Título: Resolución lineal en el problema de determinación de signos

El problema de determinación de signos consiste en: dados $P_0, P_1, \dots, P_s \in \mathbb{R}[X]$ de grado acotado por $d \in \mathbb{N}$, decidir cuáles son los signos de los valores que toman $P_1, \dots, P_s$ en las raíces reales de P_0. Debido a la frecuencia con que este problema se presenta en distintas situaciones, es importante contar con una herramienta algorítmica que lo resuelva de la manera más eficiente posible.

El primer algoritmo de complejidad polinomial para resolver el problema de determinación de signos fue dado en [BKR] y sucesivas mejoras fueron dadas en [RS] y [Can]. En este último trabajo se encuentra el algoritmo más eficiente conocido al momento, cuya complejidad es $O(sd^{2.376})$.

El algoritmo en [Can] utiliza dos herramientas principales: el cómputo de *Sturm-queries* y la resolución de sistemas lineales. La *Sturm-query* entre dos polinomios $P, Q \in \mathbb{R}[X]$ es la diferencia entre la cantidad de raíces reales de P en que Q toma valores positivos y la cantidad de raíces reales de P en que Q toma valores negativos; este valor se calcula de manera eficiente utilizando secuencias de Sturm. Por otro lado, la resolución de los sistemas lineales que surgen durante la ejecución del algoritmo se realiza utilizando el método general de resolución en [CW] y representa la parte más costosa computacionalmente.

En esta comunicación explicaremos la idea general del algoritmo en [Can] para la resolución del problema de determinación de signos, y presentaremos un método específico para resolver con complejidad cuadrática los sistemas lineales involucrados. Incorporando este método como subrutina, la complejidad global del algoritmo mejora a $O(sd^2 \log^3 d)$.

Referencias

[BKR] Michael Ben-Or, Dexter Kozen, and John Reif. The complexity of elementary algebra and geometry. *J. Comput. System Sci.* 32(2):251–264, 1986.

[Can] John Canny. Improved algorithms for sign determination and existential quantifier elimination. *Comput. J.* 36(5):409–418, 1993.

[CW] Don Coppersmith and Shmuel Winograd. Matrix multiplication via arithmetic progressions. *J. Symbolic Comput.* 9(3):251–280, 1990.

[RS] Marie-Françoise Roy and Aviva Szpirglas. Complexity of computation on real algebraic numbers. *J. Symbolic Comput.* 10(1):39–51, 1990.

Este trabajo está disponible en `arxiv:0911.5707`. A su vez, se encuentra actualmente en referato.