Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Física General IV: Óptica

Guía N°5: Ondas Electromagnéticas – Polarización

Problema 1: Considere una onda electromagnética plana, dada por las expresiones (en unidades del SI):

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \\ E_y &= 2\cos\left[2\pi \times 10^{14}\,(t - x/c) + \pi/2\right] \\ E_z &= 0 \end{aligned}$$

a) ¿Cuál es la frecuencia, longitud de onda, dirección del movimiento, amplitud, ángulo de fase inicial y polarización de la onda?

b) Escribir una expresión para la densidad de flujo magnético.

Problema 2: Escribir una expresión para los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ correspondientes a una onda armónica plana que viaja en la dirección $+z$. La onda se encuentra linealmente polarizada, y su plano de vibración forma un ángulo de 45° con el plano yz.

Problema 3: El promedio temporal de una función $f(t)$ sobre un intervalo T está dado por:

$$< f(t) >= \frac{1}{T}\int_t^{t+T} f(t')dt' ,$$

donde t' es una variable muda. Si $\tau = 2\pi/\omega$ (período de la onda), mostrar que:

$$\begin{aligned} \left\langle \mathrm{sen}^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t) \right\rangle &= \tfrac{1}{2} \\ \left\langle \cos^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t) \right\rangle &= \tfrac{1}{2} \\ \left\langle \mathrm{sen}(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\,\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t) \right\rangle &= 0 \end{aligned}$$

cuando $T = \tau$ y cuando $T >> \tau$.

Problema 4: Una onda electromagnética plana, linealmente polarizada, que viaja en la dirección $+x$ y su plano de vibración es el xy, tiene una frecuencia de 10 MHz y su amplitud es $E_0 = 0.08\,\mathrm{V/m}$.

a) Calcular el período y longitud de onda de la perturbación.

b) Escribir una expresión para $\vec{E}(t)$ y $\vec{B}(t)$.

c) Calcular la densidad de flujo $< S >$, o irradiancia de la onda.

Problema 5: Un láser de 1.0 mW tiene un haz cuyo diámetro es de 2 mm. Suponiendo despreciable la divergencia del haz, calcular la densidad de energía en el seno del haz láser.

Problema 6: Utilizando el argumento de la conservación de la energía demuestre que la amplitud de una onda cilíndrica debe variar inversamente con $\sqrt{r}$.

Problema 7: Si la amplitud del campo eléctrico de la luz que se propaga en un vidrio de $n = 1.5$ es 100 V/m, cuál es la amplitud de campo magnético? ¿Cuál es la magnitud del vector de Poynting?

Problema 8: Una onda de luz, armónica, plana y linealmente polarizada tiene una intensidad de campo eléctrico dada por:

$$E_z = E_0 \cos\left[\pi\, 10^{15}\left(t - \frac{x}{0.65c}\right)\right]$$

mientras se propaga dentro de una pieza de vidrio. Calcular:

a) la frecuencia de la luz,

b) su longitud de onda,

c) el índice de refracción del vidrio.

Problema 9: Considerar una placa de vidrio no-absorbente, cuyo índice es n y su espesor Δy, dispuesta transversalmente entre una fuente S y un observador P. La distancia entre S y P es y.

a) Si la onda no obstruída (sin la placa presente) observada por P, está descripta por:

$$E_u = E_0 \exp\left[i\,\omega\left(t - \frac{y}{c}\right)\right] \;,$$

mostrar que en presencia de la placa en P se observa:

$$E_p = E_0 \exp\left[i\,\omega\left(t - (n-1)\,\frac{\Delta y}{c} - \frac{y}{c}\right)\right]$$

b) Mostrar que si $n \approx 1$ o bien Δy es muy pequeño, entonces

$$E_p \approx E_u + \frac{\omega\,(n-1)\,\Delta y}{c}\, E_u\, e^{-i\pi/2}$$

El segundo término de la derecha puede pensarse como el campo generado por los osciladores en la placa de vidrio.

Problema 10: Mostrar que para substancias de baja densidad como los gases, que poseen una única frecuencia de resonancia ω_0, el índice de refracción viene dado por:

$$n \approx 1 + \frac{N\, q_e^2}{2\,\epsilon_0\, m_e\,(\omega_o^2 - \omega^2)}$$

Problema 11: La *fucsina* es una anilina, la cual en solución con alcohol tiene un color rojo profundo. Aparece roja porque absorbe la componente verde del espectro (Como es de esperarse, la superficie del cristal de fucsina refleja la luz verde de una manera particularmente marcada). Considerar un prisma hueco de paredes muy delgadas lleno con esta solución. ¿Cómo lucirá el espectro emergente del prisma, cuando la luz incidente es blanca?

Problema 12: Describir completamente el estado de polarización de las siguientes ondas:

a) $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\, \hat{\imath} - E_0 \cos(kz - \omega t)\, \hat{\jmath}$

b) $\vec{E} = E_0\, \mathrm{sen}\, 2\pi\, (z/\lambda - \nu t)\, \hat{\imath} - E_0\, \mathrm{sen}\, 2\pi\, (z/\lambda - \nu t)\, \hat{\jmath}$

c) $\vec{E} = E_0\, \mathrm{sen}(\omega t - kz)\, \hat{\imath} + E_0\, \mathrm{sen}(\omega t - kz - \pi/4)\, \hat{\jmath}$

d) $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\, \hat{\imath} - E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2)\, \hat{\jmath}$

Problema 13: Considerar una perturbación descripta por la expresión:

$$\vec{E}(z,t) = \left[\cos(\omega t)\, \hat{\imath} + \cos(\omega t - \pi/2)\, \hat{\jmath}\right] E_0\, \mathrm{sen} kz$$

¿Qué tipo de onda es? Trazar un diagrama con las principales características.

Problema 14: Mostrar analíticamente que la superposición de ondas con estados de polarización $\mathcal{R}$ y $\mathcal{L}$ y diferentes amplitudes, genera una onda con estado de polarización $\mathcal{E}$.

Problema 15: Escribir una expresión para una onda de luz con estado de polarización $\mathcal{P}$, frecuencia angular ω y amplitud E_0, que se propaga a lo largo del eje x y cuyo plano de vibración forma un ángulo de 25^o con el plano xy. La perturbación es cero en $t = 0$ y $x = 0$.

Problema 16: Suponga que un polarizador ideal es rotado con un frecuencia angular ω entre dos polarizadores cruzados ideales fijos. Mostrar que la densidad de flujo emergente satisface:

$$I = \frac{I_1}{8}(1 - \cos 4\,\omega t)$$

donde I es la densidad de flujo final e I_1 es la densidad de flujo emergente del primer polarizador.

Problema 17: Un rayo de luz amarilla incide sobre una placa de calcita a 50^o. La placa es cortada de forma tal que el eje óptico es paralelo a la cara frontal y perpendicular al plano de incidencia. Encontrar la separación angular entre los dos rayos emergentes.

Problema 18: El cristal de la fotografia (Figura 8.68 del libro "Optics" de Eugene Hecht (Addison-Wesley, Second Edition, 1987)) es calcita y tiene su punta roma en el lado izquierdo superior. Los dos polaroides tienen sus ejes de transmisión paralelos a los bordes *cortos*. Discutir en detalle lo observado en la figura.

Problema 19: El cristal de calcita del problema anterior se muestra en la Figura 8.69 en tres diferentes orientaciones. Su punta roma está a la izquierda en (a), abajo a la izquierda en (b) y abajo en (c). El eje de transmisión del polaroid es horizontal. Explicar cada una de las fotografias, en particular (b).