MATEMATICA DISCRETA II-2007 PRACTICO 5 (Matchings)

I): Se tienen seis trabajos (a - f) y seis personas (A - F) para hacer esos trabajos. La siguiente matriz tiene un 1 en la posicion (i, j) si la persona i puede hacer el trabajo j:

¿ Se le puede asignar un trabajo a cada persona?

II): Hallar matchings perfectos en los siguientes grafos bipartitos o probar que no existen. (como siempre, hacer solo algunos de los ejercicios ahora, dejar otros para repasar para el parcial y/o final)

$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

III): Las siguientes matrices representan el costo de asignar los trabajos I, II, \ldots , etc a los trabajadores A, B, \ldots , etc. de una empresa X. El costo lo pagaran los trabajadores. Hallar un matching que minimize el mayor costo que deba pagar un trabajador.

	т	ΤT	TTT	IV	1/	VI	VII	VIII		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	1	11	111	1 V	V	<i>V 1</i>	V 11	V 111	A	9	8	8	5	6	6	8	6	8
A	1	2	5	5	3	8	2	9	B	5	6	7	4	2	3	6	5	6
B	9	8	8	9	8	8	1	3		5	0	'	_		-		-	0
C	3	1	5	8	9	6	5	8	C	5	5	5	2	2	3	4	3	9
` _	-	1	-	_		_	_	_	D	8	7	4	5	5	5	4	6	4
a) D	9	1	7	9	3	8	8	5	b) E	8	5	8	6	5	3	7	7	7
E	8	9	2	4	8	5	9	9	_	_	5	0		5	Ū		- 1	<i>'</i>
F	9	8	3	8	8	9	8	1	F	8	7	7	4	5	5	7	5	7
_	_		_	_	0	_	_	1	G	10	7	9	7	7	5	8	8	8
G	5	4	8	9	1	8	9	8	H	7	7	7	1	5	5	7	5	7
Н	8	8	9	1	8	3	1	1	11	1	- 1	1	4	5	5	1	5	1
		_	,	-	_	9	_	-	I	8	5	7	5	5	3	7	7	7

IV): La empresa del ejercicio anterior asume ella los costos. (luego de una huelga). Encontrar un matching que minimize el costo total.

V): Las siguientes matrices representan el costo que la empresa X debera incurrir al asignar los trabajos I, II, \ldots , etc a los trabajadores A, B, \ldots , etc. Asignar todos los trabajos de forma tal que el costo total de la empresa X sea minimo.

	a)	A B C D E F G	I 8 4 8 5 4 8 8	II 5 4 6 5 4 9 5	III 4 6 9 9 8 9 8	IV 6 6 9 8 9 5 9	$V \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 9 \\ 4 \\ 8 \\ 9$	VI 6 6 9 9 4 9 6	VII 5 5 9 8 8 6 6 6	<i>b</i>)	A B C D E F G	I 8 9 8 5 6 8 8	II 5 6 3 5 6 7 5	III 2 10 4 7 8 7	IV 10 3 4 2 4 5 7	$V \\ 2 \\ 8 \\ 8 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \\ 4$	VI 10 6 4 3 6 4 3	VII 5 5 7 8 2 10
c)	A B C D E F G	I 7 8 7 4 5 7 7	II 4 5 2 4 5 6 4	III 6 9 3 6 7 6 7	IV 9 2 3 1 3 4 6	$V \\ 1 \\ 7 \\ 7 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \\ 3$	$VI \\ 9 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 2$	VII. 4 4 6 7 1 9	d)	A B C D E F G H	I 1 1 3 3 1 1 6	II 2 4 4 2 3 6 8 6	3 6 3 4 1 6 1 2	IV 3 3 2 4 2 8 6 7	$V \\ 1 \\ 9 \\ 1 \\ 8 \\ 3 \\ 5 \\ 2 \\ 8$	VI 8 3 2 6 3 2 7 5	VIII 4 7 2 2 5 4 4 9	VIII 2 1 6 7 3 7 6 2
					A B C D E F G H I	I 1 5 4 2 8 1 3 4 1	II 2 6 5 3 9 2 6 5 9	III 2 5 6 4 6 5 5 7 9	IV 4 6 6 5 5 9 6 4 8	V 7 9 9 9 5 6 5 9 3	VI 3 9 4 9 5 1 7 9	()	III 7 3 7 3 5 2 5 3 8 4	VIII 9 8 6 9 3 3 8 1	IX 8 6 7 3 7 4 9 9			

VI): La siguientes matrices representa los ganancias que la empresa X obtendra al asignar los trabajos I, II, \ldots , etc a los trabajadores A, B, \ldots , etc. Asignar todos los trabajos de forma tal que la gananacia total de la empresa X sea maxima.

```
II
             III
                   IV
                         V
                              VI
                                   VII
                                                   Ι
                                                      II
                                                           III
                                                                  IV
                                                                       V
                                                                            VI
                                                                                  VII
        1
              7
                    3
                         9
                              3
                                                                        5
                                                                             4
                                                                                   5
A
                                     1
                                              A
                                                  1
                                                       5
                                                             1
                                                                   4
B
        7
              3
                         8
                              7
                                     1
                                              B
                                                  6
                                                                   5
                                                                             1
                                                                                   5
    5
                    4
                                                       1
                                                             4
                                                                        1
C
                                              C
              8
                                     7
                                                  1
                                                                   6
        4
                    8
                         8
                              8
                                                       5
                                                             6
                                                                             6
                                                                                   9
D
                                                  5
    1
        1
              7
                    9
                         8
                                     8
                                              D
                                                       5
                                                             9
                                                                   5
                                                                        6
                              4
                                                                             5
                                                                                   1
E
        7
              8
                         7
                              7
                                     9
                                              E
                                                  1
                                                       1
                                                             1
                                                                   6
                                                                        1
                                                                             1
                                                                                   5
                    1
F
    8
        7
              7
                         9
                              8
                                     3
                                              F
                                                  1
                                                       9
                                                             9
                                                                   5
                                                                        5
                                                                             6
                                                                                   4
G
                         8
                                     3
                                              G
                                                  1
                                                             1
                                                                   9
        1
              8
                                                       5
                                                                             5
                                                                                   4
                       Ι
                           II
                                III
                                      IV
                                            V
                                                 VI
                                                      VII
                                                             VIII
                   A
                       9
                           8
                                 7
                                       7
                                            3
                                                 6
                                                        1
                                                                8
                   B
                       9
                           6
                                 4
                                       7
                                            2
                                                 5
                                                        8
                                                                3
                   C
                       7
                                 7
                                       8
                                            3
                                                 7
                                                        7
                           6
                                                                4
                  D
                       7
                           8
                                 6
                                       6
                                            6
                                                 4
                                                        7
                                                                8
                   E
                                       7
                       5
                                 3
                                            5
                                                                5
                           5
                                                 5
                                                        9
                       3
                                                 7
                   F
                           4
                                 4
                                       6
                                            9
                                                        1
                                                               8
                       3
                                            7
                   G
                           6
                                 3
                                       4
                                                        1
                                                                4
                   H
                       4
                           4
                                 7
                                       8
                                            6
                                                 9
                                                        2
                                                                7
```

- VII): Suponga ahora que en el ejercicio anterior los numeros representan la ganancia que cada trabajador obtendra para si mismo. Hallar un matching en cada caso que maximiza la ganancia minima.
- VIII): Probar que no es posible cubrir con dominos un tablero de ajedrez al cual se le han removido dos esquinas opuestas por una diagonal.
- IX): Suponga que desea, dada una matriz de costos, asignar los trabajos de forma de minimizar el mayor costo, pero, de entre todos los matchings que minimizen el mayor costo, hallar uno que minimize la suma. (OJO; mimimiza la suma de entre todos los que minimizan el mayor costo, pero puede no necesariamente minimizar la suma de entre todos los matchings posibles). Elaborar un algoritmo que resuelva este problema. Resolver un par de ejercicios anteriores con este metodo.
- X): Ahora, pensar en el problema dual del anterior: de entre todos los matchings que minimizen la suma, hallar uno que minimize el mayor costo.