Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Física General IV: Óptica

Guía N°3: Óptica Geométrica II

Problema 1: *Prisma Dispersor*

a) Demuestre que para un prisma dispersor de ángulo α e índice n inmerso en un medio de índice n', en la situación en la que un rayo sufre desviación mínima δ_m, se cumple:

$$\frac{n}{n'} = \frac{\text{sen}[(\alpha + \delta_m)/2]}{\text{sen}[\alpha/2]}$$

Es costumbre medir la *potencia* de un prisma por la desviación transversal que experimenta un rayo, medida en centímetros, a una distancia de 1 m. La unidad de potencia se llama *dioptría del prisma*: Un prisma de una dioptría desplaza 1 cm el rayo de luz en una pantalla situada a 1 m de distancia.

b) Para un prisma dispersor con $\alpha = 35°$, calcule la desviación angular mínima y la potencia para rayos de luz azul, amarillo y rojo. Considere los casos en que el prisma está contruído de vidrio Flint y de vidrio Crown. Compare ambos casos.

(I) Crown: $n_F = 1.6294$, $n_C = 1.6205$ y $n_D = 1.6231$

(II) Flint: $n_F = 1.7478$, $n_C = 1.7230$ y $n_D = 1.7300$.

Los subíndices corresponden a los colores del espectro azul (F), amarillo (D) y rojo (C).

Problema 2: *Prismas Delgados*

a) Para un prisma cuyo ángulo refringente α es pequeño, el ángulo de desviación mínima δ tambien resulta pequeño. Demuestre que para un prisma delgado en aire se cumple: $\delta = (n-1)\,\alpha$.

b) Demuestre que para una combinación de prismas delgados como la de la Figura b† -Prisma de Risley-, la desviación δ resulta:

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_1\,\delta_2\,\cos\beta}$$

donde β es el ángulo entre los dos prismas. Analice los casos correspondientes a $\beta = 0°, 180°$.

c) Para una combinación de prismas delgados, como la del item anterior, demuestre que la desviación γ entre el haz resultante y el que sale del primer prisma (ver Figura c†) satisface la relación:

$$\text{tg}\gamma = \frac{\delta_2\,\text{sen}\beta}{\delta_1 + \delta_2\cos\beta}$$

d) Para prismas de igual potencia, muestre que se cumple: $\gamma = \dfrac{\beta}{2}$.

(†) Figura 2-12 del Capítulo 2 del libro "Fundamentals of Optics" de Francis A. Jenkins and Harvey E. White (McGraw-Hill, 1957).

Problema 3: *Prisma Dispersor de Desviación Constante*

Los prismas de desviación constante, como el Pellin-Brocca que se muestra en la figura, son de gran utilidad en espectroscopía.

a) El prisma de Pellin-Brocca puede visualizarse como si consistiera de tres prismas de igual índice. Demuestre que la desviación angular total de un haz de luz monocromático que atraviesa simétricamente el primer prisma es 90°.

b) Considere qué ocurre con un haz de luz policromático y explique el uso este prisma en espectroscopía.

Problema 4: *Prisma Reflector*

Los prismas reflectores se construyen con la finalidad de cambiar la dirección de propagación y/o la orientación de la imagen. El prisma de Dove es una versión truncada (para reducir tamaño y peso) del prisma rectangular. Este prisma se usa casi exclusivamente con luz colimada y tiene la interesante propiedad de rotar la imagen dos veces, sin desviación del eje de propagación.

Rote el prisma de Dove 90° alrededor del eje de propagación de los rayos (paralela a la base del prisma). Realice un esquema de la nueva configuración y determine el ángulo de rotación de la imagen.

Problema 5: *El Ojo Humano*

Recabe la información necesaria sobre el ojo humano para calcular el tamaño aproximado (en milimetros) de la imagen de la luna sobre la retina. La luna tiene un diámetro de 3476 Km y se encuentra a una distancia media de 370000 Km de la superficie de la tierra.

Problema 6: *Hipermetropía*

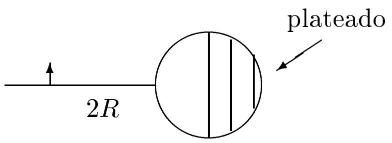
Una persona hipermétrope puede ver montañas muy lejanas con visión relajada mientras usa lentes de contacto +3.2 D. Prescriba anteojos que cumplan con la misma función, los cuales se montan a 17 mm frente a la córnea. Localice y compare la imagen de un punto lejano en ambos casos.

Problema 7: *Fotografía*

Si la fotografía de una calesita en rotación está correctamente expuesta a 1/30 s y $f/11$, pero luce difusa por el movimiento del objeto; ¿Cuál diafragma debe usarse si la velocidad del disparador se lleva a 1/120 s en orden de "detener" el movimiento?

Problema 8:

Una esfera sólida de vidrio cuyo radio es R y cuyo índice de refracción es 1.5, tiene un hemisferio plateado (ver figura). Se coloca un pequeño objeto sobre la recta que pasa por el centro de la esfera y el centro del hemisferio no plateado, a una distancia $2R$ del vértice. Calcular la posición de la imagen después que todas las refracciones han tenido lugar.



Problema 9: *Lente Gruesa*

El espesor de una lente, de radios $R_1 = 3\,\text{cm}$ y $R_2 = 5\,\text{cm}$ y $n = 1.5$, es de $3\,\text{cm}$. Calcular:

a) La distancia focal

b) La potencia

c) Las distancias desde los vértices a los correspondientes focos y puntos principales.

Problema 10: *Lente Gruesa*

Una lente gruesa tiene las siguientes constantes:

$$R_1 = 4\,\text{cm}, \quad R_2 = -6\,\text{cm}, \quad d = 2\,\text{cm}, \quad n = 1.5$$

Un objeto está situado en el aire, al frente de la superficie de radio de curvatura positivo y a $8\,\text{cm}$ de distancia del vértice. Encuentre la posición y tamaño de la imagen si la altura del objeto es h.

Problema 11: *Combinación de Lentes Delgadas*

Dos lentes delgadas convergentes cuyas distancias focales son $20\,\text{cm}$ y $30\,\text{cm}$ respectivamente, se disponen coaxialmente en aire, separadas una distancia de $10\,\text{cm}$. Se coloca un objeto a $60\,\text{cm}$ en frente de la lente de menor distancia focal. Encuentre la posición de la imagen considerando al sistema como una lente gruesa.

Problema 12: *Sistema Matricial*

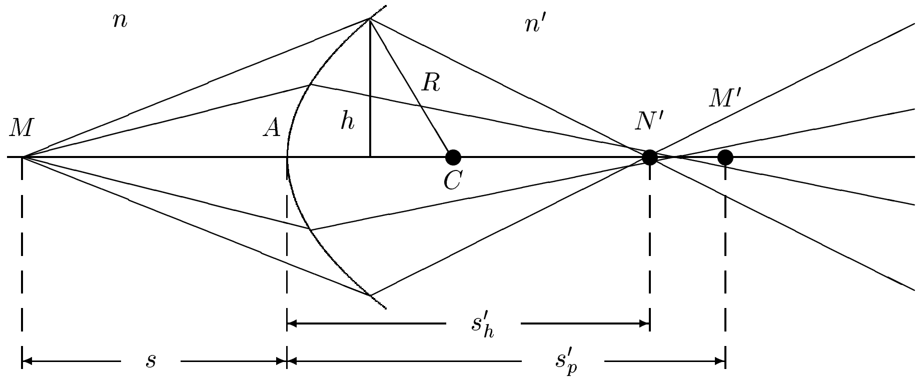
Muestre que la superficie plana de una lente plano-cóncava o plano-convexa no contribuye a un sistema matricial.

Problema 13: *Sistema Matricial*

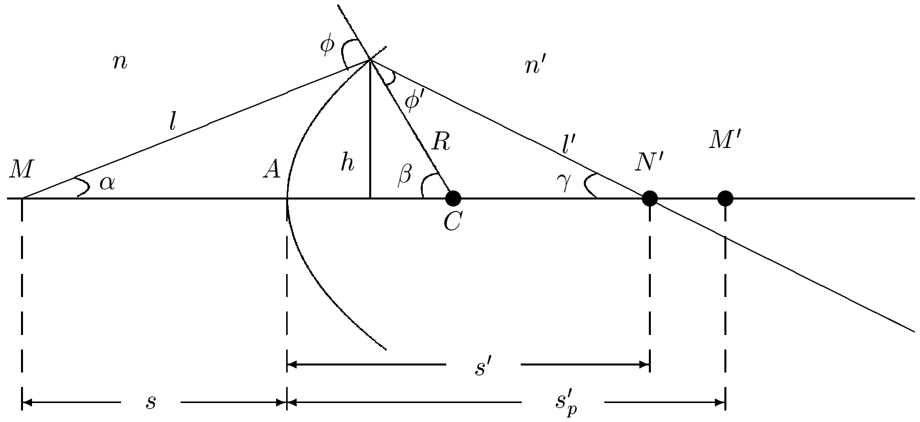
Calcule el sistema matricial para una lente gruesa biconvexa de índice 1.5, cuyos radios son de 0.5 y 0.25 y el espesor es de 0.3 (en unidades arbitrarias). Compruebe que el determinante de A es 1. Encuentre su longitud focal y la localización de los puntos focales con respecto a los vértices V_1 y V_2.

Problema 14: *Aberración Esférica en Superficies Refringentes*

En la refracción por una superficie esférica, los rayos que inciden con ángulos grandes cortan el eje en puntos que no coinciden con la imagen predicha por la teoría paraxial (punto M' en la figura). La distancia $N'M'$ es una medida de la *aberración de esfericidad longitudinal*.



Para estudiar la aberración esférica se deben desarrollar las expresiones para la refracción por una superficie esférica más allá de la aproximación paraxial. La *Teoría de Tercer Orden* para las aberraciones se construye reteniendo términos de orden h^2. Utilizando los ángulos detallados en la siguiente figura:



y obsevando que: $\phi = \alpha + \beta$, $\phi' = \beta - \gamma$, sen$\alpha = h/l$, sen$\beta = h/R$ y sen$\alpha = h/l'$, verificar a partir de la ley de Snell que:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_h} = \frac{n'-n}{R} + \frac{h^2}{2}\left[\frac{n}{s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{R}\right)^2 + \frac{n'}{s'}\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right)^2\right]$$

Ayuda: Desarrollar l y l' hasta orden h^2. Esta ecuación puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_h} = \frac{n'-n}{R} + \left[\left(\frac{h^2 n^2 R}{2f'n'}\right)\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{R}\right)^2\left(\frac{1}{R}+\frac{n'+n}{ns}\right)\right]$$

donde f' es la distancia focal imagen de la teoría paraxial. La expresión entre corchetes del segundo miembro es una medida de los apartamientos de la teoría de primer orden o paraxial y resulta proporcional a h^2.

Determine a partir de la expresión anterior una expresión para la distancia focal imagen en la teoría de tercer orden.

Problema 15: *Aberración Esférica de una Lente Delgada*

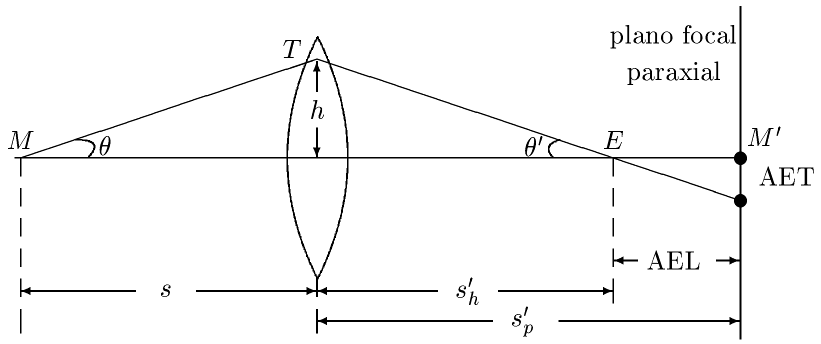
La teoría de tercer orden para lentes delgadas en aire predice:

$$L_s = \frac{h^2}{8f^3}\frac{1}{n(n-1)}\left[\frac{n+2}{n-1}q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1}\right]$$

donde:

$$L_s = \frac{1}{s'_h} - \frac{1}{s'_p} \qquad p = \frac{s'-s}{s'+s} \qquad q = \frac{r_2+r_1}{r_2-r_1}$$

y f es la distancia focal en la teoría paraxial (Ver figura). p se llama factor de posición y q factor de forma, el cual queda expresado en términos de los radios de las superficies de la lente.



Para una lente, se define como *aberración esférica longitudinal* (AEL) a la distancia entre la intersección de un rayo cualquiera con el eje de la lente y la posición paraxial de la imagen. La *aberración esférica transversal* (AET) se define por la altura (sobre el eje óptico) donde el rayo corta el plano en la posición paraxial de la imagen.

a) Muestre que: AEL$= s'_p\, s'_h\, L_s$ y AET$= s'_p\, h\, L_s$.

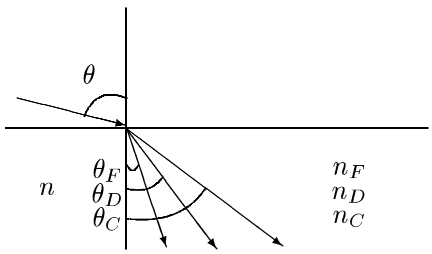
b) Para una lente cuyos radios son $r_1 = 10\,\mathrm{cm}$ y $r_2 = -10\,\mathrm{cm}$ está construida de vidrio de índice 1.5. Calcular AEL y AET para un punto objeto situado sobre el eje a $20\,\mathrm{cm}$ delante de la lente, para los rayos que atraviesan la lente con radio $h = 1\,\mathrm{cm}$.

c) En el diseño de una lente, con el fin de minimizar la aberración esférica, el factor de forma se escoge de manera tal que minimice la expresión para L_s. Establezca cual es la relación que resulta en consecuencia entre q y p. Determine que expresiones como funciones de q y f, resultan para los radios r_1, r_2 de ambas superficies a partir de la fórmula del constructor de lentes.

d) Calcular los radios de las superficies de una lente delgada con mínima aberración esférica para luz incidente paralela, si la distancia focal es de $10\,\mathrm{cm}$ ($n = 1.5$).

Problema 16: *Dispersión de la Luz en Superficies Refringentes*

Se conoce que por refracción es posible separar un haz de luz blanca en sus colores componentes. Se define el poder dispersor de una superficie ($\frac{1}{\nu}$) porporcional al cociente entre la desviación angular de los rayos F (azul) y C (rojo) del espectro de luz visible y la desviación angular del rayo D (amarillo) con respecto al aire. Resulta así:



$$\frac{1}{\nu} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

donde n indica índice de refracción y los subíndices corresponden a los colores del espectro azul (F), amarillo (D) y rojo (C) (Ver figura).

a) Exprese la desviación angular entre los rayos F y C, en la refracción por una superficie pulida con un ángulo de incidencia pequeño, en términos del poder de dispersión definido.

b) Calcule los valores de ν para los vidrios Crown y Flint cuyos índices fueron dados en el **Problema 1**.

c) Sobre una superficie pulida de un trozo de vidrio, incide luz blanca bajo un ángulo de 80°. Si los índices de refracción para los rayos C (rojo) y F (azul) son 1.5885 y 1.5982, respectivamente; indique cuál es la dispersión angular entre los rayos de estos dos colores.

Problema 17: *Doblete Acromático*

Se construye un doblete acromático cuya distancia focal es +12.5 cm, compuesto por una lente de vidrio crown LBC-1 y otra de vidrio flint DF-2:

	n_C	n_D	n_F
Crown (LBC-1)	1.53828	1.54100	1.55249
Flint (DF-2)	1.61216	1.61700	1.62901

La combinación de lentes es cementada y la cara externa de la lente flint es plana. El doblete es acromático para las lineas C y F. Calcular:

a) Los valores ν.

b) Las potencias de ambas lentes correspondientes a la línea D.

c) Los radios de las tres superficies restantes.