Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Introducción a la Física

Guía N°6

Ejemplos de Problemas de Examen

Problema 1: Considere una partícula cuya aceleración está dada por:

$$\vec{a} = -\omega^2 \, \hat{u}_\rho$$

donde $\hat{u}_\rho$ es el versor polar en la dirección radial en el plano x-y, y ω es una constante. Suponga que en el instante inicial dicha partícula se encuentra en la posición $\vec{r_o} = 1\,\hat{\imath}$ y su velocidad es $\vec{v_o} = \omega\,\hat{\jmath} + a\,\hat{k}$ (donde la unidad de distancia está en metros y la de tiempo en segundos).

a) Escriba el vector posición $\vec{r}(t)$ de la partícula.

b) Calcule la aceleración tangencial y normal a la trayectoria.

c) Interprete el significado físico de la constante ω.

d) Dibuje la trayectoria.

Problema 2: Un joven agita una botella de champagne parado sobre el borde de una pista de baile circular de $4\,\mathrm{m}$ de radio que gira con una velocidad angular de $0,25s^{-1}$. Considere que en el momento de saltar el corcho, la botella apuntaba radialmente hacia fuera de la pista, formando el eje de la botella un ángulo de 30^o con la normal al piso, y que se encontraba elevada a una altura de $1,50\,\mathrm{m}$ respecto del piso del salón de baile.

a) Si el corcho toca el piso del salón (sin haber encontrado ningún otro obstáculo en su camino) habiendo recorrido una distancia de $1\,\mathrm{m}$ medida sobre el piso del salón; cuál es la velocidad inicial del corcho respecto de la botella?

b) Describa el movimiento del corcho desde una mesa en el salón lejos de la pista (Es decir escriba el vector posición del corcho como función del tiempo).

c) ¿Cuál es la distancia angular recorrida por el joven en la pista desde que salta el corcho hasta que toca el piso?

Problema 3: Considere un cañon cuya longitud es $L = 5\,\mathrm{m}$, el cual forma un ángulo $\alpha = 60^o$ con la horizontal. La bala ubicada en el fondo del cañon se encuentra a nivel del terreno. Al ser disparada, la bala es acelerada dentro del cañon, desde su posición inicial de reposo hasta que alcanza la boca de salida, según la función:

$$a(t) = a_0 \ \cos\left(\sqrt{\frac{a_0}{L}}\ t\right)$$

donde $a_0 = 500\dfrac{m}{s^2}$.

a) Determine el instante de tiempo t_L en el cual la bala alcanza la boca del cañon, y la velocidad v_L con la cual es expulsada. Grafique la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ de la bala en su trayecto dentro del cañon.

b) Calcule el instante de tiempo en el que la bala disparada llega al nivel del terreno. Considere la aceleración de la gravedad $g = 10\,\dfrac{m}{s^2}$.

c) Calcule la distancia horizontal que recorre la bala, desde su posición inicial de reposo.

d) Calcule el instante de tiempo en el cual la bala alcanza la altura máxima.

e) ¿Es este tiempo la mitad del calculado en el punto **b)**? Explique.

f) Calcule la distancia horizontal recorrida por la bala cuando se encuentra a máxima altura.

g) Calcule las componentes tangencial y normal a la trayectoria de la aceleración de la bala para todo t.

h) Cuando la bala se encuentra a máxima altura, realice un diagrama vectorial de las componentes tangencial y normal de la aceleración sobre el gráfico de la trayectoria.

Problema 4: Un barco y un submarino viajan en el mar uno sobre el otro hacia el Norte a $8\dfrac{Km}{h}$. El capitán del barco no advierte que en un dado instante comienza a navegar sobre una corriente superficial de $3\dfrac{Km}{h}$ en la dirección NE (45^o respecto al Norte). En el mismo instante el capitán del submarino pone rumbo al Este con una velocidad de $5\dfrac{Km}{h}$.

a) Calcule el desplazamiento del barco respecto del submarino 15 minutos luego del instante de separación.

b) Si ahora el submarino deseara alcanzar al barco, ¿Hacia donde debe colocar su rumbo, suponiendo que su velocidad respecto al agua es de $15\dfrac{Km}{h}$ y que la velocidad del barco y de la corriente superficial siguen siendo las mismas?; ¿Cuanto tiempo le llevará al submarino alcanzar al barco.

Problema 5: La trayectoria de una partícula en el plano es: $y = x^2 + 1$; y se tiene la siguiente función de movimiento: $x(t) = \alpha\, t$, donde la constante α es una incógnita. Un segundo móvil se desplaza en el mismo plano, libre de aceleración, con una velocidad de módulo v_0 y en $t = 0$ su coordenada x es nula.

Si en el instante $t = 1\,\mathrm{s}$ ambos móviles se encuentran de manera tal que se hallan en reposo relativo, determine para el segundo móvil su vector posición como función del tiempo y calcule el valor de la constante α.

Problema 6: Discuta la validez de la siguiente afirmación: "*En los puntos de la trayectoria de una partícula en los cuales su velocidad es nula, el vector aceleración es tangente a la trayectoria*".

Problema 7: En la matinee del último domingo, se vió un indio Sioux que cabalgaba por un desfiladero de montaña sobre su caballo a $18\dfrac{km}{h}$ (esta velocidad sólo posee componente horizontal). Perpendicular al desfiladero corría un camino recto por el cual se desplazaba una carreta con un cargamento de whisky. Cuando la carreta se hallaba en el cruce del camino con el desfiladero, el indio, que en ese momento se encontraba a $60\,\mathrm{m}$ de dicho cruce (distancia horizontal) y a una altura de $30\,\mathrm{m}$ sobre el nivel del camino, disparó una flecha con una velocidad de $10\dfrac{m}{s}$ respecto al arco. Considerando que la flecha es disparada formando un ángulo de 30^o elevada con respecto a la horizontal y que finalmente atraviesa al conductor de la carreta. Calcule:

a) la dirección (en el plano horizontal) con la cual la flecha fue lanzada,

b) la velocidad de la carreta,

c) el tiempo que tarda la flecha en alcanzar el blanco desde que fue lanzada.

Problema 8: Un aficionado al tango colocó en su viejo fonógrafo un disco de Carlos Gardel. Cuando comenzó a sonar, el tanguero se percató que la placa fonográfica de $78\,\mathrm{r.p.m.}$ (revoluciones por minuto) estaba girando a $45\,\mathrm{r.p.m.}$. Al cambiar el selector de velocidad del fonógrafo, el disco pasó de manera uniforme de girar a $45\,\mathrm{r.p.m.}$ a girar a $78\,\mathrm{r.p.m.}$ en 15 segundos; tras lo cual permaneció con velocidad angular constante y la voz del zorzal criollo se escuchó con inigualable nitidez. Inadvertida por el tanguero, una hormiga negra se hallaba sujeta en la periferia del disco e inmóvil respecto de este. Asumiendo que el disco tiene un diámetro de $30\,\mathrm{cm}$:

a) Calcule el *vector aceleración* de la hormiga desde el instante en que se cambia el selector de velocidad en adelante.

La hormiga harta de los tangos decide dejar el disco y comienza a caminar hacia el centro de manera tal que, con respecto al disco, describe un camino perfectamente radial.

b) Suponiendo la velocidad de la hormiga respecto del disco constante: Exprese el *vector aceleración* de la hormiga respecto al fonógrafo, como función de la distancia radial al centro del disco.

Problema 9: En una centrifugadora se coloca un tubo de ensayos con una muestra líquida desconocida. Al conectarse la centrifugadora, esta produce una aceleración angular dada por:

$$\gamma(t) = \begin{cases} 2\,A(T-t) & (0 \leq t \leq T) \\ 0 & (t > T) \end{cases}$$

donde $T = 1\,\mathrm{minuto}$ y $A = 10000\,\mathrm{r.p.m.}^3$. Al girar, el tubo de ensayos adopta una posición casi horizontal, quedando la gota líquida a $30\,\mathrm{cm}$ del centro de giro y a una altura de $1\,\mathrm{m}$ del piso. Cuando la velocidad angular alcanza el valor de $1000\,\mathrm{r.p.m.}$, la muestra se solidifica repentinamente y se rompe el tubo de ensayos liberando la misma.

a) Calcule cuanto tiempo trascurrió desde que se conecta la centrifugadora hasta que llega a $1000\,\mathrm{r.p.m.}$.

b) Si en el instante en que se libera la gota su velocidad es perpendicular a una pared del laboratorio a $10\,\mathrm{m}$ del centro de la centrifugadora, determine si la gota impacta contra la pared y a qué altura del piso lo hace.

Problema 10: Conocida la trayectoria de una partícula $y = y(x)$, puede afirmarse inmediatamente que $v_y = y'\, v_x$; donde $y' = \dfrac{dy}{dx}$. Demuestre a continuación, que la derivada respecto al tiempo del módulo de la velocidad $\dot{v}$ cumple:

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x}{v}\left[\left(1 + y'^2\right)\dot{v}_x + v_x^2\, y'\, y''\right]$$

En la figura se muestra la trayectoria de un móvil sobre el plano $X - Y$. Se conoce además la siguiente función de movimiento:

$$x(t) = \begin{cases} b \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{t}{T}\right) & (0 \leq t \leq T) \\ b & (t > T) \end{cases}$$

a) Grafique para todo $t \geq 0$ las siguientes funciones: $v_x(t)$ y $\dot{v}_x(t)$.

b) Determine en que instantes de tiempo el móvil se encuentra en cada uno de los puntos destacados sobre la figura (I, A, B, C, D, R).

c) Utilizando la información disponible, determine si la aceleración tangencial es paralela o antiparalela al vector velocidad en cada uno de los puntos destacados sobre la figura. Explique en cada uno de los casos su razonamiento.

d) Sobre la figura dibuje un posible vector aceleración para el móvil en cada uno de los puntos destacados.

e) Determine en qué regiones de la trayectoria el movimiento puede ser acelerado; esto es, $\dot{v} > 0$. Explique sus conclusiones.