

I): Las siguientes matrices representan el costo de asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. de una empresa X . El costo lo pagaran los trabajadores. Hallar un matching que minimize el mayor costo que deba pagar un trabajador.

		<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>			<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	<i>IX</i>
	<i>A</i>	1	2	5	5	3	8	2	9		<i>A</i>	9	8	8	5	6	6	8	6	8
	<i>B</i>	9	8	8	9	8	8	1	3		<i>B</i>	5	6	7	4	2	3	6	5	6
	<i>C</i>	3	1	5	8	9	6	5	8		<i>C</i>	5	5	5	2	2	3	4	3	9
a)	<i>D</i>	9	1	7	9	3	8	8	5	b)	<i>D</i>	8	7	4	5	5	5	4	6	4
	<i>E</i>	8	9	2	4	8	5	9	9		<i>E</i>	8	5	8	6	5	3	7	7	7
	<i>F</i>	9	8	3	8	8	9	8	1		<i>F</i>	8	7	7	4	5	5	7	5	7
	<i>G</i>	5	4	8	9	1	8	9	8		<i>G</i>	10	7	9	7	7	5	8	8	8
	<i>H</i>	8	8	9	1	8	3	1	1		<i>H</i>	7	7	7	4	5	5	7	5	7
											<i>I</i>	8	5	7	5	5	3	7	7	7

II): Para completar un cierto proyecto se deben realizar ciertos trabajos I, II, \dots , etc. Hay 7 trabajadores que pueden hacer los trabajos, pero por motivos de politica interna no se quiere que ningún trabajador realice mas de un trabajo. La siguiente matriz representa el tiempo en dias de asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. Los trabajos se pueden realizar en paralelo, i.e., no dependen uno de otro.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>
<i>A</i>	31	42	7	4	11	2	7
<i>B</i>	2	5	31	3	10	768	768
<i>C</i>	6	10	31	768	11	5	1
<i>D</i>	2	2	3	9	10	4	99
<i>E</i>	4	4	2	6	3	10	7
<i>F</i>	3	10	8	4	5	99	31
<i>G</i>	31	42	10	768	6	2	3

Encontrar un matching que minimize el tiempo para completar el proyecto y dar ese tiempo.

III): Para completar un cierto proyecto se deben realizar ciertos trabajos I, II, \dots , etc. los cuales son dependientes: antes de poder hacer I hay que hacer II , antes de hacer II hay que hacer III , etc. Hay 8 trabajadores que pueden hacer los trabajos, pero por motivos de politica interna no se quiere que ningún trabajador realice mas de un trabajo. La siguiente matriz representa el tiempo en dias de asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. Encontrar un matching que minimize el tiempo para completar el proyecto y dar ese tiempo.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>
<i>A</i>	1	2	5	5	3	8	2	9
<i>B</i>	9	8	8	9	8	8	1	9
<i>C</i>	3	1	5	8	9	6	5	9
<i>D</i>	1	9	7	9	3	8	8	9
<i>E</i>	8	9	2	4	8	5	9	9
<i>F</i>	9	8	3	8	8	9	8	9
<i>G</i>	5	4	8	9	1	8	9	9
<i>H</i>	8	8	4	8	8	8	3	9

IV): Las siguientes matrices representan el costo que la empresa X deba incurrir al asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. Asignar todos los trabajos de forma tal que el costo total de la empresa X sea minimo.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>		<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	
a)	A	8	5	4	6	8	6	5	A	7	4	6	9	1	9	4
	B	4	4	6	6	8	6	5	B	8	5	9	2	7	5	4
	C	8	6	9	9	8	9	9	b) C	7	2	3	3	7	3	6
	D	5	5	9	8	9	9	8	D	4	4	6	1	3	2	7
	E	4	4	8	9	4	4	8	E	5	5	7	3	5	5	1
	F	8	9	9	5	8	9	6	F	7	6	6	4	1	3	9
	G	8	5	8	9	9	6	6	G	7	4	7	6	3	2	9

					<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	
					A	1	2	3	3	1	8	4	2
					B	1	4	6	3	9	3	7	1
					C	3	4	3	2	1	2	2	6
					D	3	2	4	4	8	6	2	7
					E	3	3	1	2	3	3	5	3
					F	1	6	6	8	5	2	4	7
					G	1	8	1	6	2	7	4	6
					H	6	6	2	7	8	5	9	2

						<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	<i>IX</i>	
						A	1	2	2	4	7	3	9	8	
						B	5	6	5	6	9	9	7	8	6
						C	4	5	6	6	9	4	6	6	7
						D	2	3	4	5	9	9	2	9	3
						E	8	9	6	5	5	5	5	3	7
						F	1	2	5	9	6	1	3	3	4
						G	3	6	5	6	5	7	8	3	9
						H	4	5	7	4	9	7	4	8	9
						I	1	9	9	8	3	9	7	1	9

V): La siguiente matriz representa el costo de asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. de una empresa X . El costo representa tanto el tiempo en horas que se tarda en hacer el trabajo, como lo que cuesta el trabajo, en cientos de pesos. (p.ej, el trabajador A tardará 9 horas en hacer el trabajo I, y además la empresa deberá pagar 900 pesos por el trabajo). Los trabajos se pueden realizar en paralelo, i.e., no dependen uno de otro. La primera prioridad es terminar todos los trabajos en el menor tiempo posible, pero, satisfecha esta prioridad, se desea que el costo total en dinero sea lo menor posible. Es decir, la empresa desea encontrar, dentro del conjunto de matchings que minimizan el máximo, aquel matching que tenga suma mínima. Hallar tal matching, y decir en cuánto tiempo se terminarán todos los trabajos y cuánto será el costo total en pesos.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	<i>IX</i>
A	9	8	8	5	6	6	8	6	8
B	5	6	7	4	2	3	6	5	6
C	5	5	5	2	2	3	4	3	9
D	8	7	4	5	5	5	4	6	4
E	8	5	8	6	5	3	7	7	7
F	8	7	7	4	5	5	7	5	7
G	11	8	10	8	8	6	9	9	9
H	7	7	7	4	5	5	7	5	7
I	9	6	8	6	6	4	8	8	8

VI): El ejercicio V es un ejemplo de dada una matriz de costos, asignar los trabajos de forma de minimizar la suma de los costos de entre todos los matchings que minimizen el mayor costo. Hacer esto con la matriz del ejercicio IV c) y comparar con el costo que obtuvo antes.

VII): Ahora, pensar en el problema dual del anterior: de entre todos los matchings que minimizen la suma, hallar uno que minimice el mayor costo. Desarrolle un algoritmo para resolver este problema y aplicarlo en la matriz del ejercicio V.

VIII): ¿Cual es la complejidad del algoritmo que resuelve el problema de minimizar la suma de entre todos los matchings que minimizan el máximo? (como en el V).

IX): ¿Cual es la complejidad del algoritmo que resuelve el problema de minimizar el máximo de entre todos los matchings que minimizan la suma ? (el del ej VII).

X): Probar que un grafo bipartito $G = (X \cup Y, E)$ con $|X| = |Y| = 11$ y $|E| = 111$ tiene un matching perfecto.

XI): Las siguientes matrices representan las ganancias que la empresa X obtendrá al asignar los trabajos I, II, \dots , etc a los trabajadores A, B, \dots , etc. Asignar todos los trabajos de forma tal que la ganancia total de la empresa X sea máxima.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>		<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>		
	<i>A</i>	8	1	7	3	9	3	1	<i>A</i>	1	5	1	4	5	4	5	
	<i>B</i>	5	7	3	4	8	7	1	<i>B</i>	6	1	4	5	1	1	5	
<i>a)</i>	<i>C</i>	8	4	8	8	8	8	7	<i>b)</i>	<i>C</i>	1	5	6	6	1	6	9
	<i>D</i>	1	1	7	9	8	4	8	<i>D</i>	5	5	9	5	6	5	1	
	<i>E</i>	7	7	8	8	7	7	9	<i>E</i>	1	1	1	6	1	1	5	
	<i>F</i>	8	7	7	1	9	8	3	<i>F</i>	1	9	9	5	5	6	4	
	<i>G</i>	8	1	8	7	8	4	3	<i>G</i>	1	5	1	9	6	5	4	

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	
	<i>A</i>	9	8	7	7	3	6	1	8
	<i>B</i>	9	6	4	7	2	5	8	3
	<i>C</i>	7	6	7	8	3	7	7	4
<i>c)</i>	<i>D</i>	7	8	6	6	6	4	7	8
	<i>E</i>	5	5	3	7	5	5	9	5
	<i>F</i>	3	4	4	6	9	7	1	8
	<i>G</i>	3	6	3	4	7	8	1	4
	<i>H</i>	4	4	7	8	6	9	2	7

XII): Suponga ahora que en el ejercicio anterior los números representan la ganancia que cada trabajador obtendrá para sí mismo. Hallar un matching en cada caso que maximiza la ganancia mínima.