OLIMPÍADA ARGENTINA DE FÍSICA 2007

Instancia Nacional

PRUEBA EXPERIMENTAL
22 de Octubre de 2007

-Escriba su nombre en todas las hojas y numérelas.
-Recuerde que no puede utilizar calculadoras programables, ni material alguno que no esté incluido en la prueba, excepto los útiles de escritura.
-Antes de empezar a resolver la prueba experimental lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.
-Entregue la prueba en el sobre de papel provisto.

Nombre:

Número total de hojas entregadas, incluyendo la carátula y el enunciado.

Olimpíada Argentina de Física
Olimpíada Nacional de Física 2007

Prueba experimental:

Medición del módulo de Young del vidrio

1. Introducción

El presente experimento está pensado para medir el módulo de elasticidad de un sólido con forma de barra delgada, utilizando el bello fenómeno físico de la interferencia de la luz.
Para fijar ideas, les decimos que una barra delgada es un sólido homogéneo e isótropo cuya longitud es grande comparada con las dimensiones de su sección transversal.

1.1 *Propiedades mecánicas de los sólidos.*

Cuando una barra delgada flexiona debido a las fuerza exteriores que se le aplican, existen algunas partes de la barra que se acortan y otras que se alargan (ver figura 1). Pero hay una línea, denominada línea neutra, que no se acorta ni se alarga. Esta línea se encuentra en el centro de gravedad de la sección transversal de la barra (ver figura 1) y la descripción matemática que sigue se refiere al comportamiento de esa línea cuando se aplican fuerzas en algún punto determinado de la barra.

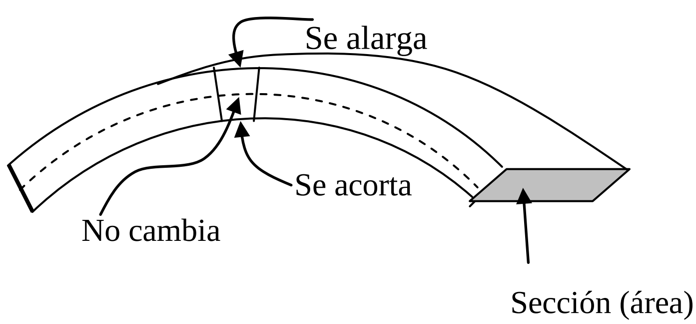


Figura 1

Consideremos una barra delgada de longitud L en posición horizontal, fija en uno de sus extremos y sometida a una fuerza vertical de magnitud F en el extremo libre.
Vamos a suponer lo siguiente.

i) La barra tiene longitud L mucho mayor que las dimensiones de su sección transversal.
ii) La deformación debida a su propio peso es despreciable.

iii) La sección de la barra no cambia cuando se dobla.

Entonces para pequeñas flexiones la desviación vertical y de la barra, en función de la distancia x medida desde el extremo fijo (ver figura 2), es:

$$y = \frac{6FL}{Eab^3}\left(x^2 - \frac{x^3}{3L}\right) \tag{1}$$

donde E es el módulo de Young del material, a y b las dimensiones de la sección de la barra

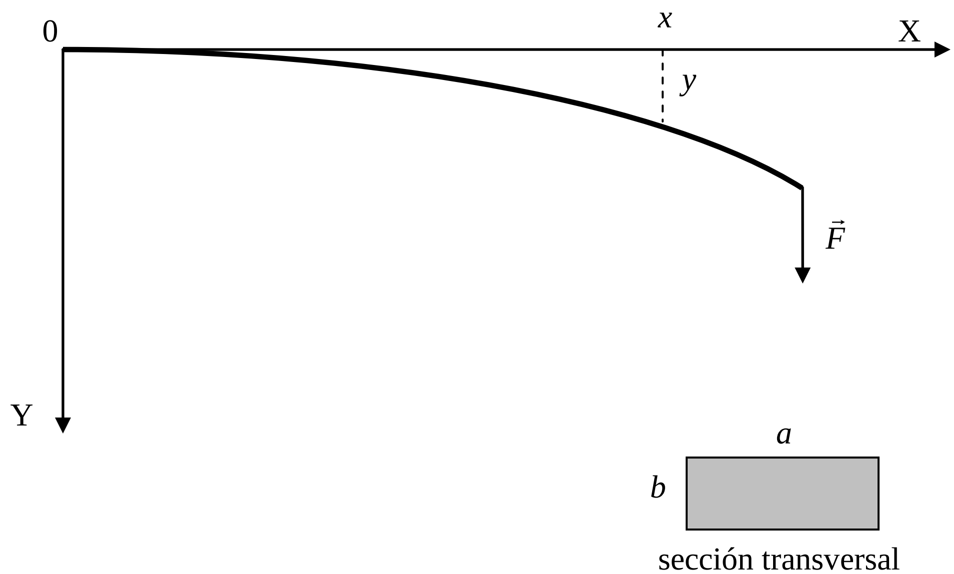


Figura 2

1.2 ***Interferencia de la luz en películas de delgadas de aire***.

Cuando luz monocromática incide sobre una película delgada en forma de cuña se pueden observar sobre la misma película o por reflexión sobre una pantalla, franjas de interferencia. Las franjas son oscuras o brillantes, y siempre a cada franja oscura le sucede una brillante o viceversa. Estas franjas corresponden a porciones de la película que tienen el mismo espesor y.

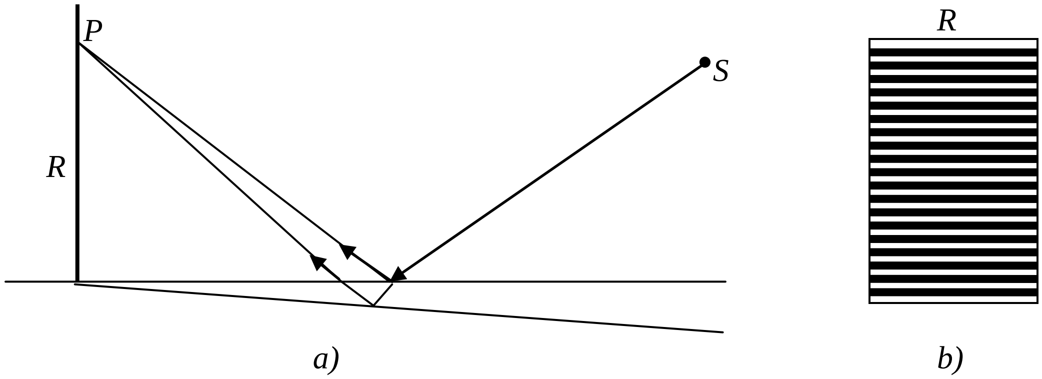


Figura 3: a) Esquema del fenómeno de interferencia en una película delgada en forma de cuña. S es la fuente luminosa monocromática, P es el punto donde dos de los rayos luminosos que parte de S interfieren. b) Vista frontal de la pantalla R donde se muestra las franjas de interferencia.

El siguiente esquema muestra los parámetros relevantes del fenómeno de interferencia en una película delgada en forma de cuña.

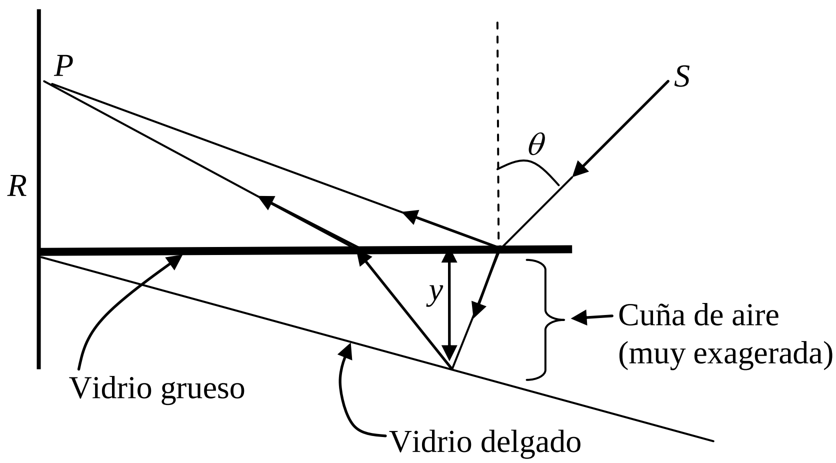


Figura 4

Si λ_0 es la longitud de onda de la luz incidente en el aire, entonces en el punto *P* de la pantalla *R*, se observarán franjas brillantes si se satisface la relación

$$2y\cos(\theta) \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \tag{2}$$

donde m = 0, 1, 2, 3, ...

Uniendo entonces los dos conceptos físicos, flexión de una barra delgada (ecuación (1)) e interferencia de la luz (ecuación (2)), podemos diseñar un experimento que nos permita medir el módulo de Young de una barra delgada de vidrio.

Si colocamos un cuerpo en el punto A_1 de la barra delgada de vidrio y lo desplazamos al punto A_2 de la misma barra (ver figura 5) es posible contar cuantas franjas brillantes (u oscuras) Δm pasan a través de un punto *P* de la pantalla *R*.
El valor Δm será proporcional al cambio Δy del espesor de la cuña de aire (en una posición *x* entre las dos barras de vidrio) cuando el cuerpo pasa del punto A_1 al punto A_2.

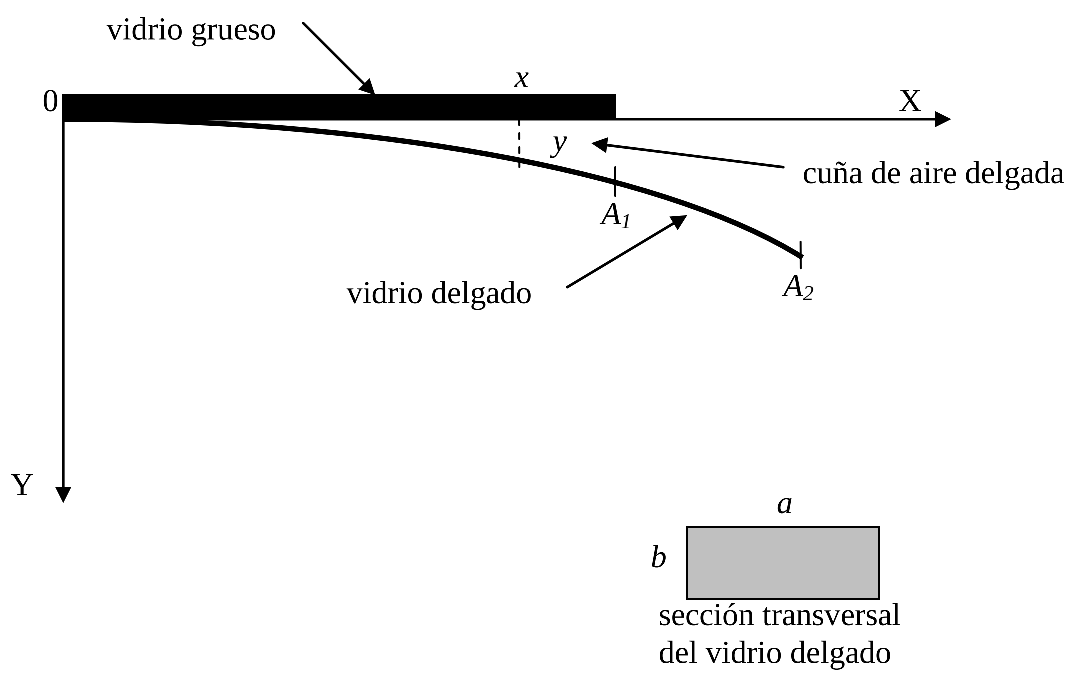


Figura 5

De las expresiones (1) y (2) se obtiene la siguiente ecuación que relaciona el cambio de espesor Δy de la película de aire con el número de franjas Δm que pasan por un dado punto *P* de la pantalla *R*:

$$\Delta y = \frac{\Delta P \cdot L \cdot 6}{E \cdot a \cdot b^3}\left(x^2 - \frac{x^3}{3 \cdot L}\right) = \frac{\Delta m \cdot \lambda_0}{2 \cdot \cos\theta} \qquad (3)$$

donde ΔP representa la variación de la fuerza efectiva aplicada a la barra delgada de vidrio al pasar el cuerpo de la posición A_1 a la posición A_2.
A partir de la expresión (3) podemos despejar el módulo de Young

$$E = \frac{\Delta P \cdot L \cdot 6}{a \cdot b^3}\left(x^2 - \frac{x^3}{3 \cdot L}\right) \cdot \frac{2 \cdot \cos\theta}{\Delta m \cdot \lambda_0} \qquad (4)$$

1.3 El experimento

Elementos a utilizar:

-Sistema óptico, consiste de láser, vidrios, base de madera, cuerpo cilíndrico de latón de 20.5 g de masa.

-Hilo

-Pantalla

-Tijera

-Regla

-Trozo de cartulina negra

-Lámpara de escritorio

Datos:
Para nuestra experiencia tenemos los siguientes valores:

ΔP (N)	*L (cm)*	*a (cm)*	*b (cm)*	*λ_0 10^{-7}(cm)*
0.062 ± 0.001	19.5 ± 0.2	5.0 ± 0.1	0.40 ± 0.05	651 ± 1

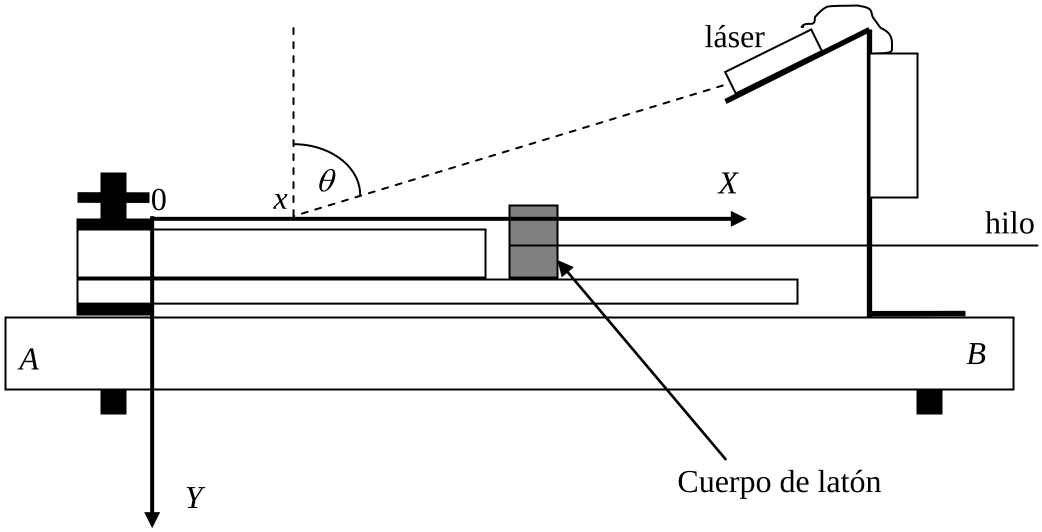


Figura 6

Procedimiento

1) Ubique el extremo *A* (ver figura 6) del sistema óptico a 40 cm aproximadamente de la pantalla.
2) Encienda el láser y observe el sistema de franjas sobre la pantalla.
3) Las distintas franjas proceden de distintas posiciones *x* sobre el vidrio grueso. Las franjas ubicadas en la parte superior de la pantalla, corresponden a puntos cerca del borde del vidrio grueso más próximo al láser. Determine la posición *x* a la cual corresponde un cierto espesor *y* de la cuña de aire (ver figura 5). Para ello deslice el trozo de cartulina negro en dirección *B*-*A* (ver figura 6) sobre el vidrio grueso y observe la sombra proyectada sobre la pantalla (punto *P* correspondiente a la posición *x*). Marque esa línea de sombra sobre la pantalla y mida la distancia $\overline{0x}$ sobre el vidrio (ver figura 6).
4) Determine en forma geométrica el valor de $\cos\theta$, donde θ es el ángulo indicado en la figura 6.
5) Pase el hilo a través del orificio que se encuentra en el pie que sostiene al láser. Tirando haga deslizar el cuerpo cilíndrico de latón sobre la barra delgada de vidrio comenzando desde el extremo del vidrio grueso hacia el extremo libre de la barra delgada de vidrio (ver figura 6). Realice esta operación en forma continua y suave hasta que el cuerpo cilíndrico de latón alcance el extremo libre del vidrio delgado. Simultáneamente cuente el número de franjas, Δm, brillantes (u oscuras) que atraviesan la marca que Ud. realizó en la pantalla según lo indicado en el inciso 3).

6) Con la ecuación (4) determine el valor del módulo de Young E del vidrio, correspondiente a los valores obtenidos en 3), 4) y 5).
7) Repita los pasos 3) a 6) para distintas posiciones x.
8) Haga una tabla con los valores de $\overline{0x}$, $\cos\theta$, Δm, indicando sus unidades y errores y los valores de E indicando sus unidades.
9) De un valor promedio para E con su respectivo error.
10) Entregue las hojas que utilizó como pantalla, son parte de la prueba. Indique claramente la parte superior de la pantalla.

NOTAS IMPORTANTES:

PRECAUCIÓN: por ningún motivo mire directamente hacia la luz del láser. Esto puede provocarles daños en su visión.

NO TOQUE con sus dedos las barras de vidrio.

NO TRATE de modificar el sistema óptico. Si por algún motivo no observa franjas sobre la pantalla llame al Bedel.

NO EJERZA ningún tipo de fuerza sobre las barras de vidrio, excepto la que ejercerá el cuerpo de latón.

CUANDO NO MIDA APAGUE EL LÁSER para preservar el buen estado de las baterías.

LAS PANTALLAS SON FRÁGILES, realice las marcas indicadas en el inciso 3) con sumo cuidado de modo de no dañar el telgopor.

Dado que el laboratorio permanecerá a oscuras durante la realización de la prueba, para tomar medidas y escribir el informe deberá valerse de la lámpara de escritorio provista.

Olimpíada Argentina de Física 2007

Instancia Nacional

Prueba Teórica
25 de Octubre de 2007

- Escriba su nombre en todas las hojas y enumere las mismas.
- Recuerde que no puede utilizar ningún elemento que no este incluido en la prueba, aparte de los útiles de escritura y de geometría.
- Antes de empezar a resolver cada problema lea cuidadosamente TODO el enunciado del mismo.
- Comience la solución de cada problema en una hoja nueva
- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. No use hojas personales.
- Entregue la prueba en el sobre de papel provisto

Nombre:

Número total de hojas entregadas (incluyendo la carátula y los enunciados):

Problema 1: Transmisión por fibras ópticas

Los modernos sistemas de comunicación hacen uso, en alguno de sus tramos, de las fibras ópticas. Estas son fibras muy delgadas que consisten de un núcleo de vidrio, de unos *50 μm* de diámetro, envuelto por un revestimiento vítreo de índice de refracción **menor** al del núcleo, y un diámetro exterior de *120 μm*. El principio físico que subyace en la propagación de la luz dentro de una fibra óptica está en el hecho que los rayos de luz que inciden sobre la interfaz entre el núcleo y el revestimiento vítreo con un ángulo (respecto a la normal de la interfaz) mayor que un valor crítico θ_c, son totalmente reflejados (ver figura 1). Así, un rayo que satisfaga esta condición se propagará dentro de la fibra óptica, tras sucesivas reflexiones internas totales. Esta reflexión total hace que las perdidas energéticas del rayo a lo largo de la fibra, sean practicamente despreciables. El valor del ángulo crítico θ_c depende del índice de refracción del material que compone el núcleo, n_1, y del índice de refracción del revestimiento vítreo, n_2, a través de la fórmula:

$$sen\ \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

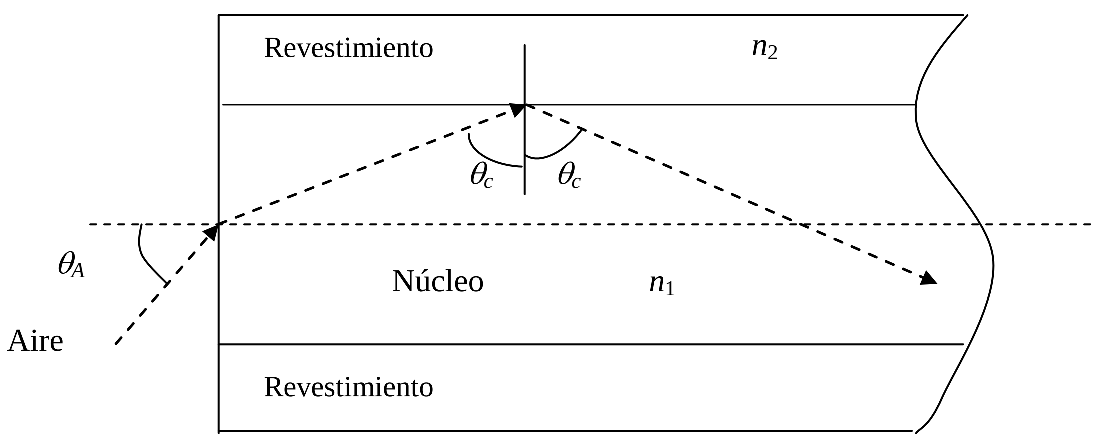


Figura 1
Corte transversal de una fibra óptica

Para enfocar la luz proveniente desde un láser dentro de la fibra óptica se utiliza una *lente bola*, ubicada en uno de los extremos de la fibra óptica, entre ésta y el haz láser (figura 2).

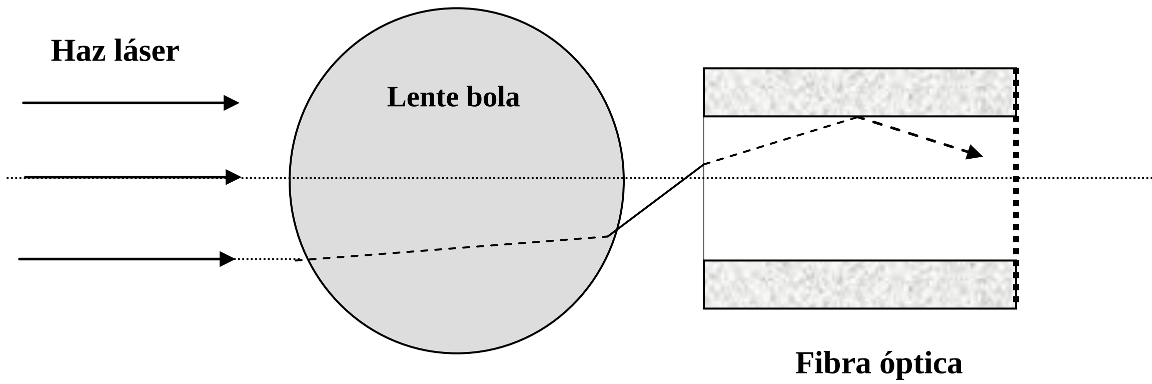


Figura 2
Conjunto lente bola-fibra óptica (Figura no a escala)

La lente bola es una esfera de rubí o zafiro de radio $\boldsymbol{R}$ e índice de refracción $\boldsymbol{n}$.

a) Para un rayo luminoso que se propaga paralelo al eje X (ver figura 3) y que incide sobre la lente bola desde la izquierda a una altura d, medida desde el eje X,
calcule la distancia del punto de intersección del rayo sobre el eje X (indicado con la letra P en la figura 3), medida desde el centro O de la esfera.
Suponga que el rayo incidente se propaga próximo al eje X, es decir $d<<R$. Tenga presente que si un *ángulo* (φ, medido en radianes) es pequeño, el *seno de ese ángulo* (*sen*φ) puede aproximarse por el valor del ángulo (sen $\varphi \cong \varphi$).

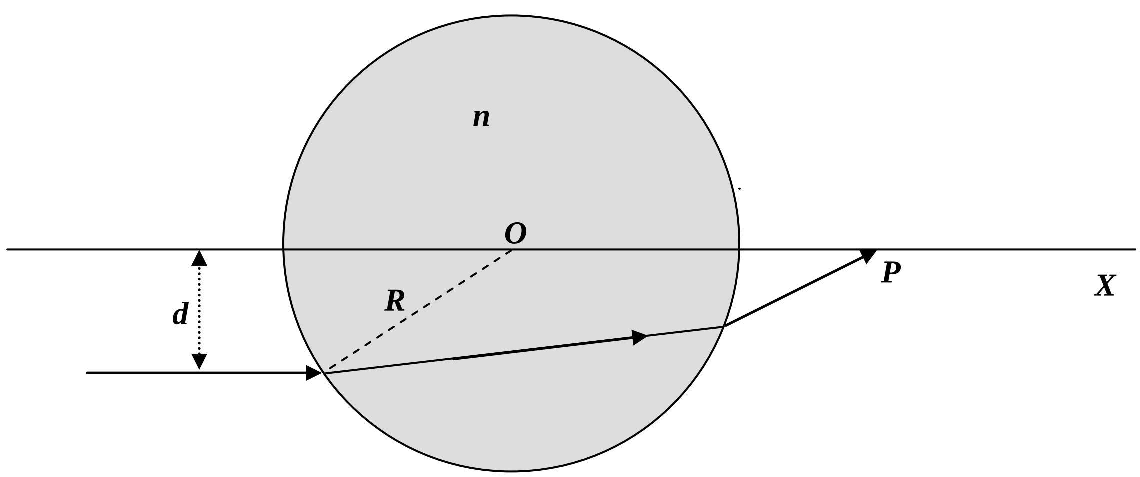


Figura 3 (Figura no a escala)

Fórmula útil: <u>TEOREMA DEL SENO</u>: En un triángulo arbitrario *la relación* entre el seno del ángulo comprendido entre dos de sus lados y la longitud del lado opuesto, tiene el mismo valor cualquiera sea el par ángulo–lado opuesto.

b) Es necesario que el rayo de luz incida sobre la interfaz núcleo-revestimiento con un ángulo mayor que el valor crítico. Existe un valor máximo del ángulo de incidencia del haz desde el aire (ver figura 1), para el cual, más allá de ese valor **no** es posible la propagación del rayo dentro de la fibra óptica. El seno de ese ángulo máximo, θ_A, recibe el nombre de *apertura numérica,* A_N *:*

$$A_N = sen\ \theta_A$$

Calcule la apertura numérica para una fibra óptica cuyo núcleo está construido con un material de índice de refracción $n_1 = 1{,}500$ ***mientras que el índice de refracción del revestimiento vítreo es*** $n_2 = 1{,}470$.

c) El valor máximo de la distancia d, $d_{max,}$ a la que deben incidir los rayos provenientes del láser sobre la lente bola, para que los rayos emergentes de la lente puedan propagarse en la fibra óptica de las características indicadas en el punto anterior, viene dado por la expresión

$$d_{max} = k\ R,$$

donde k es una constante que solamente depende de los índices de refracción de la bola y de la fibra óptica.
Encuentre la expresión de k en término de los índices de refracción de la bola, del núcleo y del recubrimiento.
Considere que entre la lente bola y la fibra óptica hay aire; que el índice de refracción de la lente es $n = 1{,}517$ y que su diámetro es $R = 0{,}30\ mm$. Nuevamente suponga que los rayos se propagan próximos al eje, de tal forma que se puede hacer la aproximación ($sen\ \varphi \cong \varphi$).

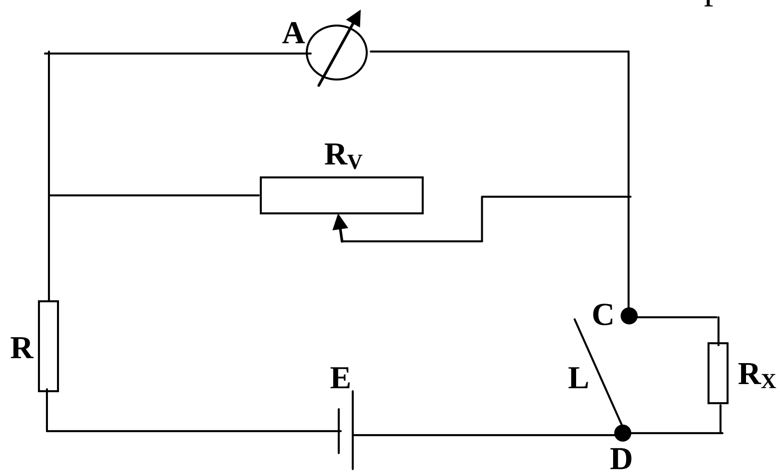
d) En muchas situaciones prácticas los sistemas de telecomunicación por fibras ópticas, deben operar bajo condiciones ambientales extremas. Suponga que el ancho del haz del rayo láser está ajustado precisamente al valor de la apertura numérica del sistema lente bola-fibra óptica, cuando éste opera a 30ºC.

Suponga que el haz láser y la fibra óptica no sufren alteraciones con el cambio de temperatura, pero sí lo hace la lente-bola. El coeficiente de dilatación térmica del material con el que está fabricada la lente bola es $\lambda = 8{,}4 \times 10^{-5}\ (°C)^{-1}$ y su radio a *30°C* es $R = 0{,}30\ mm$.

¿Qué fracción del haz se pierde, desde el punto de vista de la propagación dentro de la fibra, cuando el sistema se hace operar a –20ºC?

Problema 2: Un Óhmetro casero

Con los elementos disponibles en su taller, listados más abajo, Edelmiro armó el circuito que se muestra en la figura. Este circuito, que denominamos óhmetro casero, es útil para medir resistencias cerámicas. Para ello es necesario conectar la resistencia cuyo valor (R_x) se desea determinar entre los puntos C y D del circuito. La llave L es necesaria para lograr la puesta a cero del óhmetro. En situación de medición la llave L debe permanecer abierta.



Elementos utilizados:

- Un micro amperímetro A de resistencia interna $r = 2{,}5\ k\Omega$. La escala está dividida en 100 partes iguales y el valor máximo corresponde a $i_m = 50\ \mu A$; luego, si la corriente que circula por el micro amperímetro es i_a y la lectura del mismo corresponde a la división n, se cumple que $i_a = i_m\,(n/100)$.
- Una pila de fuerza electromotriz $E = 1{,}5\ V$. La resistencia interna de la pila es despreciable.
- Una resistencia de valor $R = 20\ k\Omega$..
- Una resistencia R_V que puede variarse entre 0 y $15\ k\Omega$..

La resistencia a medir se indica con R_X .

Preguntas:

a) **Dé la expresión de la resistencia equivalente del circuito del óhmetro, con la llave L abierta.**

b) **Determine el valor de R_V para el cual el micro amperímetro indique $i_m = 50\ \mu A$, cuando la llave L se cierra cortocircuitando los puntos C y D.** *Esta operación se denomina puesta en cero del óhmetro.*

c) Naturalmente, la pila disminuye su fuerza electromotriz con el uso. **Determine el valor mínimo de E para el cual se puede poner en cero el óhmetro, variando el valor de R_V** (como se hizo en el punto b).

d) La relación entre el valor de R_X y la lectura n del micro amperímetro, cuando se intercala R_X entre C y D con la llave L (lógicamente) abierta, está dada por

$$R_X = \left(\frac{100}{n} - 1\right) R_0$$

Encuentre la expresión de R_0 en términos de R, r, E e i_m**.**

Para $E = 1{,}5\ V$ *es* $R_0 = 21{,}86\ k\Omega$. En particular**, ¿cuál es el valor de R_X para $n = 60$?.**

e) Dé una expresión para el error de apreciación ($|\Delta R_X|$) de una medición de R_X, correspondiente a media división de la escala ($|\Delta n| = ½$), para cualquier n. Calcule el valor de este error para $n = 60$.

f) Suponga que la pila disminuyó el valor de E de *1,5 V* a *1,3 V*.

Calcule el valor de R_X correspondiente a $n = 60$ (Para $E = 1{,}3\ V$ es **$R_0 = 22{,}13\ k\Omega$).**

Compare el valor obtenido en esta medición con el valor anterior ($n = 60$ para **$E = 1{,}5\ V$).**

Explique si la medición es confiable de acuerdo con el resultado del punto e). Es decir, si para el mismo valor de n, con E distinto, podemos considerar que las mediciones de R_X son indistinguibles.

Problema3: Melazas ópticas

En el año 1995 un grupo de investigadores de la Universidad de Colorado (EE.UU) logró, por primera vez, una condensación de Bosse-Einstein enfriando átomos de rubidio (^{87}Rb) a temperaturas extremadamente bajas (1×10^{-7} K).

¿Cómo pudieron enfriar tanto? El primer paso en el enfriamiento fue el uso de la técnica llamada enfriamiento láser y el segundo paso es lo que se conoce con el nombre de trampa magnética.

En este problema nos ocupamos de la primera técnica, es decir, el enfriamiento láser.

Interpretando a la luz en término de fotones (partículas de masa nula que transportan, además de energía, momento lineal), el proceso de absorber un fotón por parte de un átomo puede interpretarse como un choque entre el fotón y el átomo. La aplicación de esta idea es la que se utiliza para hacer más lentos a los átomos gaseosos, es decir, enfriarlos.

Para mostrar como se logra este efecto consideremos átomos de un gas, como los representados en la Figura 1a, moviéndose en una sola dirección, mientras son irradiados desde ambos lados por rayos láser con una frecuencia (ν_L) cuyo valor es algo inferior a la "frecuencia de resonancia" atómica (ν_A), es decir al valor necesario para ser absorbido por estos átomos (Figura 1b).

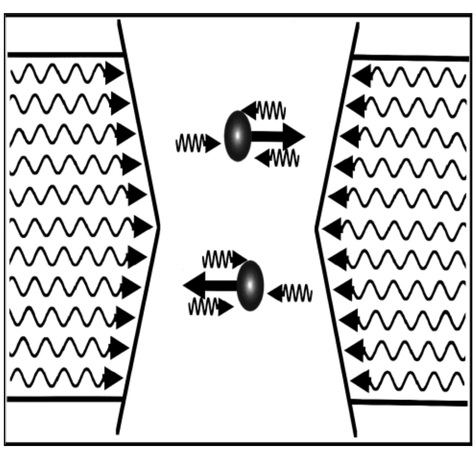


Figura 1a

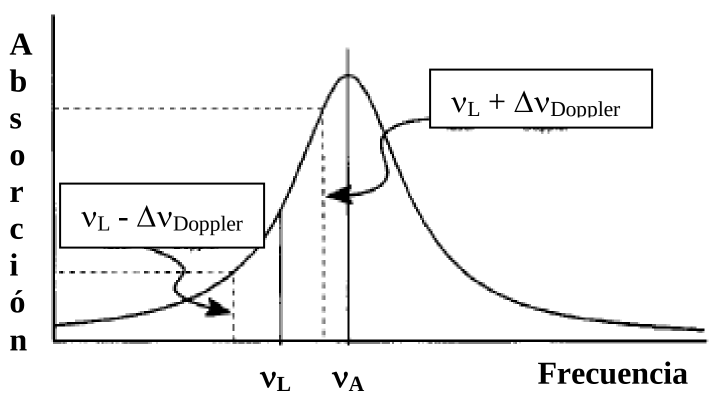


Figura 1b

Los átomos, al estar en movimiento, encuentran aumentado el valor de la frecuencia de los fotones que viajan en sentido contrario a ellos y disminuida la frecuencia de los fotones que viajan en su mismo sentido (este fenómeno se conoce como Efecto Doppler). Así, dado que la frecuencia usada es menor que la de resonancia, los átomos tendrá mayor probabilidad de absorber fotones que viajan en sentido contrario a ellos que fotones que viajan en su mismo sentido (Figura 1b). Entonces, cuando un átomo absorbe un fotón, además de quedar en un estado excitado, sufrirá una disminución de momento lineal preferentemente en la dirección de movimiento. Luego de un tiempo característico τ, el átomo emitirá espontáneamente un fotón en una dirección arbitraria regresando a su estado fundamental. Después de varios de estos eventos de absorción-emisión habrá un cambio no nulo de momento lineal del átomo debido a la absorción, mientras que el cambio debido a la emisión espontánea se promedia a cero, ya que esta emisión tiene una distribución angular isotrópica, es decir, ocurre en todas las direcciones.
Con pares de láser a lo largo de los tres ejes coordenados se consigue el frenado en las tres direcciones, o sea, el enfriamiento del gas de átomos.
Dada la similitud de la fuerza de frenado que sufren los átomos debido a la luz láser con una fuerza viscosa, este sistema se denomina "melaza óptica".

Teniendo en cuenta lo expuesto y limitando el caso al de un movimiento unidimensional:

a) **Calcule el cambio en el módulo de la velocidad de un átomo de rubidio de masa 1.42×10^{-25} kg cuando absorbe un fotón de un láser de longitud de onda $\lambda = 780$ nm.**
   (El momento lineal de un fotón de longitud de onda λ está dado por h/λ; h es la constante de Planck)

b) **Suponiendo que un átomo de rubidio absorbe un fotón cada $\tau = 27 \times 10^{-9}$ s, dé el valor de la relación entre la fuerza de frenado por luz y la fuerza de gravedad.**

c) **Calcule el tiempo necesario para detener un átomo de rubidio que se encuentra a temperatura ambiente ($T = 300K$).**
   Considere el gas de rubidio como un gas ideal monoatómico.

d) **Determine la mínima temperatura a la cual se puede enfriar un gas de átomos de rubidio por este método.**

Constantes útiles: $h = 6.626 \times 10^{-34}\ Js$ $\quad g = 10\ m/s^2$
$k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$