

Un algoritmo simbólico para la resolución de sistemas ralos en el espacio afín

María Isabel Herrero, Gabriela Jeronimo, Juan Sabia

Los métodos más eficientes para la resolución algorítmica en $(\mathbb{C}^*)^n$ de sistemas de n ecuaciones polinomiales ralas (es decir, ecuaciones dadas por polinomios que sólo involucran monomios en un conjunto prefijado) utilizan *deformaciones poliedrales* ([4], [6]), las que preservan la estructura monomial de los polinomios y, consecuentemente, la cantidad de soluciones para instancias genéricas de la deformación ([1]). Este mismo enfoque fue utilizado en [5] para obtener cotas para la cantidad de soluciones aisladas del sistema en $\mathbb{C}^n$ y el cálculo de estas soluciones utilizando métodos numéricos (ver también [2]).

Presentaremos un algoritmo simbólico nuevo que calcula las soluciones aisladas en $\mathbb{C}^n$ de un sistema de n ecuaciones polinomiales ralas utilizando técnicas de deformación (trabajo enviado para su publicación [3]). La complejidad del algoritmo es polinomial en el tamaño de la estructura combinatoria del sistema. El output es una *resolución geométrica* que representa un conjunto finito de puntos que contiene a los ceros aislados del sistema en $\mathbb{C}^n$.

Así como los procedimientos numéricos de [2] y [5], el algoritmo reduce el problema al cálculo de las soluciones sobre $\mathbb{C}^*$ de una familia finita de sistemas de ecuaciones asociados al dado. La mejora dada por nuestro algoritmo reside en que la cantidad de sistemas a resolver es menor y estos sistemas involucran, a su vez, una cantidad menor de variables. Exhibiremos ejemplos concretos que permiten comparar el desempeño de nuestro algoritmo con el de los procedimientos mencionados.

Referencias

- [1] D.N. Bernstein, The number of roots of a system of equations. *Funct. Anal. Appl.* 9 (1975), 183-185.
- [2] T. Gao, T.Y. Li, X. Wang, Finding all isolated zeros of polynomial systems in $\mathbb{C}^n$ via stable mixed volumes. *J. Symbolic Comput.* 28 (1999), no. 1-2, 187-211.
- [3] M.I. Herrero, G. Jeronimo, J. Sabia, Computing isolated roots of sparse polynomial systems in affine space. *Manuscrito enviado*.
- [4] B. Huber, B. Sturmfels, A polyhedral method for solving sparse polynomial systems. *Math. Comput.* 64, No. 212 (1995), 1541-1555.
- [5] B. Huber, B. Sturmfels, Bernstein's theorem in affine space. *Discrete Comput. Geom.* 17 (1997), 137-141.
- [6] G. Jeronimo, G. Matera, P. Solernó, A. Waissbein, Deformation techniques for sparse systems. *Found. Comput. Math.* 9 (2009), pp. 1-50.