

Clasificación de aplicaciones recubridoras (trabajo en preparación)

Si B es un espacio localmente arcoconexo y semi localmente simplemente conexo, el teorema de clasificación afirma que la categoría de revestimientos sobre B resulta equivalente a la de familias de conjuntos munidos de una acción del grupoide de caminos $\pi_1(B)$ (grupoide fundamental de Poincare). Para poder generalizar este resultado a espacios más generales se necesita una definición adecuada de aplicación recubridora, y una construcción completamente diferente del grupoide fundamental $\pi_1(B)$. Esto ha sido desarrollado en [5].

En nuestra tesis de licenciatura [6] desarrollamos una nueva demostración de los resultados de [5] utilizando la teoría del descenso de Grothendieck [4] y técnicas de colímite filtrante, según los lineamientos presentados en [2]. La llave para esta prueba consiste en la demostración de la equivalencia entre los datos que determinan una aplicación recubridora y los datos sobre una familia de conjuntos que determinan un dato de descenso del nervio de Čech del cubrimiento.

El grupoide fundamental que se construye en ese trabajo y el correspondiente teorema de clasificación generalizan a espacios arbitrarios el teorema clásico mencionado más arriba.

Sin embargo, la definición de aplicación recubridora utilizada no coincide, en el caso localmente conexo general, con la definición usual de revestimiento (contrariamente a lo afirmado en [5]), aunque se puede probar que dichas definiciones si coinciden en el caso en que el espacio sea además metrizable [3]. El problema consiste en que no siempre puede conseguirse un cubrimiento por abiertos conexos cuyas intersecciones sean también conexas.

Considerando la noción de hypercubrimiento de Artin-Mazur [1], en este trabajo remediamos este problema considerando datos de descenso asociados a un hyper-refinamiento del nervio de Čech. Se generaliza a hypercubrimientos, por un lado la construcción por descenso de la aplicación recubridora, y por otro la construcción del grupoide asociado al dato de descenso.

Referencias

- [1] M. Artin and B. Mazur, *Étale Homotopy*, Lectures Notes in Math. 100, Springer, Berlin, 1970
- [2] E. J. Dubuc, *Covering Projections via descent Theory*, SECA III, Santiago de Compostela, 2005, <http://www.usc.es/congresos/seca3/Abstracts/Dubuc.pdf>
- [3] R.H. Fox, *Shape theory and covering spaces*, Lectures Notes in Math. 375, Springer, 1974, 71-90.
- [4] A. Grothendieck, *Revêtements Étales et Groupe Fondamental (SGA1)*, Lectures Notes in Math. 222, Springer, Berlín 1971.
- [5] L.J. Hernández-Paricio, *Fundamental pro-groupoids and covering projections*, Fund. Math., 156 (1998), 1-31.
- [6] L. Pezzatti, *Clasificación de aplicaciones recubridoras*, <http://cms.dm.uba.ar/academico/carreras/licenciatura/tesis/pezzatti.pdf>