Análisis Numérico

Trabajo de Laboratorio N° 6

Problema 1: Desarrolle un programa que implemente, optativamente, el método de Jacobi o el método de Gauss-Seidel para resolver el sistema lineal $A\vec{x} = \vec{b}$.

Los datos de entrada deben ser la tolerancia δ y el número máximo permitido de iteraciones.

El programa debe leer los valores de las entradas de A, $\vec{b}$ y de la iteración inicial $\vec{x}_0$ de tres archivos de datos.

Para cada iteración, el programa debe imprimir en pantalla el número s de iteración y el valor de la norma $\|\vec{x}^s - \vec{x}^{s-1}\|_1$, donde

$$\|\vec{x}^s\|_1 = \sum_{i=1}^{N} |x_i^s|$$

El programa debe detenerse cuando alcanza el número máximo de iteraciones o si se cumple la condición: $\|\vec{x}^s - \vec{x}^{s-1}\|_1 \leq \delta$; debe imprimir además la iteración final en formato exponencial y con diez decimales.

Problema 2: Aplique el programa desarrollado para resolver, mediante ambos métodos, el sistema de ecuaciones $A\vec{x} = \vec{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{y también} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Problema 3: Decida si los métodos de Jacobi y/o Gauss-Seidel son aplicables para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. En cada caso afirmativo calcule las soluciones, en el caso (a) con $\delta = 10^{-11}$, en el caso (b) con $\delta = 10^{-4}$. ¿Cuántas iteraciones son necesarias en cada caso para alcanzar la precisión deseada?

$$\textbf{(a)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{(b)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 32 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix}$$

Ejercicios Complementarios

Problema 4: Modifique el programa que implementa el método de Jacobi para que guarde en las sucesivas filas de un archivo de salida los valores de las iteraciones $\vec{x}^s$. Utilizando este programa resuelva el sistema con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 21 \end{pmatrix}$$

con los distintos valores iniciales

$$\textbf{(a)} \ \vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{(b)} \ \vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{(c)} \ \vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Finalmente grafique los puntos de las sucesiones de iteraciones obtenidas usando gnuplot.