

REPRESENTACIONES FIELES DE ÁLGEBRAS DE LIE LIBRE 2-PASOS NILPOTENTE DE r -GENERADORES

Sea k un cuerpo de característica cero y $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie de dimensión finita sobre k . Sea

$$\mu(\mathfrak{g}) = \min\{\dim V : (\pi, V) \text{ es una representación fiel de } \mathfrak{g}\}$$

por el teorema de Ado se sabe que el invariante $\mu(\mathfrak{g})$ es finito. En algunos artículos se han obtenido una cota para μ , o el valor exacto, de ciertas familias de álgebras de Lie, por ejemplo ver [B], [Be], [BW], [CR].

Calcular el valor de μ para un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ tiene dos partes, una de ellas es construir una representación fiel para $\mathfrak{g}$ lo más pequeña posible. En esta dirección algunas de las demostraciones del teorema de Ado han sido modificados para dar una construcción explícita de representaciones fieles de $\mathfrak{g}$. La desventaja, sin embargo, es que estas representaciones son de dimensión muy grande en relación al valor de $\mu(\mathfrak{g})$.

Sea $\mathfrak{l}_r$ el álgebra de Lie libre 2-pasos nilpotente de r -generadores. La dimensión de $\mathfrak{l}_r$ es $\frac{r(r+1)}{2}$. Por diversos motivos esta álgebra de Lie es muy importante y es el nilradical nilpotente de una subálgebra parabólica de un álgebra de Lie simple de tipo B_r . La representación fiel de $\mathfrak{l}_r$ que se obtiene al ser representada de esta manera tiene dimensión $2r + 1$. En este trabajo construimos representaciones de dimensión menor que $r + \left\lceil \frac{r}{2} \right\rceil + 1$

y demostramos que $\mu(\mathfrak{l}_r) \geq \left\lceil 2\sqrt{\frac{r(r-1)}{2}} \right\rceil + 2$. Es decir que

$$\left\lceil 2\sqrt{\frac{r(r-1)}{2}} \right\rceil + 2 \leq \mu(\mathfrak{l}_r) \leq r + \left\lceil \frac{r}{2} \right\rceil + 1.$$

Este resultado para $4 \leq r \leq 11$ implica que $\mu(\mathfrak{l}_r) = \left\lceil 2\sqrt{\frac{r(r-1)}{2}} \right\rceil + 2$.

REFERENCIAS

- [Be] Benoist, Y., *Une Nilvariete Non Affine*, J. Diff. Geom., Vol. **41**, (1995), 21-52.
- [B] Burde D. , *A refinement of Ados Theorem*, Arch. Math. **70**(1998), 118-127.
- [BW] Burde D. y Wolfgang, M., *Minimal Faithful Representations of Reductive Lie Algebras*, Arch. Math. **309**(2007), 513-523.
- [CR] Cagliero, L., Rojas, N., *Faithful representations of minimal dimension of current Heisenberg Lie algebras*. Int. J. Math. **20**(2009), 1347-1362.