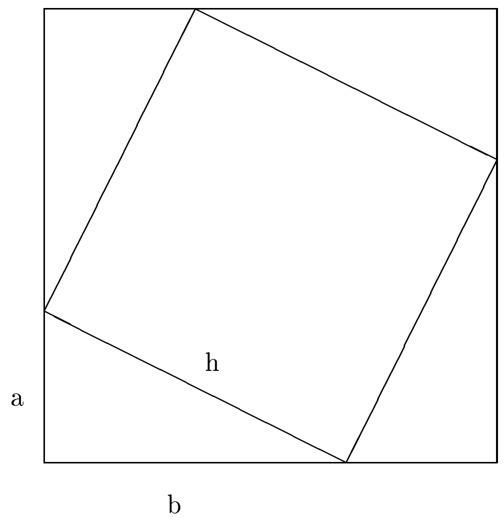
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Introducción a la Física

Guía N°1

Problema 1: Utilizando la figura que se muestra a continuación, contruya una demostración del teorema de Pitágoras: Para todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa: $a^2 + b^2 = h^2$.



Problema 2: Calcule los valores de x que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$
\begin{array}{lrcl}
\mathbf{a)} & 7\dfrac{x}{x+8} & = & \dfrac{2}{5} \\
\mathbf{b)} & \dfrac{3\,(2-x)}{4x} & = & 5\,x-1 \\
\mathbf{c)} & \dfrac{(3x+2)(x-1/3)}{2} & = & -\dfrac{2}{3}x \\
\mathbf{d)} & \left(-\dfrac{3}{4}x-1\right)\left(\dfrac{x}{2}+3\right) & = & \dfrac{35}{12}x+47 \\
\mathbf{e)} & (x-4)\,(2+x) & = & 0
\end{array}
$$

Nota: No utilice calculadora!! Para cada caso despeje x en término de fracciones y radicales reducidos.

Problema 3: Ubique en un gráfico los puntos a, b, c y d cuyas ordenadas son: $x_a = 6$; $x_b = -4,5$; $x_c = 0,5$ y $x_d = -2$. Calcule la distancia que hay entre ellos, tomándolos de a pares.

Problema 4: Un automóvil que gasta $0,1$ litros de nafta por kilómetro, recorre un camino que une los puntos a, b, c y d en ese orden. Si las ordenadas de esos puntos son: $x_a = -6,3\,\mathrm{km}$; $x_b = 13\,\mathrm{km}$; $x_c = 25\,\mathrm{km}$ y $x_d = 8,4\,\mathrm{km}$, calcule cuánta nafta gastó en su recorrido desde a hasta d y a que distancia del punto de partida se encuentra el auto al terminar su recorrido.

Problema 5: Considere un cuerpo que se mueve verticalmente partiendo de un punto de ordenada $4,2\,\mathrm{m}$ y que pasa en forma sucesiva por los puntos de ordenadas $6,8\,\mathrm{m}$, $-3,1\,\mathrm{m}$, $-1,8\,\mathrm{m}$ y $-7,3\,\mathrm{m}$, para detenerse finalmente en el punto de ordenada $2,5\,\mathrm{m}$. Calcule:

a) la longitud del camino recorrido en la zona de ordenadas negativas,

b) la longitud total del camino recorrido y

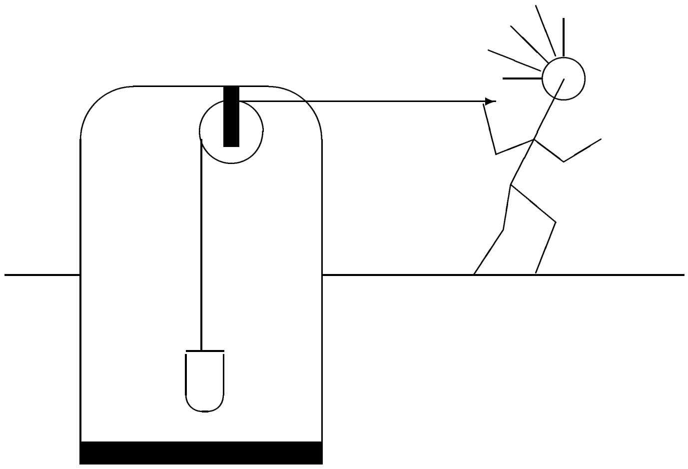
c) la distancia entre los puntos de partida y llegada.

Problema 6: Dado un camino unidimensional con origen en un punto a, las ordenadas de un hombre y de un punto b son, respectivamente, $x_{ah} = 2\,\mathrm{m}$ y $x_{ab} = 5\,\mathrm{m}$.

a) Calcular la distancia entre el hombre y el punto b.

b) Si ahora se toma como origen de las ordenadas el punto c tal que $x_{ac} = -3\,\mathrm{m}$; dar las ordenadas del hombre y de los puntos a y b con respecto al nuevo origen c. ¿Cuál es ahora la distancia resultante entre el hombre y el punto b? Discuta el resultado.

Problema 7: Un hombre saca agua de un pozo con un balde tirando de la soga como se muestra en la figura. Cuando el balde se encuentra sumergido al nivel de la superficie del agua, el hombre se halla en un punto de ordenada $-14,26\,\mathrm{m}$ respecto de algún origen sobre su camino horizontal. Al llegar el balde al nivel del brocal, el hombre se encuentra en el punto de ordenada $4,13\,\mathrm{m}$ respecto del mismo origen. Calcular la longitud mínima que debe tener la soga para poder sacar agua del pozo.



Problema 8: En un sistema de ejes ortogonales, ubique los puntos correspondientes a los siguientes pares ordenados: $(1;3/2)$, $(0;2)$, $(0;-2)$, $(-1;1,5)$, $(2;-1/4)$, $(1/2;0)$ y $(-1;-1)$.

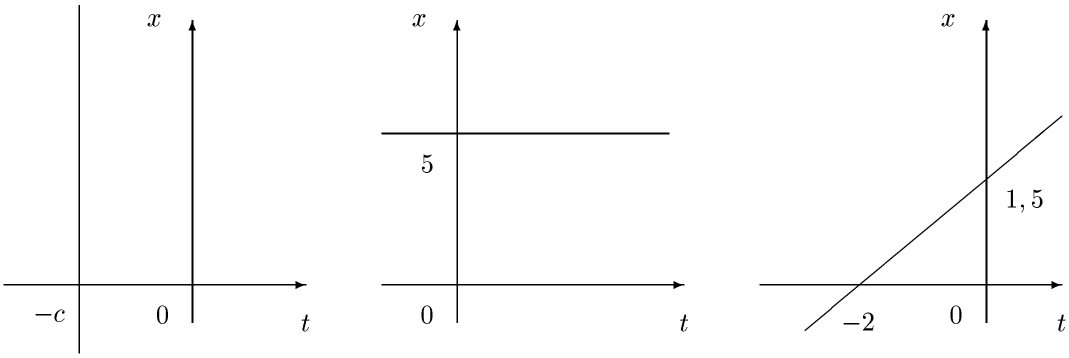
Problema 9: En cada uno de los siguientes casos, dar una expresión matemática para la función descripta:
a) Un rectángulo tiene área A. Expresar el perímetro P en función de la longitud de uno de sus lados y la constante A.
b) Un cajón rectangular tiene volumen V. Los lados de la base son tales que uno es el doble que el otro. Expresar la altura del cajón en función de uno de los lados de la base y la constante V.
c) Los lados iguales de un triángulo isósceles tienen longitud L. Expresar el área del triángulo en función de la longitud de su base y la constante L.
d) Un rectángulo está inscripto en una semicircunferencia de radio R, con una de sus bases sobre el diámetro. Expresar el área del rectángulo como función de la longitud de su base y la constante R.
e) Para cercar dos parcelas de terreno, una circular y la otra cuadrada, se han utilizado N metros de cerco. Expresar el área total cercada como función de la longitud del lado del cuadrado y la constante N.

Problema 10: En coordenadas cartesianas ortogonales, determinar las ecuaciones de las rectas que determinan los puntos $a = (1;1)$, $b = (-2;1,5)$ y $c = (2;-0,5)$, tomados de a pares.

Problema 11: Si $a = (2;1)$, $b = (4;-2)$ y $c = (-1;-1)$ son tres de los vértices de un paralelogramo $abcd$, hallar las coordenadas del vértice d, las ecuaciones de las diagonales y graficar.

Problema 12: Representar gráficamente las siguientes funciones y en cada caso determinar analítica y gráficamente los puntos de intersección de la curva con los ejes x y t.
a) $x = \frac{3}{2}t - 1,5$ **b)** $x = -2$ **c)** $x = \frac{1}{2}t + 2$ **d)** $x = -0,75t + \frac{2}{3}$ **e)** $t = 1$.

Problema 13: Dados los siguientes gráficos encontrar una expresión analítica para cada una de las siguientes funciones.



Problema 14: Representar gráficamente las siguientes funciones y en cada caso determinar analítica y gráficamente los puntos de intersección de la curva con los ejes x y t.
a) $x = 2t^2 - t + 1$ **b)** $x = -(1/2)t^2 + t - 1$ **c)** $x = \frac{1}{4}t^2 + 2$ **d)** $x = 0,6t^2 - 2,4t$

Problema 15: Determinar la función cuadrática que pasa por los puntos $a = (0;3)$, $b = (1;2)$ y $c = (-2;11)$.

Problema 16: Dada la función $y = ax^2 + bx + c$, graficar cualitativamente cada uno de los siguientes casos:

a) Suponga que $b = c = 0$ y considere las posibilidades: i) $a > 1$; ii) $0 < a < 1$; iii)$a < 0$.

b) Suponga que $b = 0$ y considere las posibilidades: i) $a > 0$ y $c < 0$; ii) $a > 0$ y $c > 0$.

c) Suponga que $c = 0$ y considere las posibilidades: i) $a > 0$ y $b < 0$; ii) $a > 0$ y $b > 0$.

d) Suponga que $a > 0$, $b > 0$ y $c > 0$ y estudie los casos: i) $b^2 > 4ac$; ii) $b^2 < 4ac$ y iii) $b^2 = 4ac$.

Problema 17: Calcular los ceros de la función $y = f(x)$, es decir las raíces de la ecuación f(x) = 0.

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^4 - 3x^2) - 5x^2 + 18$$

Problema 18: Calcular gráfica y analíticamente las intersecciones entre la hipérbola $y = -\dfrac{3}{x}$ y la recta $y = -x + 2$.

Problema 19: Considere la función:

$$f(x) = \sqrt{(1 + 2x)(3 - x)}$$

definida sobre los reales y que puede tomar valores reales solamente. Determine el intervalo de valores de x para los cuales está definida esta función.

Problema 20: Representar gráficamente las siguientes funciones:

a) $x = \dfrac{a}{t} + b$

b) $x = \dfrac{a}{t^2} + b$

c) $x = \dfrac{a}{t^2 + b^2}$

d) $x = \dfrac{a}{t^n}$, para n par y n impar

e) $x = \dfrac{a}{t^n + c}$, con $c > 0$ y para todo n entero positivo.

Problema 21: ¿Cuáles son los números reales que satisfacen las siguientes condiciones? Ubíquelos sobre la recta real.

a) $x - 5 > 2$	**b)** $7 - x < -2$	**c)** $\dfrac{2}{x-1} < 4$
d) $\lvert x \rvert < 6$	**e)** $\lvert 3x + 1 \rvert = 5$	**f)** $\lvert x - 1 \rvert < \dfrac{1}{3}$
g) $\lvert 3 - 2x \rvert < 1$	**h)** $\lvert x - 1 \rvert = \lvert 2x - 2 \rvert$	

Problema 22: Representar gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = |x|$, **b)** $y = |x - 1|$, **c)** $y = |x + 1|$, **d)** $y = 2|x| - |x - 1|$,

e)

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 < x < 1 \\ 3, & x = 1 \\ -2x+4, & 1 < x < 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} .$$

Problema 23: Dados dos números reales u y v, encuentre la relación que se verifica entre $|u+v|$ y $|u| + |v|$. Justifique la respuesta.

Problema 24: Las funciones de movimiento de dos autos A y B son respectivamente:

$$\begin{aligned} x_A[m] &= (1/2)[m/s]t[s] + 2,5[m] \\ x_B[m] &= -2[m/s]t[s] + 4[m] \end{aligned}$$

a) Determinar la distancia que separa a ambos móviles en $t = 2\,\mathrm{s}$.

b) ¿Para qué valor de t y en qué punto x se produce el encuentro de los autos? Resolver el problema analítica y gráficamente.

Problema 25: En el instante $t = 2\,\mathrm{s}$ parten un móvil A desde $x_A = -10\,\mathrm{m}$ y otro B desde $x_B = 0\,\mathrm{m}$. En $t = -1\,\mathrm{s}$, B se halla en $x_B = 2\,\mathrm{m}$, siendo en $t = 0\,\mathrm{s}$ la distancia entre los móviles de $5\,\mathrm{m}$.

a) Determinar las funciones de movimiento de los móviles A y B suponiendo que son de la forma $x = a + bt$.

b) ¿Tiene el problema solución única? ¿Porqué?

c) Determine él o los puntos de encuentro en forma gráfica y analítica.

Problema 26: Las funciones de movimiento de tres móviles son:

$$x_a = -3t^2 + 2t + 8; \quad x_b = -3t + 6; \quad x_c = 2t - 1$$

con x en metros y t en segundos. Determinar analítica y gráficamente los valores de x y t correspondientes a los encuentros de a con b y de b con c.

Fa.M.A.F ©1996