Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Introducción a la Física

Guía N°4

Problema 1: ¿Cuales son las componentes del vector que resulta de la diferencia del vector $p_1 = (-1, 0)$ y el vector $p_2 = (2, -3)$? Calcular el módulo del vector diferencia.

Problema 2: Un vector tiene módulo $M = 13$ y la primera componente del vector es $a_1 = 3$. ¿Cuál es la otra componente?

Problema 3: Dados los vectores $\vec{A} = (3, 2)$; $\vec{B} = (5, -1)$; $\vec{C} = (-4, 3)$ y $\vec{D} = (0, 1)$. Hallar, gráfica y analíticamente, las componentes, módulo, dirección y sentido de los vectores:

a) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} - \vec{D}$ *d)* $2\,(\vec{A} - 2\,\vec{B} + 3\,\vec{C})$

b) $\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$ *e)* $3\,\vec{A} - \vec{B} - 2\,\vec{C} + \vec{D}$

c) $6\,(\vec{A} + \vec{B} + \vec{D} - \vec{C})$ *f)* $5\,\vec{C}$

Problema 4: Sea el vector de componentes $(1/3, 2/3)$. Hallar las componentes del vector de módulo 5 que tiene la misma dirección y sentido que el vector dado.

Problema 5: Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de módulo 3 y 4 respectivamente.

a) Calcule el módulo de la resultante de ambos vectores cuando el ángulo comprendido entre ellos es $\theta = 30^o$.

b) Haga lo mismo para $\theta = 120^o$.

c) Calcule en ambos casos la dirección de la resultante respecto del vector $\vec{A}$.

Problema 6: Dados $\vec{A} = 3\,\hat{\imath} - 5\,\hat{\jmath}$; $\vec{B} = 2\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath}$ y $\vec{C} = \hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath}$ calcular:

a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

b) $(\vec{A} - \vec{B})\,.\,\vec{C}$

c) La distancia que hay entre los extremos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{C}$ (ubicados ambos a partir del mismo origen).

d) El ángulo que forman $(\vec{A} - \vec{B})$ con $\vec{C}$ y $(\vec{A} - \vec{B})$ con $\vec{A}$.

e) Encontrar un vector de módulo uno que sea perpendicular a $\vec{A}$. ¿Cuántas soluciones pueden darse?

Problema 7: Graficar en el plano (x, y) los puntos que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} a)\ 2\,x - 2\,y = 3 & d)\ 2\,x\,y = a^2 \\ b)\ x^2 + y^2 = p^2 & e)\ x^2 = 4\,y \\ c)\ x^2 + y^2 - 4\,x = 0 & f)\ x^2 + y^2 = \sqrt{2}\,(x + y) \end{array}$$

Problema 8: Dada la curva $\gamma(t)$ en forma paramétrica por $x = f(t)$, $y = g(t)$; expresar las condiciones de máximo, mínimo, y punto de inflexión de la curva $y(x)$ en término de las funciones f y g.

Problema 9: Un avión vuela 200 km hacia el NE en una dirección que forma un ángulo de 30^o hacia el este de la dirección norte. En ese punto cambia su dirección de vuelo hacia el NO. En esta dirección vuela 60 Km formando un ángulo de 45^o con la dirección norte.

a) Calcular la máxima distancia hacia el este del punto de partida a la que llegó el avión .

b) Calcular la máxima distancia hacia el norte del punto de partida, a la que llegó el avión.

c) Calcular la distancia a la que se encuentra el avión del punto de partida, al cabo de su recorrido.

Problema 10: Una persona sale por la puerta principal de una casa, camina 300 m hacia el este, 600 m al norte y despues toma una moneda y la deja caer desde un acantilado de 150 m de altura. Establecer un sistema de coordenadas y escribir una expresión para el desplazamiento de la moneda, empleando vectores.

La persona regresa enseguida a la puerta de su casa, recorriendo un camino diferente al de ida. ¿Cuál es el desplazamiento resultante de la persona en su viaje de ida y vuelta?.

Problema 11: La función de movimiento de un cuerpo dada en forma paramétrica es :

$$y(t) = -b\,(t^2 - c^2)\,; \quad x(t) = c + t$$

donde $b > 0$ y $c > 0$.

a) Encontrar la ecuación de la trayectoria. Graficar.

b) Calcular los vectores velocidad $\vec{v}(t)$ y aceleración $\vec{a}(t)$.

c) Encontrar la dirección y sentido de $\vec{v}$ y $\vec{a}$ en $t = \dfrac{3}{2}\,c$.

d) Idem que c) pero para $t = 0$. Dibuje los vectores obtenidos en el gráfico de la trayectoria.

Problema 12: El movimiento de un cuerpo está dado paramétricamente por:

$$x(t) = p\,(at - 1)^2\,; \quad y(t) = -h\,(at - 1)^2 + h$$

donde p, h y a son constantes positivas.

a) Escribir la ecuación de la trayectoria del cuerpo y graficar.

b) Calcular la velocidad $\vec{v}(t)$ y la aceleración $\vec{a}(t)$.

c) Determinar el instante de tiempo en que el cuerpo se detiene y calcular $\vec{r}$ y $\vec{a}$ para ese instante.

Problema 13: El movimiento en el plano de una partícula está determinado por:

$$x(t) = a\, t^2 \ ; \quad y(t) = b\, t^3$$

donde $a = 3\dfrac{m}{s^2}$ y $b = 2\dfrac{m}{s^3}$.

a) Calcular la trayectoria de la partícula. Graficar.

b) Calcular la aceleración en $t = \dfrac{1}{2}$ s.

c) ¿Cuál es el ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración en ese instante?

d) Determinar el instante t_1 en que la aceleración es paralela a la recta $y = x$, y el instante t_2 en que la velocidad es paralela a esa recta.

e) Determinar la velocidad media en el intervalo (t_1, t_2).

Problema 14: Exprese las siguientes ecuaciones en coordenadas cartesianas y grafique:

a) $\theta = \dfrac{\pi}{6}$, **b)** $r\ \cos(\theta) = 5$, **c)** $r = 6\, cos(\theta)$, **d)** $r = \dfrac{a}{\mathrm{sen}(\theta) \pm b\ \cos(\theta)}$ y **e)** $r^2 = \dfrac{a^2}{\cos(2\theta)}$.

Problema 15: Expresar la siguiente ecuación en coordenadas cartesianas:

$$r = \frac{p}{1 - e\ \cos(\theta)}$$

y grafique considerando los siguientes casos:

a) $e = 0$

b) $e = \pm 1$

c) $0 < e < 1$ (graficar usando la exprexión dada en polares).

d) $e > 1$ (intentar graficar la expresión en cartesianas).

e) ¿Qué pasa si se cambia $\cos(\theta)$ por $\mathrm{sen}(\theta)$?

Problema 16: Graficar las siguientes funciones definidas en coordenadas polares: **a)** $\rho = \mathrm{sen}(\theta)$ y **b)** $\rho = exp(a\ \theta)$.

Problema 17: Dos embarcaderos A y B, situados sobre un río, distan uno del otro 1 Km. Dos hombres han de realizar recorridos desde A hacia B y volver. Uno de los hombres va remando en una barca a la velocidad de $4\,\dfrac{km}{h}$ tespecto al río. El otro realiza el trayecto por tierra a una velocidad de $4\,\dfrac{km}{h}$. La velocidad del río respecto de tierra es de $2\,\dfrac{km}{h}$ en la dirección de A a B. ¿Cuánto tardará cada hombre en efectuar el recorrido?.

Problema 18: Un piloto de avión desea volar hacia el norte. El viento sopla hacia el oeste a $60\dfrac{km}{h}$. Si la velocidad de vuelo del avión es de $180\dfrac{km}{h}$ (velocidad con aire en calma). ¿En qué dirección debe poner rumbo el piloto?. ¿Cuál es la velocidad del avión respecto de tierra?. Haga un diagrama vectorial.

Problema 19: Un piloto de avión pone su brújula hacia el oeste y mantiene su velocidad respecto del aire en $120\frac{km}{h}$. Después de volar media hora se encuentra sobre una ciudad situada 75 km hacia el oeste y 20 km al sur de su punto de partida.

a) Calcular la velocidad del viento en magnitud y dirección.

b) Si la velocidad del viento varía, siendo ahora en dirección sur de $60\frac{km}{h}$, ¿En que dirección debería el piloto poner su rumbo a fin de dirigirse hacia el oeste? (Tómese la velocidad del avión de $120\frac{km}{h}$ respecto del aire.)

Problema 20: Una gota de lluvia que cae verticalmente pega contra la ventana de un tren que se mueve a razón de $72\frac{km}{h}$. La gota marca una raya sobre el cristal que forma un ángulo de 10^o con la horizontal. ¿Cuál es la velocidad de caída de la gota?

Problema 21: Un río muy ancho tiene una corriente de $1\frac{m}{s}$ en la dirección positiva del eje x. Una lancha cuya velocidad respecto al agua es de $4\frac{m}{s}$ viaja oblicuamente formando un ángulo de 60^o con la dirección $\hat{\imath}$. En un momento dado, se deja caer desde la lancha una botella que flota, y luego de 20 minutos se decide volver a buscarla. Para lo cual la lancha se detiene y regresa manteniendo su velocidad de $4\frac{m}{s}$ respecto al agua.

a) ¿Hacia dónde debe apuntar la lancha con respecto a la dirección de la corriente para encontrar la botella?

b) ¿Cuánto tardará en regresar a la botella?

c) Describa el problema desde un sistema fijo en tierra.

Problema 22: Un buque atraviesa el canal de Panamá de Este a Oeste a una velocidad de $28.8\frac{km}{h}$ medida desde tierra. Un marinero, cuyo paso normal es de $1\frac{m}{s}$, se dirige hacia la popa llevando una bandeja con dos postres; uno de ellos para el capitán (odiado por la tripulación) y el otro para su esposa (única mujer en el barco). El marinero observa divertido como una mosca oscila indecisa entre ambos postres describiendo un movimiento de la forma: $A\ \mathrm{sen}(\omega t)$, siendo $2A$ la separación entre los postres. Calcular: $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$ y la trayectoria de la mosca respecto de tierra.