

## Métodos Numéricos (2013)

### Guía de problemas N° 2

**Problema 1:** Supongamos que podemos conocer el valor de  $\sin(x)$  con 5 decimales correctos, pero no así el valor de  $\cos(x)$ . Determinar con qué precisión absoluta se puede calcular  $\cos(x)$  mediante la fórmula:

$$\cos(x) = 1 - 2 \sin^2(0.5x)$$

(Suponiendo que  $0.5x$  se puede calcular exactamente).

**Problema 2:** Muestre mediante ejemplos que a menudo  $fl[fl(xy)z] \neq fl[xfl(yz)]$  (la multiplicación de máquina no es conmutativa).

**Problema 3:** Considere los siguientes números reales:  $u = 3.721478693$  y  $v = 3.720230572$ . La resta  $u - v$  es igual a 0.001248121. Si los cálculos se efectúan en un sistema de punto flotante con mantisa de 5 dígitos verificar que el error relativo de la resta es del 4% aproximadamente.

**Problema 4:** Dar una forma alternativa para realizar las siguientes operaciones evitando la pérdida de dígitos significativos, para  $x$  próximo a 0:

a)  $(\alpha + x)^n - \alpha^n$ ,  $\alpha > 0$ ,  $x > 0$

b)  $\alpha - \sqrt{\alpha^2 - x}$

c)  $\sin(\alpha + x) - \sin(\alpha - x)$

**Problema 5:** Considerar los siguientes números:  $x_1 = 1.234 \times 10^1$ ,  $x_2 = 3.453 \times 10^0$ ,  $x_3 = 3.441 \times 10^{-2}$ ,  $x_4 = 4.667 \times 10^{-3}$ ,  $x_5 = 9.876 \times 10^{-4}$ . Realizar la suma  $x_1 + \dots + x_5$  en el sistema de punto flotante con base 10 y 4 dígitos decimales (usando redondeo) en orden creciente y decreciente. ¿Cuál será más conveniente? (El resultado correcto a 6 dígitos decimales es  $1.583306 \times 10^1$ ).

**Problema 6:** Un experimento numérico interesante consiste en calcular el producto escalar de los siguientes vectores:

$$x = [2.718281828, -3.141592654, 1.414213562, 0.5772156649, 0.3010299957]$$

$$y = [1486.2497, 878366.9879, -22.37492, 4773714.647, 0.000185049]$$

Calcule el resultado de las siguientes cuatro formas:

a) en orden ascendente  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$

b) en orden descendente  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$

c) de mayor a menor (los positivos de mayor a menor, los negativos de menor a mayor y luego sumarlos)

d) de menor a mayor (inversamente a lo anterior)

Utilice tanto la doble precisión como la simple. Compare los ocho resultados y justifique su respuesta. Este ejercicio puede (y debería) ser realizado en una computadora.