

Métodos Numéricos (2012)

Guía de problemas N° 2

Problema 1: Supongamos que podemos conocer el valor de $\sin(x)$ con 5 decimales correctos, pero no así el valor de $\cos(x)$. Determinar con qué precisión absoluta se puede calcular $\cos(x)$ mediante la fórmula:

$$\cos(x) = 1 - 2 \sin^2(0.5x)$$

(Suponiendo que $0.5x$ se puede calcular exactamente).

Problema 2: Muestre mediante ejemplos que a menudo $fl[fl(xy)z] \neq fl[xfl(yz)]$ (la multiplicación de máquina no es conmutativa).

Problema 3: Considere los siguientes números reales: $u = 3.721478693$ y $v = 3.720230572$. La resta $u - v$ es igual a 0.001248121. Si los cálculos se efectúan en un sistema de punto flotante con mantisa de 5 dígitos verificar que el error relativo de la resta es del 4% aproximadamente.

Problema 4: Dar una forma alternativa para realizar las siguientes operaciones evitando la pérdida de dígitos significativos, para x próximo a 0:

- a) $(\alpha + x)^n - \alpha^n$, $\alpha > 0$, $x > 0$
- b) $\alpha - \sqrt{\alpha^2 - x}$
- c) $\sin(\alpha + x) - \sin(\alpha - x)$

Problema 5: Considerar los siguientes números: $x_1 = 1.234 \times 10^1$, $x_2 = 3.453 \times 10^0$, $x_3 = 3.441 \times 10^{-2}$, $x_4 = 4.667 \times 10^{-3}$, $x_5 = 9.876 \times 10^{-4}$. Realizar la suma $x_1 + \dots + x_5$ en el sistema de punto flotante con base 10 y 4 dígitos decimales (usando redondeo) en orden creciente y decreciente. ¿Cuál será más conveniente? (El resultado correcto a 6 dígitos decimales es 1.583306×10^1).

Problema 6: Un experimento numérico interesante consiste en calcular el producto escalar de los siguientes vectores:

$$x = [2.718281828, -3.141592654, 1.414213562, 0.5772156649, 0.3010299957]$$
$$y = [1486.2497, 878366.9879, -22.37492, 4773714.647, 0.000185049]$$

Calcule el resultado de las siguientes cuatro formas:

- a) en orden ascendente $\sum_{i=1}^n x_i y_i$
- b) en orden descendente $\sum_{i=1}^n x_i y_i$
- c) de mayor a menor (los positivos de mayor a menor, los negativos de menor a mayor y luego sumarlos)
- d) de menor a mayor (inversamente a lo anterior)

Utilice tanto la doble precisión como la simple. Compare los ocho resultados y justifique su respuesta. Este ejercicio puede (y debería) ser realizado en una computadora.