La homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$.

Sea $\mathfrak{b}$ la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$, es decir el álgebra de Lie con base $\{H,E\}$ y con corchete $[H,E]=2E$. Para cada n, sea V_n la representación irreducible de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ de peso máximo n. Haciendo actuar $\mathfrak{b}$ en V_n definimos el producto semidirecto $\mathfrak{b}_n=\mathfrak{b}\ltimes V_n$. Es claro que $\mathfrak{b}_n$ es un álgebra de Lie soluble tal que $\mathfrak{b}_n'$ es el álgebra de Lie filiforme estandard de dimensión $n+2$. Para cada carácter $\lambda:\mathfrak{b}_n\to\mathbb{C}$ de $\mathfrak{b}_n$, sea $H_*(\mathfrak{b}_n,\lambda)$ la homología de $\mathfrak{b}_n$ con coeficientes en el módulo $\mathbb{C}_\lambda$. El objetivo de este trabajo es calcular $H_*(\mathfrak{b}_n,\lambda)$ para todo λ y comparar el resultado global con homología (a coeficientes triviales) del álgebra de Lie filiforme estandard $H_*(\mathfrak{b}_n')$.

En esta charla presentamos una fórmula para la dimensión de $H_k(\mathfrak{b}_n,\lambda)$ para $\lambda=0$ y todo k, n. Esta fórmula se obtiene a partir de la clásica fórmula de Cayley-Sylvester para el carácter de $\bigwedge^j V_n$ como $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$-módulo (ver [1] o [2]) que puede a su vez ser expresada en términos de q-coeficientes binomiales (ver [3]). Confiamos en obtener una fórmula similar para todo λ.

Referencias

[1] Manivel, L. *An extension of the Cayley-Sylvester formula*, European Journal of Combinatorics **28** (2007) 1839-1842.

[2] Springer, T.A., *Invariant Theory*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. **585**, Springer-Verlag, 1977.

[3] Stanley, R. P., *Enumerative combinatorics Volume 2*, Cambridge University Press, 2001.