Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Mecánica

Guía N°1: Mecánica de Newton

Problema 1: *Ley de gravitación*

A partir de las leyes de Kepler sobre el movimiento de los planetas:

i) Los planetas describen órbitas elípticas y el sol se encuentra en uno de los focos.

ii) Cada planeta se mueve de forma tal que el segmento de recta que une el planeta con el sol, barre areas iguales en tiempos iguales.

iii) Los períodos de revolución de cada planeta son proporcionales a la potencia $3/2$ del diámetro mayor de cada órbita.

Deducir, utilizando exclusivamente argumentos geométricos:

(a) Los cambios en la velocidad de los planetas pueden estar solamente dirigidos hacia el sol.

(b) La magnitud de la atracción gravitacional entre cada planeta y el sol depende de la distancia que los separa, y es proporcional a la inversa del cuadrado de dicha distancia.

Lo cual esta en acuerdo con la *Ley de Gravitación* de Newton. Ayudas: (a) Considerar tres puntos sobre la trayectoria de un planeta tales que los arcos de trayectoria que los unen sean descriptos por el planeta en un mismo lapso de tiempo δt "pequeño". (b) Considere la órbita del planeta como una circunferencia.

Problema 2: Un cuerpo de masa m cae desde una altura h con una velocidad inicial vertical v_0. Durante la caída experimenta una fuerza de rozamiento proporcional y opuesta a su velocidad. Resuelva la ecuación de movimiento para el cuerpo.

Problema 3: Un cohete se desplaza expulsando gases por su tobera posterior. Sea μ la masa de gas expelida por unidad de tiempo y c la velocidad del gas relativa al cohete. Estudie el movimiento (unidimensional) del cohete, cuya masa inicial es M_0, desde su partida en reposo y hasta el momento previo al agotamiento de su combustible. Analice los siguientes casos:

a) Movimiento sin fuerzas externas.

b) Movimiento vertical opuesto a un campo gravitatorio constante (aceleración g).

c) Movimiento con rozamiento proporcional y opuesto a la velocidad del cohete.

Problema 4: Una partícula de masa m describe un movimiento unidimensional, bajo la acción de una fuerza conservativa, cuya energía potencial queda expresada por:

$$V(x) = \frac{c\,x}{x^2 + a^2} \; ,$$

donde a y c son constantes positivas. Encuentre la posición de equilibrio estable y el correspondiente período para pequeñas oscilaciones alrededor de la misma. Analice físicamente como cambia el período cuando se modifica el valor de c.

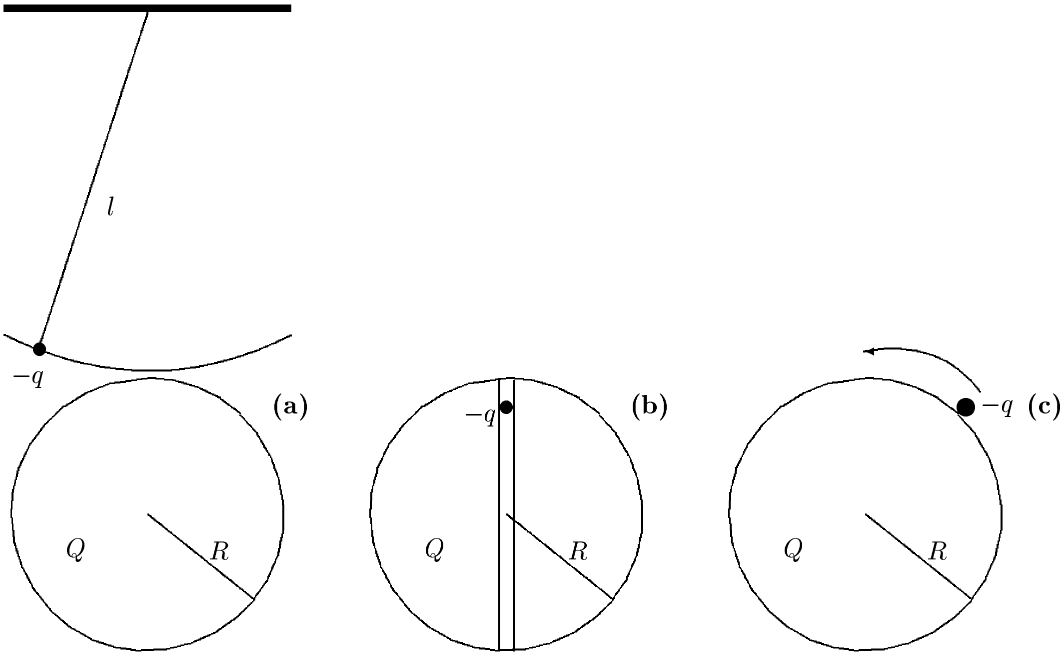
Problema 5: Se monta una vía circular de masa M y radio R sobre una rueda (de masa despresiable) que gira libremente alrededor de un eje vertical fijo. Sobre la vía parte del reposo una locomotora de juguete de masa m y alcanza pronto una velocidad constante de módulo v respecto al sistema del laboratorio.

a) ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda si inicialmente estaba en reposo?

b) Si la locomotora disminuye su velocidad hasta quedar en reposo (respecto del sistema de laboratorio), ¿cuál es la velocidad angular final de la rueda?

c) Si ahora la vía se monta sobre una superficie horizontal exenta de rozamiento, describa el movimiento de la locomotora respecto del centro de masa del sistema, cuando la máquina se mueve con velocidad v_0 respecto de la vía.

Problema 6: Considere un esfera de radio R no conductora, cuya carga Q se encuentra uniformemente distribuída en todo su volumen. Sea una partícula de carga $-q$ de radio despreciable frente a R y cuya masa m es a su vez despreciable frente a la masa de la esfera. Calcule el período de oscilación de la partícula para cada una de las situaciones presentadas en la figura. En cada caso el sistema se encuentra aislado del universo y se asume que la interacción gravitatoria entre los cuerpos es despreciable frente a la eléctrica. Compare los resultados obtenidos en las tres situaciones e interprete físicamente.



(a) La partícula m oscila *sobre* la esfera, colgada de un hilo de largo l (de masa despresiable). La distancia entre el punto de sujeción del hilo y el centro de la esfera se mantine constante igual a $R+l$ (hilo inextensible). Estudie el período para pequeñas oscilaciones y considere los límites: $l << R$ y $l >> R$.
(b) La partícula m *cae* por el interior de un tubo recto trepanado a lo largo de un diámero de la esfera. El movimiento es sin rozamiento. La partícula parte del reposo desde la superficie de la esfera.
(c) La partícula m se desliza sin rozamiento sobre la esfera describiendo un círculo máximo. Determine la velocidad de la partícula en su *orbita*.

Problema 7: Una partícula A de masa m_A realiza un choque perfectamente elástico con una partícula B de masa m_B, inicialmente en reposo, que se encuentra sobre su recta de movimiento. Estudie bajo qué condiciones:

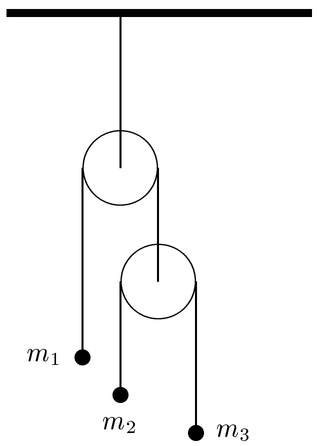
a) puede A ceder toda su energía cinética a B;

b) puede A despues del choque continuar en la misma dirección y sentido;

c) puede A despues del choque continuar en la misma dirección, pero en sentido contrario; y

d) puede B moverse en sentido opuesto al de A antes del choque.

Problema 8: Considere el sistema de de masas y poleas de la figura. Asumir que las poleas no tienen masa, las cuerdas son inextensibles y que no hay rozamiento entre las cuerdas y las poleas. Encuentre las tensiones en las cuerdas y las aceleraciones de m_1, m_2 y m_3. Considere en particular el caso $m_1 = m_2 + m_3$.

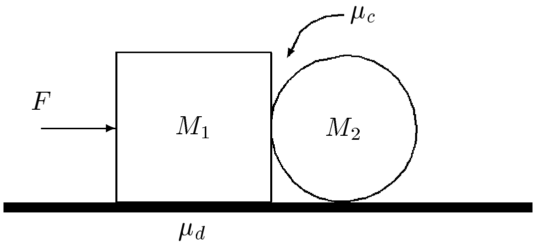


Problema 9: Una barra homogénea de longitud L cae desde la posición vertical, en la que se hallaba en reposo. Describa el movimiento de la barra suponiendo que la parte inferior, en contacto con el piso:

a) desliza sin rozamiento.

b) no desliza.

Problema 10: Sobre un plano horizontal se apoya un cuerpo de masa M_1, al cual se le aplica una fuerza F constante paralela el plano. El cuerpo desliza con rozamiento (μ_d) y a su vez empuja a un cilindro de masa M_2 apoyado sobre el plano, el cual rueda sin deslizar. En el contacto entre ambos cuerpos tambien existe rozamiento (μ_c).



a) Dibuje un diagrama de las fuerzas actuantes sobre cada uno de los cuerpos.

b) Escriba las ecuaciones de movimiento correspondientes a cada cuerpo y encuentre las expresiones para la fuerza de contacto mutua entre los cuerpos y la aceleración total resultante del sistema.

c) Estudie bajo que condiciones de rozamiento es posible la situación de rodadura planteada.
¿Qué sucede si dichas condiciones no se verifican?

Problema 11: Una plomada, que consta de una pequeña pesa suspendida por un cordón inextensible de masa despreciable, cuelga del techo de un vagón de ferrocarril.
Determine el ángulo que forma el cordón con respecto a la vertical,

a) si el vagón tiene una aceleración a constante;

b) si el vagón desciende por una pendiente (de ángulo α respecto a la horizontal) con velocidad constante;

c) si el vagón desciende libremente por la misma pendiente.

Problema 12: Calcular la velocidad y aceleración de una partícula en la base de los sistemas de coordenadas cilíndricas y esféricas, en término de las coordenadas de cada sistema y sus correspondientes derivadas.

Problema 13: Calcule la velocidad y aceleración desde un sistema inercial, de una partícula cuyas funciones de movimiento (cartesianas) se conocen desde un referencial en movimiento (en traslación acelerada y rotación respecto del inercial).
Identifique las expresiones correspondientes a las aceleraciones tangencial, centrípeta y de *Coriolis*.