MATEMATICA DISCRETA II-2016, Práctico 1
(REPASO DE DFS Y BFS)

Supuestamente, vieron DFS y BFS en Algoritmos II. Repasen los conceptos y hagan los siguientes ejercicios.

(1) Sea G el grafo definido por la siguiente lista de adyacencia:

a	b	c	d	e	f	g	h
b	a	b	a	b	g	c	a
d	c	d	b			f	g
h	d	g	c			h	
	e						

a) Use el metodo DFS en G empezando por g. (A partir de alli, cada vez que una elección sea posible, elija por orden alfabetico).
b) ¿Es G conexo?
c) Idem que a) pero empezando en c.
d) Idem que a) pero usando el metodo BFS.
e) Idem que c) pero usando el metodo BFS.

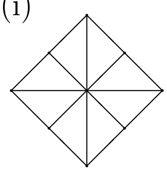
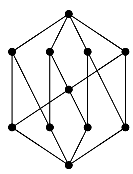
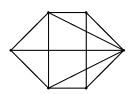
(2) Repetir el ejercicio anterior con el grafo dado por:

a	b	c	d	e	f	g	h	i
e	d	e	b	a	c	b	b	a
i	g	f	g	c	e	d	d	c
	h	i	h	f	i			f

(3) a) Sea v un vertice del grafo completo K_n. Calcular la altura de los arboles DFS y BFS de K_n con raiz en v.
b) Idem para el ciclo C_n.

Coloreo

(4) Hallar el número cromático de los siguientes grafos. (Recordar que esto significa que si Ud. dice que $\chi(G) = k$, entonces debe dar un coloreo propio con k colores y probar que no hay uno con $k - 1$).

(i)

(ii)

(iii)


(5) Para $r \geq 2$, el grafo M_r se obtiene del grafo C_{2r} agregando las aristas que unen vértices opuestos. (i.e., i con $r + i$ para $i = 1, 2, ..., r$). Un ejemplo se puede ver en el ejercicio anterior, item (i), donde se tiene M_4. Calcular $\chi(M_r)$. (Deberá distinguir entre los casos r impar, $r = 2$ y r par > 2).

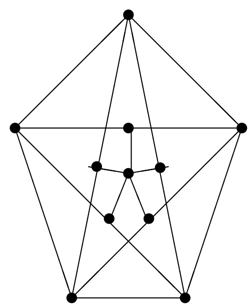
(6) Dado n natural, sea G_n el grafo cuyos vertices son los números $1, 2, ..., n$ y cuyos lados son los $\{i, j\}$ tales que $mcd(i, j) = 1$. Calcular $\chi(G_{100})$.

(7) El grafo de Petersen viene dado por la siguiente lista de adyacencia:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
b	a	b	c	d	a	b	c	d	e
e	c	d	e	a	h	i	j	f	g
f	g	h	i	j	i	j	f	g	h

a) Correr Greedy en el grafo de Petersen en el orden afcegdbhij.
b) Correr Greedy en el grafo de Petersen en el orden alfabetico.
c) Calcular el numero cromatico del grafo de Petersen.

(8) Hallar el número cromático del siguiente grafo.



(9) Sea G el grafo cuyos vertices son los 1225 casilleros de un tablero cuadrado con 35 filas y 35 columnas. Dos vertices son vecinos si poniendo una dama en cada uno de los casilleros las damas se atacan mutuamente. (es decir, si los casilleros estan en una misma fila, columna o diagonal, donde diagonal no es necesariamente una de las diagonales principales). Probar que $\chi(G) = 35$.

(10) Sea G un grafo tal que $\chi(H) < \chi(G)$ para todo subgrafo H propio de G. (un grafo asi se llama k-crítico, si $\chi(G) = k$). Probar que $\chi(G) \leq \delta + 1$.

(11) En el teórico vimos un ejemplo de un grafo bipartito con n vertices de forma tal que el greedy usa $n/2$ colores. (con n par).
a) Dé un ejemplo de un grafo bipartito donde el greedy use $(n+1)/2$ colores (con n impar).
b) Dé un ejemplo de un grafo bipartito donde el Greedy use $(n+2)/2$ colores (con n par).

(12) Dar un algoritmo polinomial que resuelva el siguiente problema:
Input: (T, n, m), donde T es un árbol, n es el número de vertices y m es el número de lados.
Output: $\chi(G)$
Su algoritmo debe ser no sólo polinomial, sino EL MAS RÁPIDO POSIBLE, y usted debe probar que no hay ningún algoritmo mas rápido.

(13) Dar un algoritmo polinomial que resuelva el siguiente problema:
Input: Un grafo G que se garantiza que es no regular con $\Delta \leq 3$.
Output: $\chi(G)$ y un coloreo propio con $\chi(G)$ colores.
(nota: para probar que es polinomial debe probar su complejidad).