sobre los $N(r)$ pares a, b , cuya distancia de separación proyectada se halle en el intervalo de distancias comprendido entre $r - dr/2$ y $r + dr/2$. Los valores \bar{m}_a y \bar{m}_b corresponden a la media de las marcas m_a y m_b para todos los pares de galaxias dentro del intervalo de distancias proyectadas centrado en r . De esta manera, R_{ab} tomará valores entre -1 y 1 , siendo cero para variables independientes, positivo o negativo para correlaciones lineales crecientes o decrecientes, entre m_a y m_b .

La detección de correlaciones mediante este coeficiente puede interpretarse en términos de preferencias de orientaciones relativas de galaxias para el conjunto de pares en un dado intervalo de distancias. Por ejemplo, si el coeficiente R_{ab} es positivo, esto implica que dada una galaxia de frente con marca m_a alta, estadísticamente resultará más probable obtener una galaxia vecina con marca m_b también alta. Luego, los momentos angulares del par tienden a estar alineados con la línea de la visual. Para este mismo caso de correlación positiva, si m_a es

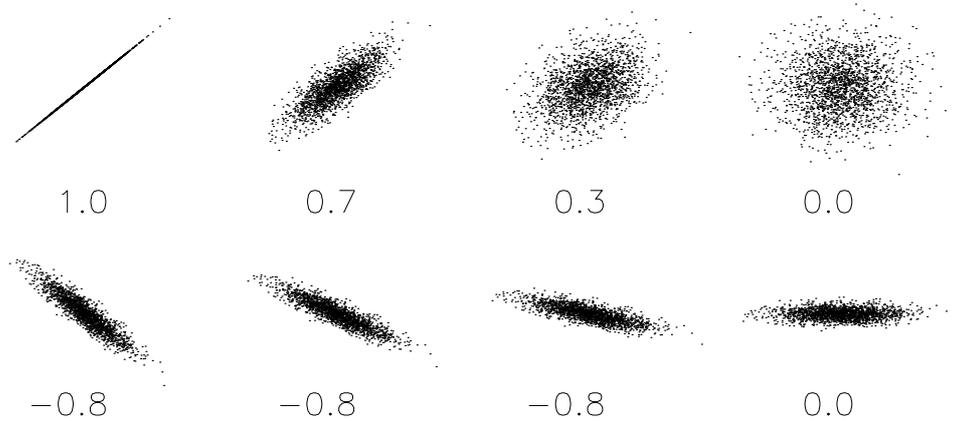


Fig. 3.1: Ejemplos de coeficientes de correlación de Pearson. Las nubes de puntos representan los valores que toman dos variables aleatorias gaussianas para diferentes valores del coeficiente (indicados debajo de cada nube).

pequeño, es decir una de las galaxias del par se percibe “de canto”, resulta entonces probable que m_b tome también valores bajos. De esta manera los momentos angulares del par se hallan contenidos en el plano del cielo. El caso contrario ocurre cuando el coeficiente de Pearson es negativo. En este caso, como la dependencia estadística entre las variables es negativa, se podría concluir que los momentos angulares del par evitan configuraciones alineadas. Vale aclarar que el valor del coeficiente de Pearson da una idea de la magnitud de la correlación y su sentido, no a así del valor de la pendiente de la hipotética relación lineal entre las variables. Esto último lo podemos ejemplificar mediante la figura 3.1. Como puede verse, valores altos del coeficiente implican correlaciones altas (ver fila superior de la figura). Por otro lado el signo del coeficiente indica el signo de la pendiente, no a sí su valor (ver fila inferior de la figura 3.1).

3.3. Selección del parámetro de inclinación

Como ya hemos mencionado, en este capítulo resulta fundamental la idea de poder determinar la orientación del momento angular de una galaxia a partir de su imagen fotométrica observada. Para que esto sea posible es necesario proveer alguna descripción de la forma intrínseca de los objetos, a fin de interpretar a partir de la forma proyectada la orientación de estos. El estudio cuantitativo de la forma intrínseca de las galaxias comenzó con Hubble (1930), quien clasificó las galaxias elípticas por medio de la medida de la proporción axial proyectada. A partir de esta clasificación, se desarrollaría más tarde la conocida secuencia de Hubble. Desde aquella época hasta la actualidad, siempre ha habido un constante interés en la comunidad por la descripción de las formas intrínsecas de las galaxias (ver por ejemplo Lambas et al. (1992); Vincent & Ryden (2005)).

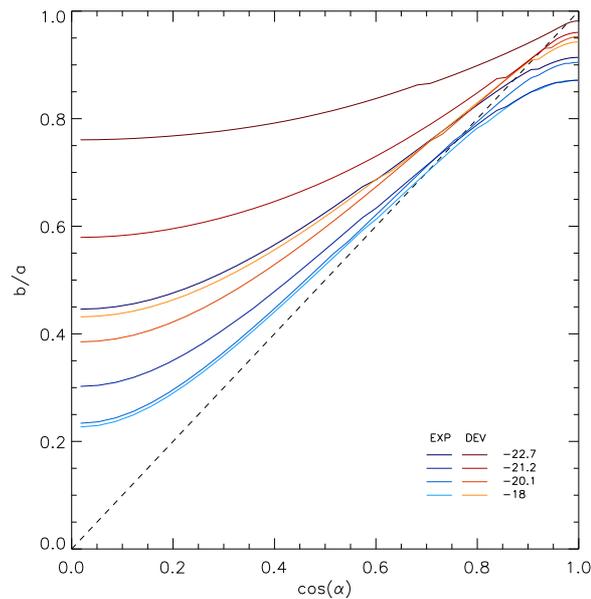


Fig. 3.2: Relaciones entre el coseno del ángulo de inclinación ($\cos(\alpha)$) y el cociente los semiejes de la fotometría SDSS (b/a), según modelos de forma intrínseca ajustados para Sloan por Padilla & Strauss (2008). En diferentes tonos rojizos (azulados) se muestran los resultados para galaxias con $\text{fracDev} > 0,8$ ($< 0,8$), disminuyendo la magnitud de las galaxias desde tonos claros a oscuros, denotado con DEV (EXP). La línea de trazos negra, representa la relación $b/a = \cos(\alpha)$ válida para la proyección de un disco circular ideal sin espesor.

En la actualidad, se sabe que las galaxias presentan un variado espectro de formas triaxiales. En el caso de las galaxias elípticas, las formas varían desde elipsoides triaxiales (Bertola & Capaccioli 1975; Binney 1976) en el caso de los objetos de mayor masa, a elipsoides oblatos para galaxias de menor masa (Davies et al. 1983). Vincent & Ryden (2005) utilizando datos del catálogo *Sloan* (SDSS-DR3), ajustan la distribución de los cocientes de semiejes mediante modelos triaxiales, observando que, tanto para la población de elípticas como de espirales, existe una preponderancia de las formas esferoidales oblatas. Por otro lado, también encuentran que la forma de las galaxias elípticas depende de la luminosidad, siendo ésta más redondeada para las galaxias más luminosas.

En el caso de las galaxias espirales, la determinación de la forma intrínseca de los objetos se ve dificultada por la gran cantidad de polvo presente en estos sistemas. En el caso de galaxias disco vistas “de canto”, la absorción en el óptico por polvo produce importantes enrojecimientos, y una disminución sistémica de la magnitud límite según el ángulo de inclinación, sesgando así el análisis de las formas intrínsecas de estos objetos (Padilla & Strauss 2008; Masters et al. 2010).

La variedad de formas intrínsecas de galaxias, y la dependencia de estas con la morfología y magnitud, dificulta la obtención de las inclinaciones intrínsecas de los objetos a partir de los cocientes de semiejes proyectados. En la figura 3.2, presentamos las relaciones obtenidas por Padilla & Strauss (2008) entre el coseno del ángulo de inclinación ($\cos(\alpha)$) y el cociente de semiejes de la fotometría SDSS (b/a), según modelos intrínsecos de forma obtenidos para

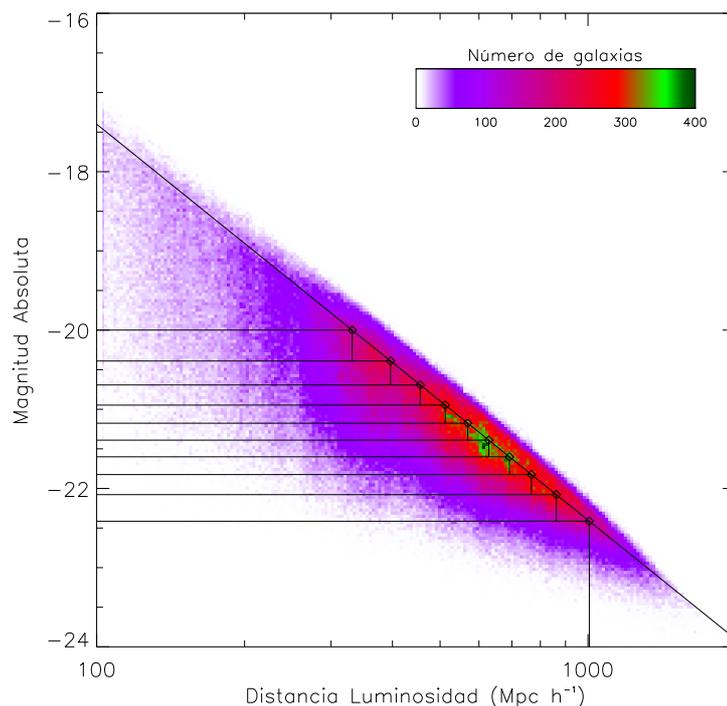


Fig. 3.3: Histograma de la población de galaxias del catálogo según su magnitud absoluta y distancia luminosidad. La escala de colores representa la cantidad de galaxias en cada intervalo como se indica en el gráfico. La recta de trazo continuo negro representa el límite por flujo del catálogo para la magnitud aparente 17,6.

Sloan. Estos modelos fueron calculados separando según el parámetro $fracDeV$, tomando a su vez cuatro intervalos en magnitud absoluta, indicados en la figura según el valor medio. La línea de trazos negra, representa la relación $b/a = \cos(\alpha)$ válida para la proyección de un disco circular ideal sin espesor. Podemos ver que las galaxias disco (curvas azules, indicadas con EXP) se acercan más a esta relación según aumenta la magnitud. Lo mismo se observa para las galaxias con perfiles tipo de Vaucouleurs (en rojo indicadas con DEV), si bien presentan curvas con mucha menor variación en la proporción axial. Los autores explican este comportamiento, en términos de una variación del espesor de la forma intrínseca de los objetos (triaxial, pero de tendencia oblada) en función de la magnitud y morfología.

Mas allá de las dificultades descritas en los párrafos anteriores, no debe perderse de vista que nuestro objetivo es definir una marca m que nos permita estimar de manera insesgada la presencia de correlaciones en la orientación de pares de galaxias. La marca ideal vendría dada por la inclinación con la visual $m = \cos(\alpha)$, aunque ésta sólo podría determinarse de manera directa en las simulaciones. Para el caso de las observaciones, sería necesario asumir algún modelo de forma como los de Padilla & Strauss (2008). Una hipótesis fundamental de estos modelos es la suposición de que las galaxias se encuentran orientadas al azar tomando con igual probabilidad cualquier ángulo, proyectando de esta manera diferentes proporciones axiales según su forma. Si esta hipótesis se verifica, una marca $m = \cos(\alpha)$, presentaría

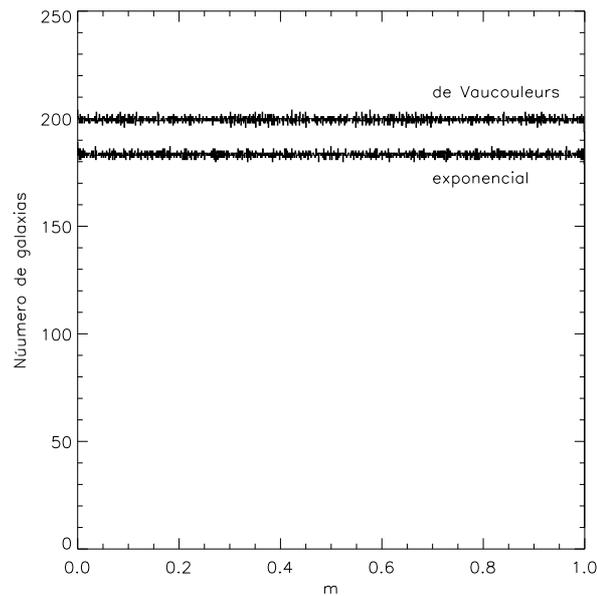


Fig. 3.4: Histograma del parámetro de inclinación para galaxias con perfiles tipo de Vaucouleurs y exponencial.

una densidad de probabilidad uniforme. Con el fin de evitar tener que asumir algún modelo para determinar explícitamente el ángulo de inclinación α , vamos a definir un parámetro m alternativo, el cual por construcción, veremos que también presenta densidad uniforme. En la figura 3.3 presentamos un histograma de la población de galaxias del catálogo según su magnitud absoluta y distancia luminosidad (ver sección B.3 del apéndice B). La escala de colores indica la cantidad de objetos en cada intervalo. La recta de trazo continuo negro, representa el límite por flujo del catálogo para la magnitud aparente 17,6. Los objetos fuera de la región contenida debajo de esta recta, es decir galaxias con baja luminosidad a grandes distancias, se pierden debajo del umbral de detección del espectrógrafo. Los rectángulos limitados con líneas negras, representan diferentes submuestras de galaxias completas en volumen, según intervalos de magnitud absoluta. Cada una de estas regiones contiene entre 35000 y 40000 galaxias¹. Para cada una de ellas se determinó el cociente axial b/a en la banda r , separando galaxias tipo exponencial y de Vaucouleurs según $fracDev \leq 0,8$. Ordenando de manera creciente las galaxias en cada subconjunto según su razón de semiejes proyectados, podemos definir una marca o parámetro de inclinación para cada galaxia como:

$$m_i = R_i/N(M_r)$$

Donde R_i es el número de orden (i.e. su lugar en el *ranking* de b/a) para la i -ésima galaxia de las $N(M_r)$ contenidas en el intervalo de magnitudes absolutas entre M_r y $M_r + dM$.

La marca así definida toma su valor mínimo para la galaxia con b/a más chico, es decir,

¹Cambiando de manera continua la proporción morfológica en cada submuestra según la luminosidad. Comenzando con unas 23000 galaxias con perfil de luminosidad tipo de Vaucouleurs y unas 16000 tipo exponencial para magnitud $-22.$, llegando finalmente a unas 10000 de Vaucouleurs y 24000 exponenciales para magnitud -20 .

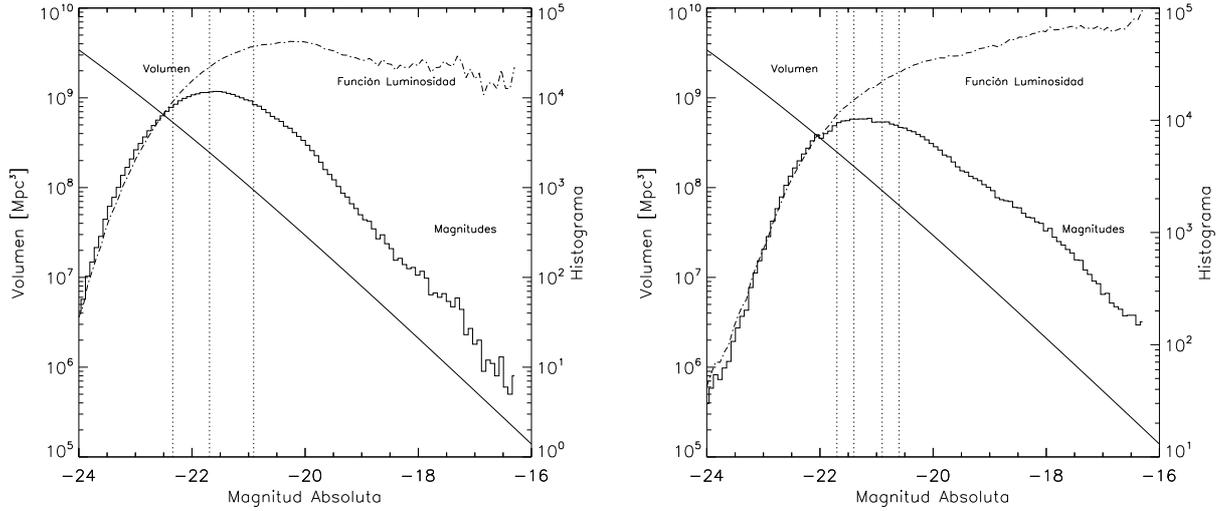


Fig. 3.5: Histograma de magnitudes para galaxias de Vaucouleurs y exponenciales (línea dentada continua, panel derecho e izquierdo respectivamente). La línea continua muestra la evolución, con la magnitud absoluta, del volumen máximo comóvil en el que el catálogo es completo a la magnitud aparente límite de 17,6. La línea de trazos y puntos muestra la función de luminosidad con una normalización arbitraria. Las líneas verticales de trazos simples indican la posición de cortes utilizados en el análisis.

para la galaxia que se muestra más “de canto” en la submuestra, obteniendo $m = 1/N \approx 0$. En el otro extremo, para el objeto que aparenta presentarse más “de frente”, es decir $R = N$ (la mayor razón axial), la marca toma su valor máximo, $m = 1$. En la figura 3.4, mostramos los histogramas de las marcas así definidas para las galaxias según su perfil de luminosidad, tomando juntos todos los intervalos en magnitud absoluta. Como puede apreciarse, la distribución de este parámetro es rigurosamente plana sobre todo el rango.

3.4. Alineamientos espín–espín en pares observados de galaxias

Una vez definido el parámetro de inclinación de las galaxias en la sección anterior, mediante la estadística de los coeficientes de Pearson es posible afrontar el análisis de las correlaciones entre las orientaciones de pares de galaxias en el catálogo *Sloan*. Para esto vamos a separar el análisis en dos subconjuntos de galaxias, según los perfiles de luminosidad de los objetos resulten mejor ajustados por un ley tipo exponencial o tipo de Vaucouleurs. También analizaremos el alineamiento en diferentes rangos de magnitud. En la figura 3.5, mostramos las funciones de luminosidad (línea de trazos y puntos) para la población de galaxias tipo disco (panel de la derecha) y tipo esferoidal (panel izquierdo). La línea continua muestra la evolución con la magnitud absoluta, del volumen máximo comóvil en el que el catálogo es completo a la magnitud aparente límite de 17,6. En otras palabras, dado un objeto con magnitud absoluta fija, si variamos su distancia, se define el volumen máximo como el contenido dentro de

3.4. Alineamientos espín–espín en pares observados de galaxias

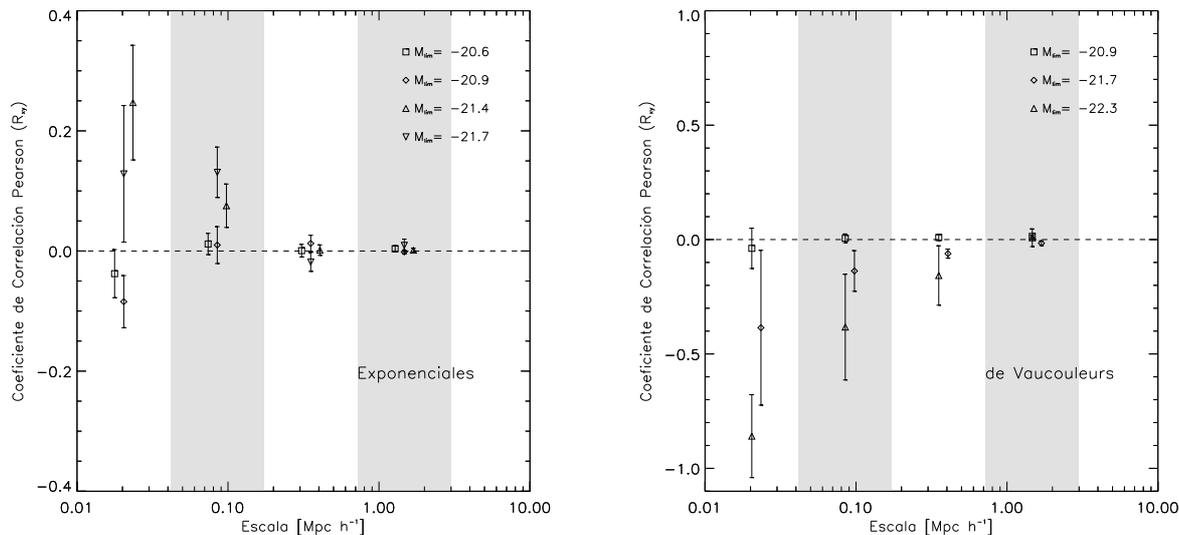


Fig. 3.6: Correlación de Pearson para pares de galaxias Sloan en función de la separación. En los paneles derecho e izquierdo se presentan los resultados para objetos tipo esferoidal y disco, respectivamente. Los diferentes símbolos indican el valor de la correlación para diferentes muestras acotadas en magnitud y distancia luminosidad (ver texto). Las bandas grises y blancas alternadas indican los intervalos en distancia.

una esfera cuyo radio es la distancia máxima que permite la observación de la fuente. Esto ocurre cuando el objeto presenta una magnitud aparente menor o igual a la magnitud límite del catálogo. Por otro lado, se puede apreciar en los histogramas de magnitud de objetos del catálogo (líneas dentadas continuas en la figura 3.5), una caída de la frecuencia de galaxias con baja luminosidad. Esto es producto de la limitación por flujo del catálogo. Si en cambio se calcula la densidad de probabilidad, utilizando los recuentos del histograma en magnitud, teniendo en cuenta el volumen de completitud, es decir dividiendo el histograma por el volumen, se obtiene la función de luminosidad indicada por la línea de trazos y puntos en cada panel de la figura 3.5. En esta sección vamos a analizar el alineamiento para diferentes intervalos en magnitud absoluta, centrados alrededor del máximo en el histograma de magnitudes, ya que allí se obtiene la mayor densidad de objetos, maximizando así la señal esperada. Estos son indicados en la figura con líneas verticales de trazos.

En la figura 3.6 presentamos los resultados del cálculo del coeficiente de correlación de Pearson para pares de galaxias Sloan en diferentes intervalos de separación. Los objetos fueron seleccionados según su magnitud absoluta ($M < M_{\text{lim}}$) y tipo de perfil de luminosidad ($\text{fracDeV} \leq 0,8$), en muestras limitadas por volumen ($D_L < D_{\text{lim}}$). Para galaxias tipo disco, se tomaron las siguientes cotas en magnitud absoluta: $M_{\text{lim}} = -20,6; -20,9; -21,4; -21,7$, con límites en distancia luminosidad de $D_{\text{lim}} = 436,5; 501,2; 630,9; 724,4 \text{ Mpc h}^{-1}$, respectivamente. Para galaxias esferoidales, las cotas toman los valores: $M_{\text{lim}} = -20,9; -21,7; -22,3$ y $D_{\text{lim}} = 501,2; 724,4; 955,0 \text{ Mpc h}^{-1}$. Las bandas verticales grises y blancas alternadas, indican el ancho de los intervalos en separación del par. Los diferentes símbolos indican el valor del

coeficiente de Pearson para cada muestra, como se indica en la figura. Las barras de error representan la varianza de los coeficientes, estimada mediante el método *Jackknife* (ver sección 2.2). En el panel izquierdo, mostramos los resultados para la muestra de galaxias con perfil exponencial. Como se puede apreciar en la figura, las muestras con mayor luminosidad presentan una correlación positiva para separaciones pequeñas (menores a $0,2 \text{ Mpc h}^{-1}$). Otro es el caso de la muestra de galaxias poco luminosas, éstas no exhiben correlación alguna e incluso parecen insinuar algún grado de correlación negativa para escalas pequeñas, si bien esto último es indistinguible de cero. Por otro lado, en el panel derecho de la figura 3.6, se presentan los resultados para las galaxias con perfiles tipo de Vaucouleurs. En este caso, las muestras más luminosas parecen evitar en su estadística las configuraciones alineadas, exhibiendo coeficientes de correlación negativos. Aquí de nuevo, cuando se toman las galaxias menos luminosas, la correlación se pierde, no apreciándose alineamiento alguno.

3.5. Alineamientos espín-espín en pares de galaxias sintéticas y halos de materia oscura

En esta sección vamos a analizar la capacidad de los modelos teóricos de formación de galaxias y de la teoría Λ CDM, para explicar los alineamientos observados entre espines de pares de galaxias. Para esto vamos a estudiar el modelo semianalítico SAG-2 de Lagos et al. (2008), aplicado sobre una simulación numérica Λ CDM. Dicha simulación consta de un volumen cúbico de lado 60 Mpc h^{-1} , de geometría plana con densidad de materia $\Omega_m = 1 - \Omega_\Lambda = 0,28$ y 256^3 partículas con masa $10^9 \text{ h}^{-1} M_\odot$. Si bien esta es una simulación de mediana resolución, se dispone de unos $54,000$ halos con masas menores a $5,36 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} M_\odot$, con subestructuras y galaxias suficientes para llevar a cabo el análisis. Se adoptó como normalización del espectro correspondiente con $\sigma_8 = 0,9$, y una constante de Hubble de $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. A lo largo de esta sección nos referiremos con el término *galaxias sintéticas*, a las “producidas” en esta simulación por el modelo SAG-2. En lo concerniente al análisis de halos de materia oscura, vamos a usar una simulación de mayor resolución, utilizada ya en el capítulo anterior (ver sección 2.2), también de 60 Mpc h^{-1} de lado y geometría plana, con parámetros cosmológicos similares al modelo semianalítico, pero con 512^3 partículas de masa $1,2 \times 10^8 \text{ h}^{-1} M_\odot$.

Vamos a describir brevemente y de manera muy general en que consiste el modelo semianalítico, para más detalle remitirse a Lagos et al. (2008). Éste asume inicialmente que un gas caliente llena los halos de materia oscura, siguiendo una distribución isoterma. El modelo toma como soporte, los halos, subhalos, y árboles de fusiones, construidos en base a la simulación numérica cosmológica. Al principio, la masa de este gas caliente viene dada por la fracción de bariones, fijada por el modelo Λ CDM según la masa total del halo de materia oscura. Luego esta cantidad se va modificando en el tiempo, según crece la fracción de gas que se enfría, y aumenta la masa estelar formada en las galaxias contenidas. Este mecanismo de enfriamiento es establecido por el modelo, y depende de la masa del halo, la temperatura del gas y la metalicidad del medio. Por otro lado la tasa de formación estelar es prescripta de

manera empírica, y depende de la cantidad de gas enfriado disponible en cada galaxia. Cada evento de formación de estrellas genera una cierta masa estelar, lo que a través del modelo, conduce a un cierto número de supernovas por unidad de tiempo. Esta cantidad depende de la función inicial de masas adoptada. La energía liberada, por cada evento de supernova, supone un recalentamiento del gas frío de la galaxia, produciendo así transferencias de masa entre las fases de gas frío y caliente. El modelo asume que el gas recalentado de esta manera, se mantiene dentro del halo de materia oscura, donde reside la galaxia. Además, cada evento de supernova, supone para el modelo, un enriquecimiento de la metalicidad del gas en el halo. Por otro lado, a partir de los árboles de fusiones, el modelo deduce eventos de fusión, choque, o pasajes cercanos entre galaxias, los cuales pueden disparar episodios de formación estelar. Cuando ocurren eventos de fusión mayor (la masa de los halos es comparable), el modelo supone que las estrellas se reordenan en forma de esferoide, y el gas frío es utilizado en un estallido de formación estelar (o *starburst*). Las estrellas así formadas, pasan a conformar la componente del bulbo de la galaxia. Subsecuentes acreciones de gas frío, se suponen en el modelo como formadoras de una componente tipo disco. Por otro lado, cuando los eventos de fusión son menores, el modelo supone que ocurrirá un rebrote de la formación estelar, dependiendo de la cantidad de gas frío disponible en el disco del objeto de mayor masa. Un tercer mecanismo, que puede disparar la formación estelar en el modelo, son las inestabilidades de disco. Cuando una galaxia es suficientemente masiva, se vuelve inestable y resulta sensible a pequeñas perturbaciones, como las producidas por el pasaje cercano de satélites o subestructuras de materia oscura.

Del párrafo anterior, podemos concluir que el modelo semianalítico utilizado presupone la prescripción de varias “recetas” y calibraciones de parámetros, para poder describir de manera “realista”, los procesos astrofísicos que regulan la formación de galaxias. Esto sucede así para la generalidad de modelos semianalíticos actuales y es debido a la complejidad de este problema astrofísico. Por otro lado la descripción del modelo hecha en el párrafo anterior ha sido muy simplificada. Por ejemplo, se puede mencionar que el modelo SAG-2 también deduce varias propiedades para las galaxias de núcleos activos, no obstante esto cae fuera de la región de interés de esta sección (Lagos et al. 2008). Es importante no perder de vista aquí cuales son las propiedades en las que estamos interesados. Básicamente el modelo predice una población de galaxias sintéticas con tipos morfológicos y momentos angulares definidos.

El modelo calcula inicialmente el momento angular de las galaxias, a partir del correspondiente momento del halo de materia oscura anfitrión. Para esto, se supone que los bariones en cada componente, poseen el mismo momento angular específico que el halo de materia oscura. Luego el momento angular va evolucionando en cada componente (disco y bulbo), según se vaya adicionando espín en los diferentes encuentros. De esta manera, se puede concluir que tanto el espín como la morfología de la galaxia sintética, dependerá del historial de fusiones y por lo tanto, de la estructura en gran escala circundante. No obstante, con el objetivo de producir orientaciones confiables, se modificó el modelo para verificar en cada paso temporal el número de partículas del halo anfitrión. Así, si la masa de éste no supera un límite de 100

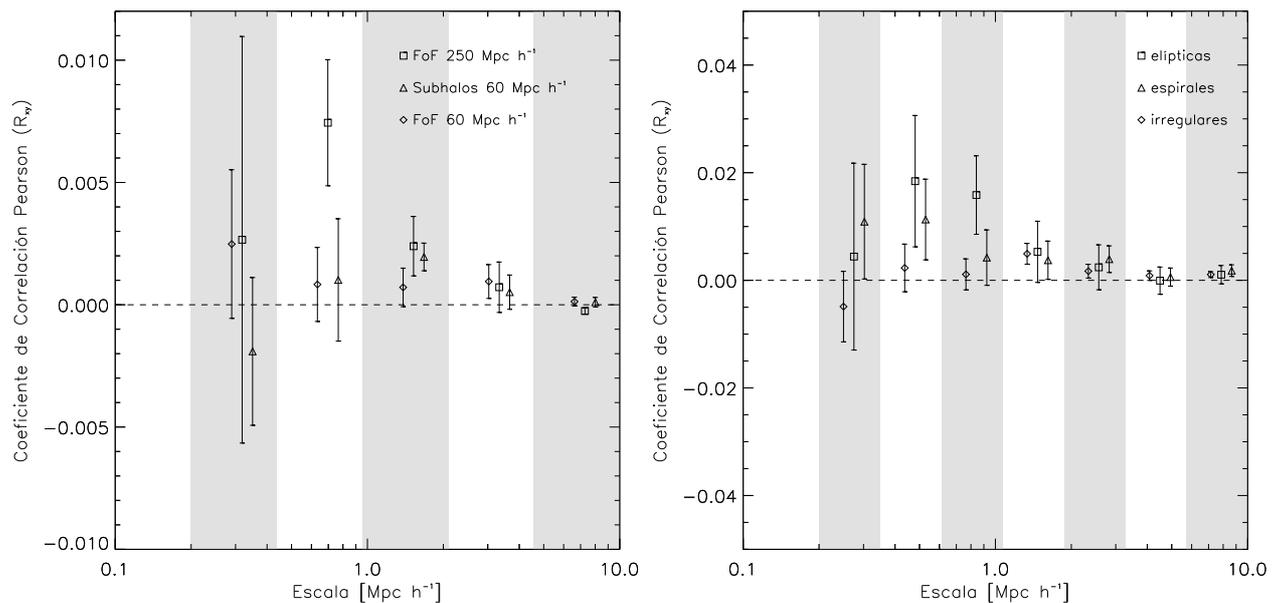


Fig. 3.7: Correlación de Pearson para pares de galaxias sintéticas (derecha) y halos de materia oscura (izquierda) en función de la separación. En el panel de la derecha se muestran los resultados para diferentes tipos morfológicos como se indica en la figura. En el panel de la izquierda los diferentes símbolos indican el valor de la correlación para diferentes muestras de halos y subhalos, como se indica en la figura. Las bandas blancas y grises alternadas, indican los intervalos en separación adoptados.

partículas, el modelo fija el momento específico de cada componente de la galaxia, igual al momento angular del halo de materia oscura. Sólo luego que el halo haya acreetado más de 100 partículas, se procede con la evolución diferenciada del espín en los bariones. El objetivo de esto es evitar la propagación del ruido Poisson en el momento angular, a través del modelo de evolución de la componente bariónica.

Cabe además mencionar que el modelo forma proporciones morfológicas de galaxias consistentes con las observaciones (Lagos et al. 2008). Este determina la morfología de un dado objeto, según la fracción de masa estelar del bulbo con respecto a la masa total de la galaxia. Así, objetos con cocientes M_{bulbo}/M_* mayores a 0,95 se definen como esferoides, mientras que cocientes menores que este límite, se definen como espirales. Objetos sin bulbo, es decir con cociente nulo, se definen como irregulares.

Comencemos ahora con el análisis de la correlación de Pearson entre pares de galaxias o halos, con respecto a su orientación según una dada visual. Como hemos hecho en el capítulo anterior (ver sección 2.3.1), vamos a definir uno de los ejes coordenados de la simulación (e.g. eje z), como la línea de la visual. Tomaremos el plano definido por las restantes dos coordenadas (e.g. x e y), como el plano del “cielo”, es decir, el plano sobre el que se proyectan las coordenadas. A partir de este sistema, se define un par de objetos (galaxias o halos), como aquellos separados por una dada distancia proyectada sobre el plano del “cielo”, cuya separación radial no supere los 5 Mpc h^{-1} (mismo valor que en las observaciones). Luego tomando subconjuntos de pares de objetos según intervalos en separación, se puede analizar

el coeficiente de Pearson de los parámetros de inclinación m , de cada objeto. Tanto para las galaxias sintéticas, como para los halos de materia oscura, dado que se dispone de la dirección exacta del momento angular, vamos a definir $m = \cos(\alpha)$, donde α es el ángulo o inclinación del momento con la visual.

En el panel derecho de la figura 3.7 presentamos el resultado del análisis de las correlaciones de Pearson para pares de galaxias sintéticas, según tipo morfológico y separación. A diferencia con los resultados observacionales, y debido a la baja resolución de la simulación, no resultó posible estudiar la correlación para escalas menores a $0,1 \text{ Mpc h}^{-1}$. Aquí de nuevo las barras de error corresponden a las varianzas calculadas en base al método de *Jackknife*. Las bandas grises y blancas alternadas indican los intervalos en distancias sobre los cuales se calcularon las correlaciones. Puede verse en la figura, que la población con mayor alineamiento es la de galaxias elípticas (representada por rectángulos). Luego la señal disminuye para galaxias espirales (indicada mediante triángulos), mientras que para objetos del tipo irregular (mostrado con rombos), apenas se observa un alineamiento marginal en escalas superiores al megaparsec. No obstante, debido a la amplitud de los errores, los coeficientes de correlación para las diferentes morfologías resultan indistinguibles entre sí. En la próxima sección compararemos estos resultados con los obtenidos de las observaciones.

En lo concerniente a los halos y subhalos de materia oscura, presentamos los resultados en el panel izquierdo de la figura 3.7. En el panel derecho, se presentan los coeficientes de correlación de Pearson, para diferentes intervalos en distancia. Aquí además de los resultados para halos y subhalos de la simulación de 60 Mpc h^{-1} de lado (indicados con rombos y triángulos respectivamente), añadimos los coeficientes de correlación calculados para halos de materia oscura obtenidos de una simulación de 250 Mpc h^{-1} de lado, con los mismos parámetros cosmológicos y número de partículas que la anterior. Aquí se observa una correlación baja, que implica un alineamiento pobre para los halos en escalas mayores a 400 Kpc . La mayor señal se obtiene para los pares extraídos de la simulación de 250 Mpc h^{-1} de lado.

3.6. Conclusiones

En este capítulo se avanzó sobre la estadística descriptiva del campo de espines. Al análisis de la correlación espín–densidad del capítulo 2, se agregó aquí el análisis de la correlación cruzada entre espines de halos cercanos. Debido a que se utilizó como estadística el coeficiente de correlación de Pearson, la medida obtenida para el alineamiento espín–espín, es independiente de la correlación espín–densidad. Es decir, la medida de Pearson, resulta un momento de orden superior sobre la población de orientaciones de galaxias. Luego resulta más dificultoso obtener medidas con significación estadística sobre la misma base de datos disponibles.

En base a los parámetros fotométricos disponibles en el catálogo *Sloan*, se definió un parámetro de inclinación o marca, independiente de sesgos originados en la forma intrínseca y magnitud de los objetos. Debido a las propiedades de esta marca, suponemos que la estadística aplicada sobre ésta, es equivalente a la estadística de las inclinaciones reales de

galaxias. De esta manera, se calculó los coeficientes de correlación de Pearson, separando según la morfología de los perfiles de luminosidad, en diferentes intervalos de separación, para muestras limitadas en volumen. De este análisis, podemos concluir que las galaxias tipo disco brillantes, tienden a estar paralelas entre sí, siendo detectable el alineamiento para separaciones menores a $0,2 \text{ Mpc h}^{-1}$, mientras que para galaxias débiles no se detecta alineamiento alguno. Para objetos con morfología esferoidal, se observa el comportamiento opuesto. En el caso de galaxias brillantes, los coeficientes de correlación negativos indican una tendencia de los datos, a evitar configuraciones alineadas. Para objetos débiles, no se observa tendencia alguna. Esta dependencia con la morfología parece consistente con la observada en el supercúmulo local (Aryal & Saurer 2005; Aryal et al. 2008).

El modelo semianalítico SAG-2 (Lagos et al. 2008), no parece reproducir el comportamiento de la señal con la morfología, observado en el catálogo *Sloan*. Es válido aclarar que esta comparación es posible, debido a que el modelo evoluciona el momento angular de las diferentes componentes de los objetos, esferoidal y disco, a partir del espín del halo de materia oscura simulado en el modelo numérico de fondo. Debido a la baja resolución de la simulación, no resultó posible analizar el mismo rango de separaciones que en las observaciones. No obstante, para separaciones mayores (aunque menores al Mpc h^{-1}), el modelo predice un alineamiento positivo para todas las morfologías. En cuanto a las simulaciones numéricas de halos de materia oscura, se obtiene una señal baja aunque detectable, también hacia orientaciones relativas alineadas.

Podemos concluir que el alineamiento entre pares de objetos parece depender fuertemente de la morfología, algo que no pueden explicar los modelos semianalíticos ni las simulaciones numéricas. En particular, ninguno de los objetos simulados (galaxias sintéticas, subhalos y halos de materia oscura), muestra comportamiento parecido al de las galaxias elípticas. No obstante, la población de discos con perfil exponencial, parece responder en acuerdo cualitativo a la señal obtenida en los modelos teóricos. Sin embargo cuantitativamente, la amplitud de la señal en este último caso, es mucho menor que la observada en el catálogo.

BIBLIOGRAFÍA

- Abazajian, K., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2005, *AJ*, 129, 1755
- Aryal, B., Neupane, D., & Saurer, W. 2008, *AP&SS*, 314, 177
- Aryal, B. & Saurer, W. 2005, *A&A*, 432, 431
- Bertola, F. & Capaccioli, M. 1975, *APJ*, 200, 439
- Binney, J. 1976, *MNRAS*, 177, 19
- Blanton, M. R. & Roweis, S. 2007, *AJ*, 133, 734
- Coutts, A. 1996, *MNRAS*, 278, 87
- Davies, R. L., Efstathiou, G., Fall, S. M., Illingworth, G., & Schechter, P. L. 1983, *APJ*, 266, 41
- Faltenbacher, A., Allgood, B., Gottlöber, S., Yepes, G., & Hoffman, Y. 2005, *MNRAS*, 362, 1099
- Faltenbacher, A., Li, C., Mao, S., et al. 2007, *APJL*, 662, L71
- Gott, III, J. R. & Thuan, T. X. 1978, *APJ*, 223, 426
- Helou, G. 1984, *APJ*, 284, 471
- Hubble, E. P. 1930, *APJ*, 71, 231
- Lagos, C. D. P., Cora, S. A., & Padilla, N. D. 2008, *MNRAS*, 388, 587
- Lambas, D. G., Maddox, S. J., & Loveday, J. 1992, *MNRAS*, 258, 404
- Lee, J. & Pen, U. 2001, *APJ*, 555, 106
- Masters, K. L., Nichol, R. C., Bamford, S., et al. 2010, *ArXiv e-prints*
- Oosterloo, T. 1993, *A&A*, 272, 389
- Padilla, N. D. & Strauss, M. A. 2008, *MNRAS*, 388, 1321
- Pestaña, J. L. G. & Cabrera, J. 2004, *MNRAS*, 353, 1197
- Plionis, M. & Basilakos, S. 2002, *MNRAS*, 329, L47
- Plionis, M., Benoist, C., Maurogordato, S., Ferrari, C., & Basilakos, S. 2003, *APJ*, 594, 144
- Porciani, C., Dekel, A., & Hoffman, Y. 2002, *MNRAS*, 332, 325
- Sharp, N. A., Lin, D. N. C., & White, S. D. M. 1979, *MNRAS*, 187, 287
- Slosar, A., Land, K., Bamford, S., et al. 2009, *MNRAS*, 392, 1225
- Torlina, L., De Propris, R., & West, M. J. 2007, *APJL*, 660, L97
- Vincent, R. A. & Ryden, B. S. 2005, *APJ*, 623, 137
- Vitvitska, M., Klypin, A. A., Kravtsov, A. V., et al. 2002, *APJ*, 581, 799
- Wang, Y., Park, C., Yang, X., Choi, Y., & Chen, X. 2009, *APJ*, 703, 951

Capítulo 4

Formas de halos de materia, grupos y cúmulos de galaxias

En este capítulo presentamos el estudio realizado sobre las formas de los halos de materia, y su relación con la estructura en gran escala. Mediante el uso de modelos semianalíticos y catálogos simulados, comparamos los resultados obtenidos sobre la forma de halos de materia oscura en simulaciones, con la forma de grupos de galaxias identificados en catálogos espectroscópicos.

4.1. Introducción

En una variedad de trabajos de literatura (ver por ejemplo Kasun & Evrard (2005) y sus referencias), basados fundamentalmente en simulaciones numéricas cosmológicas, se muestra que la cosmología Λ CDM, produce halos de materia oscura fría que presentan en su generalidad estructuras y formas no esféricas, con orientaciones relacionadas con estructuras circundantes, tales como filamentos y paredes. También basados en simulaciones numéricas, van Haarlem & van de Weygaert (1993) (ver también Splinter et al. (1997)), explican el origen de estos alineamientos en un reordenando de la estructura interna del halo, según la dirección del último evento de fusión importante, los cuales provienen principalmente de las direcciones definidas por los filamentos. Por otro lado como vimos en el capítulo 1 Bond et al. (1996), utilizando el formalismo desarrollado por Zel'Dovich (1970), explican el origen y formación de los filamentos, a través del flujo y colapso de regiones lagrangianas (condiciones iniciales) en el espacio entre picos en el campo de densidad. Según estos autores, la forma de un halo y su conexión con la red de filamentos está definida *ab initio*, y la subsecuente evolución no lineal (tenida en cuenta en simulaciones), sólo aumenta el contraste en densidad sumando ruido. Luego, es de esperar que la forma de los halos de materia guarde información sobre la estructura en gran escala, y su historia previa.

Por otro lado, como se mencionó en la primera parte, los modelos de halo han sido muy útiles para describir la estadística de galaxias (Cooray & Sheth 2002; van den Bosch et al. 2004), pero asumiendo que la distribución de masa de los halos es esférica. No obstante, en una versión más precisa de este modelo es necesario tener en cuenta lo complicado de la estructura interna de los halos y sus formas (Jing & Suto 2002).

Si bien las propiedades de los halos habían sido estudiadas extensamente mediante simulaciones numéricas cosmológicas, al momento en el que publicamos el estudio aquí presentado, existía un número relativamente pequeño de trabajos relacionados a las formas de los halos en catálogos de galaxias y ninguno que contrastara observaciones con teoría. Del punto de vista observacional, Plionis et al. (2004) encontraron una relación entre la forma de los cúmulos y grupos de galaxias aparentemente opuesta a la observada en simulaciones (Kasun & Evrard 2005). Usando 1168 grupos del catálogo UZC-SSRS2, Plionis et al. (2004), concluyen que los grupos pobres en galaxias se observan más elongados que los ricos, con un 85% de los grupos pobres con cocientes de semiejes (ajustando una elipse al grupo sobre el cielo) menores a 0,4. En contraste, Kasun & Evrard (2005) encuentran que los halos en simulaciones tienden a ser más asféricos cuanto mayor sea su masa.

En este capítulo, presentamos un estudio estadístico de las formas de los halos de materia oscura en el rango de grupos a cúmulos de galaxias. Se analiza la forma triaxial de los halos y la evolución de la asfericidad con la masa. Utilizando un modelo semianalítico de formación de galaxias, se construyeron catálogos sintéticos de grupos de galaxias. Sobre estos, se analizaron los diversos problemas que afectan la determinación observacional de la forma de grupos, tanto sea por proyección, efecto de velocidades peculiares o estadística pobre. Con

respecto a esto último, se estudió mediante realizaciones Monte Carlo la estadística inferencial de las formas de los halos tanto en 2 como 3 dimensiones, en función del tamaño del espacio muestral.

Estudiando la muestra de grupos 2PIGG de Eke et al. (2004) extraídas del catálogo espectroscópico de galaxias 2dFGRS (2-degree Field Galaxy Redshift Survey, Colless et al. (2001)) y la muestra SDSS-DR3GC de Merchán & Zandivarez (2005) identificada del *Sloan Digital Sky Survey* SDSS (*data release 3*, Abazajian et al. (2005)), se demostró que la inconsistencia aparente entre observaciones y simulaciones es debida principalmente a errores sistemáticos inducidos por una estadística de pocos números.

En la sección 4.2 se presenta el estudio de las formas tridimensionales de los halos en simulaciones numéricas, incluyendo el análisis de sesgos sistemáticos. La sección 4.2.1 contiene el estudio de las formas proyectadas de los grupos de galaxias en datos observacionales, y si presenta una base teórica para interpretar los resultados mediante catálogos de grupos de galaxias simulados.

4.2. Análisis tridimensional de las Formas de los Halos

En esta sección analizamos la forma predicha para sistemas gravitatorios ligados en el rango de masas que abarca desde grupos a cúmulos de galaxias ($10^{12} h^{-1}M_{\odot}$ a $10^{15} h^{-1}M_{\odot}$). Estos sistemas fueron extraídos de una simulación realizada con el código GADGET desarrollado por Springel et al. (2001). El volumen computacional abarca un cubo periódico de $250 \text{ Mpc } h^{-1}$ de lado conteniendo 500^3 partículas con masas de $M = 1,04 \times 10^{10} h^{-1}M_{\odot}$. La simulación adopta un modelo cosmológico de materia oscura fría con constante cosmológica (Λ CDM) con parámetros de densidad $\Omega_0 = 0,3$, $\Omega_{\Lambda} = 0,7$, y una fluctuación en masa *rms* a tiempo presente de $\sigma_8 = 0,8$ (ver sección 1.5.2, ecuación 1.35). La identificación de los cúmulos de partículas se llevo a cabo mediante un algoritmo de percolación estándar *friends-of-friends*, con una longitud de enlace $l = 0,17n^{-1/3}$, donde n es la densidad numérica media.

4.2.1. Forma de los Halos

Por cada halo de materia oscura, se calculó la parte anisótropa del tensor de inercia de las partículas pertenecientes al halo, a la cual llamaremos tensor de forma. Este puede ser escrito como una matriz simétrica que involucra a todos los momentos de segundo orden de la distribución de puntos:

$$I_{ij} = (1/N_h) \sum_{\alpha=1}^{N_h} X_{\alpha i} X_{\alpha j}, \quad (4.1)$$

dónde $X_{\alpha i}$ es la i -ésima componente del vector posición de la partícula α con origen en el centro de masa del sistema, y N_h es el número de partículas en el halo. Los autovalores de esta matriz corresponden a los cuadrados de los semiejes (a, b, c ordenados según $a > b > c$) del elipsoide característico que mejor describe la distribución de las partículas del grupo. Para estudiar las formas tridimensionales de los halos de manera adimensional según la escala,

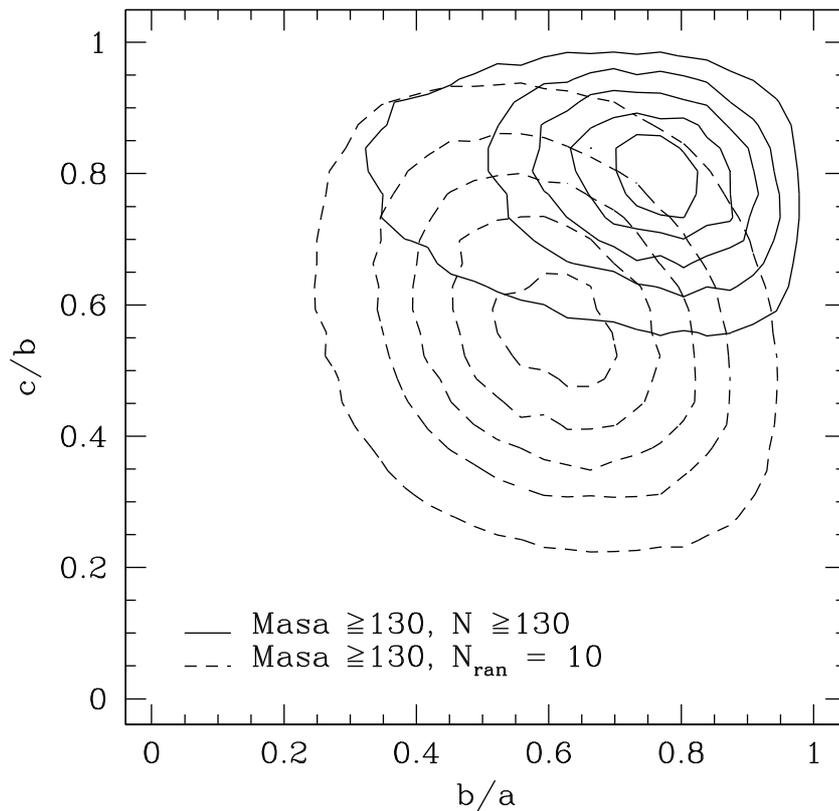


Fig. 4.1: Isocontornos de la densidad de probabilidad de los halos según su forma. Se utilizan los cocientes de semiejes b/a y c/b para halos con masas $M > 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$. Las líneas sólidas corresponden a los valores estimados usando todas las partículas miembro. Las líneas de trazos representan la distribución estimada sobre la misma población de halos, pero cuando sólo se utilizan 10 partículas seleccionadas al azar para estimar la forma. Los contornos de ambas distribuciones encierran el 10, 30, 50, 70 y 90% de la población en b/a vs. c/b (de contornos internos a externos, respectivamente).

basamos nuestro análisis en los cocientes b/a y c/b . Estas variables son independientes y proveen un conjunto completo de parámetros para analizar las formas elipsoidales triaxiales. En la literatura es frecuente también el uso del cociente del semieje menor al mayor (c/a), debido a que este parámetro varía más cuanto mayor sea la asfericidad del elipsoide. De todos modos, este parámetro no distingue entre elipsoides prolados y oblatos. Recordemos que un elipsoide prolado es la superficie de revolución que se obtiene al rotar una elipse utilizando como directriz el eje correspondiente al semieje mayor, obteniendo de esta manera un elipsoide con dos semiejes iguales y uno mayor orientado a lo largo de la directriz. Si por lo contrario rotamos el elipse generatriz en la dirección del semieje menor, obtenemos un elipsoide oblato, formado por dos semiejes iguales y un tercero menor sobre el eje de rotación. La figura 4.1 muestra los mapas de contornos de la distribución de halos de nuestra simulación con masas $M > 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ (líneas continuas), según sus cocientes de semiejes b/a y c/b . Los isocontornos encierran el 10, 30, 50, 70 y 90% de los puntos desde los contornos

interiores al exterior. En este espacio de parámetros la recta vertical $b/a = 1$ con valores arbitrarios de c/b , corresponde a la ubicación de todos los elipsoides perfectamente oblatos. Por otro lado, los sistemas con $c/b = 1$ y b/a libre, corresponden a elipsoides perfectamente prolados. El punto $c/b = 1$ y $b/a = 1$ corresponde a todas las esferas. Si bien uno espera que tanto los elipsoides prolados como los oblatos sean altamente improbables, debido a que por definición ocupan regiones de medida nula (usando como medida la probabilidad sobre intervalos de b/a y c/b), a menudo nos referiremos a las formas de halos proladas o de tendencia prolada cuando los sistemas presenten $b/a < c/b$ y por el contrario, cuando hablemos de elipsoides oblatos, debe sobrentenderse que hablamos de formas triaxiales con $b/a > c/b$.

Como puede observarse en la figura 4.1, los halos de materia son en general triaxiales, es decir, sus formas parecen distribuirse uniformemente entre los extremos de los elipsoides de revolución (contornos internos) con una ligera tendencia (contornos exteriores) a preferir formas proladas (i.e. $a \gg b > c$). El valor más frecuente de cocientes de semiejes puede estimarse alrededor de $c/b = 0,8$ y $b/a = 0,76$ (moda de la distribución).

4.2.2. Efectos de Resolución en la inferencia de las formas de los halos

Cuando se usan catálogos de galaxias o simulaciones de baja resolución, sólo se dispone de unos pocos miembros para determinar el tensor de forma del grupo. Es por esto que estudiamos el efecto en la estima de los cocientes de semiejes, en función del número de partículas del halo. Por un lado uno espera que para semiejes con amplitudes similares, el ruido Poisson debido al uso de pocas partículas discretas para calcular el tensor de forma, amplifique diferencias inexistentes. De esta manera, se induce un reordenado de los semiejes que resulta en una disminución sistemática de los cocientes c/b y b/a . Además de esto, debido a que el tensor de inercia es básicamente un estimador de segundo orden sobre la distribución de puntos, es de esperar la presencia de sesgos más complicados.

Para verificar estas hipótesis, calculamos los cocientes de semiejes de halos pero sólo usando en el cómputo submuestras de 10 miembros seleccionados al azar. En la figura 4.1 se muestra en líneas cortadas, los contornos de isodensidad para los semiejes b/a y c/b así determinados. Cuando se compara en la figura esta distribución, con el resultado obtenido usando todas las partículas del halo (línea continua), puede apreciarse que la distribución de formas estimada con menos partículas, se corre hacia valores menores de c/b y b/a , como esperábamos. Además, puede apreciarse que la distribución degradada se distribuye más uniformemente, entre las regiones proladas y oblatas. Es decir, además de una apreciable diferencia entre los picos de ambas distribuciones, parece haber aumentado la cantidad de halos oblatos en la región $b/a > c/b$, con respecto a la distribución de líneas continuas.

Este cambio en la proporción de formas, es el segundo efecto mencionado al principio. La razón de este fenómeno puede encontrarse en el hecho que, debido a la naturaleza del ruido Poisson, sólo puede reducir la señal, ya que por definición $b/a < 1$ y $c/b < 1$), lo cual

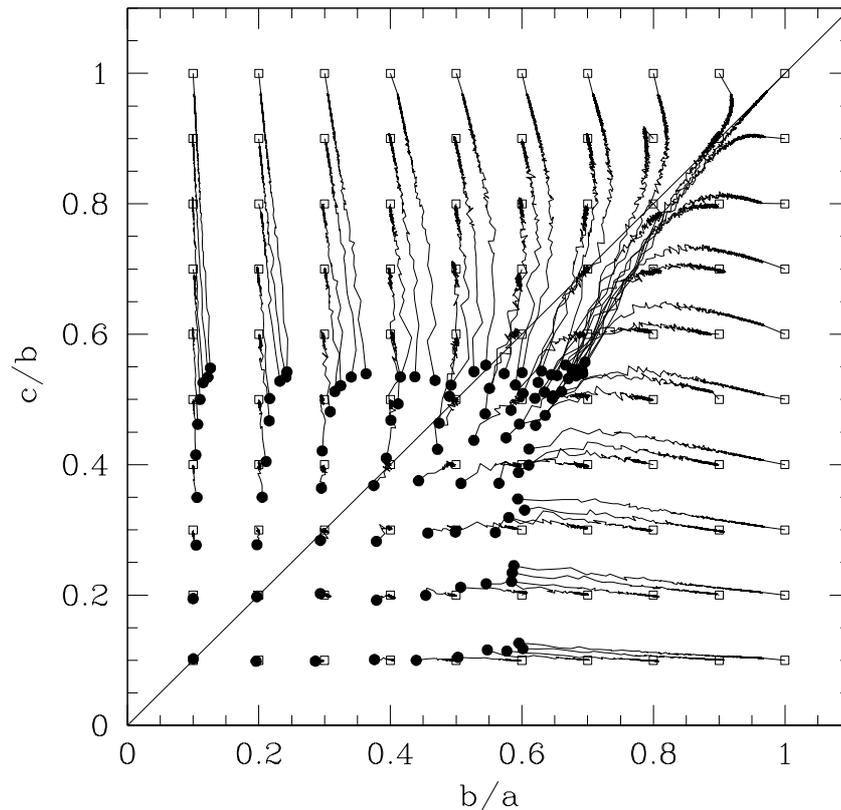


Fig. 4.2: Dependencia de las estimas de cocientes de semiejes (b/a y c/b) con el número de puntos utilizados al calcular el tensor de forma (línea continuas). Los cuadrados vacíos son los valores ideales, fijados sobre el elipsoide Monte Carlo; los círculos llenos representan los valores obtenidos cuando sólo se utilizan conjuntos de 5 puntos extraídos al azar para estimar la forma del elipsoide.

hace que los semiejes chicos sean más propensos a ser afectados por ruido. Luego, las formas proladas (dos semiejes chicos) están más afectadas y distorsionadas por el ruido, que las formas obladas (sólo un semieje chico).

Para cuantificar estos conceptos, realizamos simulaciones Monte Carlo cubriendo homogéneamente el espacio de parámetros (b/a , c/b), con elipsoides generados a partir de 10000 puntos. Se calculó el promedio de las estimas de cocientes de semiejes, para conjuntos diferentes de puntos extraídos al azar, en cada elipsoide. En la figura 4.2 mostramos el resultado. Las líneas continuas, muestran el camino descrito por la estima de la forma de los elipsoides según el número de miembros que es usado para calcular el tensor de forma. El número de miembros (que denotamos con N_{ran}), se reduce desde 1000 hasta 5. Los cuadrados vacíos muestran los valores verdaderos utilizados al generar cada elipsoide Monte Carlo. Los círculos llenos, muestran el resultado de b/a y c/b . Como habíamos mencionado antes, el efecto de la estadística de pocos puntos, introduce un desplazamiento sistemático hacia valores menores de b/a y c/b , que afecta más fuertemente las formas mas esféricas, y con una mayor tendencia a poblar la región oblada del espacio de parámetros.

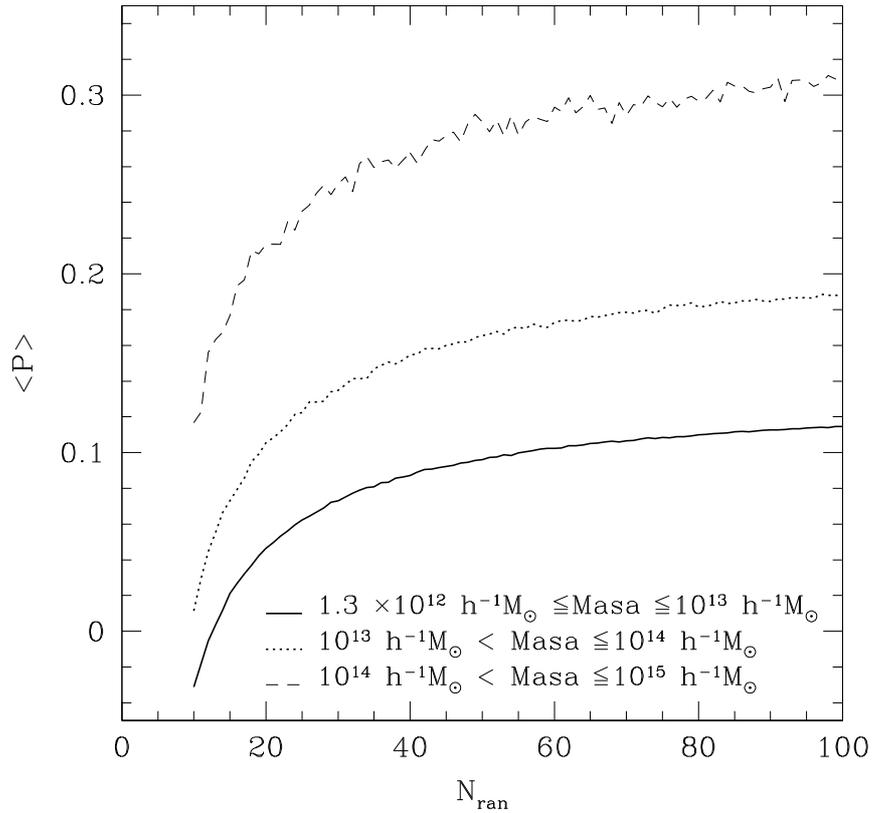


Fig. 4.3: Evolución del parámetro de triaxialidad P con N_{ran} en rangos de masa creciente (líneas continuas, punteadas y cortadas respectivamente).

4.2.3. Dependencia de la forma con la masa del sistema

Como vimos en la sección anterior, los halos de materia oscura producidos en simulaciones Λ CDM, presentan preferentemente formas proladas. Esto último es consistente con resultados previos de la literatura (Kasun & Evrard 2005; Jing & Suto 2002), en donde se reporta una dependencia débil en la media del parámetro c/a con la masa. Este parámetro es usado comúnmente para indicar el grado de asfericidad de un halo de materia oscura. Para caracterizar la dependencia de la forma de un halo con la masa y el número de partículas, consideramos más conveniente introducir un nuevo parámetro que nos permita, a diferencia de c/a , distinguir entre halos prolados y oblatos. Una manera sencilla de definir este parámetro es mediante el cociente de los parámetros c/b y b/a . Sistemas de tendencia prolada satisfacen $ca/b^2 > 1$, mientras que sistemas oblatos cumplen $ca/b^2 < 1$. Por lo tanto definimos a nuestro parámetro de triaxialidad como:

$$P := \ln(ca/b^2). \quad (4.2)$$

Donde hemos introducido el logaritmo neperiano a fin de eliminar la asimetría natural de la distribución para halos oblatos ($0 < ca/b^2 < 1$) y prolados ($1 < ca/b^2 < \infty$). Luego decimos que un elipsoide es oblato cuando $P < 0$, y por el contrario decimos que es prolado cuando $P > 0$.

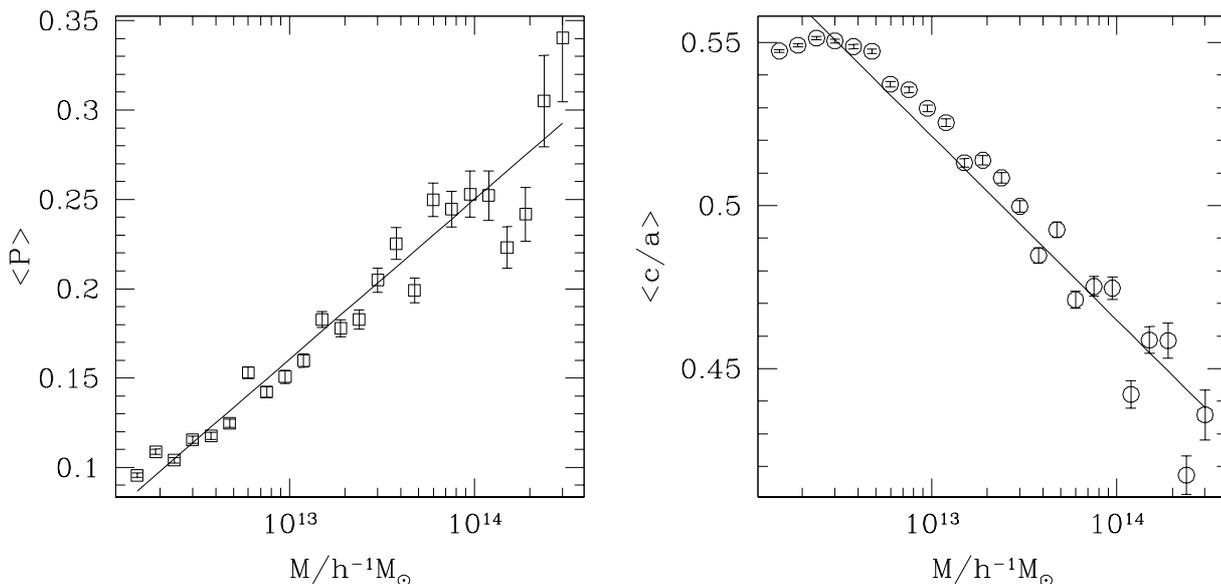


Fig. 4.4: Parámetro de triaxialidad P y cociente c/a como función de la masa del halo (panel de izquierda y derecha respectivamente). Las líneas son el ajuste usando una relación log-lineal (Ecuaciones 4.3 y 4.4).

Más allá del número de partículas utilizadas para calcular el tensor de formas, encontramos una dependencia en la distribución de formas de los cúmulos con la masa, consistente con los resultados de la literatura. En la figura 4.3 se muestra el parámetro de triaxialidad como función del número de partículas N_{ran} en diferentes rangos de masa. Además del crecimiento de los valores de P con N_{ran} (lo que refleja el efecto numérico descrito en la sección anterior), también se puede observar un aumento de P para diferentes rangos de masa creciente, sin importar el valor de N_{ran} .

En la figura 4.4 se puede ver la dependencia de la media de los valores del parámetro de triaxialidad P (panel izquierdo) y el cociente c/a (panel derecho) con la masa. Las barras de error corresponden a la desviación estándar rms para P o c/a según sea el caso. Encontramos una tendencia decreciente y log-lineal de c/a con la masa, consistente con la literatura previa. Esto indica un aumento de la asfericidad de los sistemas según su masa. Además encontramos que P aumenta también con la masa, lo cual indica que el incremento de asfericidad es originado en realidad por un aumento en la fracción de halos prolados de la población. Los ajustes mostrados en líneas continuas corresponden a las fórmulas,

$$\langle c/a \rangle = -(0,056 \pm 0,003) \log_{10}(M) + (0,70 \pm 0,01), \quad (4.3)$$

$$\langle P \rangle = (0,089 \pm 0,005) \log_{10}(M) - (0,11 \pm 0,01). \quad (4.4)$$

De los resultados de esta sección se puede concluir que, aunque la asfericidad de los sistemas y la fracción de halos prolados, en la distribución general de formas, aumenta notablemente con la masa, es necesario entender y estudiar detalladamente los sesgos estadísticos

que afectan sistemáticamente las mediciones. Por otro lado, si bien el efecto de estadísticas de distinto número de miembros N_{ran} , introduce efectos espurios en un primer análisis, cuando se trabaja en intervalos fijos de N_{ran} para cualquier masa, se observan resultados cualitativamente consistentes. Es por esto que a la hora de trabajar con observaciones de grupos de galaxias, una buena opción es fijar el número de galaxias N_{ran} con el que se determinará la forma. Si bien esto introduce ciertamente variaciones cuantitativas en la relación masa-forma así medida, esto nos permitiría entender de todos modos la verdadera relación entre la forma de un grupo o cúmulo de galaxias y su masa, e incluso comparar con las predicciones numéricas.

4.3. Análisis en Proyección

Debido a las distorsiones en el espacio de *redshift* (ver apéndice B.3), el análisis de los datos observacionales de catálogos espectroscópicos, se encuentra necesariamente limitado a mediciones de la forma proyectada de los grupos sobre el plano del cielo. Si bien es posible definir e identificar sistemas de galaxias, utilizando la velocidad radial espectroscópica como estima de la distancia, se espera por definición mayor contaminación por velocidades peculiares en grupos de galaxias. Al tratar la coordenada radial como una coordenada espacial más, se observan alargamientos espurios en la línea visual (el conocido efecto “dedos de Dios”) de los grupos y cúmulos de galaxias, que impide cualquier análisis de la forma de los halos en esta dirección. Por lo tanto, cuando estudiamos la forma proyectada de grupos de galaxias, utilizamos un procedimiento similar al descrito en el caso tridimensional, pero involucrando sólo dos dimensiones. Utilizando coordenadas cartesianas proyectadas sobre el plano del cielo (a la distancia del centro de masa), se calcula el tensor de forma bidimensional del grupo. Los autovalores de esta matriz nos proveen de los semiejes mayor a y menor b de la elipse de forma del sistema. Análogamente al caso tridimensional, utilizaremos como parámetro de forma adimensional el cociente de semiejes b/a .

En esta sección analizamos la forma proyectada de grupos de galaxias tomados del catálogo 2PIGG (2dFGRS Percolation Inferred Galaxy Groups, Eke et al. (2004)) construido a partir del 2dFGRS, y el catálogo SDSS-DR3GC, compilado por Merchán & Zandivarez (2005) a partir del catálogo SDSS. El catálogo 2PIGG contiene 4045 grupos con al menos 4 miembros, y el de Merchán y Zandivarez, 10152 grupos.

Para poder comparar datos observacionales con simulaciones numéricas, se construyó un catálogo sintético del 2dFGRS, mediante la colocación de un observador en un cubo de galaxias semianalíticas de la simulación, buscando reproducir en éste, de la mejor manera posible, los sesgos observacionales. Para reproducir estos sesgos, se ubicó un máscara de completitud angular y una función de selección, análogas a las estimadas para el catálogo 2dFGRS real, y se determinó los *redshift* de las galaxias a través de las componentes radiales de las velocidades simuladas y sus magnitudes aparentes a partir de las absolutas producidas por un modelo semianalítico. Las galaxias semianalíticas utilizadas para poblar la simulación

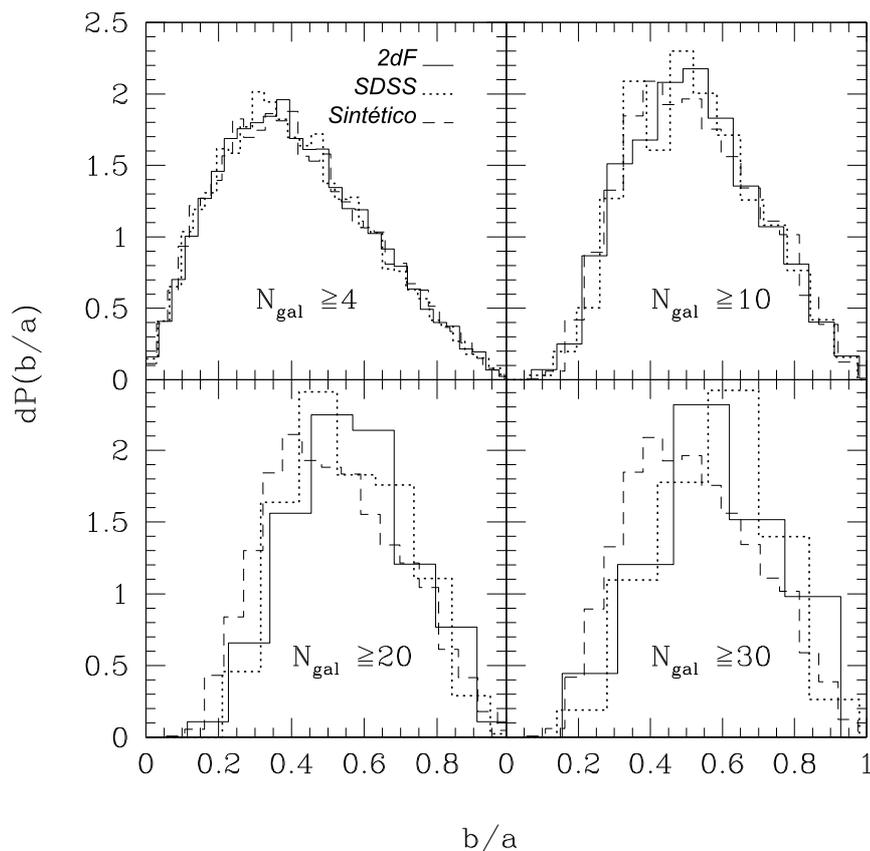


Fig. 4.5: Distribuciones de b/a de los catálogos, real 2PIGG (líneas continuas), simulado 2PIGG (líneas de trazos) y grupos SDSS-DR3GC (líneas punteadas y de trazo), para distintos rangos en N_{gal} (diferentes paneles, ver leyenda de las figuras).

numérica, corresponden al llamado modelo GALFORM (Cole et al. 2000). Después de generar el catálogo sintético, se aplicó el mismo algoritmo originalmente usado para identificar los grupos reales en el catálogo 2dFGRS por Eke et al. (2004). Se trata esencialmente de un algoritmo de percolación, más comúnmente conocido como algoritmo amigos de los amigos (*Friends-of-Friends*, FOF), con una longitud de enlace que varía según el *redshift* del objeto y según la dirección de búsqueda, radial o angular. Esta variación de la longitud de enlace busca compensar la disminución de la densidad numérica con la distancia, efecto inherente a todo catálogo limitado por flujo como el 2dFGRS y el SDSS. La variación en la dirección depende de las componentes angular y radial, debido a que esta última se ve más afectada por el efecto de las velocidades peculiares, y por ende es necesario aumentar la longitud de enlace en esta dirección.

4.3.1. La forma de los grupos de galaxias según el número de miembros

Del estudio de las formas de halo en simulaciones numéricas, hemos visto que los resultados pueden cambiar dramáticamente, cuando se utiliza diferentes números de miembros, para inferir los cocientes de semiejes. En esta sección se estudia la importancia de estos efec-

tos, cuando se calcula el tensor de forma bidimensional de grupos, identificados en catálogos de galaxias espectroscópicas. Para hacer esto, se procedió a calcular las formas de los grupos en los catálogos real y sintético, utilizando diferentes números de galaxias miembro, que denotamos con N_{gal} . En la figura 4.5 se muestra el resultado de estos cálculos. Como puede verse, hay una semejanza muy alta entre datos reales y sintéticos. Por ejemplo, en ambos casos, se observa que la distribución obtenida de grupos con $N_{gal} \geq 4$, muestra mayores excesos de formas elongadas, que la correspondiente obtenida con $N_{gal} \geq 20$. Se puede apreciar también un muy buen acuerdo en los diferentes rangos de N_{gal} entre catálogos reales y simulados, especialmente para valores bajos en N_{gal} . Esto indica que el modelo sintético es adecuado para la comparación. Además es interesante notar, que el valor típico de la distribución de formas proyectadas, aumenta con el número de galaxias miembro. Más adelante se analizará si esta tendencia es real, o depende del número de galaxias miembro usadas en la estadística. En la misma figura, se muestra también los resultados del catálogo SDSS-DR3GC, los cuales también muestran un excelente acuerdo con el catálogo simulado y el catálogo 2PIGG. Este acuerdo es muy importante, ya que los catálogos de grupos 2PIGG y SDSS-DR3GC, son muestras observacionales independientes. Ambas muestras de grupos, están basadas en catálogos espectroscópicos diferentes, que tienen diferentes profundidades, áreas de cobertura del cielo, y sufren de diferentes sesgos observacionales debido a distintas configuraciones instrumentales utilizadas en la construcción del catálogo (ver Colless et al. (2001), para el 2dFGRS y Abazajian et al. (2005), para el SDSS-DR3).

El aumento en la media de los valores de b/a con el número de galaxias miembro es cualitativamente consistente con los resultados de Plionis et al. (2004) para los grupos del catálogo UZC-SSRS2. En la literatura hay varias sugerencias para explicar esta inesperada tendencia. Se han propuesto en general mecanismos que involucran la masa del halo, o fricción dinámica. No obstante, las simulaciones numéricas como vimos, apuntan en dirección contraria. Por otro lado, Kasun & Evrard (2005) propusieron explicar la discrepancia a través de sesgos importantes en la selección óptica de las galaxias, que podría según ellos, incluso revertir la relación entre la forma del grupo y su masa. En esta sección se busca resolver esta discrepancia entre teoría y observaciones. De la sección 4.2.3, vimos que el parámetro de triaxialidad depende fuertemente del número de partículas involucradas en su cálculo (figura 4.3).

Aquí aplicamos el mismo procedimiento a los datos observacionales, y comparamos la distribución de cocientes de semiejes para grupos con $N_{gal} = 6$, con la distribución medida sobre grupos con $N_{gal} \geq 20$, pero considerando sólo 6 galaxias seleccionadas al azar en cada grupo, para calcular la matriz de forma bidimensional. Debido a que la cantidad de halos disminuye considerablemente con el número de miembros, generamos por cada halo de $N_{gal} \geq 20$, unas 200 mediciones de cocientes con 6 galaxias cada una, para tener así suficiente estadística para determinar la distribución. Hay que notar que de un grupo con 20 miembros, es posible seleccionar hasta 38750 muestras de 6 miembros distintas, sin repetir un miembro, con lo cual al seleccionar sólo 200, nos aseguramos la independencia estadística de los datos utilizados,

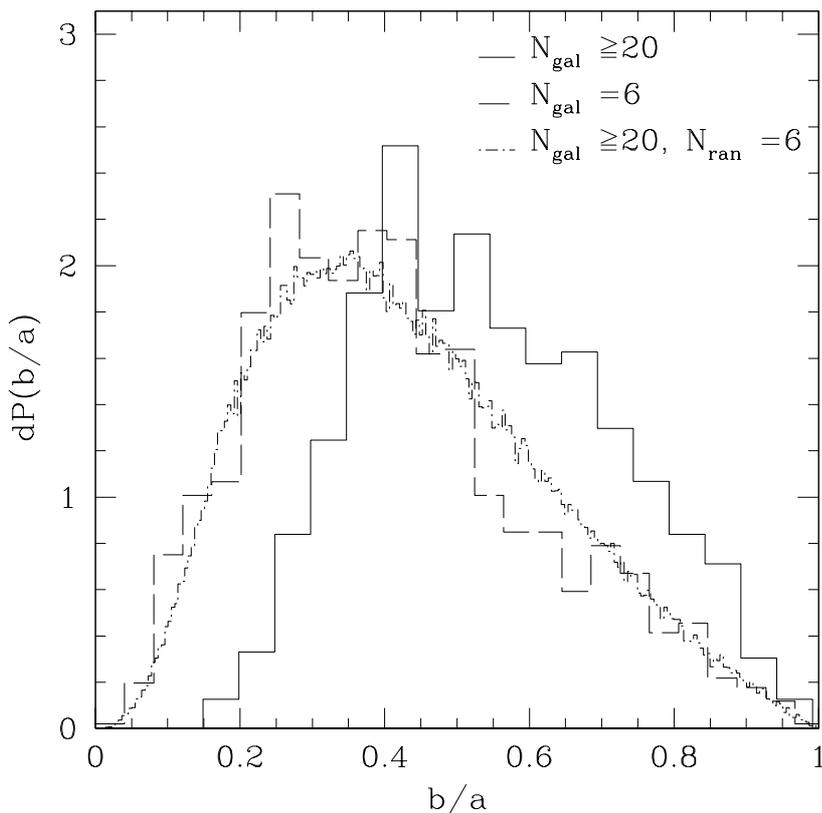


Fig. 4.6: Distribución de cocientes de semiejes proyectados b/a para grupos con $N_{gal} = 6$ (línea de trazos), grupos ricos $N_{gal} > 19$ (línea continua) y grupos con $N_{gal} > 19$ donde sólo se usó 6 miembros para obtener la forma del grupo (línea a trazos con puntos).

hasta cierto punto. En la figura 4.6, se muestra la distribución de los cocientes de semiejes de grupos relativamente pobres $N_{gal} = 6$ (histograma con línea de trazos largos), y se compara con el resultado obtenido para grupos con $N_{gal} > 19$, utilizando todas las galaxias miembro (línea continua), y considerando sólo 6 miembros en la medida (línea a trazos con puntos).

Queda claro al mirar la figura que la distribución de formas de grupos con $N_{gal} = 6$ es indistinguible de la de grupos ricos, con medidas que utilizan sólo 6 galaxias. Como consecuencia, se observa también, que para la población de grupos ricos, la medida que utiliza sólo 6 galaxias difiere de manera importante con la medida que utiliza todas las galaxias en grupo. Se obtiene medidas aparentes mucho más elongadas cuando se dispone de una estadística más pobre. En el caso de esta última distribución, el histograma se observa más suave, debido a la gran cantidad de medidas que extraemos de cada grupo considerado. Luego podemos concluir que la tendencia observada en los grupos pobres a presentar formas proyectadas más alargadas, es un efecto debido fundamentalmente a sesgos sistemáticos, e incluso podría ser que la forma intrínseca de los grupos de galaxias, no varíe significativamente con el número de galaxias miembro.

Basados en estos resultados, se calculó una medida insesgada, de la distribución de for-

mas de grupos, para sistemas con cualquier número de miembros. De todos modos hay que tener en cuenta, que cualquier dependencia de la forma de grupo con la masa será promediada. Para realizar esto, se generó medidas de la forma de grupos (200 para cada grupo), utilizando galaxias miembro en números desde 4 a 16, extraídas de la muestra de grupos con $N_{gal} > 19$. A cada distribución así calculada en cada catálogo de grupos, le ajustamos un polinomio de 4^{to} orden,

$$F_{N_{ran}}(b/a) = \sum_{i=0}^4 h_i (b/a)^i. \quad (4.5)$$

Luego se definieron factores de corrección para aplicar a la distribución de semiejes de grupos con N_{gal} miembros, a fin de eliminar sesgos con respecto a la medida equivalente que resultaría de utilizar ≥ 20 miembros,

$$C_{N_{gal}}(b/a) = F_{\geq 20}(b/a) / F_{N_{ran}=N_{gal}}(b/a), \quad (4.6)$$

donde $F_{\geq 20}$ es el ajuste a la distribución medida en grupos con $N_{gal} \geq 20$ galaxias miembros. Notar que los factores de corrección se obtienen desde la misma muestra de grupos a la que se aplicará la corrección. En la figura 4.7, se muestran las distribuciones corregidas para cocientes de semiejes con N_{gal} en un rango de 4 a 13 galaxias miembro. Como puede verse, las distribuciones corregidas para diferentes N_{gal} muestran alguna dispersión no correlacionada alrededor de una única distribución, que puede ser ajustada mediante un polinomio de 4^{to} orden.

Para el catálogo 2PIGG, los coeficientes del mejor ajuste son $h_0 = 0,22 \pm 0,07$, $h_1 = -7 \pm 1$, $h_2 = 38 \pm 5$, $h_3 = -49 \pm 7$, y $h_4 = 20 \pm 3$. Como puede apreciarse en la figura, los polinomios de mejor ajuste que corresponden a los resultados de los catálogos 2PIGG, 2PIGG simulado y grupos SDSS-DR3GC, son extremadamente similares.

4.3.2. Correlación entre la forma de los grupos y su masa

Para eliminar cualquier tendencia sistemática espuria de las formas de los halos con la masa, se diseñó un método estadístico sencillo que revela cualquier posible dependencia de la forma de los grupos con la masa en datos observacionales. Como primer paso, para entender la conexión entre los resultados tridimensionales con los observados, simplemente se proyectó en dos dimensiones, una muestra de halos extraída de la simulación. La muestra de halos fue tomada de la simulación de tal manera de seleccionar una distribución de masas similar a la calculada para el catálogo 2PIGG. Las masas de los grupos 2PIGG se calcularon a partir de las luminosidades totales de cada grupo y la relación masa–luminosidad suministrada por Eke et al. (2004). Para alcanzar una comparación realista, es necesario también tener en cuenta el efecto de número en la estadística. Esto es tenido en cuenta en la simulación, forzando a que los halos tengan la misma distribución de número de miembros que el catálogo 2PIGG, mediante una selección aleatoria de partículas miembro en cada halo. La distribución de cocientes de semiejes proyectados b/a de esta muestra particular de halos simulados, y la

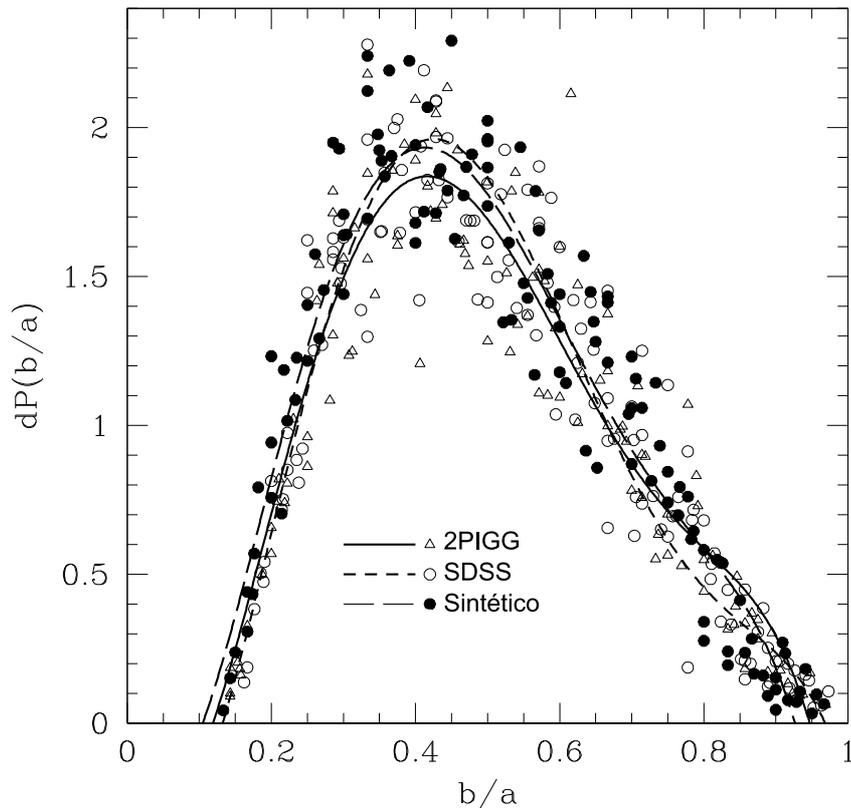


Fig. 4.7: Distribuciones de cocientes de semiejes proyectados b/a corregidos a una medida equivalente con $N = 20$ galaxias miembro. Se presentan los resultados para los catálogos 2PIGG, 2PIGG simulado y SDSS-DR3GC (ver leyenda en la figura).

correspondiente muestra del catálogo 2PIGG, se muestran en la figura 4.8, con líneas continuas y punteadas respectivamente. Como puede apreciarse, ambas distribuciones muestran un razonable acuerdo. No obstante, la muestra de grupos 2PIGG simulados, muestra una ligera tendencia a mayores elongaciones que aquella construida a partir de proyección directa de los halos de materia oscura simulados. Aunque este efecto es pequeño, se observa que persiste aún en diferentes rangos de masa y números de miembros. Luego, es posible que esta diferencia, que se muestra entre ambas distribuciones, sea debida a diferencias entre los algoritmos de identificación usados en simulaciones, y en muestras afectadas por distorsiones en *redshift*.

Por ejemplo, el algoritmo utilizado en catálogos con *redshift*, utiliza una longitud de enlace que varía con cierta complejidad, caracterizada por asumir una dada relación de aspecto entre la longitud radial y la angular, y un escalado con el *redshift* que tiene en cuenta la disminución en la densidad de galaxias, típica de catálogos limitados por flujo. Como mencionamos anteriormente, una buena manera de evitar el efecto numérico en nuestra estadística, es usar un número fijo de miembros para estimar la forma de los grupos. Por lo tanto, se calculó el promedio de los cocientes de semiejes b/a para halos de materia oscura en proyec-

ción, como función de la masa del sistema, usando sólo 10 miembros del total disponible de partículas en cada halo. Los cocientes de semiejes resultantes se muestran en la figura 4.9, donde los halos de mayor masa son consistentes con formas ligeramente más elongadas que sistemas de menor masa (círculos vacíos). Si se compara esta tendencia de la forma con la masa del halo, con aquella que es obtenida usando todas las partículas de halos con más de 100 miembros, se observa sólo un desplazamiento constante entre las dos. Esto indica que el proceso de seleccionar 10 partículas miembro preserva la relación entre la forma proyectada con la masa. Luego, se procede a calcular los cocientes medios de semiejes b/a de grupos del catálogo 2PIGG, para todos los grupos con al menos 10 galaxias miembros, pero usando sólo 10 miembros seleccionados al azar, para calcular la forma del grupo. Este resultado se grafica en la figura 4.9 (cuadrados vacíos) en función de la masa calculada a través del cociente masa–luminosidad característico del catálogo. Como puede verse, la relación con la masa es recuperada en el catálogo sintético. Finalmente, se repite este procedimiento para el catálogo 2PIGG real, mostrando los resultados con triángulos llenos en la misma figura. Es decir, se utilizaron grupos con al menos 10 galaxias miembro, pero usando sólo un número fijo de 10 miembros para medir b/a . Queda claro de la figura, que se ha podido reconciliar los resultados de las simulaciones numéricas con los datos observacionales, dado que los grupos 2PIGG muestran una ligera tendencia a formas más elongadas para sistemas masivos ($b/a \simeq 0,53 \pm 0,02$ para $M = 4 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ y $b/a \simeq 0,49 \pm 0,06$ para $M = 2 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$, implicando una detección con nivel de significación de una desviación estándar).

4.3.3. Dependencia con las propiedades de las galaxias miembro

En esta sección, buscamos posibles diferencias en la forma típica de los grupos de galaxias, cuando se consideran diferentes propiedades de sus galaxias miembro. Para esto, se dividió la muestra de grupos, de acuerdo con el color medio y el tipo espectral de las galaxias miembro, debido a que estas propiedades pueden entenderse como indicadores de diferentes historias de formación estelar, como así también de diferentes historias de interacción y fusión entre halos. En todas las comparaciones, se consideró el mismo número de miembros en la medición de la forma de los grupos.

En general, se encuentra muy difícil decidir, si hay o no una correlación detectada entre la forma y el color, ya sea del catálogo 2PIGG o el SDSS-DR3GC. En particular, se presentan los resultados para los grupos 2PIGG en el panel superior de la figura 4.10, donde se muestra la media en b/a como función de el color $b_J - r$, para dos rangos distintos en el número de miembros N_{gal} (notar que el efecto de bajo número en la estadística introduce valores menores en la media de b/a para el caso de N_{gal} bajos). Se repitió este análisis para el índice espectral η (un indicador de la actividad de formación estelar reciente Colless et al. (2001)) de las galaxias 2dFGRS, determinando la fracción de galaxias miembros con $\eta < -1,4$ en cada grupo. Como puede observarse en el panel superior de la figura 4.10, de nuevo no se ve ninguna tendencia o dependencia clara en la media del cociente de semiejes, con la fracción

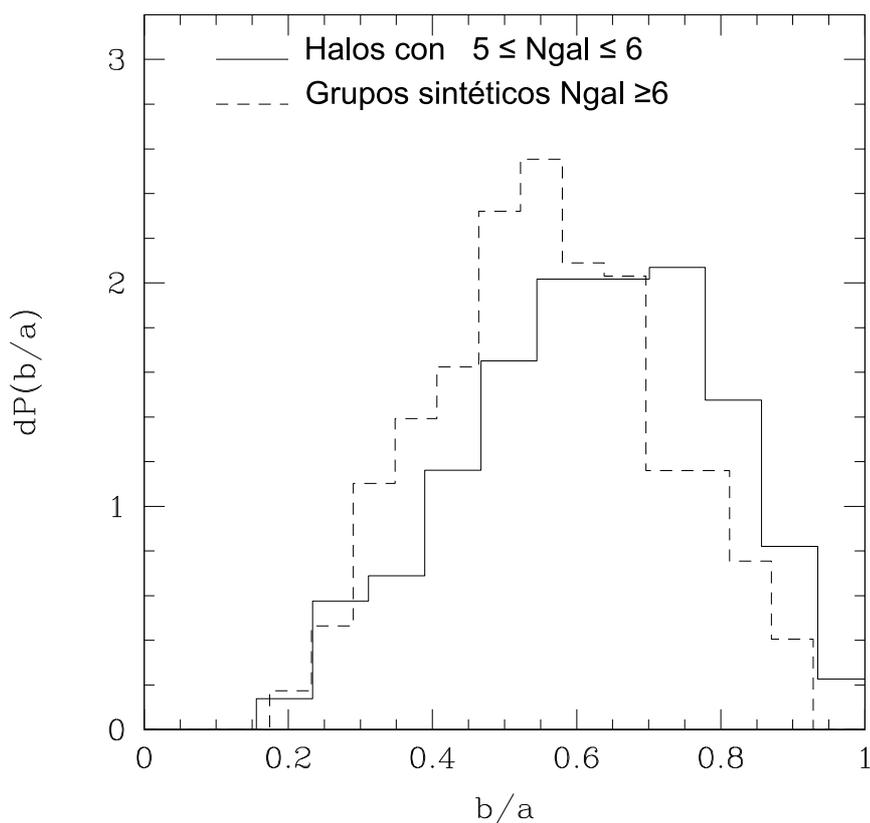


Fig. 4.8: Distribuciones de b/a proyectado de las formas tridimensionales (línea continua) y de grupos sintéticos (línea de puntos). Las distribuciones de masa y número de los halos de materia oscura, han sido forzadas para concordar con la muestra del catálogo sintético.

de formación estelar pasiva, dentro del grupo. En el caso de los grupos SDSS-DR3GC, se repitió este mismo análisis, pero utilizando el índice espectral *e-class* (Abazajian et al. 2005), no observándose ninguna variación significativa de este índice con la forma de los sistemas.

El análisis se repitió usando sólo galaxias miembro con $\eta < -1,4$ (galaxias sin formación estelar) por un lado, y sólo galaxias miembro con $\eta > -1,4$ (galaxias con formación estelar) por el otro. Hay que notar que varios grupos se encuentran representados en ambas muestras, dado que es bastante común que ambos posean galaxias con y sin formación estelar reciente. Una vez más, no fue posible detectar ninguna diferencia sistemática en la forma de los grupos considerando sólo galaxias formadoras o no formadoras de estrellas en el cálculo de la forma. Se repitió también este análisis usando el índice espectral en el catálogo SDSS-DR3GC encontrando el mismo resultado, es decir, no vemos ninguna dependencia clara de la forma del halo con el tipo espectral de las galaxias miembro.

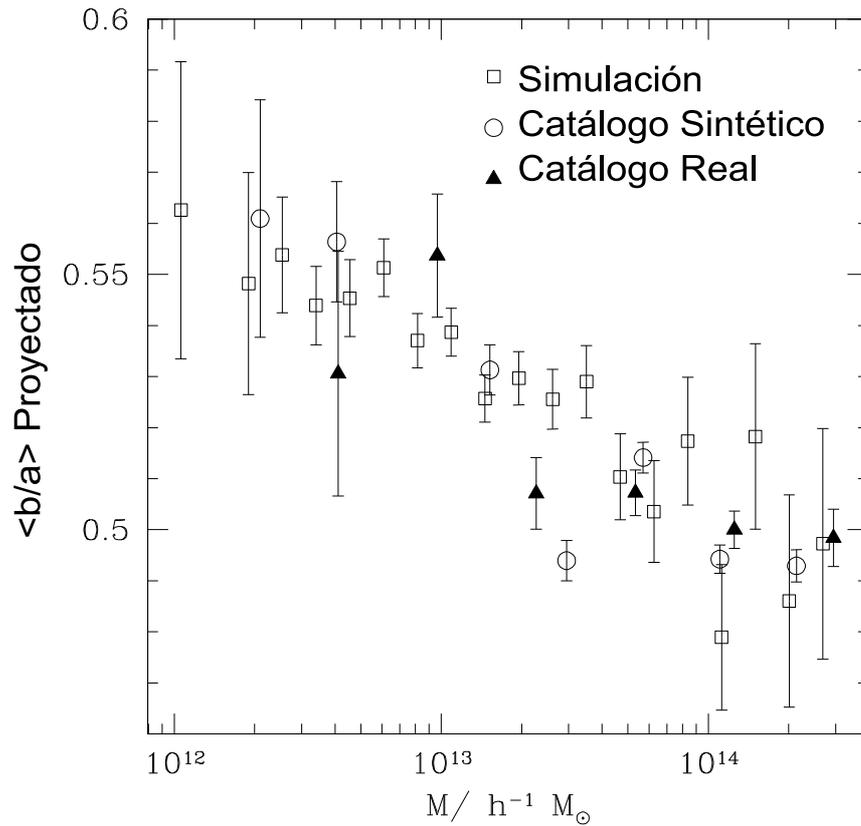


Fig. 4.9: Dependencia de la media en el cociente b/a como función de la masa, para halos extraídos de la simulación numérica (círculos), grupos del catálogos sintético y real 2PIGG (cuadrados y rectángulos respectivamente). En todos los casos, sólo se involucró en el cálculo 10 miembros seleccionados aleatoriamente.

4.4. Conclusiones

Se realizaron variados análisis de la forma de los sistemas ligados gravitatoriamente, en simulaciones numéricas, catálogos sintéticos de grupos, y muestras observacionales de grupos de galaxias, derivadas de los relevamientos 2dFGRS y SDSS. Los principales resultados que hacen a la forma tridimensional de los halos de materia en simulaciones numéricas se pueden resumir como:

- Los halos de materia oscura fría, son bien descriptos mediante elipsoides triaxiales, los cuales presentan una clara tendencia hacia formas proladas para los sistemas de mayor masa. Esto puede ser también detectado mediante otros parámetros estadísticos; tanto la asfericidad c/a , como el cociente de semiejes proyectado b/a , muestran una tendencia decreciente con la masa del halo.
- Se demostró que la estadística basada en un bajo número de datos, tiende a sesgar las formas triaxiales medidas, hacia configuraciones oblatas. Mediante un análisis Monte Carlo, se mostró que los semiejes menores se encuentran más afectados por el ruido, y

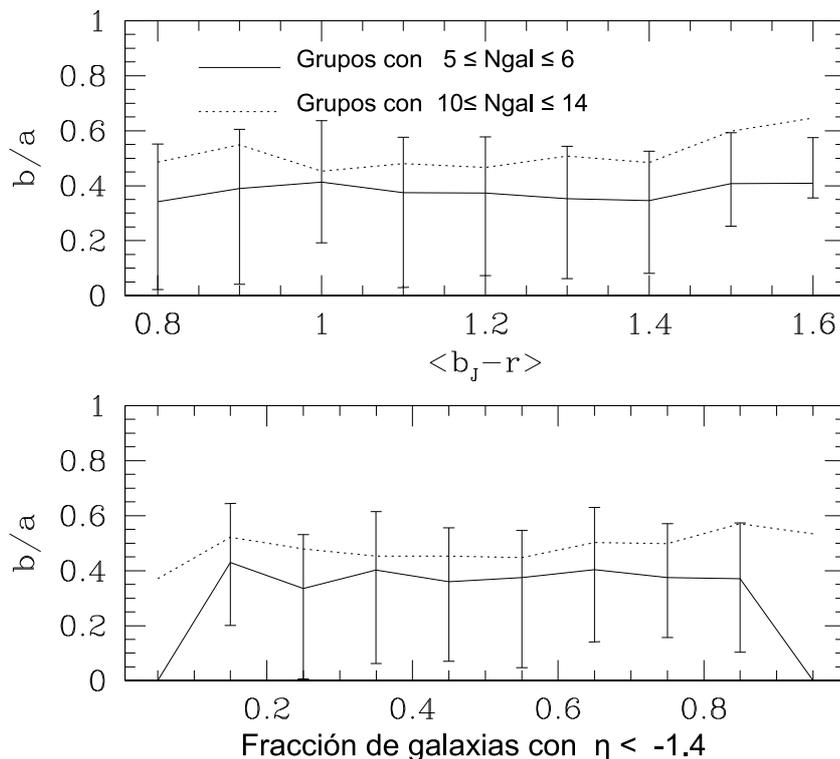


Fig. 4.10: Dependencia de la media en los cocientes b/a como función del color medio $b_J - r$ (panel superior), y la fracción de galaxias con $\eta < -1,4$ (panel inferior) para los grupos 2PIGG. Las líneas continuas (líneas punteadas) muestran los resultados para grupos con $5 \leq N_{gal} \leq 6$ ($10 \leq N_{gal} \leq 14$). Las barras de error corresponden a los percentiles 10 y 90.

consecuentemente, las formas proladadas, caracterizadas por dos semiejes menores, son más distorsionadas.

En cuanto al análisis concerniente a los catálogos reales y simulados, los resultados pueden resumirse en:

- El análisis en el espacio de *redshift*, no cambia significativamente la distribución de formas proyectadas de los halos, para una dada distribución de masas y número de miembros, aunque existe una tendencia débil de los sistemas del catálogo sintético, a ser más elongados que los obtenidos mediante proyección directa de las simulaciones. Esto es debido probablemente a diferencias en los algoritmos de identificación en simulaciones y catálogos espectroscópicos.
- Las propiedades de la distribución de formas en el catálogo sintético, muestran un cercano acuerdo con las observaciones, indicando concordancia entre teoría y observación. En particular, la tendencia de los grupos con pocos miembros, a mostrar formas proyectadas aparentemente más elongadas, es enteramente consistente en los catálogos real y

simulado.

- Se demostró que la tendencia reportada en la literatura, donde los grupos ricos se presentan más redondos, es un efecto espurio debido a la estadística de bajo número. Se dan ajustes a las distribuciones corregidas de formas de grupos, calibradas para medidas con $N = 20$.
- También se analizó submuestras de grupos tanto del 2PIGG como el SDSS-DR3GC, seleccionadas según el color y el tipo espectral de las galaxias miembros. No fue posible detectar ninguna dependencia significativa de la forma del grupo con la fracción de galaxias rojas, o fracciones de galaxias pasivas en formación estelar.

Finalmente, mediante la consideración de un número fijo de miembros por grupo, fue posible detectar una dependencia significativa estadísticamente con la masa (obtenida a través del cociente masa-luminosidad). Estos resultados indican que los grupos masivos tienden a mostrar formas más elongadas, en excelente acuerdo con los resultados derivados de simulaciones numéricas, y la teoría jerárquica de formación de estructuras.

BIBLIOGRAFÍA

- Abazajian, K., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2005, *AJ*, 129, 1755
- Bond, J. R., Kofman, L., & Pogosyan, D. 1996, *Nature*, 380, 603
- Cole, S., Lacey, C. G., Baugh, C. M., & Frenk, C. S. 2000, *MNRAS*, 319, 168
- Colless, M., Dalton, G., Maddox, S., et al. 2001, *MNRAS*, 328, 1039
- Cooray, A. & Sheth, R. 2002, *PHYS. REP.*, 372, 1
- Eke, V. R., Baugh, C. M., Cole, S., et al. 2004, *MNRAS*, 348, 866
- Jing, Y. P. & Suto, Y. 2002, *APJ*, 574, 538
- Kasun, S. F. & Evrard, A. E. 2005, *APJ*, 629, 781
- Merchán, M. E. & Zandivarez, A. 2005, *APJ*, 630, 759
- Plionis, M., Basilakos, S., & Tovmassian, H. M. 2004, *MNRAS*, 352, 1323
- Splinter, R. J., Melott, A. L., Linn, A. M., Buck, C., & Tinker, J. 1997, *APJ*, 479, 632
- Springel, V., Yoshida, N., & White, S. D. M. 2001, *New Astronomy*, 6, 79
- van den Bosch, F. C., Norberg, P., Mo, H. J., & Yang, X. 2004, *MNRAS*, 352, 1302
- van Haarlem, M. & van de Weygaert, R. 1993, *APJ*, 418, 544
- Zel'Dovich, Y. B. 1970, *A&A*, 5, 84

Capítulo 5

Alineación de la forma de grupos de galaxias y estructura en gran escala.

En este capítulo presentamos un análisis de la orientación de grupos y cúmulos de galaxias, con respecto a la distribución de materia circundante. Utilizando la metodología desarrollada en los capítulos previos, se compara los alineamientos obtenidos en simulaciones numéricas con los observados en sistemas de galaxias identificados en catálogos espectroscópicos.

5.1. Introducción

Desde los comienzos de la astronomía extragaláctica, ha resultado evidente a la inspección visual, que las agrupaciones de galaxias se presentan generalmente distribuidas en regiones alargadas en el cielo. Como vimos en las secciones previas, la visión moderna es que la forma tridimensional de los pozos de potencial en los que se forman estos sistemas, es bien descrita en primera aproximación por formas triaxiales asféricas. Del espectro de formas presentadas, se observa una especial preponderancia por formas proladas (ver capítulo 4). Hemos ya analizado de manera acabada las formas de grupos y cúmulos de galaxias, y hemos vinculado estas medidas con las predichas por el modelo cosmológico estándar Λ CDM. Por otro lado, como hemos introducido en la sección 4.1, ha sido bien establecido en la literatura la existencia de alineamientos entre la forma de los sistemas de galaxias, con la estructura en gran escala circundante. No obstante, hasta la fecha notamos que es necesaria una descripción estadística robusta, que cuantifique la presencia de este efecto, tanto en simulaciones numéricas como observaciones. Estas alineaciones entre sistemas ligados y estructura, parecen ser un resultado genérico de las teorías de inestabilidad gravitatoria. Por lo tanto, la utilización de este efecto como discriminante de modelos cosmológicos requiere de una calibración cuidadosa (Onuora & Thomas 2000).

Antes de seguir avanzando, revisemos los esfuerzos históricos para determinar la existencia de este efecto. Binggeli (1982) fue el primero en investigar alineamientos de pares de cúmulos cercanos entre sí. Tomando 44 grupos de *Abell*, Binggeli encontró que galaxias separadas hasta distancias de 30Mpc, muestran una fuerte alineación entre ellas, mientras que la orientación de un dado cúmulo, depende de la distribución de los sistemas vecinos. Otros autores (Rhee & Katgert 1987; West 1989b,a; Richstone et al. 1992; Plionis 1994) han reportado asimismo, tanto alineamiento entre cúmulos vecinos, como así también alineamientos con otros grupos embebidos en el mismo supercúmulo.

Con algunas excepciones, como por ejemplo Struble & Peebles (1985) o Rhee & Katgert (1987), la mayoría de los trabajos en la literatura (de Theije et al. 1995; West 1989a; Rhee et al. 1992; Onuora & Thomas 2000; West et al. 1995) confirman los resultados originales de Binggeli. West (1989a) utiliza 48 supercúmulos *Abell* y encuentra una tendencia de los grupos a estar alineados dentro de los 60 Mpc h^{-1} de separación. Plionis (1994) obtiene alineaciones fuertes para 637 grupos *Lick*, hasta escalas de 15 Mpc h^{-1} , y alineaciones débiles hasta 60 Mpc h^{-1} . West et al. (1995) encuentra una marcada anisotropía en los cúmulos observados con el satélite *Einstein*, que se extiende hasta escalas del orden de 10 Mpc h^{-1} .

Por el lado de las simulaciones, existe una extensa cantidad de trabajos que determinan la presencia de alineamientos entre la forma y la estructura en gran escala (Aragón-Calvo et al. 2007; Hahn et al. 2007b,a; Brunino et al. 2007; Cuesta et al. 2008; Patiri et al. 2006). En la mayoría de estos estudios, se realiza estadística sobre las inclinaciones de ejes de halos de materia, con respecto a direcciones definidas sobre la estructura circundante. De esta manera, en estos trabajos se identifican supercúmulos, es decir filamentos o paredes de vacíos

(voids en su versión anglófona más estandarizada) en la distribución de partículas, mediante diversos criterios topológicos. Si bien la gran mayoría de los estudios, coinciden en demostrar la presencia de alineamientos en el paradigma Λ CDM, la magnitud del efecto de alineación en cada caso, depende fuertemente de la definición de superestructuras aplicada oportunamente.

En el capítulo 2 se estudió, en lo concerniente a observaciones, el alineamiento del momento angular de halos de tamaño galáctico (desde 10^{12} a $10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). Si bien en las simulaciones se estudió sistemas de mayor masa, no resultó posible realizar comparaciones con datos empíricos, fuera del rango de masa mencionado. Esto se debe a que no es posible determinar la dirección del momento angular de sistemas de mayor masa, trazados en las observaciones por grupos y cúmulos de galaxias. No obstante, de la teoría de torque tidal, es de esperar que el momento angular de un halo tienda a ser perpendicular al eje de mayor del momento de inercia. Luego si estudiamos el alineamiento de sistemas de galaxias, como grupos y cúmulos, según la dirección de máximo alargamiento de su distribución interna, es posible extender en masa el contraste con observaciones. Siguiendo la metodología implementada en el capítulo 2, buscamos cuantificar alineamientos entre la orientación de halos de materia oscura en simulaciones y sistemas de galaxias en observaciones.

Mediante la función de correlación bipuntual, es posible obtener inferencias estadísticas robustas, a la vez que se independiza el análisis de cualquier definición topológica de la estructura circundante. Además, dado que la función de correlación bipuntual es un estadístico clásico de la teoría, es posible tomar estas mediciones como punto de partida de futuros desarrollos teóricos. Por ejemplo, en la descripción de la estructura no lineal mediante el modelo de halo (Cooray & Sheth 2002), toda la materia está contenida en halos espacialmente correlacionados. Estos abarcan un amplio espectro en masa (ver secciones 1.5.3, 1.5.4). En el tratamiento analítico, el modelo asume halos de simetría esférica. No obstante para poder modelar las correlaciones observadas en este capítulo, no solo es necesario tener en cuenta el espectro de formas de halo, sino también la correlación espacial de las formas de halos de vecinos.

5.2. Alineamiento de la forma de Halos de materia oscura

En esta sección analizamos el alineamiento predicho para sistemas gravitatorios ligados en el rango de masas que abarca desde grupos pequeños a cúmulos de galaxias ($\sim 10^{12}$ a $\sim 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Estos sistemas fueron extraídos de una simulación realizada con el código GADGET desarrollado por Springel (2005). El volumen computacional comprende un cubo periódico de $500 \text{ Mpc } h^{-1}$ de lado, conteniendo 500^3 partículas de masa $M = 6,67 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$. Se adoptó, como a lo largo de toda la tesis, un modelo cosmológico de materia oscura fría con constante cosmológica y parámetros de densidad $\Omega_0 = 0,26$, $\Omega_{\Lambda} = 0,74$. Las condiciones iniciales se normalizaron según $\sigma_8 = 0,8^1$. Como siempre, la identificación de sistemas ligados

¹Recordemos (ver sección 1.5.2, ecuación 1.35) σ_8 representa la fluctuación *rms* de la densidad contenida en una población centrada en puntos al azar de esferas de $8 \text{ Mpc } h^{-1}$ a tiempo final.

de partículas se llevó a cabo mediante un algoritmo de percolación estándar *friends-of-friends*, con una longitud de enlace $l = 0,17\bar{\nu}^{-1/3}$, donde $\bar{\nu}$ es la densidad numérica media.

5.2.1. Análisis tridimensional de la función de correlación direccional

Como en la sección 4.2.1, se procedió a calcular el tensor de forma I_{ij} , dado por la ecuación (4.1), para los halos de materia oscura identificados en la simulación. En el capítulo anterior se utilizaron los autovalores de esta matriz (recordemos denotados con a , b y c , en orden decreciente) para caracterizar la forma de estos sistemas. En esta sección vamos a utilizar los correspondientes autovectores, \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} , para definir la orientación espacial del halo de materia oscura.

Del análisis de las formas de estos objetos, hemos visto que la mayoría presenta una tendencia hacia formas proladas, y por lo tanto, la dirección del semieje mayor, \vec{a} , resulta la que mejor caracteriza la orientación del halo. Esta distribución de materia, es debida a la alta excentricidad de las órbitas de las partículas que forman el halo (Tormen 1997). Dichas órbitas, no solo determinan la forma de éste, sino también su configuración en velocidad. De esta manera el semieje mayor del tensor de forma, presenta un alto grado de alineación con la dirección de máxima dispersión de velocidades (ver Kasun & Evrard (2005)). Debido a esta distribución de velocidades internas, es de esperar que el momento angular del halo sea perpendicular al semieje mayor \vec{a} . Por otro lado, esto también es consistente con la teoría de torque tidal. Si tenemos un tensor de inercia prolado (que por definición es paralelo al tensor de forma), el momento angular producido por torque tidal resulta máximo en la dirección perpendicular.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, vemos que un estudio del alineamiento de la forma de halos, resulta una extensión natural del análisis del capítulo 2, con la ventaja de que podemos extender el contraste entre observaciones y simulaciones, al rango de masas de grupos y cúmulos de galaxias.

Haciendo uso de la función de correlación anisótropa, introducida en la sección 2.2, podemos calcular la correlación de estructura circundante al halo, según sea paralela o perpendicular al semieje mayor \vec{a} . Los resultados de este cálculo, pueden observarse en la figura 5.1. En el panel izquierdo de la figura se presentan los resultados para sistemas de baja masa (2×10^{12} a $2,5 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). La línea de trazos largos, corresponde a la función de correlación calculada sobre pares cuya dirección halo-partícula, yace a menos de 30 grados del plano generado por \vec{b} y \vec{c} (plano perpendicular al semieje mayor, ξ_{\perp}). Por otro lado, la línea continua corresponde al resultado obtenido cuando el ángulo subtendido por los pares con el semieje mayor, se halla contenido en un cono de 60 grados de apertura (función paralela, ξ_{\parallel}). De esta manera los volúmenes definidos son complementarios e iguales, es decir su unión define un volumen esférico. Cada par halo-partícula, estará contabilizado por definición en una u otra función de correlación. Por otro lado, con un línea de puntos, se presenta la función de correlación resultante al utilizar todos los pares en un volumen esférico (denotada con ξ_{iso}). El

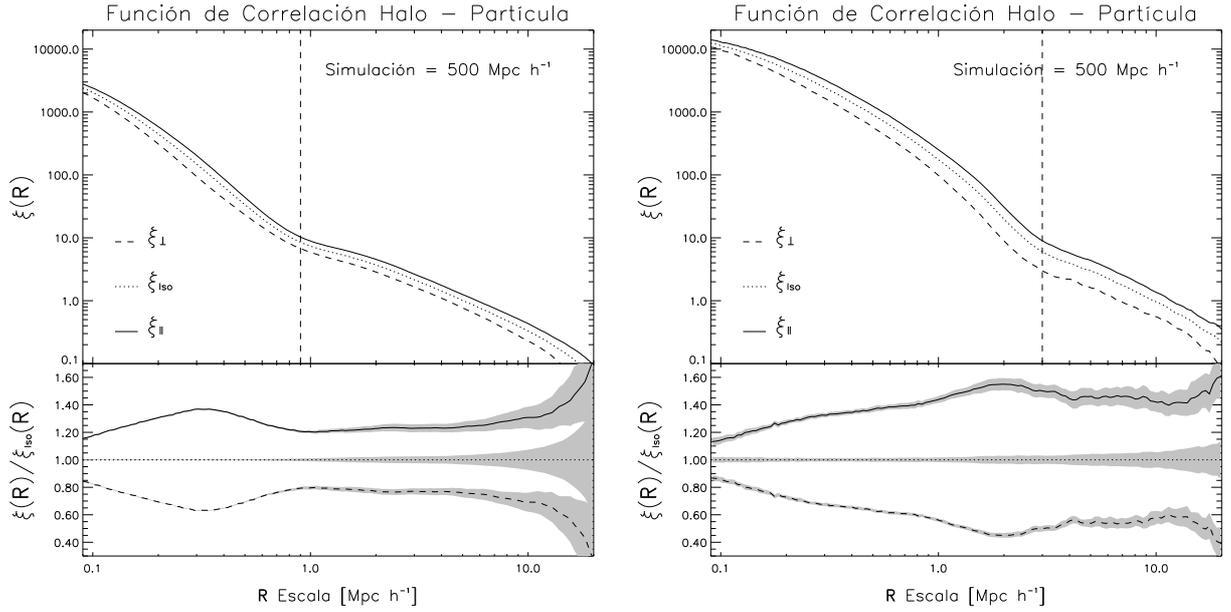


Fig. 5.1: Panel izquierdo: Correlación espacial halo–materia para sistemas de baja masa en la simulación (2×10^{12} a $2,5 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). La línea de trazos largos corresponde a la función de correlación entre halos con vecinos en la dirección perpendicular al semieje mayor. La línea continua corresponde al resultado obtenido cuando se usan trazadores a lo largo de la dirección del semieje mayor. Con un línea de puntos, se presenta la función de correlación resultante al utilizar todas las partículas de materia, sin distinguir la dirección. El panel inferior izquierdo se presenta el cociente entre las funciones de correlación del panel superior con la función isótropa. Panel derecho: Análogo al panel izquierdo, pero para una muestra de halos de mayor masa (masas mayores a $1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$).

panel inferior izquierdo de la figura 5.1, muestra el cociente entre las funciones de correlación direccionales, ya sea paralela o perpendicular, con respecto a la función isótropa. En la parte derecha de la figura 5.1 tenemos los resultados correspondientes para halos de masas mayores a $1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Las sombras grises que envuelven cada función de correlación, representan las bandas de error calculadas con la técnica de *Jackknife*, ya introducida en la sección 2.2. Las líneas verticales de trazos, representan las escalas de transición, entre el régimen de uno y dos halos, según se puede apreciar en el comportamiento de la función de correlación.

Se puede apreciar en la figura 5.1, un alto grado de anisotropía en la distribución de materia según las direcciones paralelas y perpendicular al eje mayor de la población de halos. Las diferencias en amplitud entre la correlación paralela y perpendicular resulta significativa estadísticamente, ya que supera varias veces el valor estimado para el error. También puede apreciarse un cambio en la señal de anisotropía según la escala en consideración. Por ejemplo, en las escalas por debajo de la transición entre el término de uno y dos halos de la función de correlación, la diferencia de amplitudes llega a un máximo, para luego disminuir hacia el centro del halo. Por otro lado, a distancias mayores, en el régimen de dos halos, la señal de alineamiento cae de manera marcada, para mantenerse luego constante y disminuir su significación a escalas grandes. Así como en el capítulo 2, podemos intuir de este comportamiento

diferenciado en la señal de anisotropía según el modelo de halo, algún indicio de la presencia de diferentes mecanismos físicos, interviniendo en la conformación del alineamiento para escalas grandes y chicas.

Por otro lado, para los dos extremos de masa considerados en los paneles izquierdo y derecho de la figura 5.1, puede verse que el efecto es mayor, cuanto mayor es la masa de la población de halos centrales. Esto lo hemos investigado con otras dos muestras de masa intermedia, confirmando que el grado de alineamiento dado por las diferencias de correlación, depende fuertemente y aumenta en función de la masa.

5.3. Análisis del alineamiento de grupos de galaxias y estructura en gran escala

Así como la forma de los grupos de galaxias sólo puede determinarse en proyección (ver 4.3), en lo que respecta a la orientación de un grupo, sólo puede observarse el ángulo de posición de la dirección en la que aparenta una elongación mayor sobre el plano del cielo. Es decir, debido a la distorsión causada por velocidades peculiares (ver apéndice B.3), sólo puede determinarse los semiejes y forma del grupo en cuestión sobre el plano del cielo. Como en la sección 4.3, se utilizó las coordenadas cartesianas proyectadas a la distancia del centro de masa del grupo, es decir sobre un plano perpendicular a la visual. Mediante el cálculo de los autovalores del tensor de forma bidimensional, se obtienen los semiejes de la elipse que mejor ajusta la configuración observada de galaxias. Los correspondientes autovectores, \vec{a} y \vec{b} , definen la posición de la elipse, bastando con medir el ángulo de posición de \vec{a} en el cielo, para definir la orientación del sistema.

Como en el capítulo 2, calculamos la función de correlación proyectada (ver sección 2.3) en la dirección paralela, denotada con ω_{\parallel} , y perpendicular, ω_{\perp} , al ángulo de posición del grupo. Cada función, ω_{\perp} y ω_{\parallel} , es calculada usando los pares que subtiendan con el eje mayor ángulos mayores o menores que 45° , respectivamente. La función de correlación proyectada usual se obtiene al utilizar todos los pares sin distinguir su orientación, y la llamaremos función isótropa proyectada ω_{iso} .

Por otro lado, como vimos en la sección 4.2.2, es de esperar que el bajo número de miembros, no solo afecte las formas de los grupos, sino también el ángulo de posición estimado. Por esto en las próximas secciones, analizaremos la función de correlación anisótropa, para grupos con más de 10, 15 y 20, galaxias miembro. De esta manera esperamos que grupos con más de 20 galaxias, posean ángulos de posición de mejor calidad que grupos con 10 galaxias. En la figura 5.2 podemos ver histogramas en masas, para estas poblaciones con diferente cota en el número de miembros. La masa es calculada suponiendo la validez del teorema del virial. De esta manera, siguiendo Merchán & Zandivarez (2005), se puede estimar una masa virial M_{vir} , dado un grupo de galaxias como:

$$M_{vir} = \frac{\sigma_v^2 R_V}{G} \quad ; \quad R_V = \frac{\pi N_{gal}(N_{gal} - 1)}{2 \sum_{i>j} R_{ij}^{-1}}$$

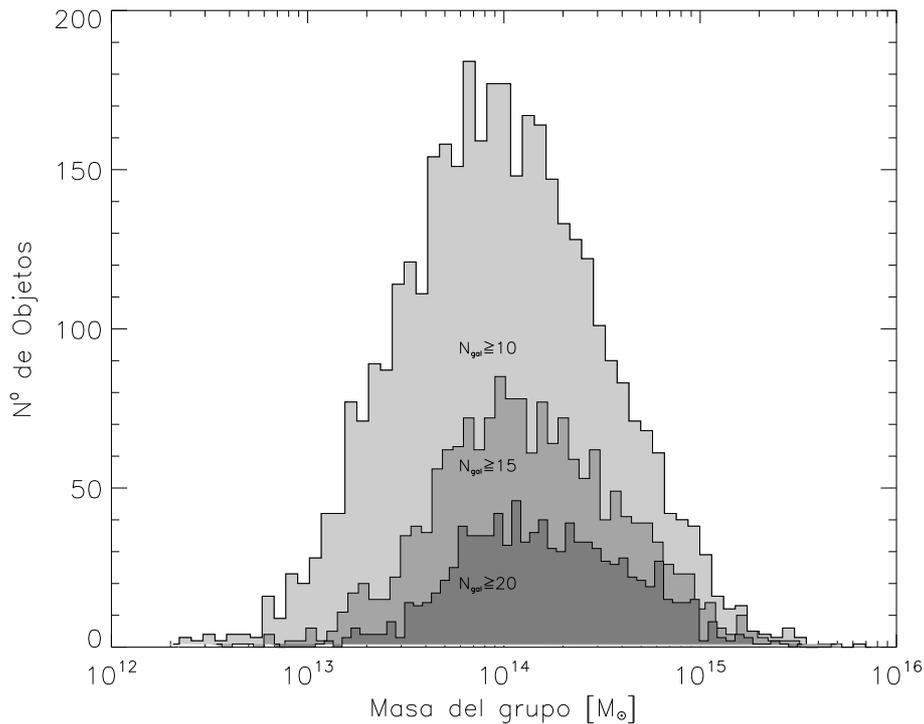


Fig. 5.2: Histograma en masa para grupos de galaxias en el catálogo Sloan (SDSS-DR7). En diferentes tonos de grises, presentamos las distribuciones de objetos con más de 10, 15 y 20, galaxias miembros (aumentando el número de gris claro a gris oscuro).

donde R_V se define como el radio virial del sistema, y σ es la dispersión de velocidades de las galaxias miembro. El radio virial se estima fácilmente con la ecuación de la derecha, donde N_{gal} es el número de galaxias miembro y R_{ij} la distancia de separación proyectada, para un dado par de galaxias i, j del grupo. Por último, la dispersión de velocidades observada en la línea de la visual σ_{2d} , se relaciona con la dispersión de velocidades tridimensional, σ_v , mediante $\sigma_v = \sqrt{3}\sigma_{2d}$. Volviendo a la figura 5.2, vemos que al fijar cotas altas en el número de galaxias miembros, se disminuye notablemente el total de objetos de la submuestra (área del histograma). Luego es necesario para el análisis, balancear la significación estadística de la función de correlación, con la precisión en la estima del ángulo de posición de cada grupo. Esto se consigue mediante una adecuada elección de la cota límite en galaxias. Por otro lado al subir dicha cota, el máximo de la distribución se corre hacia masas mayores, bajando la cantidad de grupos con baja masa de la muestra. Luego el análisis ve afectada su relevancia para sistemas de baja masa, según sea elegida la cota mínima de galaxias por grupo (efecto de incompletitud en la masa).

5.3.1. Análisis proyectado en simulaciones y factores de sesgo

Antes de avanzar con el análisis sobre el catálogo real de grupos, vamos a estudiar la factibilidad de detectar la señal predicha en la sección 5.2.1, bajo la acción de los efectos

5.3. Análisis del alineamiento de grupos de galaxias y estructura en gran escala

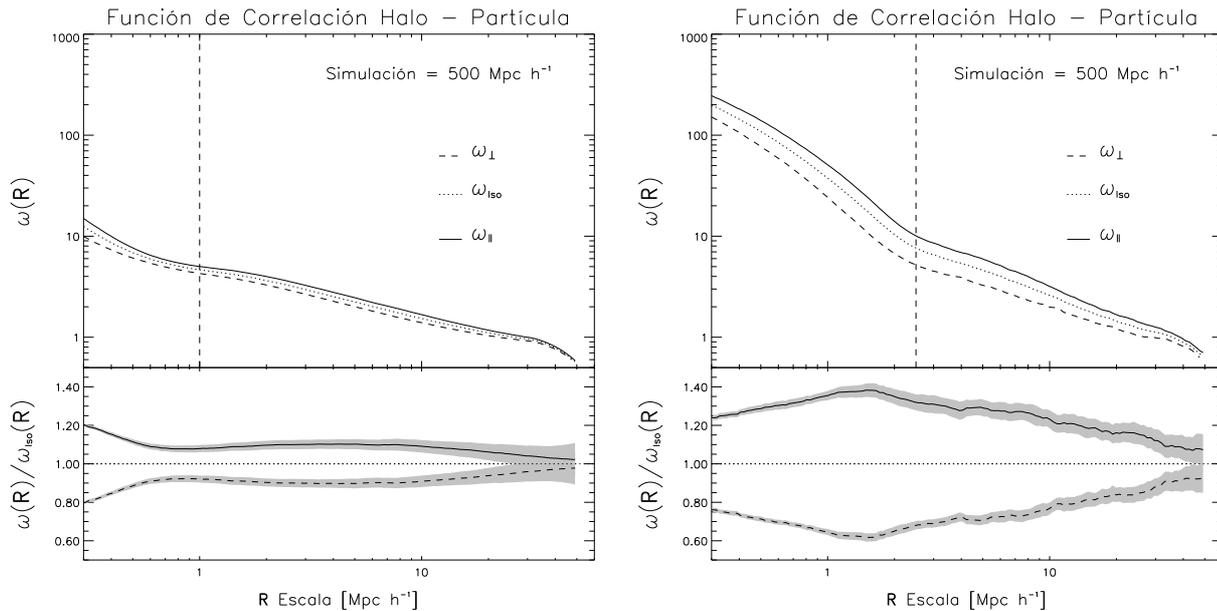


Fig. 5.3: Correlación espacial proyectada halo–materia. En los paneles superiores izquierdo y derecho se presentan los resultados para sistemas de baja y alta masa respectivamente (izquierda: $2 \times 10^{12} - 2,5 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, derecha: $\geq 1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). La línea de trazos corresponde a la función de correlación para halos con partículas vecinas en la dirección perpendicular al semieje mayor. La línea continua corresponde al resultado obtenido cuando se usan trazadores a lo largo de la dirección del semieje mayor. Con línea de puntos se presenta la función de correlación resultante al utilizar todas las partículas de materia, sin distinguir la dirección. El panel inferior izquierdo muestra el cociente entre las funciones de correlación del panel superior con la función resultante al involucrar vecinos en todas las direcciones. Los paneles inferiores muestran el cociente entre las funciones de correlación paralelas y perpendiculares con la isotropía.

de proyección, incompletitud, y ruido Poisson, que sesgan los resultados observacionales. Siguiendo un procedimiento análogo al llevado a cabo en la sección 2.3.1, se tomó el plano x - y del volumen simulado, como el plano del “cielo”, es decir, el plano sobre el que se proyectan las distancias y formas de los halos. Asimismo, el eje z se define como la línea de la visual, tomando para el cálculo de la función de correlación, intervalos de velocidad radial equivalentes a $50 \text{ Mpc } h^{-1}$.

En la figura 5.3, presentamos los resultados para la función de correlación anisótropa proyectada, sobre las mismas muestras de halos que en la figura 5.1. En el panel izquierdo de la figura 5.3 presentamos los resultados para halos de baja masa (2×10^{12} a $2,5 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). En la parte derecha presentamos los correspondientes resultados para halos de masa alta (más de $1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). Siguiendo la misma notación que antes, con línea de trazos se muestra la función de correlación proyectada perpendicular ω_{\perp} , con línea continua la función paralela ω_{\parallel} , y finalmente con línea de puntos la función isotrópica ω_{iso} . Los paneles inferiores presentan el cociente entre las funciones de correlación correspondientes en el panel superior con la función resultante al involucrar vecinos en todas las direcciones (ω_{iso}). Las líneas de trazos verticales indican las escalas de transición para el modelo de halo.

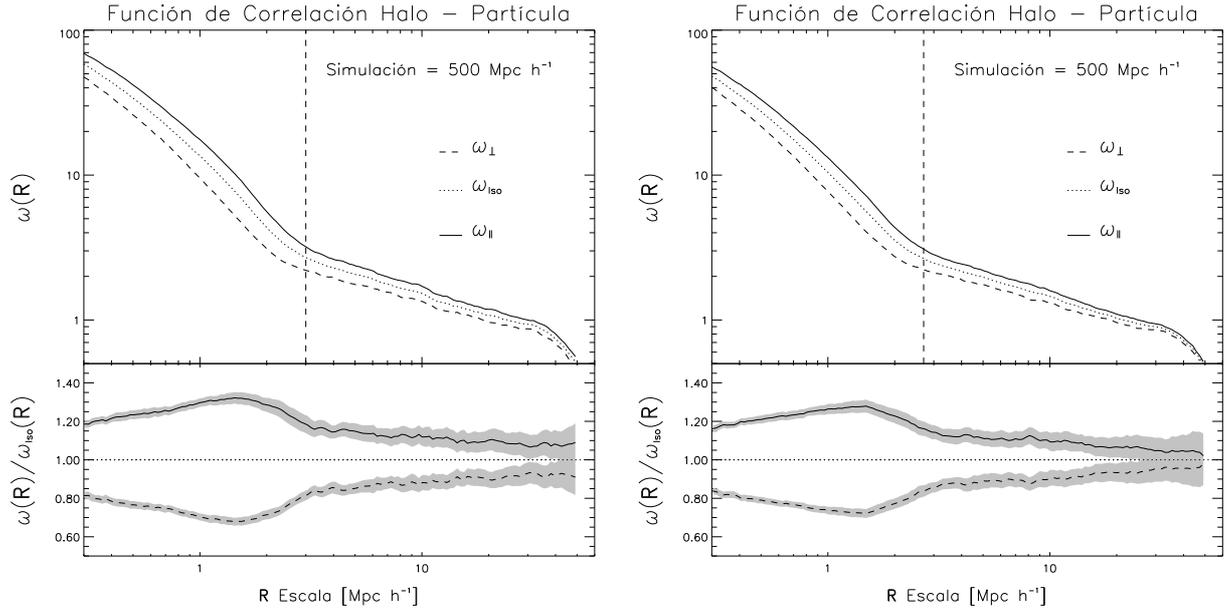


Fig. 5.4: Función de correlación anisótropa proyectada para halos con formas determinadas con sólo 10 partículas (derecha) y 20 partículas (izquierda) respectivamente. Los resultados corresponden a la muestra de halos masivos ($M \geq 1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). Las muestras de halos se construyeron buscando reproducir la correspondiente distribución observada en masas para grupos de 10 y 20 galaxias miembro.

Comparando las figuras 5.3 y 5.1, vemos que la amplitud de la función de correlación proyectada, ha sufrido una significativa disminución con respecto a su contraparte tridimensional. Esto se debe a la proyección y promediado de estructuras que están por delante y por detrás de un dado halo, en escalas de $50 \text{ Mpc } h^{-1}$. Además se observa una disminución de la señal de anisotropía, es decir, la diferencia entre las funciones paralela y perpendicular es más baja. Esta disminución en la señal es del orden del 50%, siendo aún mayor la caída en escalas grandes.

Por otro lado, analizamos el efecto sobre la función de correlación, del ruido Poisson en la determinación del tensor de formas de grupos pobres en galaxias. Para esto calculamos la función de correlación anisótropa, para halos con formas determinadas con sólo 10, 15 y 20, partículas seleccionadas al azar. Además, se seleccionó las muestras de halos según su masa, buscando reproducir en la muestra elegida, la correspondiente distribución en masas observada para grupos de 10, 15 y 20 galaxias miembro (ver figura 5.2). De esta manera buscamos reproducir el mismo efecto de incompletitud en masa, de las muestras observacionales.

En la figura 5.4, presentamos a modo de ilustración, sólo los resultados para la muestra de halos masivos ($M \geq 1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). A derecha e izquierda, se puede apreciar la función de correlación proyectada para halos cuyo ángulo de posición fue determinado con sólo 10 y 20 partículas, respectivamente. Cada población de halos centro reproduce la respectiva distribución en masa de la figura 5.2. Si comparamos esta figura, con el lado derecho de la figura 5.3, vemos que el ruido Poisson y de incompletitud en la masa, producen otra erosión de la señal de anisotropía. La diferencia entre la función de correlación proyectada paralela

y perpendicular al ángulo de posición, disminuye casi diez por ciento. Es aún más notable la disminución de la señal en el régimen de dos halos, especialmente para escalas mayores a 10 Mpc h^{-1} . Si se comparan los paneles derecho e izquierdo de la figura 5.4, vemos que cuando utilizamos 10 partículas en la determinación del ángulo de posición, la erosión en la señal de anisotropía parece ser mayor que en el caso de 20 partículas.

Por lo visto hasta aquí, podemos concluir que el factor que más degrada la señal de anisotropía es el efecto de proyección de estructuras. Como efectos de segundo orden, tenemos el ruido Poisson en la estima de la forma de los halos y el efecto de incompletitud en masa. No obstante esperamos que este último sea el efecto que mas degrade la señal para muestras de grupos con baja masa.

5.3.2. Análisis proyectado en grupos espectroscópicos

En esta sección se analiza los resultados obtenidos sobre la muestra identificada de grupos en el catálogo *Sloan Digital Sky Survey*, en su séptima edición (SDSS-DR7, Abazajian et al. (2009)). Dicha muestra, facilitada por el Dr. Merchán, fue extraída de este catálogo siguiendo los lineamientos de Merchán & Zandivarez (2005). Como en la sección anterior, se calculó la función de correlación proyectada (ver sección 2.2), para diferentes cortes en masa y número de galaxias miembro. En la figura 5.5 presentamos algunos de los resultados. Los paneles (A), (B) y (C), corresponden a la función de correlación proyectada entre grupos con más de 10 galaxias miembro y todas las galaxias *Sloan*. En el panel (A), arriba a la izquierda, se muestran los resultados para el tercio de menor masa extraído de dicha muestra de grupos ($M \leq 6 \times 10^{13} \text{ h}^{-1} M_{\odot}$). El segundo panel, (B) arriba a la derecha, corresponde a grupos con masas intermedias ($6 \times 10^{13} \leq M/\text{h}^{-1} M_{\odot} \leq 1,7 \times 10^{14}$). Por último el panel (C), abajo a la izquierda, presenta los resultados para el restante tercio de halos con masas altas ($M \geq 1,7 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} M_{\odot}$). El cuarto panel, (D) abajo a la derecha, ha sido incluido para su comparación con (C), y presenta los resultados para el tercio de mayor masa de la muestra de halos con más de 20 galaxias miembro ($M \geq 2,6 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} M_{\odot}$). Las líneas de trazos verticales, muestran la escala en la que se espera el cambio de régimen de la función de correlación, según las funciones proyectadas determinadas en simulaciones, reproduciendo el ruido Poisson y el efecto de incompletitud en masa (ver sección 5.3.1).

Como puede apreciarse en la figura 5.5, para varias de las muestras se observa una detección significativa de anisotropía. Además, la señal aumenta sistemáticamente según la masa de los centros, en acuerdo cualitativo con la pauta predicha en simulaciones. También se observa una marcada diferencia en la anisotropía observada en escalas correspondientes a los regímenes de uno y dos halos, siendo este comportamiento consistente con el observado en simulaciones. Asimismo, también en concordancia cualitativa con los resultados numéricos, existe una mayor amplitud en la señal para el régimen de un halo. Si se comparan los paneles (C) y (D), puede apreciarse además cierta robustez de la señal. Es decir, si se sube la cota mínima para el número de galaxias por grupo, si bien el número de centros disminuye de

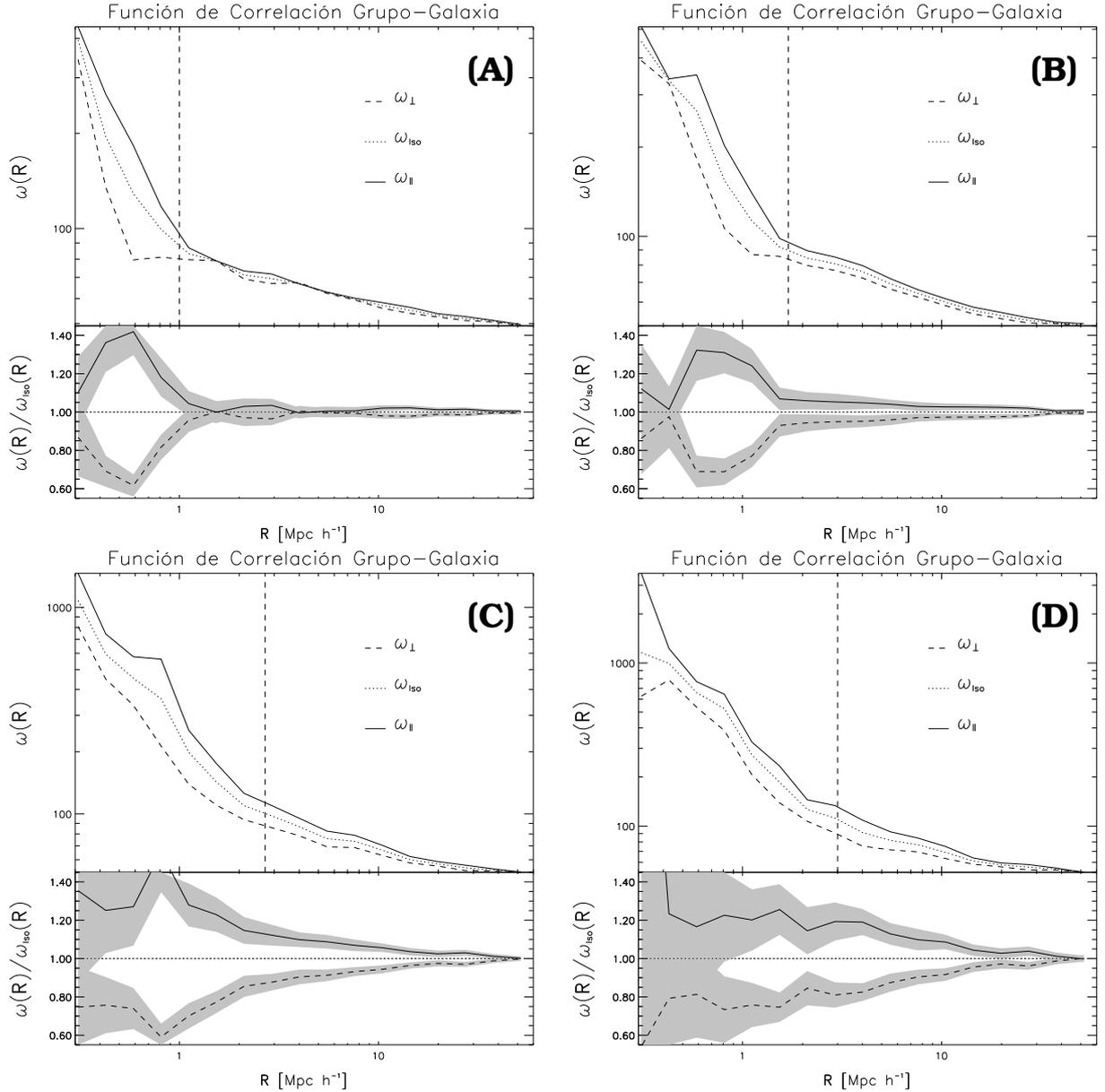


Fig. 5.5: Función de correlación anisótropa proyectada entre grupos con más de 10 galaxias miembro y todas las galaxias Sloan. Arriba a la izquierda (panel A), se muestran los resultados para el tercio de menor masa de la muestra ($M \leq 6 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). Arriba a la derecha (B) para masas intermedias ($6 \times 10^{13} \leq M/h^{-1} M_{\odot} \leq 1,7 \times 10^{14}$). Abajo a la izquierda (C) para el tercio de mayor masa ($M \geq 1,7 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). Abajo a la derecha (D) incluimos los resultados para el tercio de mayor masa de la muestra de halos con más de 20 galaxias miembro ($M \geq 2,6 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$).

manera importante, la señal de anisotropía sigue siendo significativa. No obstante, para el régimen de un halo, observamos cierta degradación de la señal, sobre todo para escalas menores a 1 Mpc, donde la señal desaparece. Sin embargo, de la inspección del panel (D), puede apreciarse un ligero aumento de la señal en el régimen de dos halos, más precisamente para el intervalo de distancias entre 2 y 5 $\text{Mpc } h^{-1}$. Esto parece ser consistente con el hecho de que, para la población de grupos con más de 20 galaxias miembro, las estimas en la dirección del semieje mayor proyectado resultan más precisas que para la población del panel (C), au-

5.4. Contraste entre observaciones y simulación

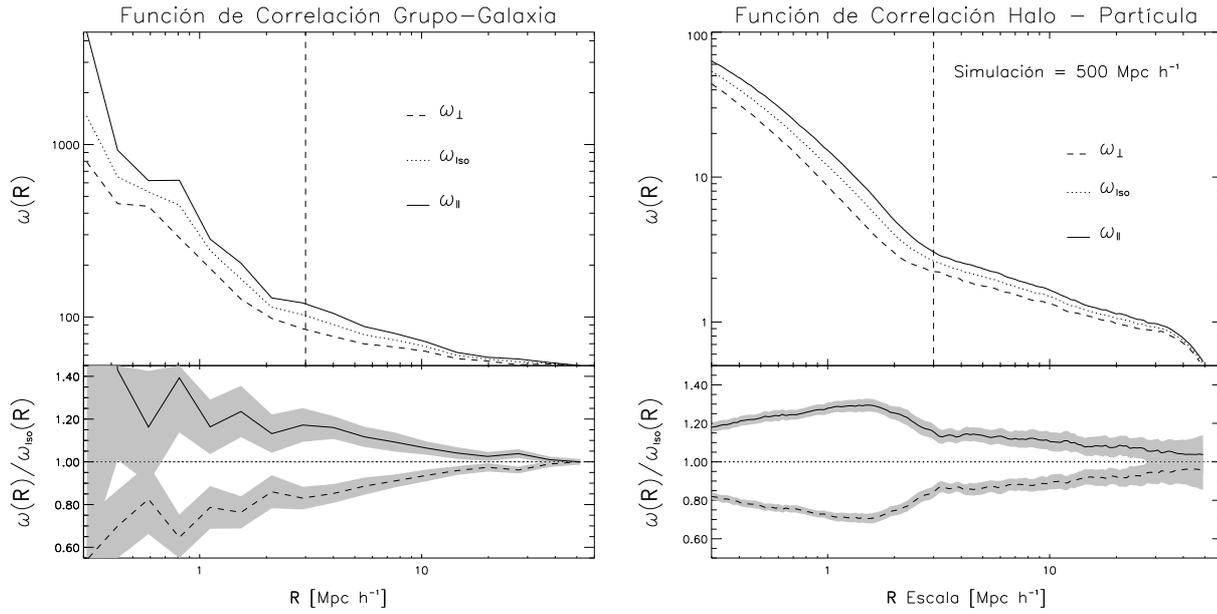


Fig. 5.6: Comparación entre las funciones de correlación anisótropas proyectadas para halos (derecha) y grupos (izquierda) con 15 miembros. Ambas muestras, grupos y halos, tienen masas superiores a $1,3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$.

mentando de esta manera la certeza de las mediciones a grandes distancias, y por lo tanto la señal de anisotropía.

5.4. Contraste entre observaciones y simulación

En la sección anterior se observó, mediante la función de correlación anisótropa proyectada, la existencia de alineamientos entre la población de grupos y estructura en gran escala circundante. Hemos visto que la presencia de estas anisotropías en la distribución de galaxias vecinas, es detectable tanto en observaciones como simulaciones, hasta distancias del orden de $20 \text{ Mpc } h^{-1}$. En esta sección analizaremos de manera cuantitativa esta concomitancia entre resultados empíricos y simulados. De la comparación de los resultados de las secciones 5.3.1 y 5.3.2, puede verse que la señal observada en catálogos, según distintos cortes en masa y regímenes del modelo de halo, es consistente cualitativamente con los resultados de simulaciones. Para mayor comodidad en esta comparación incluimos en la figura 5.6, las funciones de correlación anisótropas proyectadas para halos (panel derecho) y grupos (panel izquierdo) con ángulos de posición determinados con 15 partículas y 15 galaxias miembro, respectivamente. Puede apreciarse aquí de nuevo, un excelente acuerdo entre observaciones y simulaciones. Si bien son visibles las diferencias en amplitud y forma del comportamiento general de las funciones de correlación (ver por ejemplo ω_{iso}), la magnitud de la señal de anisotropía observada en ambos casos es muy parecida. Dicha magnitud viene expresada en la diferencia entre las funciones de correlación paralela y perpendicular al ángulo de posición del centro en cada caso (i.e. $(\omega_{\parallel} - \omega_{\perp})/\omega_{iso}$). Más interesantes aún son las similitudes, para

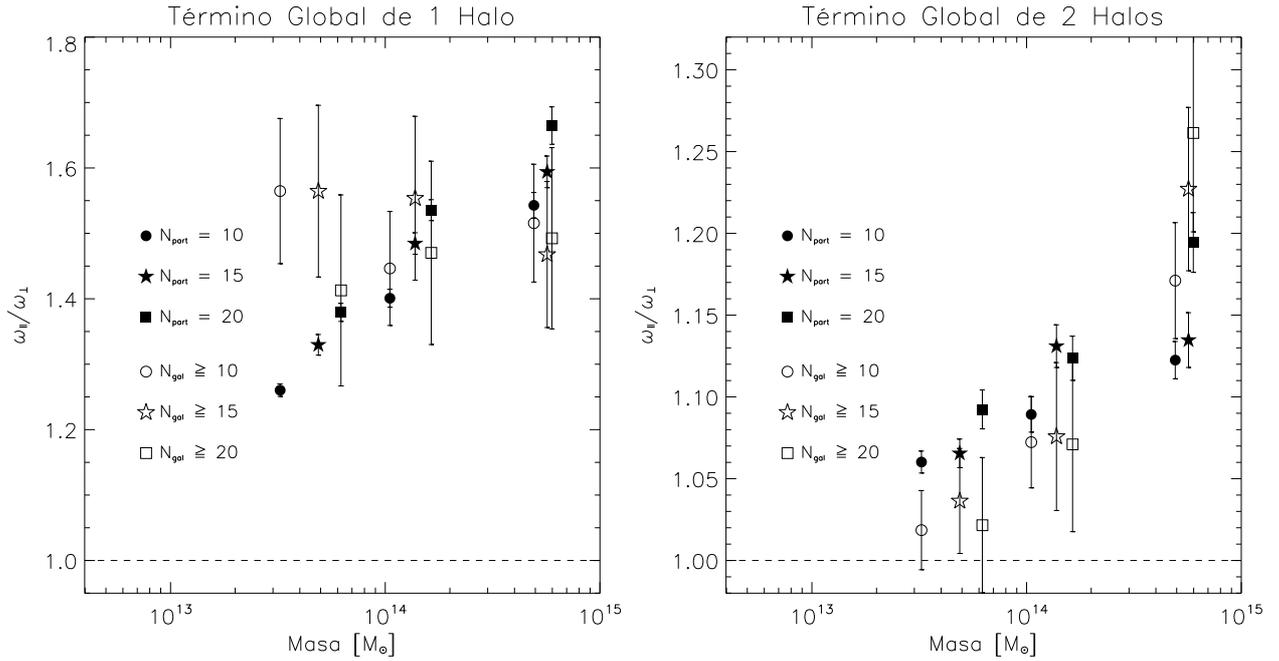


Fig. 5.7: Estimaciones globales de los cocientes de funciones de correlación (ver sección 2.2.2), en las direcciones paralela y perpendicular al ángulo de posición ($\omega_{\parallel}/\omega_{\perp}$), para pares halo–partícula o grupo–galaxia, separados por distancias dentro del régimen de uno (panel izquierdo) o dos halos (panel derecho). Los símbolos llenos corresponden a los resultados obtenidos en simulaciones, los símbolos vacíos corresponden a resultados observacionales.

la señal de alineamiento a gran escala en el término de dos halos. Como puede apreciarse en la figura 5.6, en ambos casos la diferencia de correlación en una y otra dirección, para distancias en este régimen, alcanzan un valor de 30% en amplitud relativa.

De la misma forma que en la sección 2.2.2, se buscó disminuir los efectos de la covarianza de la función de correlación con la distancia. El objetivo es determinar la amplitud de la señal de alineamiento en uno u otro régimen, de manera independiente. Para esto, se realizaron estimaciones globales de los cocientes de funciones de correlación (ver sección 2.2.2), en las direcciones paralela y perpendicular al ángulo de posición ($\omega_{\parallel}/\omega_{\perp}$), usando todos los pares halo–partícula o grupo–galaxia, separados por distancias dentro de uno u otro régimen. El resultado de estos cálculos puede verse en la figura 5.7. Los diferentes símbolos representan muestras con diferente número de objetos por sistema, los símbolos llenos indican resultados teóricos y los vacíos valores empíricos de catálogo. En el panel izquierdo se presentan los cocientes de las funciones globales en una y otra dirección, para el rango de escalas del régimen de un halo. Para las diferentes muestras extraídas de la simulación (símbolos llenos), se observa que la anisotropía aumenta de manera monótona con la masa. Si bien se puede apreciar una ligera proclividad a disminuir la señal cuando se utilizan menos partículas por halo (como se indica en la figura con diferentes símbolos), la tendencia observada entre la anisotropía y la masa, no parece ser afectada por el ruido Poisson en las mediciones del ángulo de posición. En contraste, para los grupos de galaxias de la muestra observacional (símbolos

vacíos), no se ve tendencia alguna de variación de la señal con la masa de los sistemas. No obstante, la amplitud de los cocientes es consistente con los valores teóricos, siendo además indistinguibles dentro de todo el rango de masas con las simulaciones. Por último, para los cocientes empíricos, no se observa sesgo alguno según la cota mínima de galaxias en grupo.

Por otro lado, en el panel derecho de la figura 5.7, vemos los resultados para los cocientes de funciones de correlación, en el rango de distancias del régimen de dos halos. En dicho régimen, también se observa una tendencia creciente del cociente según la masa de la muestra, tanto para los datos simulados como para los observacionales. Si bien los resultados de simulaciones son indistinguibles de los correspondientes para grupos espectroscópicos de galaxias, parece que estos últimos presentan valores sistemáticamente menores para masas bajas, y ligeramente superiores para masas altas. La amplitud de la señal de anisotropía en este caso, es menor a la observada para el régimen de un halo (panel izquierdo), sobre todo el rango de masas estudiado. En particular para las muestras de menor masa, la señal se vuelve indistinguible de la unidad, es decir, no se observa anisotropía alguna.

5.5. Conclusiones

Se estudió el alineamiento entre la forma de sistemas ligados de materia y la estructura en gran escala, tanto en simulaciones numéricas cosmológicas, como en el catálogo espectroscópico de galaxias *Sloan* (SDSS-DR7). Se encontró que la dirección de máximo alargamiento de los halos de materia oscura, según la cosmología Λ CDM, se halla preferentemente orientada en la dirección paralela a la distribución de materia en el rango de escalas correspondientes a los términos de aglomerado de uno y dos halos. Estos resultados numéricos resultan consistentes con predicciones analíticas como la teoría de torque tidal, o la evolución de parches de materia en picos de densidad (ver 1.4.3).

Por otro lado, se observa que los halos presentan un mayor señal de anisotropía cuanto mayor es su masa, en ambos regímenes, siendo también mayor el alineamiento en el régimen de un halo, con respecto al hallado para el término de aglomerado de dos halos. Esto es consistente de manera cualitativa con el alineamiento hallado en el capítulo 2 para el momento angular con la estructura (ver sección 2.6).

Para el término de un halo, el alineamiento de la estructura con el semieje mayor proyectado varía desde un $\sim 30\%$, para halos de masas chicas ($\simeq 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$), hasta un $\sim 60\%$ para masas altas ($\simeq 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Este alineamiento es previsible, ya que el término de un halo de la función de correlación refleja la distribución de materia interna e inmediata externa de la población de halos. Luego por consistencia, se espera este alineamiento con los semiejes mayores de los objetos. Por otro lado para el régimen de dos halos, el alineamiento presenta una señal máxima que roza el 20% para masas altas, disminuyendo monótonamente hacia masas menores. Así como en el capítulo 2, si extrapoláramos la relación observada, hacia masas pequeñas, esta relación masa-alineamiento llegaría a la unidad para masas del orden de $\simeq 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$. No obstante esto último tiene un grado alto de incerteza, debido a la ex-

trapolación de un orden de magnitud en masa. Esta señal de alineamiento en el régimen de dos halos es de sumo interés, ya que se puede interpretar como una reliquia observable del proceso de fusión de subestructuras que dio lugar a la formación de los halos de materia (ver secciones 4.1, 5.1).

También se estudió la muestra de grupos de galaxias del catálogo espectroscópico *Sloan* (SDSS-DR7), calculando la dirección de semieje mayor de la forma proyectada en el plano del cielo para cada sistema. Como vimos en el capítulo 4, al ser necesaria una mínima cantidad de galaxias por grupo para poder inferir la orientación de cada sistema, el análisis se ve restringido hacia masas altas.

Fue posible detectar señal de alineamiento en casi todas las muestras de grupos. No obstante, en el caso del régimen de dos halos, ésta señal varía sensiblemente con la masa, siendo en algunos casos muy débil, en el extremo de masas bajas, y significativa para sistemas masivos.

Se encontraron excesos de estructura en la dirección del semieje mayor, en acuerdo cualitativo y cuantitativo con los resultados de simulaciones numéricas, tanto en el régimen de uno como de dos halos. Este último resultado es de cierto interés, ya que en el análisis del alineamiento de halos de masa galáctica (capítulo 2), los resultados para el régimen de un halo en observaciones muestran una señal alineamiento nula o muy baja con respecto a lo que se esperaba del análisis en simulaciones. Esto se debe quizás a que la distribución de galaxias en un grupo resulta mejor trazador de la materia oscura del halo, que la distribución de materia luminosa de una galaxia.

En el capítulo 2 se estudió en observaciones y simulaciones el alineamiento del momento angular de halos de masa galáctica (desde 10^{12} a $10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). Debido a que el momento angular de un sistema tiende a ser perpendicular al eje de mayor del momento de inercia, podemos concluir que este capítulo es una extensión del análisis previo para masas mayores (masas de sistemas de galaxias que van desde 10^{13} a $10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Desde este punto de vista, el comportamiento de las funciones de correlación anisótropas de grupos de galaxias, resulta consistente cualitativamente con el observado para galaxias individuales en el capítulo 2. En ambos casos se observa que la anisotropía es una función creciente de la masa, y que el comportamiento de ésta señal según los regímenes de uno y dos halos, es marcadamente distinto, indicando la presencia de diferentes mecanismos según la estructura en gran escala.

BIBLIOGRAFÍA

- Abazajian, K. N., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2009, APJS, 182, 543
- Aragón-Calvo, M. A., van de Weygaert, R., Jones, B. J. T., & van der Hulst, J. M. 2007, APJ, 655, L5
- Binggeli, B. 1982, A&A, 107, 338
- Brunino, R., Trujillo, I., Pearce, F. R., & Thomas, P. A. 2007, MNRAS, 375, 184
- Cooray, A. & Sheth, R. 2002, PHYS. REP., 372, 1
- Cuesta, A. J., Betancort-Rijo, J. E., Gottlöber, S., et al. 2008, MNRAS, 385, 867
- de Theije, P. A. M., Katgert, P., & van Kampen, E. 1995, MNRAS, 273, 30
- Hahn, O., Carollo, C. M., Porciani, C., & Dekel, A. 2007a, MNRAS, 381, 41
- Hahn, O., Porciani, C., Carollo, C. M., & Dekel, A. 2007b, MNRAS, 375, 489
- Kasun, S. F. & Evrard, A. E. 2005, APJ, 629, 781
- Merchán, M. E. & Zandivarez, A. 2005, APJ, 630, 759
- Onuora, L. I. & Thomas, P. A. 2000, MNRAS, 319, 614
- Patiri, S. G., Cuesta, A. J., Prada, F., Betancort-Rijo, J., & Klypin, A. 2006, APJ, 652, L75
- Plionis, M. 1994, APJS, 95, 401
- Rhee, G., van Haarlem, M., & Katgert, P. 1992, AJ, 103, 1721
- Rhee, G. F. R. N. & Katgert, P. 1987, A&A, 183, 217
- Richstone, D., Loeb, A., & Turner, E. L. 1992, APJ, 393, 477
- Springel, V. 2005, MNRAS, 364, 1105
- Struble, M. F. & Peebles, P. J. E. 1985, AJ, 90, 582
- Tormen, G. 1997, MNRAS, 290, 411
- West, M. J. 1989a, APJ, 344, 535
- West, M. J. 1989b, APJ, 347, 610
- West, M. J., Jones, C., & Forman, W. 1995, APJL, 451, L5+

Momento angular y acreción de materia en halos Λ CDM

En el presente capítulo se estudia, mediante simulaciones numéricas cosmológicas, el historial o árbol de eventos de fusión que da origen a los halos de materia oscura, según lo predice la teoría jerárquica de formación de estructuras. Se analiza los eventos de choque entre halos, según la dirección del momento angular y la distribución general de estructura en gran escala. También se estudia la forma general de la distribución de progenitores, y como ésta afecta la distribución de espines y alineamientos. Finalmente, se analiza la dependencia temporal de este proceso.

6.1. Introducción

En este capítulo estudiamos el modelo de adquisición de momento angular por torque tidal en el contexto de formación de halos por agregación jerárquica mediante fusiones de estructuras (en inglés *mergers*). Como vimos en el capítulo 2, la teoría de torque tidal explica el origen del momento angular de los halos de materia oscura, mediante interacciones de la región colapsante que formará el halo con la estructura circundante. Cabe preguntarse entonces, cómo es afectado este esquema cuando se considera además un aspecto fundamental de la teoría jerárquica de formación de estructuras: los halos de materia oscura fría se forman mediante el choque o fusión de halos de menor masa formados previamente.

En capítulos anteriores hemos estudiado consecuencias observacionales de ambas teorías. Por un lado, la relación encontrada entre la forma y la masa de los halos, en el capítulo 4, puede interpretarse en el contexto de la teoría jerárquica Λ CDM. La temperatura inicial, es decir, la velocidad típica de la materia oscura en el instante de desacople en el *Big Bang*, en este modelo es muy baja (i.e. no relativista, por esto se denomina materia oscura fría). Luego la primera generación de estos objetos, se forma por colapso gravitatorio en escalas muy pequeñas¹. De esta manera, la teoría predice una primera etapa de fusiones “violentas” de halos pequeños (i.e. encuentros de objetos de masas comparables, lo que llamaremos acreción caliente), para luego pasar a una etapa en que el halo ya formado continúa con una acreción menos violenta pero continua de materia a lo largo de filamentos (acreción fría). Este hecho ha sido observado ampliamente en la literatura de simulaciones numéricas Λ CDM, mediante la definición de lo que se conoce como árboles de fusión de halos (en inglés *merger trees*), como veremos más adelante.

La época de transición entre ambos modos de acreción (caliente y fría), define el instante de formación del halo. Luego de dicho instante, el posterior proceso de relajación dinámica tenderá a acercar la forma prolada del objeto hacia formas más esféricas, uniformando el campo de velocidades interno. Según la teoría jerárquica de formación de estructuras, definiendo la jerarquía de un objeto según su masa, halos de materia oscura fría de masas altas tendrán épocas de formación recientes. Luego, es de esperar que el proceso de relajación dinámica actúe de manera más pronunciada en halos de masas chicas (debido al mayor intervalo de tiempo transcurrido desde su formación), dejando entonces la correlación de forma y masa que observamos en el capítulo 4, tanto en simulaciones como en catálogos observacionales. Por otro lado en el Capítulo 2, vimos que la teoría de torque tidal predice exitosamente los alineamientos detectados entre el momento angular y la estructura en gran escala.

Según se desprende de discusiones en la literatura, aún no está claro como se combinan la teoría jerárquica y la teoría de torque tidal, a la hora de realizar un análisis completo y realista de la dinámica del halo. Por ejemplo D’Onghia & Burkert (2004) argumentan que el mecanis-

¹No se encuentra establecido en la literatura cual es la escala mínima de estos primeros objetos, o halos primordiales de materia oscura fría. La escala mínima de estos objetos, viene dada por la temperatura del material al instante de desacople, y por la presencia o no de interacciones no gravitatorias para cada candidato de materia oscura (por ejemplo sección eficaz de aniquilación para partículas supersimétricas).

mo de torque tidal no provee suficiente momento angular para formar objetos soportados por rotación, y sostienen la necesidad de recurrir a mecanismos como la acreción de materia. Maller et al. (2002) analizan como escenarios contrapuestos ambas teorías. Estudian un mecanismo de adquisición de momento angular mediante fusión de objetos (“*orbital-merger scenario*”), mientras que tratan por otro lado un escenario basado en torques tidales (“*tidal-torque scenario*”). Si bien las simulaciones numéricas concuerdan de manera cualitativa con las predicciones de la teoría de torque tidal, los modelos implementados de ésta, no concuerdan de manera detallada con la evolución observada del momento en halos simulados. El momento predicho por las diferentes implementaciones, sobrestima típicamente en un factor ~ 3 , al momento angular obtenido en simulaciones cosmológicas (Barnes & Efstathiou 1987; Sugerman et al. 2000). Esta sobrestimación disminuye, si se asume que el crecimiento del momento angular del protohalo se detiene suficientemente antes del instante de desacople del objeto con la expansión general. Según Porciani et al. (2002), esto último se debe a efectos no lineales presentes en las simulaciones de N-cuerpos, que no son tenidos en cuenta en implementaciones lineales de la teoría de torque tidal. Además, se observa una dispersión importante en la distribución de momentos angulares de halos simulados, con respecto a los valores predichos por la teoría de torque tidal (Porciani et al. 2002; Vitvitska et al. 2002).

Por otro lado Vitvitska et al. (2002), proponen un modelo de adquisición de momento angular debido a la fusión decorrelacionada de estructuras con momentos angulares distribuidos independientemente. De esta manera los autores proponen que la distribución de espines observada en halos de materia oscura, es debida simplemente al historial de fusiones de halos de jerarquía menor. Mediante una caminata aleatoria, los autores modelan la fusión isótropa de subestructuras con momento angular aleatorio, y predicen una distribución logarítmica normal para el parámetro de espín, en concordancia con los resultados de simulaciones (Vitevitska et al. 2002; Maller et al. 2002). Si bien este modelo no da cuenta del alineamiento hallado de los momentos angulares con la estructura, pone en relieve la necesidad de evaluar la teoría de torque tidal sobre modelos realistas de acreción de materia. Por ello en este capítulo, realizamos un análisis del momento angular de halos en simulaciones según su historial de fusiones.

6.2. Eventos de fusión en árboles de halos

En esta sección se estudió una simulación Λ CDM de gran resolución y buen rango dinámico en masas de halo, conocida como “*Millenium Run*” (Springel et al. 2005), con 64 salidas temporales entre *redshift* 0 y 20^2 . Las salidas han sido espaciadas temporalmente según el factor de crecimiento, buscando de esta manera hacer un muestreo lineal de los cambios en el contraste en densidad. La simulación consta de una realización cúbica periódica con lado 500

²En este capítulo utilizamos dos simulaciones distintas a las utilizadas en capítulos anteriores. La razón de esto, radica en la necesidad de disponer las salidas temporales, de dichas simulaciones, de manera adecuada para la construcción de historiales de fusión. Las pequeñas variaciones hechas en los parámetros cosmológicos, no afectan de manera substancial la dinámica interna de los halos de materia oscura (Navarro et al. 1997).

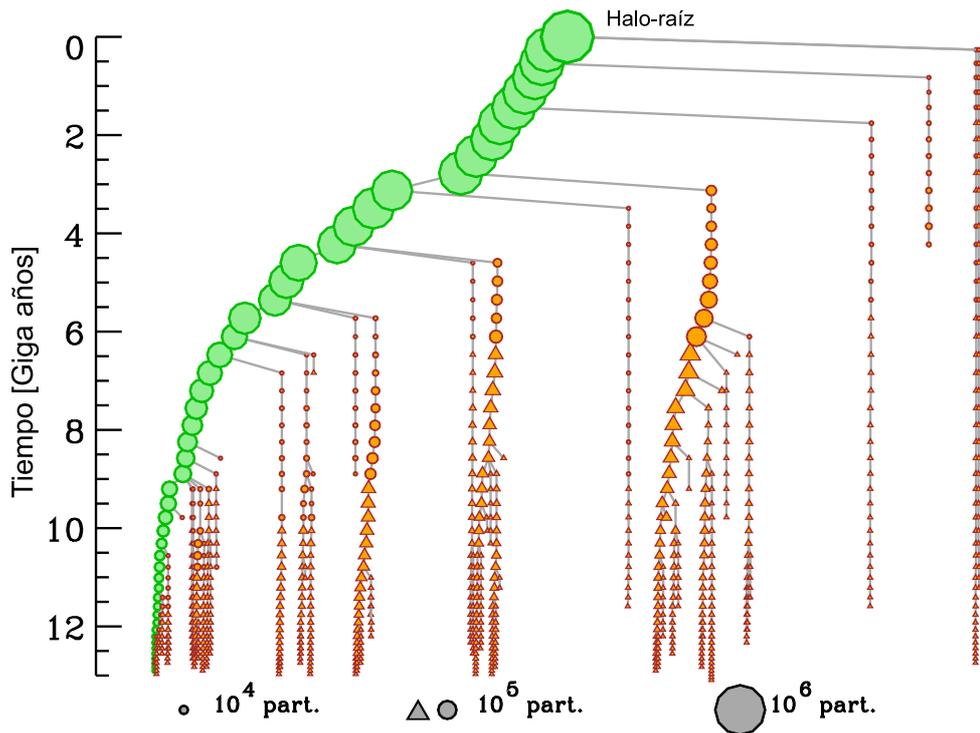


Fig. 6.1: Ejemplo de árbol de fusiones en la simulación Millenium. El eje vertical indica el tiempo por transcurrir (unidades de 10^9 años) hasta redshift cero. En verde se indica la rama principal. Con círculos se indican los halos que pertenecen al mismo grupo FOF que la rama principal. El tamaño de cada símbolo indica la masa del halo, como se indica en la figura.

Mpc h^{-1} , $\Omega_m = 0,25 = 1 - \Omega_\Lambda$, y constante de Hubble $H_0 = 73 \text{ km s}^{-1}$. El parámetro de normalización del espectro es $\sigma_8 = 0,9$, y la masa por partícula es $8,61 \times 10^8 \text{ h}^{-1} M_\odot$. Se hizo uso del historial de fusión para los halos de esta simulación, disponible en la base de datos *online* del observatorio virtual alemán (GAVO, German Astrophysical Virtual Observatory). Los halos de esta simulación fueron identificados mediante un algoritmo amigos de los amigos (*Friend of Friends*, FOF) modificado (Springel et al. 2001). Básicamente este método toma los grupos de partículas identificados mediante un FOF ordinario (halo FOF), e identifica los subhalos que conforman la subestructura de dicho grupo³. Finalmente al grupo FOF se le substraen los subhalos identificados, para obtener lo que se define como el halo central. Se define una fusión de dos o más objetos (halos o subhalos) a un dado tiempo, cuando más del 50% de la masa de cada uno pasa a formar parte de un mismo objeto en la salida siguiente.

En la figura 6.1 se presenta un ejemplo de árbol de fusión de la simulación *Millenium*. El eje vertical da cuenta del tiempo restante hasta la última salida ($t = 0$). El tamaño de los símbolos indica la masa de cada objeto en número de partículas, tal como se indica en la figura. Llamaremos *halo-raíz*, al halo central formado a $t = 0$ (época actual). Los círculos verdes marcan la rama principal, es decir la cadena de halos centrales progenitores que aporta la mayor cantidad de masa en cada intervalo de tiempo. A estos halos centrales los llamaremos

³La identificación se realiza sobre el campo de densidad suavizado del halo FOF, tomando como candidatos a subestructura, las regiones alrededor de los máximos locales para diferentes cortes en densidad. A cada candidato se le calcula la energía de ligadura gravitatoria, partícula por partícula, rechazando partículas libres. Los conjuntos de subestructuras con más de 20 partículas ligadas se las considera subhalos.

halos principales. Con círculos naranjas, indicamos los subhalos correspondientes al mismo grupo FOF del halo principal, mientras que con triángulos se representan halos centrales y subhalos no pertenecientes. Si seguimos en la figura la rama principal, vemos diversos eventos de fusión entre el halo principal y subhalos. Siguiendo la rama hacia el pasado de cada uno de estos subhalos, vemos que en algún momento estos objetos son representados por triángulos. Esto indica al tiempo considerado, que el objeto pertenecía a otro grupo FOF.

Dado un árbol como el descrito en el párrafo anterior, definiremos el evento de fusión entre dos halos centrales de este árbol, como el momento en que ambos pasan a formar parte del mismo grupo FOF. Con esta definición, construimos arboles de fusión entre halos principales, a partir de los árboles de fusión disponibles en la simulación *Millenium*. Esto se hizo así ya que nos interesa la dirección de impacto de los objetos, y no así la órbita interna que describen una vez que forman parte de la subestructura del halo central. A lo largo de toda la sección nos referiremos a los halos centrales, como simplemente halos o halos de materia.

En esta sección vamos a analizar las direcciones de fusión entre halos de materia a lo largo del tiempo, buscando describir de manera cuantitativa y cualitativa la geometría de este proceso de acreción. No obstante, vale aclarar que en este análisis, no se tiene en cuenta la situación de partículas no pertenecientes a halos. Estas partículas conforman lo que entendemos como acreción difusa o suave del halo, la cual contribuye de manera apreciable a la conformación final del objeto. Debido a que se busca vincular el proceso de fusiones con la teoría de torque tidal, dejaremos por ahora de lado el análisis de la acreción difusa. Se analizará la presencia de correlaciones entre la geometría del proceso de fusión de halos, con la dirección del momento angular del halo formado a $t = 0$ y la distribución circundante de materia a tiempo final. De esta manera buscamos interpretar el árbol de fusiones en el contexto de la teoría de torque tidal.

Primeramente, se analizó la distribución de direcciones de fusión desde el punto de vista del centro de masa de la materia que conformará el halo final, a lo largo de toda la historia de formación (las 64 salidas). De esta manera, para cada evento de fusión ocurrido en la simulación, se calcula el vector desplazamiento relativo, en un sistema de coordenadas fijo en el centro de masa. Este desplazamiento se define como la diferencia entre los vectores posición de cada elemento del par en la salida anterior al choque. Fijando por convención la dirección de éste, obtenemos un vector posición con origen en el halo más masivo, y final en el objeto de menor masa del par. Luego para cada árbol de fusiones, se calcula además el tiempo en que éste alcanza la mayor cantidad de halos progenitores. En este instante la acreción de masa por eventos de fusión, comienza a superar la acreción difusa de partículas. Por ejemplo, para halos con masa entre $1,3$ y $1,4 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, los instantes de máxima multiplicidad de progenitores oscilan entre *redshift* 2 y 3. Se eligió la orientación de los ejes cartesianos del sistema de referencia, de tal manera que resulten paralelos a los ejes principales del tensor de forma de la distribución de halos progenitores al tiempo de máxima multiplicidad. El tensor de forma trazado de esta manera, es una buena aproximación de la distribución de materia

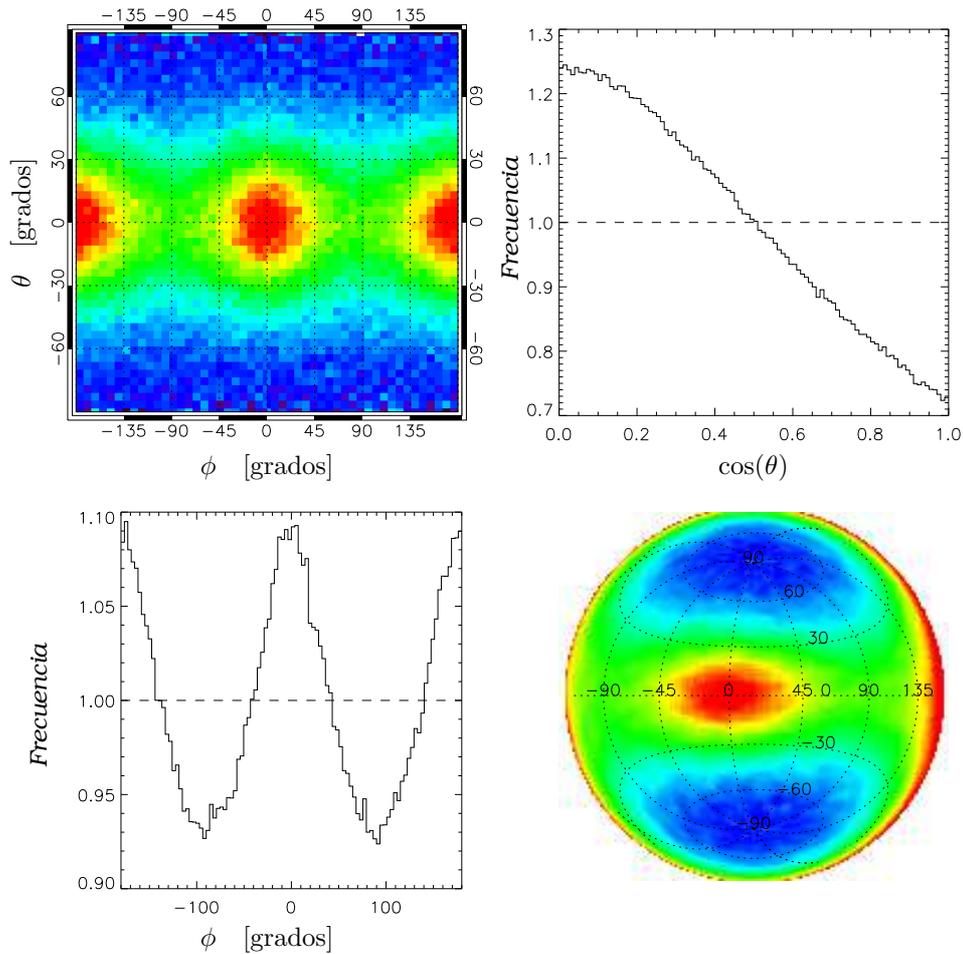


Fig. 6.2: Direcciones de los eventos de fusión según la orientación del tensor de forma de progenitores. Las direcciones de fusión se definen para un sistema de ejes cartesianos ubicado en el centro de masa y orientado paralelo a los ejes del tensor de forma de los progenitores (ver texto). Arriba a la izquierda (abajo a la derecha) se muestra la densidad de eventos en intervalos de ángulo por unidad de ángulo sólido, en proyección cilíndrica (Lambert). Regiones rojas indican altas frecuencias y regiones azules indican regiones más raras en fusiones. Abajo a la izquierda (arriba a la derecha) se muestra la distribución marginal según el ángulo azimutal (coseno del ángulo zenital). Las líneas cortadas indican el comportamiento esperado para una distribución isotrópica.

del protohalo, como se entiende en la teoría lineal de Zel'Dovich. Esto se debe a que las escalas involucradas son suficientemente grandes a tiempo tempranos (i.e. estamos dentro del régimen lineal para la evolución de perturbaciones). Por ejemplo, para halos con masa entre $1,3$ y $1,4 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, la escala característica (i.e. el radio que encierra el 65% de la materia) del elipsoide de progenitores al tiempo de máxima multiplicidad, oscila entre 3 y 8 Mpc.

Luego se procedió a construir un ensamble de estos historiales de fusión, para halos-raíz en diferentes rangos de masas. De esta manera estudiamos la densidad angular de eventos de fusión en un sistema de coordenadas, que recordemos, es orientado según los ejes principales del tensor de forma de los progenitores, ubicado en el centro de masas en cada tiempo. En la

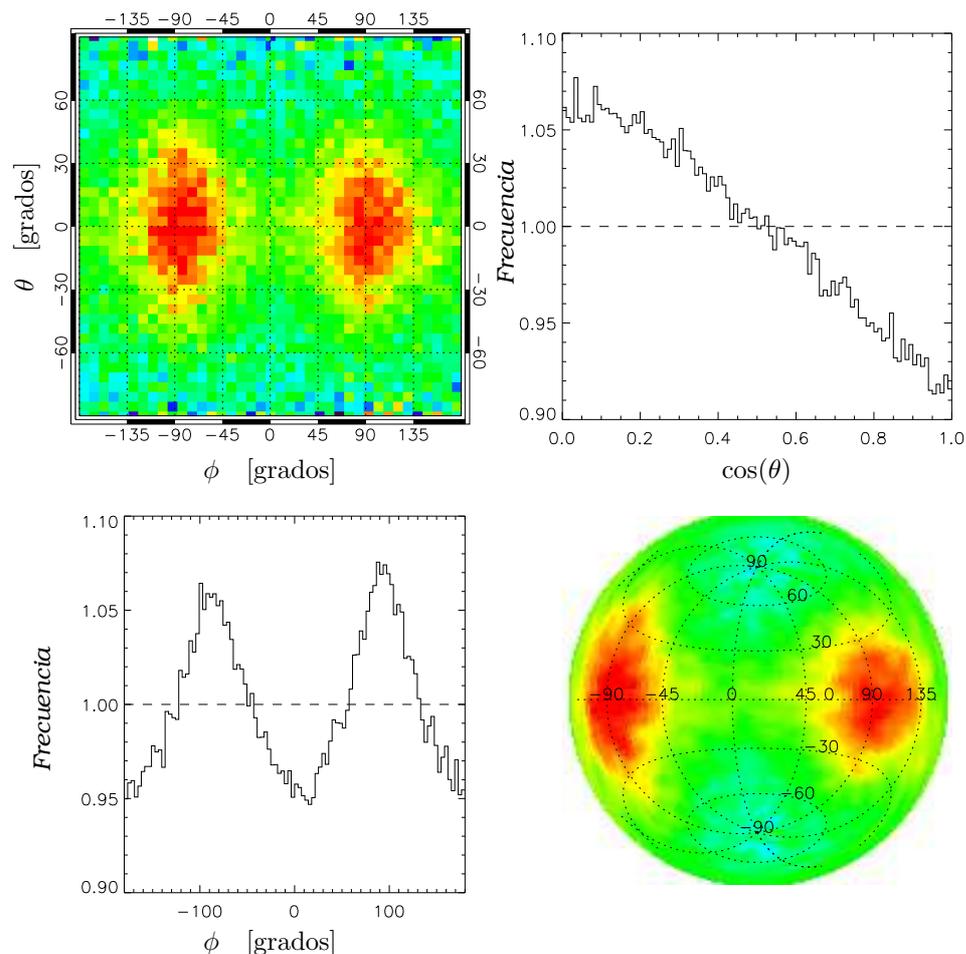


Fig. 6.3: Distribución de las direcciones de fusión vistas desde el centro de masa. Los ejes cartesianos fueron orientados según el momento angular del halo final y la dirección del último evento de fusión mayor (ver texto). Arriba a la izquierda (abajo a la derecha) se muestran los conteos en intervalos de ángulo normalizado según el ángulo sólido en proyección cilíndrica (Lambert). Regiones rojas indican altas frecuencias y regiones azules indican regiones más raras en cuanto a fusiones. Abajo a la izquierda (arriba a la derecha) se muestra la distribución marginal según el ángulo de azimuth (coseno del ángulo zenital). Las líneas cortadas indican el comportamiento esperado para una distribución isótropa.

figura 6.2 presentamos los resultados para halos con masas entre 4×10^{12} y $6 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$. En el panel superior izquierdo, se muestra la densidad de eventos según ángulo de incidencia por unidad de ángulo sólido en proyección cilíndrica. En el panel inferior derecho, se muestra la misma distribución pero en una proyección de Lambert, la cual deforma menos las regiones polares del gráfico. Las zonas rojas indican una mayor ocurrencia de eventos de fusión, mientras que las regiones azules indican las direcciones angulares donde resultan menos frecuentes los eventos. En el panel inferior a la izquierda se muestra la distribución marginal según el ángulo azimuthal. Por otro lado, en el panel superior derecho se presenta la distribución marginal para el coseno del ángulo zenital. En ambos gráficos, las líneas de trazos indican el comportamiento esperado para una distribución uniforme e isótropa de ángulos de incidencia. Puede apreciarse en la figura 6.2 que la distribución obtenida de direcciones

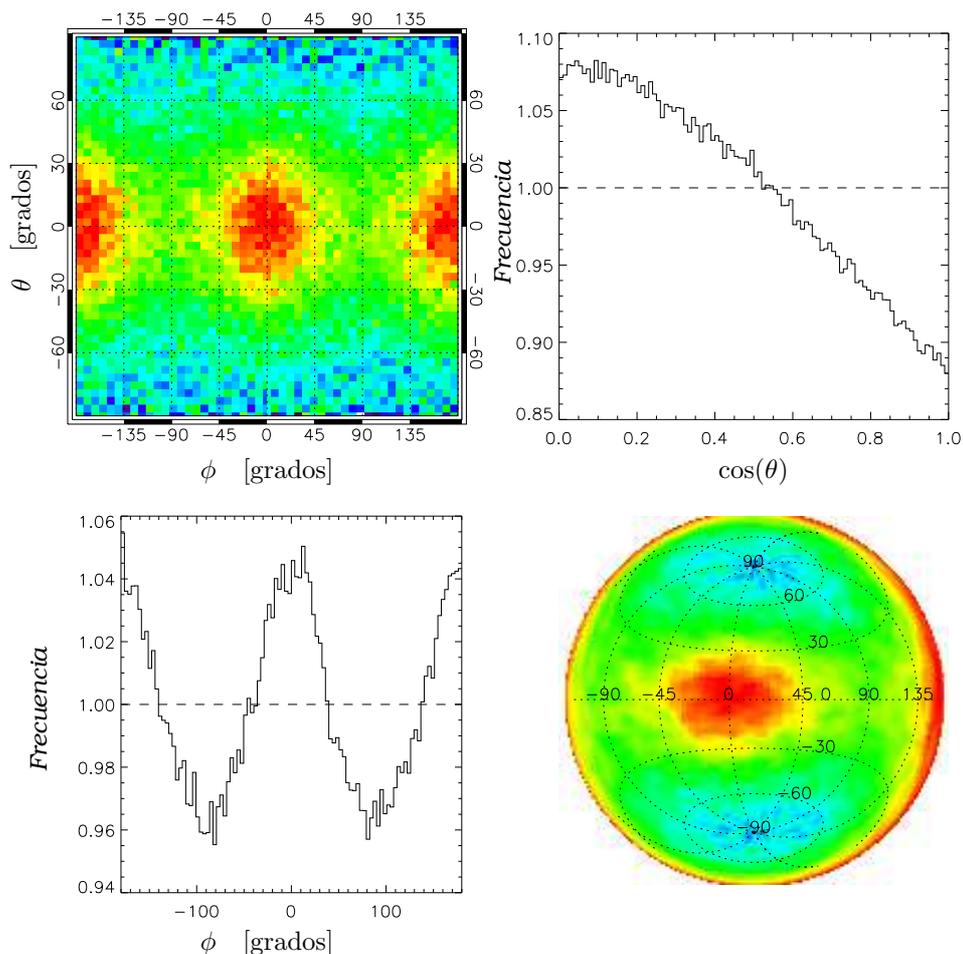


Fig. 6.4: Distribución de las direcciones de fusión vistas desde el centro de masa. Los ejes cartesianos fueron orientados paralelos a los ejes del tensor de forma del entorno del halo-raíz a redshift cero (ver texto). Arriba a la izquierda (abajo a la derecha) se muestran los conteos en intervalos de ángulo normalizado según el ángulo sólido en proyección cilíndrica (Lambert). Regiones rojas indican altas frecuencias y regiones azules indican regiones más raras en cuanto a fusiones. Abajo a la izquierda (arriba a la derecha) se muestra la distribución marginal según el ángulo de azimut (coseno del ángulo zenital). Las líneas cortadas indican el comportamiento esperado para una distribución isotrópica.

de eventos, es apreciablemente distinta de una distribución isotrópica de fusiones, mostrando excesos del orden de un 25% en la dirección del eje mayor del tensor de forma del elipsoide de progenitores (eje x del sistema de coordenadas). De esta manera vemos que la dirección de los eventos de fusión es preferentemente radial, siguiendo un esquema geométrico general de colapso bien definido. Estos resultados son consistentes con los obtenidos en los capítulos 4 y 5, ya que apoyan la hipótesis que explica los alineamientos de la forma de los halos, y la preponderancia de formas proladas para halos de mayor masa, mediante la acreción de estructura según la red de filamentos. Aquí vemos que la mayor ocurrencia de eventos de fusión, se da a lo largo del eje mayor del elipsoide primordial de progenitores, el cual esperamos este alineado con la distribución de estructura a tiempo final.

Seguidamente se realizó un análisis similar, calculando las direcciones de los eventos de

fusión, según un sistema de coordenadas fijo en el centro de masa, en cada paso temporal. No obstante en esta ocasión, se orientó el sistema de ejes coordenados tal que el eje z resulte paralelo al momento angular del halo-raíz a tiempo final. El eje y se eligió perpendicular al momento angular, sobre el plano que forma éste con la dirección del último evento de fusión importante. Dicho evento se define como la última fusión que aportó en un único evento, más de un tercio de la masa del halo. Así como en el análisis anterior, se construyó un ensamble de árboles de fusiones, midiendo la distribución de las direcciones de choque para todo tiempo. Los resultados pueden apreciarse en la figura 6.3, donde los paneles resultan análogos a los de la figura anterior. Los paneles superior izquierdo e inferior derecho, muestran la densidad de eventos según su dirección, para dos proyecciones distintas de la esfera. Los paneles superior derecho e inferior izquierdo, muestran las distribuciones marginales. Como puede verse en la figura, el eje y correlaciona fuertemente con la dirección en la que ocurre la máxima cantidad de eventos. De esta manera, uno puede concluir que la dirección de fusión mayor tiende estadísticamente a ser paralela al eje y , y por lo tanto, perpendicular al momento angular final. Vemos a su vez, que en este nuevo sistema de coordenadas, se observan anisotropías equivalentes cualitativamente a las obtenidas en el sistema de ejes principales del elipsoide de progenitores. Esto es consistente con la teoría de torque tidal (ver, sección 1.6.1), ya que de la ecuación (1.48), uno espera que el momento angular sea perpendicular al semieje mayor. Por otro lado, es de esperar que la dirección de fusión mayor sea paralela al eje mayor del elipsoide de progenitores. Por la aproximación de Zel'Dovich, uno espera que en el elipsoide de progenitores el último eje en colapsar sea el semieje mayor (ver sección 1.3.1), debido a que las formas de panqueques privilegiadas (ver sección 1.4.3) son proladas y por simetría, uno espera que los encuentros finales sean entre halos de masas similares a lo largo de esta dirección. Como puede apreciarse en las distribuciones marginales de la figura 6.3, se mide un exceso de eventos de fusión del orden de un 20% en la dirección perpendicular al momento angular y en la dirección paralela al último evento de fusión mayor. Este exceso resulta un poco menor, al obtenido en las distribuciones marginales de la figura 6.2.

Luego se repitió el análisis de las direcciones de fusión, pero orientando esta vez los ejes cartesianos según el tensor de forma del entorno del halo a tiempo final en un entorno esférico de $5 \text{ Mpc } h^{-1}$. De esta manera, lo que estamos estudiando es la geometría del proceso de acreción de materia que forma el halo a *redshift* cero, en un sistema de coordenadas definido por materia que aún no ha caído hacia el halo a tiempo final. Debido al éxito obtenido en los capítulos 5 y 2, en la detección de alineamientos en la dirección del momento angular y la forma, con la estructura en gran escala, esperamos también una correlación entre el historial de fusión del halo, y la distribución de materia que lo rodea. Nuevamente (ver figura 6.4) se observa una distribución de eventos de fusión similares a las anteriores pero con menores excesos. Si se presta atención a las funciones de distribución marginales, se puede apreciar como máximo un exceso de eventos de fusión de un 10% en la dirección del eje mayor. De esta manera, vemos que este nuevo sistema de coordenadas aún conserva las características de las distribuciones anteriores, aunque con una disminución significativa debido a diferencias

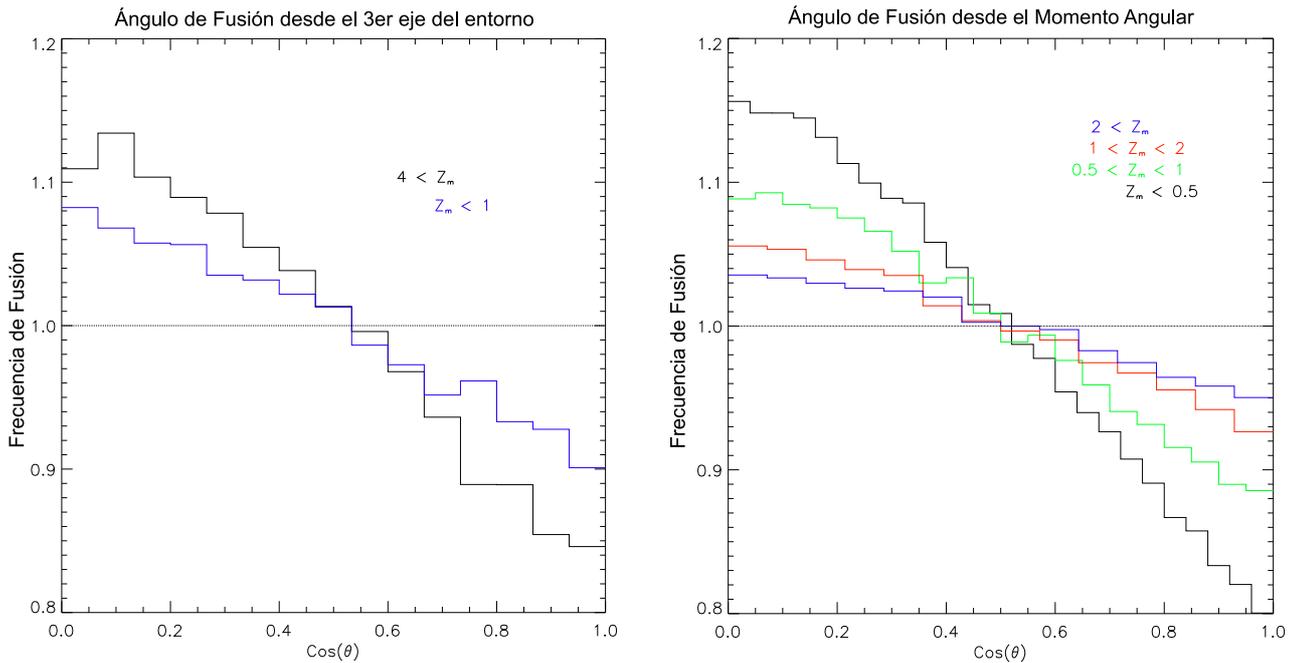


Fig. 6.5: Panel izquierdo: Distribución del coseno del ángulo zenital de fusión según el tensor de forma del entorno a $5 \text{ Mpc } h^{-1}$. En azul se muestra el histograma para eventos ocurridos entre redshift 0 y 1, en negro para eventos más tempranos que redshift 4. Panel derecho: Distribución del coseno del ángulo zenital de fusión, según la dirección del momento angular final. En diferentes colores se muestran las distribuciones para diferentes intervalos en redshift de los eventos de fusión (Z_m), tal como se indica en la figura.

entre la distribución de materia circundante a tiempo final, y la distribución de materia de los progenitores a tiempos tempranos.

6.3. Evolución temporal de árboles de fusión

Al análisis integrado del ensamble de historiales de fusión de la sección anterior, le agregamos aquí un estudio complementario de la evolución de estos alineamientos según el tiempo. Primero veamos el caso en el que el referencial de coordenadas se direcciona según los ejes principales del entorno del halo en época actual. Recordemos que el entorno se define como una esfera de radio $5 \text{ Mpc } h^{-1}$ centrada en la posición del halo-raíz. Se analizan árboles en un intervalo de masas de halo-raíz entre 4×10^{12} y $6 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$. En el panel izquierdo de la figura 6.5, vemos la distribución de los cosenos del ángulo zenital para diferentes poblaciones de eventos de fusión según el redshift, Z_m , del evento. Estas distribuciones fueron normalizadas a fin de representar la densidad de probabilidad de los eventos (i.e. se normalizan al área). En negro, se presenta la población de eventos ocurridos a tiempos tempranos, más específicamente para redshift mayor que 4, mientras que en azul se seleccionaron los choques ocurridos a tiempos más recientes, en un intervalo en redshift entre 0 y 1. Aquí de nuevo, una distribución constante en el coseno del ángulo, vendría dada por una distribución isotrópica de fusiones. Como puede verse en la figura, los eventos a tiempos tempranos presentan un ligero aumento en el grado de alineamiento con el plano perpendicular al eje menor de la

distribución de materia circundante a *redshift* cero (i.e. la frecuencia de eventos alrededor de $\cos(\theta) = 0$ es mayor). Por otro lado, los eventos de fusión más recientes, con *redshift* menor a la unidad, muestran una distribución un poco más aplanada, indicando un menor valor de correlación. Sólo incluimos estas dos submuestras de eventos a *redshift* extremos, ya que la dependencia del alineamiento para muestras intermedias varía de manera muy suave. Es decir, la variación de la correlación según la época de fusión es más bien débil, aunque significativa estadísticamente. De estos resultados, se puede concluir que los eventos de fusión más tempranos, trazan de mejor manera la estructura circundante del halo en la época actual.

En el panel derecho de la figura 6.5, presentamos las distribuciones normalizadas al área del coseno del ángulo comprendido entre las direcciones de fusión y el momento angular del halo formado a *redshift* cero. Como en la discusión anterior, se estudiaron árboles con halo-raíz entre 4×10^{12} y $6 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, tomando diferentes intervalos en *redshift* de los eventos de fusión, Z_m , como se indica en la figura. En contraste con los resultados anteriores, se puede apreciar que los eventos de fusión más recientes resultan en un alineamiento mayor con la perpendicular al momento angular, que eventos tempranos. En este caso la dependencia del alineamiento entre el momento angular y las direcciones de fusión con el *redshift* se presenta más marcada. Por ejemplo, para *redshift* mayores a 2 se observa sólo un exceso de eventos de fusiones perpendiculares al momento angular del orden de un 10%, mientras que para eventos muy recientes, con *redshift* menores que 0,5, la distribución difiere en aproximadamente un 30% con respecto a una distribución isótropa plana.

Las dependencias temporales descritas en los párrafos anteriores, representadas en la figura 6.5, parecen indicar comportamientos contrapuestos en el historial de encuentros entre halos. No obstante, esta aparente diferencia puede interpretarse de manera consistente. Por un lado, el panel izquierdo de la figura 6.5, indica que la distribución de materia circundante en la época actual, traza de mejor manera la historia antigua del proceso de acreción de halos. La distribución de filamentos y estructura observada en la actualidad, puede interpretarse como una huella o fósil de la situación geométrica de las fusiones de halos en épocas tempranas. Mientras que por otro lado, del análisis del recuadro derecho de la figura 6.5, vemos que la dirección del momento angular, si bien correlaciona con todo el historial de fusiones de estructuras, parece responder en mayor medida a la historia más reciente.

6.4. Torque tidal sobre progenitores

Algunos autores (Hetznecker & Burkert 2006; Peirani et al. 2004; Gardner 2001; Vitvitska et al. 2002), reportan la presencia de correlaciones entre los eventos de fusión y el parámetro de espín de halos a tiempo final. Esto es consistente con los resultados de las secciones anteriores. En algunos de estos trabajos se interpreta a dichos resultados como limitaciones del poder predictivo de la teoría de torque tidal (Porciani et al. 2002; Vitvitska et al. 2002). Si bien la teoría describe de manera cualitativa los resultados de simulaciones, se argumenta que efectos no lineales, no tenidos en cuenta en tratamientos analíticos (la no linealidad en este

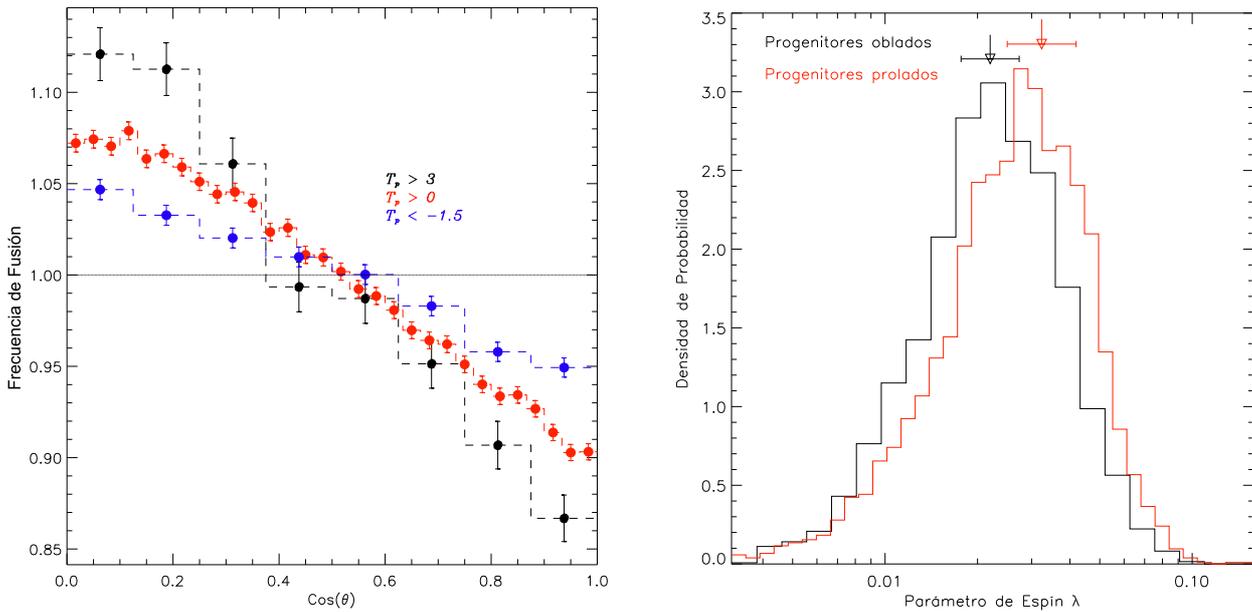


Fig. 6.6: Panel izquierdo: Distribución del coseno del ángulo zenital de fusión a partir del momento angular final. Los puntos negros representan la distribución para árboles con una configuración inicial de progenitores prolada ($T_p > 3$). En rojo se muestra la distribución para objetos triaxiales moderadamente prolados ($T_p > 0$), mientras que en azul se muestran los resultados para sistemas predominantemente oblatos ($T_p < -1,5$). La línea sólida representa una distribución isotrópica. Panel derecho: Distribución de la densidad de probabilidad del parámetro de espín λ para halos-raíz a redshift cero. La línea negra (roja) muestra la distribución para halos con progenitores configurados de manera oblada (prolada), es decir con $T_p < -2,5$ ($T_p > 2,5$). Las flechas señalan la ubicación estimada para la moda de cada muestra, con sus respectivas barras de error.

caso vendría dada por eventos de fusión de halos de masas comparables), parecen jugar un papel importante en la determinación del momento angular final. Debido a esta naturaleza “violenta” del proceso de acreción de materia, en una variedad de trabajos de la literatura, se apoya la idea que la teoría de torque tidal sólo predice valores de expectación para el momento angular, con errores significativos originados por dinámica no lineal (Porciani et al. 2002; Lee & Pen 2000). Si bien esto es estrictamente cierto, no necesariamente se debe interpretar que las limitaciones del tratamiento analítico de los torques gravitatorios, impliquen necesariamente la intervención de otros mecanismos físicos de adquisición de momento, como el residuo de vorticidad obtenido de la colisión decorrelacionada de estructuras. Es decir, como mecanismo físico, la teoría de torque tidal puede pensarse en un contexto no lineal, como simplemente el mecanismo que origina la rotación de los halos a tiempo final, debido a la acumulación de torques gravitatorios de toda la materia que conforma el objeto a *redshift* cero (White 1984).

En esta sección analizamos la dependencia de la señal encontrada en la sección anterior y la distribución de espines de halos, con la forma del elipsoide de progenitores. Recordemos que éste se define como el elipse que mejor ajusta la distribución de halos progenitores al tiempo de máxima multiplicidad del árbol de fusiones. Según la teoría de torque tidal, se espera que

el momento angular final del halo, depende del momento de inercia de la distribución inicial de materia, y por lo tanto la forma de la distribución de progenitores. Por otro lado, se espera que la caída de halos hacia el centro de masas se vea afectada por la interacción del campo gravitatorio en el que el sistema se haya embebido. Luego es de esperar un comportamiento general de los eventos de fusión consistente con el torque tidal sobre la región.

Denotemos con T_p al parámetro de proladidad P definido en la ecuación (4.2), sección 4.2.3. Bajo esta definición, un elipsoide con $T_p \equiv P < 0$ resulta oblado, mientras que uno con $T_p > 0$, prolado. Debido a la contaminación por la estadística de pocos números, se espera una cantidad moderada de configuraciones proladas con forma estimada oblada (ver sección 4.2.2). Por ejemplo, para halos-raíz con masa entre $1,3$ y $1,4 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$, el número máximo de progenitores oscila entre 25 y 35 halos. De la inspección de la figura 4.3 (sección 4.2.3), podemos ver que para 30 puntos, el error en la determinación de T_p no supera el 20% en todos los rangos de masa de halo estudiados. Esto puede dar una idea del ruido en la distribución de progenitores, ya que el ruido Poisson, no depende fuertemente del perfil en densidad del elipsoide estimado.

En el panel izquierdo de la figura 6.6, se presenta la distribución del coseno del ángulo zenital de fusión a partir del momento angular del halo-raíz, para la población de halos con masas entre 4×10^{12} y $6 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$. Los puntos negros representan la distribución para árboles con una configuración inicial de progenitores prolada ($T_p > 3$). En rojo se muestra el histograma normalizado de fusiones para árboles con progenitores distribuidos en configuraciones triaxiales moderadamente proladas ($T_p > 0$), mientras que en azul se muestran los resultados para sistemas predominantemente oblados ($T_p < -1,5$). La línea horizontal representa una distribución hipotética isotropa. Las barras de error representan el ruido Poisson. Puede observarse en el gráfico, que el efecto de alineamiento con la perpendicular al momento angular, aumenta significativamente cuando se seleccionan halos-raíz con una distribución de progenitores prolada. Por otro, lado se observa también que distribuciones de progenitores obladas producen eventos de fusión menos colimados sobre el plano perpendicular al momento angular, en comparación con configuraciones triaxiales proladas.

En el lado derecho de la figura 6.6, se presenta la estima de la densidad de probabilidad del parámetro de espín para halos-raíz seleccionados según la distribución de sus progenitores. En rojo se muestra la distribución de espines para halos con progenitores distribuidos en configuraciones proladas ($T_p > 2,5$). En negro se presenta la distribución de parámetros de espín para progenitores distribuidos de manera oblada ($T_p < -2,5$). Las flechas indican en cada caso las modas de las distribuciones estimadas según el método de mitades muestrales (*Half sample*), con errores estimados mediante remuestreo aleatorio (*Bootstrap*). Puede apreciarse una ligera pero significativa tendencia de los halos con distribución de progenitores prolada a adquirir parámetros de espín más altos que los correspondientes objetos con progenitores distribuidos de manera oblada. Las modas distribucionales λ^m estimadas en cada

caso resultan:

$$\lambda_{\text{oblado}}^m = 0,022_{-0,004}^{+0,005}$$
$$\lambda_{\text{prolado}}^m = 0,032_{-0,007}^{+0,009}$$

Si bien la diferencia entre ambas modas es indistinguible en el error, las distribuciones son claramente diferentes. Para cuantificar estadísticamente, se realizó el test de Kolmogorov-Smirnov para ambos conjuntos de datos. Esta prueba utiliza como estadístico, la diferencia máxima entre las distribuciones acumuladas de ambas muestras (denotaremos con D), y busca rechazar la hipótesis nula de que ambos subconjuntos de datos provengan de una misma distribución. En nuestro caso, los conjuntos de espines de halos con distribuciones de progenitores oblatos y prolados, muestran una distancia máxima en sus distribuciones acumuladas de un 16% ($D = 0,16$), siendo la probabilidad de que la hipótesis nula resulte verdadera del orden de 2×10^{-6} . En otras palabras, la diferencia entre ambas distribuciones es significativa estadísticamente, observándose una tendencia a obtenerse espines más altos, para configuraciones de halos prolados.

Estas dependencias con la forma del elipsoide de progenitores a tiempos tempranos, tanto para las distribuciones de espín como para el alineamiento de las fusiones, pueden interpretarse de manera sencilla en el contexto de torques tidales. En principio, si suponemos un mismo campo tidal, configuraciones proladas de materia adquieren de manera más eficiente momento angular, debido a la mayor inercia, que configuraciones oblatas. Luego es de esperar, un mayor parámetro de espín y consecuentemente un mejor alineamiento en la caída de progenitores, para configuraciones proladas que oblatas.

6.5. Ejemplos de evolución del momento angular en halos

En esta sección vamos a mostrar un par de ejemplos ilustrativos del proceso de evolución del momento angular de halos de materia oscura. La idea es entender o describir hasta cierto punto, la complejidad involucrada durante la formación de un objeto, y su adquisición de momento angular, prescindiendo de abstracciones estadísticas que puedan ocultar procesos físicos existentes.

Quizás una de las principales fuentes de ruido al estudiar la teoría de torque tidal, en el contexto de acreción en árboles de fusiones, es la cantidad de materia que interviene en el árbol y que no formará parte del halo-raíz en el tiempo final. Debido a la naturaleza jerárquica de la formación de estructura, se espera que sea poca la cantidad de materia que, habiendo formado parte de un progenitor, no forme parte del halo final. No obstante, siempre existe una pequeña cantidad de partículas que, mediante intercambios de energía ocurridos durante el choque de estructuras, consigue escapar de la región en colapso. Estas partículas llevan consigo parte de la energía y momento angular de la región colapsante, afectando así la precisión de implementaciones lineales de la teoría de torque tidal. Sin embargo, aquí no

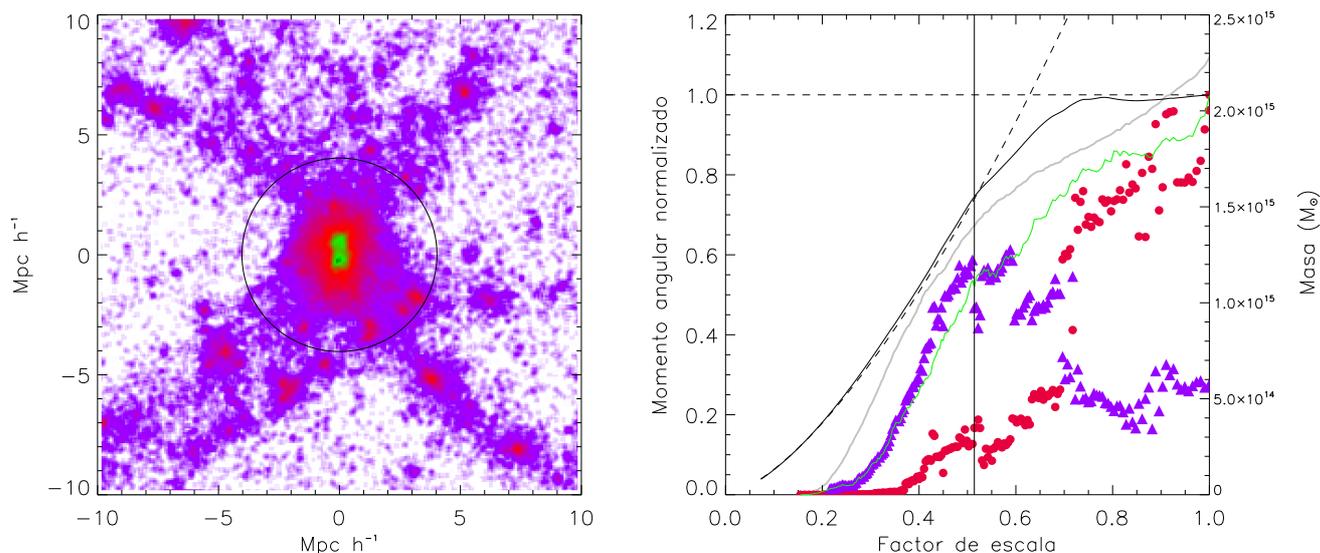


Fig. 6.7: Derecha: Evolución del momento angular en función del factor de escala, para el halo-raíz de mayor masa de la simulación ($2,3 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). La curva negra gruesa, muestra la evolución del momento para el total de las partículas del halo-raíz. La curva de trazos, representa el comportamiento esperado por el modelo de torque tidal lineal. La línea vertical marca el instante de desacople de la expansión. La curva gris muestra la acreción de masa en el conjunto de halos progenitores. Los triángulos azules (círculos rojos), muestran el momento total orbital (espín) de la suma de progenitores. Izquierda: Situación del halo-raíz a tiempo final, la escala de colores muestra la variación en el logaritmo de la densidad. Un círculo negro, de radio igual a tres veces el radio promedio del halo, es centrado sobre éste.

nos referimos a este caso, sino a la materia o halos de materia, que habiendo tenido encuentros cercanos, sin estar ligados gravitatoriamente, son incluidos por error en la identificación, como pertenecientes al árbol de fusiones. Una vez que se incluye materia espuria en un dado nivel del árbol, este error se propaga atrás en el tiempo, incluyendo progenitores que no están vinculados físicamente con el halo-raíz a tiempo final. Por esta razón, en simulaciones como la *Millenium*, utilizada en este capítulo, los autores optan por criterios de identificación que calculan la energía gravitatoria de ligadura de cada partícula, buscando minimizar la cantidad de elementos no vinculados físicamente. No obstante, el calibrado del método de identificación (por ejemplo la elección de los niveles de corte en energía), siempre involucra un cierto compromiso entre la completitud de las estructuras detectadas, y el nivel de contaminación admisible a lo largo de todo el historial de fusiones. Por otro lado, la teoría de torque tidal explica por definición, el origen del momento angular de un halo a tiempo final, mediante la acumulación de torques sufrida por las partículas que forman parte del halo final. Es por esto que errores en el modelo de acreción, pueden afectar la interpretación de los resultados en el contexto del mecanismo de torque tidal.

Una manera de evitar las dificultades descritas en el párrafo anterior, es analizar la evolución del momento angular sobre árboles de fusiones definidos sólo sobre las partículas que forman parte del halo-raíz a tiempo final. De esta manera, dado un halo a *redshift* cero, se

toman todas sus partículas para cada salida temporal, identificando sobre éstas grupos de partículas, mediante un algoritmo FOF estándar. La longitud de percolación del FOF se varía en el tiempo, siguiendo la expansión del modelo de fondo. Así, usando las partículas que son efectivamente acretadas por el halo final, se puede analizar la acreción caliente (como se discutió en la sección 6.1) de momento angular, representada por el árbol de fusión de grupos FOF de partículas. De esta manera, se evita incluir en el cálculo del momento angular partículas y estructuras que no forman parte del halo final, y que por lo tanto, no son tenidas en cuenta por la teoría de torque tidal.

Con este fin, se analizó una simulación de resolución moderada Λ CDM, en un volumen periódico de 500 Mpc h^{-1} de lado, para un universo plano con parámetros cosmológicos usuales. La densidad de materia es $\Omega_m = 1 - \Omega_\Lambda = 0,258$, el parámetro de Hubble $H_0 = 71,9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, la normalización de las fluctuaciones de materia a tiempo final corresponde a $\sigma_8 = 0,796$. La resolución en masa por partícula es de $m_p \geq 6,7 \times 10^{10} \text{ h}^{-1} M_\odot$. Para esta simulación se dispusieron 180 salidas temporales entre *redshift* 4 y 0 ubicadas según el factor de crecimiento, a fin de observar cambios lineales en el contraste de las estructuras. Como ya habíamos mencionado, los árboles de fusiones se identificaron sólo sobre las partículas pertenecientes al halo-raíz, definiendo un evento de fusión entre dos o más halos a un dado tiempo, cuando más del 50% de la masa de cada objeto, pasa a formar parte de un mismo grupo en la salida subsiguiente.

En las figuras 6.7 y 6.8 presentamos la evolución temporal del momento angular para dos halos de esta simulación. En ambas figuras se muestra, en el panel de la derecha, la evolución del modulo del vector momento angular para diferentes componentes. La curva negra gruesa muestra la evolución para todo tiempo, del momento calculado sobre el total de partículas del halo-raíz a tiempo final. La curva negra de trazos, representa el comportamiento esperado por la teoría de torque tidal analítica. Por simplicidad esta curva se calculó para el modelo de universo Einstein-de Sitter. En este modelo $a \propto t^{2/3}$, luego según la teoría de torque tidal $L \propto t \propto a^{3/2}$. Mediante una línea gris, se representa la evolución de la masa contenida en halos, para cada salida. Esta curva refleja la acreción suave de partículas, para todos los halos del árbol a cada tiempo. Los triángulos violetas, muestran la evolución temporal del módulo de la suma de los momentos orbitales de halos progenitores alrededor del centro de masa del sistema. Con círculos rojos, se representa el módulo de la suma sobre los progenitores de los momentos intrínsecos de espín según el tiempo. Estos valores han sido normalizados según el momento final del halo-raíz en $a = 1$ (época actual). La curva verde muestra el módulo del momento angular suma de las componentes orbital y de espín, resultantes del conjunto de progenitores para cada tiempo. En el panel izquierdo de cada figura (6.7 y 6.8), se muestra la situación del campo de densidad de materia, en una región de 10 Mpc h^{-1} alrededor del halo, a tiempo final. La escala de colores muestra la variación (en escala logarítmica) de la densidad. Las regiones negras y verdes, representan las regiones más densas, mientras que las regiones de mínima densidad, se representan en blanco. Centrado sobre el halo se puede apreciar un círculo negro, de radio igual a tres veces el radio promedio del halo.

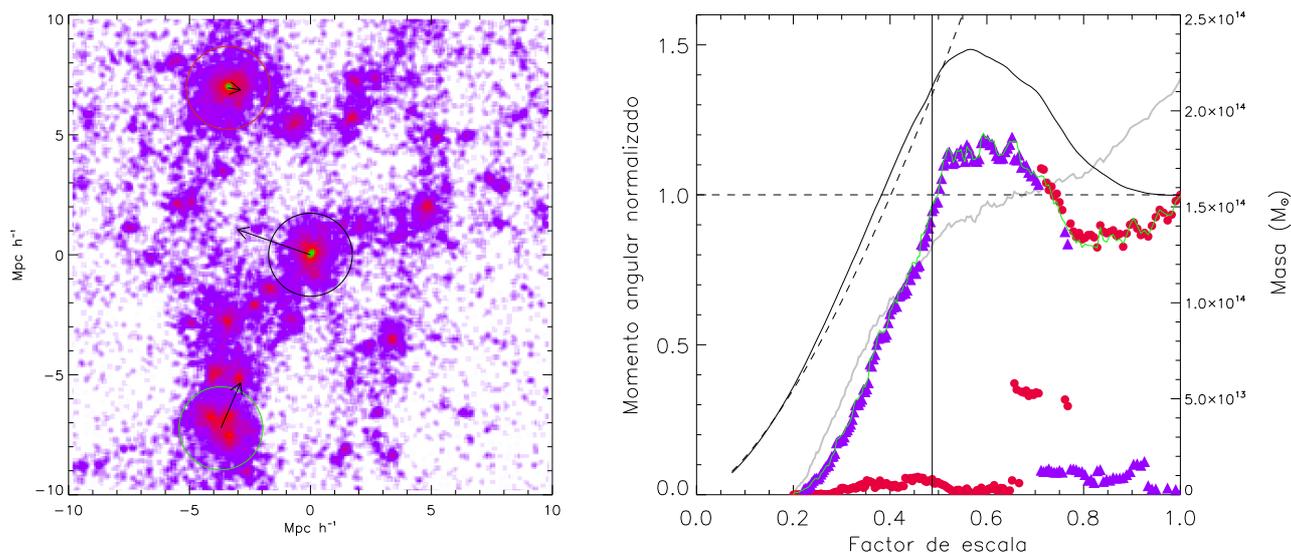


Fig. 6.8: Derecha: Evolución del momento angular en función del factor de escala, para un halo-raíz de masa $2,2 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. La curva negra gruesa, muestra la evolución del momento para el total de las partículas del halo-raíz. La línea de trazos, representa el comportamiento esperado por el modelo de torque tidal lineal. La curva gris muestra la acreción de masa en el conjunto de halos progenitores. Los triángulos azules (círculos rojos), muestran el momento total orbital (espín) de la suma de progenitores. Izquierda: Situación del halo-raíz a tiempo final, la escala de colores muestra la variación en el logaritmo de la densidad. Un círculo negro, de radio igual a tres veces el radio promedio del halo, es centrado sobre éste. Los círculos rojo y verde indican la posición de halos vecinos. Las flechas negras indican la velocidad de cada halo.

Como puede apreciarse en el panel derecho de la figura 6.7, el momento angular del total de materia en el halo-raíz, crece de manera monótona, siguiendo de cerca la evolución predicha por la teoría. Este caso corresponde al halo de mayor masa de la simulación ($2,3 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Dentro del intervalo $0,5 < a < 0,6$, el crecimiento comienza a desacelerarse, haciéndose constante el momento angular para $a > 0,7$. Esto último es previsto por la teoría, debido a que luego del instante de desacople de la expansión general (indicado con la línea vertical continua), el halo colapsa, disminuyendo su momento de inercia y la magnitud de la interacción con el material circundante. A medida que aumenta la cantidad de partículas en los progenitores, el momento angular de éstos (línea verde en la figura 6.7), sigue el crecimiento del momento total de la materia. Luego, cuando el momento angular total se ha estabilizado, el momento angular en progenitores continúa creciendo por acreción. A tiempos tempranos, para el momento angular en halos, puede verse que la componente dominante es la orbital, la cual va siguiendo una evolución paralela al torque tidal de la materia. Luego para la época de desacople del halo (línea vertical en $a = 0,5$), comienza intercambiarse momento entre la componente orbital y la de espín. Finalmente, para $a > 0,7$, comienza a dominar la componente de espín, decreciendo notablemente el momento orbital total. A partir del árbol de fusión de progenitores, vemos que para estos instantes el número de halos disminuye drásticamente, cayendo por debajo de la decena. En los instantes finales, este aumento en la suma de los

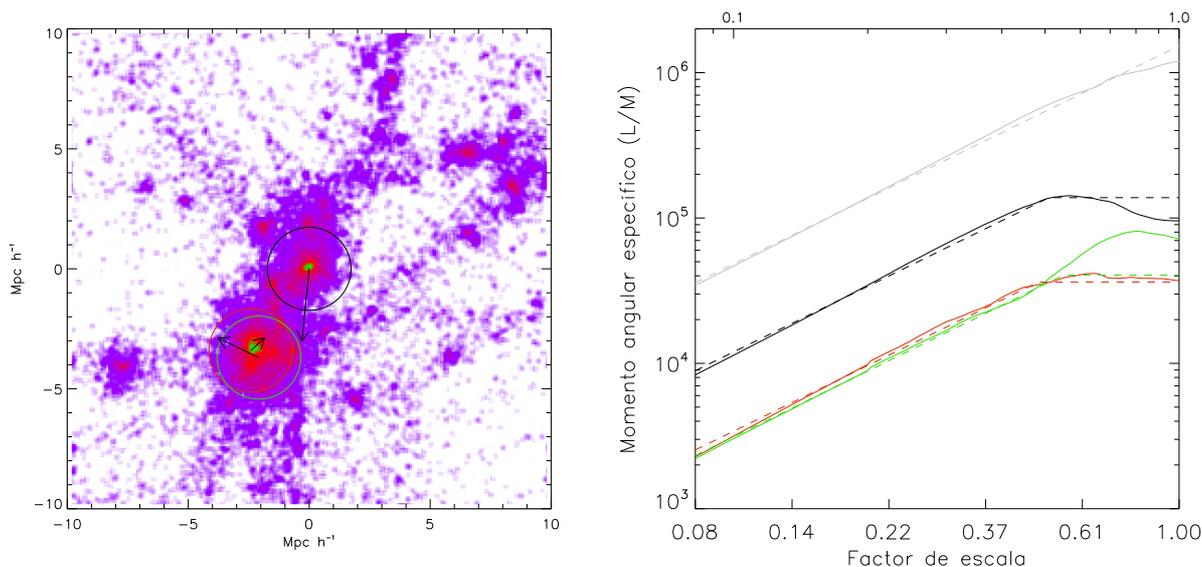


Fig. 6.9: Derecha: Momento angular específico, para el objeto central y sus vecinos. Las líneas se identifican con los objetos según los colores de la figura 6.8. En gris se presenta el momento angular total de los tres objetos según su centro de masa común. Con líneas de trazo se indica la evolución predicha por el modelo analítico de torque tidal. Izquierda: Otro punto de vista (a 90°) de la escena mostrada en el panel izquierdo de la figura 6.8.

espines, puede interpretarse como un aumento en la coherencia de las direcciones de espín entre vecinos (ver capítulo 3).

En la figura 6.8, se presenta el caso de un halo con masa un orden de magnitud más baja ($2,2 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). Este halo fue elegido por su cercanía con otro par de objetos a tiempo final. En este caso, si bien el momento angular total responde inicialmente al modelo, para tiempos posteriores se observa un comportamiento diferente al esperado. Se puede apreciar que el momento angular llega a un máximo un 50% mayor que el momento angular final, para luego caer y estabilizarse. La única explicación para este comportamiento, es la existencia de torques gravitatorios ejercidos por sus halos vecinos. Esto se debe a que seguimos la totalidad de masa del halo en todo tiempo, luego no es posible variar el momento angular de este por medio de acreción o escape de partículas. Como en el caso anterior, se observa que el momento angular de los halos progenitores, a medida que aumenta la acreción, sigue el comportamiento general del total de materia. Asimismo, se observa que luego del instante de colapso, comienza a intercambiarse en los progenitores la componente orbital con la de espín.

Para entender el extraño comportamiento del momento angular total de este objeto (que llamaremos halo central, si bien no es el objeto de mayor masa), analizaremos el momento angular de sus halos vecinos. En la figura 6.9 panel izquierdo, vemos la ubicación espacial de los tres objetos, con una línea de visual paralela al eje de las ordenadas del panel izquierdo de la figura 6.8. Los tres sistemas se observan bastante alineados, mientras que el halo central cae con mayor velocidad que sus vecinos hacia la línea definida por éstos. El vecino indicado con el círculo verde, subtiende una estructura filamentosa de densidad intermedia con el

objeto central (panel izquierdo figura 6.8). En el panel derecho de la figura 6.9, mostramos el momento angular normalizado según la masa (i.e. momento angular específico), para el objeto central y sus vecinos, identificados según los mismos colores que en la figura 6.8. En gris se presenta el momento angular total de los tres objetos según su centro de masa común. Con líneas de trazos indicamos para cada objeto, la evolución predicha por el modelo analítico de torque tidal. El quiebre en la línea de cada modelo, se debe a que luego del instante de desacople del halo, el momento angular debería permanecer aproximadamente constante. Se puede apreciar en la figura, que la evolución del momento total de los tres objetos, parece estar bien descrita por la teoría. Lo mismo ocurre para el vecino indicado con el círculo rojo. No obstante vemos que el halo central, parece haber perdido una cantidad substancial de momento angular con respecto al modelo, mientras que su vecino de color verde, muestra un significativo incremento de su momento con respecto al correspondiente modelo. Este par de objetos aparenta presentar un mayor grado de interacción gravitatoria, ya que se presentan conectados por una estructura filamentosa. Debido a estos indicios, se puede concluir que el extraño comportamiento observado para el momento de la figura 6.8, se debe a la interacción tidal de este halo con uno de sus vecinos. Estos objetos parecen haber intercambiado momento angular como resultado de su mutua interacción gravitatoria.

6.6. Conclusiones

Se analizó la geometría del proceso de fusión de estructuras en varios sistemas de coordenadas, orientados según diferentes direcciones características del problema. Primeramente, se halló una fuerte anisotropía en la distribución de direcciones de encuentro de halos (del orden de un 25%), utilizando un ensamble de árboles de fusión, construido según la orientación de los ejes principales del elipsoide primordial de progenitores. Dicho elipsoide es una buena aproximación de la distribución de materia del protohalo, como se entiende en la teoría lineal de Zel'Dovich (ver sección 1.3.1). Esto último se debe a que la escala del elipsoide es suficientemente grande y su sobredensidad suficientemente chica, ambas condiciones establecidas por el régimen lineal. Luego el proceso de acreción violenta de estructuras, si bien es un proceso no lineal sólo modelable mediante simulaciones de N-cuerpos, responde globalmente a la dinámica lineal, y por lo tanto a las condiciones iniciales.

En segundo lugar, se observó que los eventos de fusión tienden a ser perpendiculares a la dirección del momento angular del objeto final (halo-raíz). Esto es consistente con el mecanismo de torque tidal (ver, sección 1.6.1), ya que la teoría predice que el momento angular tiende a ser perpendicular al semieje mayor del protohalo.

Por otro lado, se advierte un exceso de eventos del orden del 20%, en la dirección del último evento de fusión mayor, con respecto a la dirección del momento angular del halo-raíz. Esto puede interpretarse haciendo uso de la aproximación de Zel'Dovich. En este contexto, se espera que el último eje del elipsoide de progenitores en colapsar sea el mayor (ver sección 1.3.1). Debido a que las formas proladas resultan privilegiadas, para el caso de campos gaussianos

(ver sección 1.4.3), se espera que los eventos finales de fusión, por simetría, resulten entre halos de masas similares a lo largo de la dirección del semieje mayor. Luego, el alineamiento de los eventos con la dirección del último episodio de fusión mayor, es consistente con el alineamiento de los eventos con el elipsoide de progenitores.

Finalmente, se encontró que la distribución angular de eventos de fusión correlaciona con las direcciones características del entorno, definidas por el tensor de forma de la materia circundante al halo-raíz a tiempo final. Las funciones de distribución marginales, muestran como máximo un exceso de eventos de un 10 % en la dirección del eje mayor.

Asimismo se analizó la dependencia temporal de la distribución angular de fusiones, según las direcciones: del momento angular final, el último evento de fusión mayor, la distribución de progenitores, y el tensor de formas del entorno a tiempo final.

Primero se observó que las fusiones ocurridas a tiempos tempranos ($Z > 4$), presentan un ligero aumento del alineamiento con la distribución de materia circundante actual del halo-raíz ($Z = 0$), que los eventos sucedidos más recientemente ($Z < 1$). No obstante, los eventos de fusión más recientes, muestran un claro aumento de su alineamiento con la perpendicular al momento angular final. En este caso la variación de la señal de alineamiento con el tiempo es más marcada. Por ejemplo, para $Z > 2$ se observa un exceso de eventos perpendiculares al momento angular de un 10 %, mientras que para eventos más recientes $Z < 0,5$, la distribución difiere en un 30 % con una isotropa.

Esto indica que la distribución de materia circundante en la época actual, traza de mejor manera la historia antigua del proceso de acreción de halos. La distribución de filamentos y estructura observada en la actualidad, puede interpretarse como un fósil de la situación geométrica de las fusiones de halos en épocas tempranas. Mientras que por otro lado, vemos que la dirección del momento angular, si bien correlaciona con todo el historial de fusiones de estructuras, parece responder en mayor medida a la historia más reciente.

Por último, del análisis de los ejemplos presentados en la sección 6.5, vemos que quizás uno de los principales factores que producen desviaciones de los momentos simulados y teóricos, es la presencia de torques tidales luego del instante de desacople del halo. En la literatura, la presencia de estas desviaciones ha sido interpretada como consecuencia de la violenta fusión de subestructuras durante la formación del halo (ver discusión en la sección 6.4). De esta manera, la fusión de estos objetos con parámetros de impacto al azar, genera cierta cantidad de momento angular que puede aumentar o disminuir el momento angular final, desviándolo del valor predicho por la teoría analítica. Si bien es necesario un análisis más amplio y con una mayor base estadística, el análisis minucioso de los pocos objetos de la sección 6.5, sugiere que en realidad halos ya formados sin mediar fusión alguna, pueden intercambiar momento angular debido a interacción gravitatoria luego del instante de desacople. Por otro lado los objetos aislados, si bien han acrecido su masa a través del violento proceso de fusión de subestructuras, responden de manera muy ajustada al modelo analítico de torques tidales.

BIBLIOGRAFÍA

- Barnes, J. & Efstathiou, G. 1987, *APJ*, 319, 575
- D'Onghia, E. & Burkert, A. 2004, *APJ*, 612, L13
- Gardner, J. P. 2001, *APJ*, 557, 616
- Hetznecker, H. & Burkert, A. 2006, *MNRAS*, 370, 1905
- Lee, J. & Pen, U. 2000, *APJL*, 532, L5
- Maller, A. H., Dekel, A., & Somerville, R. 2002, *MNRAS*, 329, 423
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *APJ*, 490, 493
- Peirani, S., Mohayaee, R., & de Freitas Pacheco, J. A. 2004, *MNRAS*, 348, 921
- Porciani, C., Dekel, A., & Hoffman, Y. 2002, *MNRAS*, 332, 325
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, *NATURE*, 435, 629
- Springel, V., White, S. D. M., Tormen, G., & Kauffmann, G. 2001, *MNRAS*, 328, 726
- Sugerman, B., Summers, F. J., & Kamionkowski, M. 2000, *MNRAS*, 311, 762
- Vitvitska, M., Klypin, A. A., Kravtsov, A. V., et al. 2002, *APJ*, 581, 799
- White, S. D. M. 1984, *APJ*, 286, 38

Discusión Final

El objetivo de esta tesis fue vincular las propiedades internas de los halos de materia, con las propiedades externas de la estructura en gran escala. Luego los resultados que vamos a destacar en esta sección, son los concernientes a correlaciones entre una dada población de objetos, sus objetos vecinos y la estructura en gran escala circundante.

Tanto la teoría de torque tidal, como la teoría jerárquica de formación de estructuras, predicen alineamientos de la orientación y momento angular de halos de materia oscura, con la estructura en gran escala. Esto fue investigado, tanto en su aspecto teórico mediante simulaciones, como en su aspecto observacional, mediante catálogos espectroscópicos de galaxias, grupos y cúmulos (capítulos 2 y 5), en un rango de masas que abarca cuatro órdenes de magnitud. Se desarrolló una estadística nueva, modificando la clásica función de correlación bipuntual, la cual no sólo permite medir estos alineamientos, sino realizar comparaciones cuantitativas y cualitativas entre resultados observacionales y predicciones teóricas. Asimismo al utilizar esta estadística, fue posible vincular la señal de alineamiento con el modelo de halo de la estructura en gran escala. De esta manera podemos distinguir dos tipos de alineamientos, que según la escala involucrada, responden al régimen de uno o dos halos, y por lo tanto, encuentran su explicación en dinámicas esencialmente distintas. Los resultados de estos estudios se resumen en las secciones 2.6 y 5.5.

Como se discutió en la sección 5.2.1, la forma de los halos está íntimamente relacionada con la distribución de velocidades internas. Así, se sabe que la dirección del semieje mayor del tensor de forma, tiende a ser paralelo a la dirección de máxima dispersión de velocidades, y por lo tanto perpendicular a la dirección del momento angular del halo. Es por esto que los resultados en halos de materia oscura de los capítulos 2 y 5, resultan consistentes tanto si se analiza la función de correlación direccional, según el tensor de formas, como si se utiliza la dirección del espín del halo de materia oscura. No obstante, esta distinción resulta no trivial, en cuanto permite identificar en los catálogos el observable más adecuado según la masa de halos que se pretenda estudiar. Por ejemplo en el capítulo 2, se estudia la orientación de la imagen fotométrica proyectada de galaxias, con la distribución de estructura del catálogo. Este observable se vincula, mediante la teoría de formación de galaxias, con la orientación del espín del halo de materia oscura. Se detectó con un alto nivel de significación estadística, que las galaxias tienden a colocarse paralelas a la distribución de materia en gran escala. Se observó la existencia de una relación creciente *log-lineal*, entre la masa de las galaxias y su

señal de anisotropía, en escalas del régimen de dos halos. De esta manera las galaxias de mayor masa presentan un mayor grado de alineación con el entorno que las menos masivas. Esta relación se extiende sobre un rango de dos órdenes de magnitud en masa ($10^{11} - 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$), confirmando cualitativamente la teoría de torque tidal, siendo además consistente de manera cuantitativa con los resultados obtenidos en simulaciones.

Por otro lado en el capítulo 5, se estudió la orientación de la forma proyectada de grupos y cúmulos de galaxias, con respecto a la estructura observada en el catálogo espectroscópico. Como se estudió en el capítulo 4, la forma de estos sistemas de galaxias se vincula de manera natural con la morfología de halos de materia oscura. Así se obtuvo una relación *log-lineal* creciente entre la masa de los sistema y la señal de anisotropía, para el régimen de dos halos. Esta vez, se extendió el estudio al rango de masas de ($10^{13} - 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Sobre este rango, se obtuvo para los halos de materia oscura simulados, un comportamiento indistinguible del observado.

Según la teoría, la señal descrita en el párrafo anterior, se origina en anisotropías en el proceso de acreción de materia, que da lugar a la formación de estos objetos. La caída de material hacia estos sistemas se dirige principalmente en la dirección de los filamentos y estructura circundante. Este material puede venir en forma de halos de materia oscura de masa comparable con la del objeto en formación. Este proceso de acreción se estudió en el capítulo 6, analizando la historia de fusión de estas estructuras. Estos eventos de fusión, dejan una marcada anisotropía en el campo de velocidades interno del halo, y por lo tanto, un alineamiento entre la dirección de máximo alargamiento del halo, y la estructura circundante. Esto a su vez causa que halos recién formados presenten distribuciones no relajadas, desplazadas con respecto al equilibrio virial. A medida que pasa el tiempo, estos sistemas van a ir relajando, tendiendo a formas esféricas según transcurre el proceso de virialización. De esta manera, se espera que exista una correlación entre la forma de un halo y su edad, la cual mediante la teoría jerárquica, depende de la masa del objeto.

En el capítulo 4, se estudia esta última consecuencia de la teoría jerárquica de formación de estructura. Para esto se analizaron las formas de halos de materia en simulaciones, confrontándose estos resultados con los obtenidos en grupos de galaxias extraídos de catálogos observacionales y sintéticos. Los resultados más importantes de este capítulo se resumen en la sección 4.4. No obstante podemos destacar aquí, que se halló una relación *log-lineal* decreciente entre la razón axial proyectada de grupos de galaxias y sus masas, sobre un intervalo de 3×10^{12} a $3 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Estos resultados son consistentes con los obtenidos en simulaciones y catálogos sintéticos, apoyando a su vez, la explicación dada en el párrafo anterior.

Ahora bien, como ya hemos mencionado, la dinámica interna de los halos de materia oscura implica que el momento angular tiende a ser perpendicular al semieje mayor de la forma del objeto. Cabe preguntarse entonces, si es realmente necesario invocar a dos mecanismos aparentemente disímiles, a fin de explicar los alineamientos encontrados en los capítulos 2 y 5. Como se desarrolló en la sección 6.1, estas aparentes discrepancias se soportan en la discusión actual del problema en la literatura. Nuestra posición en este trabajo de tesis, es

que no es necesaria tal distinción, ya que ambas teorías representan aspectos válidos de la teoría de formación de estructuras.

Por ejemplo, las relaciones halladas en los capítulos 4 y 5, pueden explicarse de manera natural, mediante el proceso de fusión y acreción anisótropa de subestructuras. No obstante también se puede argumentar que, debido al pobre soporte rotacional observado en halos de materia oscura, necesariamente los torques deben ser mínimos durante la formación de estos objetos. Por lo tanto la forma de los sistemas debe alinearse necesariamente con la estructura circundante. Asimismo, algunos autores argumentan que los eventos de fusión de halos, resultan un mecanismo eficiente de generación de momento angular. De esta manera se podría explicar la orientación relativa de las galaxias con la estructura circundante, observada en el capítulo 2, mediante eventos de fusión a lo largo de las direcciones características de la estructura. De esta manera, vemos que surgen al menos dos interpretaciones distintas, para las observaciones sobre el rango de masas ($10^{11} - 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$).

Por lo expuesto en el párrafo anterior, se decidió analizar mediante simulaciones numéricas en el capítulo 6, como se relaciona la teoría de torque tidal con la fusión jerárquica de halos de materia oscura. Los resultados más importantes de este capítulo se resumen en la sección 6.6. De estos resultados cabe destacar que la geometría del proceso de fusión de progenitores, parece correlacionar con ciertas características básicas de la teoría de torque tidal. Las direcciones de los eventos de fusión resultan alineadas, a lo largo de toda la historia de formación, con el momento angular final y la distribución de materia circundante en la época actual. Por otro lado, halos formados a partir de una distribución prolada de progenitores, tienden a presentar un mayor parámetro de espín que objetos formados de progenitores en configuraciones obladas. Asimismo, para progenitores en distribuciones proladas, las direcciones de los eventos de fusión se presentan más colimadas y alineadas sobre el plano perpendicular al momento angular, que para configuraciones obladas. Esto resulta consistente con la teoría de torque tidal, ya que configuraciones con mayor momento de inercia presentan un mayor torque, y por lo tanto, mayor momento angular. Por otro lado, se observó que durante la formación del halo, ocurre una transferencia de momento angular entre la componente orbital del sistema de progenitores (generada por torques tidales), a la componente de espín. En tiempos tempranos, la distribución de espines de los progenitores es incoherente sumando muy poco al momento angular total del sistema en colapso. No obstante, a medida que pasa el tiempo, el campo de espines del sistema de progenitores comienza a hacerse más coherente, resultando cerca del final en la componente dominante.

Por este último resultado, esperamos que pares de objetos cercanos presenten cierto grado de alineamiento entre sí, ya que en tiempos futuros probablemente formen parte del mismo sistema. Para investigar esta posibilidad, en el capítulo 3 se analizó la presencia de alineamientos entre momentos angulares de pares de galaxias y halos de materia oscura. Para ello se emplearon simulaciones, modelos semianalíticos y catálogos espectroscópicos de galaxias. Los resultados más importantes de este capítulo se resumen en la sección 3.6. Desde el punto de vista de la estadística descriptiva de la población de momentos angulares en halos, pode-

mos interpretar estos resultados como momentos segundo orden. Es decir, la estadística de Pearson sobre pares de objetos con espín determinado, es independiente estadísticamente de la función de correlación utilizada en el capítulo 2. Del análisis de las observaciones, vemos que las galaxias espirales brillantes presentan una tendencia a alinear sus momentos angulares, mientras que las galaxias elípticas, parecen evitar sistemáticamente estos alineamientos. Este comportamiento de la señal explicaría algunas de las discrepancias ocurridas entre estudios previos. Algunos trabajos reportan alineación entre pares de objetos cercanos, otros antialineación, mientras que algunos estudios afirman no encontrar señal alguna (ver sección 3.1). De esta manera, vemos que el alineamiento entre pares de objetos parece depender fuertemente de la morfología, algo que no pueden explicar los modelos semianalíticos ni las simulaciones numéricas. En particular ninguno de los objetos simulados (galaxias sintéticas, subhalos y halos de materia oscura), muestra comportamiento parecido al de las galaxias elípticas.

Finalmente podemos sintetizar la tesis de la siguiente manera:

La teoría jerárquica de formación de estructuras basada en la cosmología Λ CDM, predice la formación de galaxias, grupos y cúmulos de galaxias, en el seno de halos de materia oscura. Como consecuencia de esto, la teoría predice una determinada estructura interna de los halos en el espacio de fases (posiciones y velocidades). Además, debido a detalles del proceso de formación de los halos, la teoría predice correlaciones entre la estructura interna de éstos y la estructura en gran escala del universo. En este trabajo de tesis hemos estudiado estas correlaciones tanto por medios observacionales como teóricos (esencialmente numéricos). En la mayoría de los casos estudiados hemos encontrado un buen acuerdo entre predicciones y observaciones, confirmando la teoría en un rango de masa de halos de varios órdenes de magnitud. De esta manera utilizando los catálogos de objetos disponibles en la actualidad, hemos observado vínculos entre galaxias, grupos y cúmulos de galaxias, con la estructura en gran escala hasta distancias de cientos de megaparsecs.

PARTE III

APÉNDICES

Apéndice A

El universo homogéneo

A.1. Métrica de Friedmann–Robertson–Walker

La cosmología estándar actual, presupone la validez de la teoría de la relatividad general, a fin de describir tanto la estructura del espacio-tiempo del universo, como su evolución. La cantidad fundamental, derivada de esta teoría es el tensor métrica $g_{\mu\nu}$, que expresa las propiedades físicas del espacio-tiempo. Dicha cantidad se obtiene como solución de lo que se conoce como ecuaciones de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (\text{A.1})$$

Donde $T_{\nu\mu}$ es el tensor de momento-energía, el cual codifica la capacidad de la materia y energía, para servir de fuente de campo gravitatorio. El tensor $G_{\mu\nu}$, o tensor de Einstein, se define:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (\text{A.2})$$

dónde

$$R \equiv R^\mu{}_\mu \text{ y } R_{\mu\nu} \equiv R^\kappa{}_{\mu\kappa\nu}. \quad (\text{A.3})$$

El último término introduce en la teoría la constante cosmológica Λ , ya discutida en el primer capítulo. El tensor de Riemann se define según la convención:

$$R^\mu{}_{\nu\kappa\lambda} \equiv \partial_\kappa \Gamma^\mu_{\nu\lambda} - \partial_\lambda \Gamma^\mu_{\nu\kappa} + \Gamma^\mu_{\alpha\kappa} \Gamma^\alpha_{\nu\lambda} - \Gamma^\mu_{\alpha\lambda} \Gamma^\alpha_{\nu\kappa}, \quad (\text{A.4})$$

donde se hace uso de los coeficientes de la conexión afín:

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2}g^{\mu\kappa} (\partial_\nu g_{\kappa\lambda} + \partial_\lambda g_{\kappa\nu} - \partial_\kappa g_{\nu\lambda}). \quad (\text{A.5})$$

De esta manera las ecuaciones de campo A.2, brindan un sistema de ecuaciones diferenciales, en derivadas parciales y de segundo orden, para el tensor métrica $g_{\mu\nu}$.

Otra hipótesis fundamental, es el llamado principio cosmológico, que presupone que el universo es isótropo y homogéneo. Bajo esta prescripción, se impone sobre la métrica, di-

A.2. Evolución temporal: Ecuación de Friedmann

versas simetrías espacio-temporales, acotando de esta manera todas las posibles soluciones bajo la forma genérica conocida como métrica de Friedmann–Robertson–Walker (FRW). Ésta determina el elemento de línea:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right], \quad (\text{A.6})$$

la cual ha sido expresada en término de coordenadas comóviles esféricas (r, θ, ϕ) y en unidades de $c = 1$. Si se utiliza la siguiente convención para la coordenada radial

$$d\chi = \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}, \quad (\text{A.7})$$

se puede expresar el elemento de línea como:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[d\chi^2 + S_K^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)], \quad (\text{A.8})$$

donde

$$S_K(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi) & K > 0 \\ \chi & K = 0 \\ \sinh(\chi) & K < 0 \end{cases} .$$

Debido a la forma funcional de la métrica de FRW, su comportamiento es determinado de forma completa por el factor de escala $a(t)$ y el parámetro de curvatura K . Este último está relacionado con el escalar de curvatura espacial mediante la expresión:

$${}^{(3)}R = \frac{6K}{a^2(t)}.$$

Según los valores que tome la constante K , se define a la métrica FRW, como abierta ($K < 0$), plana ($K = 0$) o cerrada ($K > 1$). De esta manera, los diferentes modelos FRW se caracterizan por presentar hipersuperficies espaciales con diferentes curvaturas (hiperbólica, plana o esférica respectivamente).

A.2. Evolución temporal: Ecuación de Friedmann

Para estudiar la evolución temporal de universos isótropos y homogéneos, basta con proponer una solución de la forma FRW, en las ecuaciones de campo (A.6). De esta manera se obtienen ecuaciones para las incógnitas $a(t)$ y K . Por otro lado, para obtener una solución cerrada, es necesario definir el término fuente del lado derecho de la ecuación de campo. La hipótesis estándar, compatible con el principio cosmológico, es suponer que el contenido de materia es bien representado mediante un fluido perfecto. De esta manera el tensor momento-energía queda expresado por:

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)U^\mu U^\nu + pg^{\mu\nu},$$

donde U^μ es la cuadrivelocidad de un elemento del fluido, con densidad ρ y presión p .

Introduciendo la métrica FRW, en la definición del tensor de Einstein, puede demostrarse que las componentes G_0^i son idénticamente nulas, mientras que las componentes G_i^j resultan proporcionales a la matriz identidad:

$$G_0^0 = \frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + K) - \Lambda, \quad (\text{A.9})$$

$$G_j^i = \frac{1}{a^2}(2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + K)\delta_j^i. \quad (\text{A.10})$$

De esta manera se deduce de la ecuación de campo (A.1):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2}, \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{A.12})$$

Derivando la primer ecuación de A.12, y reemplazando en la segunda, se obtiene la ecuación de conservación de la energía:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0. \quad (\text{A.13})$$

La primera de las ecuaciones A.11, se conoce como ecuación de Friedmann. Ésta última, combinada con la ley de conservación A.13, y la ecuación de estado del fluido $p = p(\rho)$, permite obtener soluciones explícitas para $a(t)$ y K .

Para el caso de un fluido ideal, el cociente de la presión y la densidad es constante, es decir $p = w\rho$. En este caso la ecuación (A.13) toma la forma:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (\text{A.14})$$

Estos resultados se pueden generalizar para el caso de un universo compuesto de N fluidos independientes con ecuaciones de estado w_i . Denotando con $\rho_{i,0}$ la densidad de cada especie en la época actual ($t = 0$), se puede expresar la densidad total de energía como:

$$\rho = \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{3(1+w_i)}},$$

definiendo $a_0 = 1$. Así, la ecuación de Friedmann (A.11) puede expresarse como:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{3(1+w_i)}} - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}.$$

Dado que el parámetro de Hubble se define como $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$, se obtiene:

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \rho_{i,0} - K + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{A.15})$$

Despejando la curvatura en esta última obtenemos:

$$K = H_0^2 \left(\frac{8\pi G}{3H_0^2} \sum_{i=1}^N \rho_{i,0} + \frac{\Lambda}{3H_0^2} - 1 \right). \quad (\text{A.16})$$

Para el caso $\Lambda = 0$, vemos que si la densidad total del universo ($\sum \rho_{i,0}$) alcanza cierto valor crítico ρ_c :

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad (\text{A.17})$$

por la ecuación A.16, la métrica se resulta plana ($K = 0$).

Con respecto a la densidad crítica ρ_c , se definen los parámetros de densidad Ω_i correspondiente a cada especie i , como:

$$\Omega_{i,0} \equiv \frac{\rho_{i,0}}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{i,0}, \quad (\text{A.18})$$

El parámetro de densidad de la materia Ω_m , se define como la suma sobre todas las especies bariónicas de los parámetros Ω_i . Asimismo, el parámetro de densidad de la radiación se define $\Omega_\gamma = \sum \Omega_i$, donde i representa todas las especies de bosones y partículas relativistas (con velocidades del orden de c). Si se definen además

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}, \quad \Omega_K = \frac{K}{H_0^2}, \quad (\text{A.19})$$

como los parámetros de densidad de la energía de vacío y de curvatura. Luego (A.16) queda más compacta:

$$\sum_{i=1}^N \Omega_{i,0} + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1. \quad (\text{A.20})$$

Por otro lado el factor de escala evoluciona según:

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \left[\sum_{i=0}^N \Omega_{i,0} (a^{-(1+3w_i)} - 1) + \Omega_\Lambda (a^2 - 1) + 1 \right]. \quad (\text{A.21})$$

Luego, dada las ecuaciones de estado w_i , y las densidades relativas de los diferentes fluidos constituyentes Ω_i , es posible obtener la solución de a para todo tiempo. Tomemos como ejemplo, y por simplicidad, el caso de un universo plano sin constante cosmológica ($\Omega_K = \Omega_\Lambda = 0$). Dada una ecuación de estado de materia no colisional¹, $w_m = 0$, la densidad resulta $\rho \propto a^{-3}$, obteniéndose la solución $a(t) \propto t^{2/3}$. Esta solución se la conoce como modelo de Einstein-de Sitter. Para el caso de un fluido dominado por radiación (e.g. épocas tempranas del universo), tenemos una ecuación de $w_\gamma = -1/3$, $\rho \propto a^{-4}$, y la solución resulta $a \propto t^{1/2}$.

Por otro lado, dada (A.21), se puede obtener una expresión para la edad del universo. Separando variables, integrando, y suponiendo $a = 0$ para $t = 0$ obtenemos:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{a da}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \Omega_{i,0} a^{1-3w_i} + \Omega_\Lambda a^4 + (1 - \sum_{i=1}^N \Omega_{i,0} - \Omega_\Lambda) a^2}}. \quad (\text{A.22})$$

¹Este es el caso de la materia oscura, galaxias o estrellas.

Apéndice B

Mediciones de distancias

B.1. La distancia propia

La métrica FRW (A.6), expresa la noción de distancia causal, dS , sobre la variedad espacio-temporal del universo en expansión. Si bien esta noción de distancia entre dos eventos resulta bastante abstracta, la distancia usual sobre la hipersuperficie espacial y la distancia temporal, resultan importantes para la astrometría. Las coordenadas en las que se presenta la métrica (A.6), se denominan coordenadas comóviles. Este sistema de coordenadas, como su nombre lo indica, es solidario con la expansión, definiendo distancias espaciales constantes en el tiempo. No obstante la distancia *física* entre dos puntos cualesquiera del universo, cambia en el tiempo según el factor de escala $a(t)$. A esta distancia también se le suele denominar distancia *propia*.

La determinación de distancias es de suma importancia en el análisis de datos obtenidos en catálogos de galaxias. En la actualidad estos catálogos se extienden en regiones de varios cientos de megaparsecs, siendo por lo tanto incorrecto tratar de aproximar las distancias reales a objetos, mediante construcciones cartesianas en sus coordenadas.

Dado un sistema de coordenadas comóviles, esféricas y centradas en el observador¹ (r, θ, ϕ) , la distancia física o propia del objeto al observador viene dada por:

$$r_{prop}(t) = a(t)r_{com} = a(t) \int_0^r \frac{d\mu}{\sqrt{1 - K\mu^2}} = a(t)S_K(r) = a(t)\chi,$$

aquí la cantidad χ representa la distancia comóvil al objeto.

Esta distancia no es accesible a la observación directa, no obstante se pueden distinguir diferentes definiciones de “distancia”, en función de cantidades observables. Así, se puede definir cantidades como la *distancia de luminosidad*, la *distancia tamaño angular* mediante el uso de diversos observables y relacionar r mediante la teoría, estas medidas con r_{prop} .

¹Por simplicidad, no obstante, si se requiere astrometría de precisión se puede añadir correcciones entre coordenadas galactocéntricas, heliocéntricas, geocéntricas y por último topocéntricas.

B.2. El corrimiento hacia el rojo cosmológico

El corrimiento hacia el rojo cosmológico, más conocido como *redshift*, es una medida del cambio de color que sufre la radiación emitida por objetos extragalácticos debido a la expansión general del universo. Se define como la diferencia entre la longitud de onda medida al tiempo de observación, con respecto a la longitud de onda emitida originalmente, en la fuente extragaláctica. En un universo euclídeo y estático, la longitud de onda de la radiación EM no cambia durante su propagación. No obstante, debido a que el universo se expande espacialmente, según el factor $a(t)$, la longitud de la radiación se ve afectada a lo largo de su viaje desde la fuente. De esta manera el *redshift* cosmológico se define como:

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{1 - a}{a}, \quad (\text{B.1})$$

donde λ_0 es la longitud de onda de la radiación observada al tiempo t_0 (época actual), y λ_e es la longitud de onda emitida en un tiempo $t < t_0$ con un factor de escala $a(t) < a(t_0) \equiv 1$.

Esta cantidad resulta de suma importancia, ya que puede determinarse mediante observaciones espectroscópicas. Identificando series atómicas en absorción o emisión sobre el espectro de la luz recibida, es posible comparar las líneas observadas, con las obtenidas en lámparas de laboratorio. De esta comparación surgen las cantidades λ_0 y λ_e . Para distancias pequeñas la relación entre el *redshift* y la distancia física r_{prop} , se aproxima bien por:

$$z \approx \frac{r_{prop}}{D_H}, \quad (\text{B.2})$$

donde D_H es la *escala de Hubble*

$$D_H \equiv \frac{c}{H_0} = 3000 \text{ Mpc h}^{-1}. \quad (\text{B.3})$$

Definiendo el parámetro de Hubble normalizado $E(z)$ como:

$$H(z) = H_0 E(z) = -\frac{1}{(1+z)} \frac{dz}{dt}. \quad (\text{B.4})$$

mediante (A.11) y (B.1):

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_K(1+z)^2}. \quad (\text{B.5})$$

Luego, para el *redshift* obtenido de cierto objeto extragaláctico, puede determinarse el tiempo de emisión, es decir la edad del universo al que se observa la fuente:

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}, \quad (\text{B.6})$$

Es por esto último, que en ocasiones se utiliza el *redshift* como una variable temporal. Por

otro lado, también puede determinarse la distancia física (B.1) como:

$$r_{prop} = D_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}. \quad (\text{B.7})$$

Esta última ecuación, a diferencia de (B.2), no involucra aproximación en el cálculo. No obstante, si existe alguna otra fuente de corrimiento hacia el rojo (efecto Doppler debido a velocidades peculiares, *redshift* gravitatorio intrínseco de la fuente, etc), la relación (B.7) puede resultar inexacta. Consideremos por ejemplo la figura 1.1.2, de la sección 1.1.2 en el capítulo introductorio. Esta figura presenta la distribución de galaxias del catálogo CfA. Es un gráfico polar que muestra las galaxias según su ascensión recta y distancia comóvil. Esta última, es determinada mediante (B.7), y la medición de los *redshift* espectroscópicos de cada objeto. En la figura se observa las posiciones para un dado corte en declinación (entre 0° y 30°). Se pueden observar regiones vacías de muy baja densidad, regiones de densidad intermedia como *El gran muro*, y regiones con cientos de galaxias como los cúmulos. Sobre estos últimos se observa un efecto de alargamiento radial, que a todas luces aparenta ser un sesgo observacional. A este sesgo se lo conoce como efecto “dedos de Dios”, y es producido por movimiento virializado de galaxias en cúmulos. En general regiones con mayor densidad, resultan en una población de galaxias con mayor dispersión de velocidades peculiares, siendo las componentes radiales de estas últimas, responsables de la presencia de corrimientos hacia el rojo por efecto Doppler. Luego no es posible determinar, mediante el sólo uso de (B.7), la distancia radial de manera precisa. Las posiciones determinadas mediante este método adolecen de este problema, y se dice que sus coordenadas pertenecen al espacio de *redshift*. Debido a que la magnitud de las velocidades peculiares es función de la densidad, las galaxias en regiones subdensas poseen distancias mas precisas que sus colegas en cúmulos. De esta manera, las posiciones en el espacio de *redshift* se observan distorsionadas, con respecto a las posiciones en el espacio tridimensional usual. La magnitud de esta deformación correlaciona con la estructura en gran escala. A este efecto se lo conoce como efecto de distorsiones del espacio de *redshift* (más conocido como *redshift distortions*).

B.3. Distancias observacionales

El problema de la determinación de distancias ha sido siempre una constante a lo largo de toda la historia clásica y moderna de la astronomía. Existen diversas formas de encontrar la distancia a un dado objeto, por ejemplo, si se sabe su luminosidad intrínseca y su magnitud aparente, o si se conoce alguna escala característica de un objeto extendido, asociada a un tamaño angular observado. En cosmología, debido a la curvatura del espacio, y a la expansión general, estas definiciones usuales de distancia, no coinciden.

Tomemos como ejemplo un objeto extendido a una distancia comóvil χ . Mediante (A.8) y $d\chi = 0$ se puede determinar el tamaño físico δl del objeto, según su diámetro angular $\delta\phi$:

$$\delta l = a(t) S_K(\chi) \delta\phi. \quad (\text{B.8})$$

En contraste, si tuviéramos un universo euclídeo, este último resultado sería simplemente:

$$\delta l = D\delta\phi, \tag{B.9}$$

donde D es la distancia euclídea al objeto. Comparando ambos resultados, podemos definir lo que se conoce como distancia tamaño angular:

$$D_a \equiv \frac{\delta l}{\delta\phi} = \frac{1}{(1+z)} S_K(\chi(z)). \tag{B.10}$$

Por otro lado, la distancia de luminosidad D_L se define mediante la relación entre el flujo de luz observado S , y la luminosidad intrínseca L de un objeto:

$$D_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi S}}. \tag{B.11}$$

Esta distancia se relaciona con la distancia tamaño angular mediante:

$$D_L = (1+z)^2 D_a. \tag{B.12}$$

Agradecimientos

A Mariana, mis viejos, mis hermanos, y mi abuela, por su cariño y apoyo de siempre, en particular los años en que trabajé en la presente tesis.

A mis mentores en la Astronomía: mi director Manuel Merchán, Diego García Lambas y Nelson Padilla, por brindarme generosamente su sapiencia y enseñarme el oficio de la investigación.

A los co-autores de los diversos trabajos aquí presentados: Federico Stasyszyn, Manuel Merchán, Diego García Lambas, Nelson Padilla, Mario Agustín Sgro, Claudia Lagos, Jérémy Blaizot y Simon White.

A quienes me acompañaron en una variedad de trabajos que si bien no forman parte de esta Tesis, me permitieron crecer como investigador: Carlos Briozzo, Laura Ceccarelli, Sebastián Gurovich, Mariano Dominguez y Andrés Nicolás Ruiz.

A la gente del Instituto de Astronomía Teórica y Experimental (IATE), tanto a su personal de apoyo como investigadores, quienes me brindaron el soporte necesario para llevar a cabo este trabajo. En particular quisiera destacar las estimulantes discusiones con Marcelo Lares, Federico Stasyszyn, Ariel Sánchez, Maximiliano Pivato, Cinthia Ragone Figueroa y Mariano Dominguez, las cuales me permitieron entender varios de los tópicos aquí involucrados.

Durante la realización de esta Tesis usufructué una beca de doctorado tipo I del CONICET. Los trabajos de investigación fueron llevados a cabo con recursos del IATE y del Observatorio Astronómico de Córdoba (UNC).

Índice de figuras

1.1. Rodaja en ascensión recta del catálogo CfA	9
1.2. Corte bidimensional en densidad para simulaciones de 60 Mpc h^{-1} y 500 Mpc h^{-1}	21
1.3. Ejemplos de funciones de correlación	29
1.4. Función de Correlación y Modelo de Halo	34
1.5. Modelo de Halo, Sesgo y Espectro de Galaxias	37
2.1. Esquema del celdificado para la estima de la función de correlación anisótropa tridimensional	51
2.2. Efecto de la resolución sobre la densidad de probabilidad del parámetro de espín λ	53
2.3. Distribución de halos según su espín y masa	54
2.4. Distribución de los halos según L y σ_v	55
2.5. Correlación anisótropa espacial halo–materia, para el momento angular de sistemas de alta y baja masa	56
2.6. Cocientes entre las funciones de correlación paralelas y perpendiculares al momento angular	57
2.7. Esquema del celdificado de la función de correlación anisótropa proyectada . . .	60
2.8. Funciones de correlación proyectadas para halos de materia oscura	61
2.9. Obtención de la masa para la muestra de galaxias rojas de Sloan	65
2.10 Funciones de correlación paralelas y perpendiculares al momento angular para galaxias Sloan	66
2.11 Comparación de resultados teóricos y observacionales de alineamientos	68
3.1. Ejemplos de coeficientes de correlación de Pearson	79
3.2. Relación entre el ángulo de inclinación y la relación axial de la imagen de una galaxia	80
3.3. Distribución de las galaxias en magnitud absoluta y distancia luminosidad . . .	81
3.4. Histograma del parámetro de inclinación	82
3.5. Función de luminosidad para galaxias de Vaucouleurs y exponenciales	83
3.6. Correlación de Pearson para pares de galaxias Sloan en función de la separación	84
3.7. Correlación de Pearson para pares de galaxias sintéticas y halos en función de la separación	87

4.1. Distribución de formas tridimensionales de halos	94
4.2. Dependencia de b/a y c/b con el número de puntos utilizados al calcular el tensor de forma	96
4.3. Evolución del parámetro de triaxialidad P con N_{ran}	97
4.4. Parámetro de triaxialidad P y cociente c/a como función de la masa del halo	98
4.5. Distribuciones de b/a en catálogos para distintos rangos de N_{gal}	100
4.6. Efectos estadísticos sobre la distribución de semiejes proyectados b/a	102
4.7. Distribuciones de cocientes de semiejes proyectados b/a corregidos	104
4.8. Comparación de las distribuciones de b/a en proyección, para halos de materia oscura y grupos sintéticos	106
4.9. Dependencia del cociente b/a como función de la masa, comparación entre simulaciones con catálogos real y sintético	107
4.10. Dependencia del cociente b/a con el color medio y el índice espectral	108
5.1. Correlación anisótropa espacial halo–materia, para la forma de sistemas de alta y baja masa	115
5.2. Histograma en masa para grupos de galaxias en SDSS	117
5.3. Correlación anisótropa proyectada halo–materia, para la forma de sistemas de alta y baja masa	118
5.4. Función de correlación anisótropa proyectada para halos con formas sesgadas.	119
5.5. Función de correlación anisótropa para grupos espectroscópicos.	121
5.6. Comparación entre anisotropías proyectadas para halos y grupos.	122
5.7. Estimaciones globales del alineamiento forma-estructura para simulaciones y catálogos	123
6.1. Ejemplo de árbol de fusiones	130
6.2. Direcciones de los eventos de fusión según la orientación del tensor de forma de progenitores	132
6.3. Direcciones de los eventos de fusión según las direcciones del momento angular y el último evento de fusión mayor	133
6.4. Direcciones de los eventos de fusión según el tensor de forma del entorno final del halo	134
6.5. Alineamientos de los eventos de fusión según el <i>redshift</i>	136
6.6. Distribución de los episodios de fusión según la dirección del momento angular final	138
6.7. Evolución del momento angular de halo simulado	141
6.8. Evolución del momento angular de halo simulado	143
6.9. Evolución del momento angular de halo simulado	144