

# Mecánica Cuántica I

Guía 1 – Marzo de 2009

**Problema 1:** El problema del espectro de cuerpo negro fue estudiado a fines del siglo XIX por Rayleigh y Jeans usando la teoría clásica de la radiación. Ellos obtuvieron para la densidad de energía la fórmula

$$\epsilon(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT d\nu}{c^3}$$

a) ¿Por qué es imposible que sea correcta para todo  $\nu$  una fórmula que depende así de la frecuencia?

b) Buscando una modificación del tratamiento anterior que reduzca las contribuciones de alta frecuencia a la energía, Planck asumió que la energía de un oscilador de frecuencia natural  $\nu$  está restringida a múltiplos enteros de una unidad básica  $h\nu$ . Así obtuvo la siguiente expresión para la densidad de energía

$$\epsilon(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} h\nu^3 \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}}$$

Demostrar que en el límite  $\nu \rightarrow 0$  la ley de radiación de Planck se reduce a la fórmula de Rayleigh-Jeans, y para valores grandes de  $h\nu/kT$  a la ley de Wien.

**Problema 2:** La función trabajo del sodio es 2,3 eV. ¿Cuál es la máxima longitud de onda de luz que producirá emisión de fotoelectrones del sodio? ¿Cuál es la máxima energía cinética de los fotoelectrones si luz de 2000 Å incide sobre la superficie del sodio?

**Problema 3:** Demostrar que es imposible que un fotón ceda toda su energía y momento a un electrón libre. Esto significa que el efecto fotoeléctrico puede tener lugar solamente cuando los fotones interactúan con electrones ligados.

**Problema 4:** ¿Cuánto tiempo se necesita para medir la energía cinética de un electrón cuya velocidad es 10 m/s con una indeterminación de no más del 0,1 por ciento? ¿Qué distancia habrá recorrido el electrón en ese intervalo de tiempo? Efectuar los mismos cálculos para un insecto de masa 1 gramo cuya velocidad sea la misma que la del electrón. ¿Qué se puede concluir de estos resultados?

**Problema 5:** Suponiendo que el electrón se mueve en una órbita elíptica en un campo Coulombiano, derive las fórmulas de Balmer para el espectro de átomos hidrogenoides a partir de la regla de cuantización de Wilson–Sommerfeld y de la fórmula de Bohr.

Ayuda: parametrize  $r$  y  $t$  de la siguiente manera:  $r = a(1 - \epsilon \cos \xi)$ ,  $t = \sqrt{ma^3/Ze^2}(\xi - \epsilon \sin \xi)$ , donde  $a$  y  $\epsilon$  son el semieje mayor y la excentricidad de la elipse, respectivamente. La relación entre éstos, la energía y el momento angular pueden ser encontradas en libros de Mecánica Clásica.

**Problema 6:** Se ha ideado el siguiente diseño experimental para medir la velocidad de una partícula que sigue una trayectoria unidimensional: dos *lasers* muy colimados de  $1\mu\text{m}$  de diámetro están alineados con sendos fotodiodos. De esta manera, cuando la partícula atraviesa el primer fotodiodo se activa un cronómetro de apreciación  $10^{-4}\text{s}$ , y cuando atraviesa el último, aquél se detiene. Suponga que la partícula tiene una masa de 1mg, determinada con una balanza de  $1\mu\text{g}$  de apreciación, y que la distancia entre ambos fotodiodos es de 1cm.

a) Si el tiempo registrado es 10s, compare el producto  $\Delta p \Delta x$  de las incertezas experimentales con el límite inferior  $\hbar/2$  impuesto por el principio de incertidumbre.

b) ¿Cuán liviana (pequeña) debería ser la partícula para que  $\Delta p \Delta x \simeq \hbar$ ?

Manteniendo la masa de 1mg, ¿cuán lenta debería ser para satisfacer esa condición? En ambos casos suponga que se mantienen las incertezas experimentales relativas del apartado anterior.