INICIAR EN FORMA ADECUADA A RESOLVER PROBLEMAS; EL LABORATORIO DE GEOMETRIA

Norma Cerizola (1) - Nélida H. Pérez (1)
Universidad Nacional de San Luis- Departamento de Matemáticas - República Argentina
nperez@unsl.edu.ar

Trabajo de Investigación: Pensamiento geométrico - Formación de profesores
Nivel Educativo: Superior (19-22 años)
Metodología de Investigación: Cualitativa
Palabras Claves: problema – protocolo- geometría - congruencia.

INTRODUCCIÓN:

En la Universidad Nacional de San Luis, desde el año 2002, se ha implementado un nuevo Plan de Estudios para el Profesorado de Matemática. Los alumnos del Profesorado, cursan prácticamente los dos primeros años en forma conjunta con alumnos de otras carreras en cátedras numerosas, donde están delimitadas las clases teóricas y prácticas, mediante un modelo de enseñanza tradicional.

Teniendo en cuenta recomendaciones internacionales sobre formación de profesores y la propia experiencia en este campo y con el objetivo de intentar producir una ruptura en las concepciones adquiridas como alumnos, en cuanto al modo de enseñar Matemática, se incorporaron (a partir de segundo año) asignaturas con metodología de Laboratorio, a los fines de crear espacios donde el alumno aprenda haciendo, viva e internalice otro modo no sólo de aprender sino también de impartir la enseñanza de la Matemática.

La primera de ellas es el Laboratorio de Geometría.

Considerando a un Laboratorio como un *"espacio de comportamiento y una forma de producción"*, [2] en él se desarrollan distintas actividades: los alumnos resuelven problemas individualmente y en grupos cooperativos, conjeturan y demuestran, a los fines de que incorporen comprensivamente los conocimientos no sólo conceptuales sino también procedimentales.

Adherimos a Gérad Vergnaud que afirma *"es esencial que los estudiantes pasen por cambios importantes en sus propias ideas al resolver problemas, discutir conjeturas y procedimientos diferentes y llegar a ser más conscientes de sus propias concepciones y dificultades". (*1990)[11]

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Teniendo en cuenta que las concepciones sobre la Matemática van cambiando con el transcurrir del tiempo, y que las mismas inciden en el modo de enseñarla, la idea es impartir una enseñanza activa donde los alumnos sean actores de su propio aprendizaje, y no meros receptores.

Lákatos, en su tesis doctoral centró la mirada en los procesos involucrados en la formación de las teorías, considerándola como una ciencia cuasi empírica, en el sentido que el matemático creador experimenta y manipula objetos (aunque ideales), formula conjeturas que a veces son refutadas. El camino que sigue por lo general es sinuoso y a veces transita callejones sin salida, los que deben desandar para volver a empezar.

En este derrotero, lógicamente subyace una lógica en la que se apoya el pensamiento creativo, diferente de la aristotélica, utilizada en las teorías ya formalizadas, donde los conocimientos han sido reorganizados según la más pura tradición euclidiana.

Entre esta concepción de la matemática en su nacimiento y aquella considerada como un cuerpo formalizado de conocimientos, hay un salto cualitativo de importancia, de las cuales nos interesa resaltar los estilos de pensamiento.

La propuesta de Lakatos y otros epistemólogos, ejerció fuerte influencia sobre las concepciones acerca del aprendizaje de la Matemática, inclinando la balanza hacia una enseñanza que introduzca a que los alumnos en el *"pensar matemáticamente"*.[7]

Recordemos lo que Miguel de Guzmán expresara al respecto: *"la educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido como por ósmosis, en ver las cosas características de la escuela en que se entronca"*.[6]

Una de las modalidades más invocadas para hacer que los alumnos logren esa *inmersión*, es decir, pensar matemáticamente, es que resuelvan problemas.

Mucho se ha hablado y se habla sobre este tema. Abundantes son las investigaciones realizadas al respecto luego que G. Polya escribiera su libro ya clásico: "Cómo plantear y resolver problemas" (1945), libro donde propone un heurística para la enseñanza.
Debemos tener en cuenta que Polya, sostenía concepciones sobre la Matemática similares a la de Imre Lákatos, haciendo énfasis en su etapa de su creación, considerando a *la pregunta* como el verdadero motor del conocimiento científico.
Al principio la propuesta de Polya no hizo sentir su influencia en el sistema educativo quizá por considerarse muy difícil de implementar. Sin embargo paulatinamente, cuando en ella se interesaron otros matemáticos como *Schoenfeld, Miguel de Guzmán, Mason, Burton y Stace,* fue penetrando gradualmente en las aulas.
Resolver problemas está presente hoy en las propuestas curriculares de casi todos los países. Un caso a destacar es que se incluye en todos los niveles educativos de los *Principios y Estándares para Educación Matemática*, emitido por el National Council of Teachers of Mathematics, cuyas recomendaciones (estándares) están siendo adoptados por muchos países.

Según la heurística de Polya, las fases o etapas para la resolución de problemas son:
1: Comprender el problema. 2: Idear un plan para encontrar la solución. 3: Seguir el plan. 4: Examinar la solución obtenida.
En la fase 1, se proponen varias estrategias, entre las cuales aparece: trazar una figura o esquema.
El carácter flexible y dinámico de las etapas está en íntima correspondencia con su consideración como actividad cognoscitiva y como proceso.
A partir de la propuesta de Polya, muchas investigaciones sobre resolución de problemas han puesto en evidencia que el proceso de resolución de problemas presenta varias complejidades, desde lo cognitivo, lingüístico, afectivo, funcionamiento mental, concepciones, etc.
Algunos aspectos que dan cuenta de esa complejidad son:
-El análisis intuitivo no es suficiente para llegar a una conclusión. Nuestra mente tiene capacidad limitada para mantener información en línea y para producir encadenamientos utilizándola, de tal modo que, tanto la información, como los encadenamientos y las conclusiones que de ellos surgen, estén *un mismo instante,* disponibles en nuestra conciencia.
-Un problema consta de un conjunto de elementos, la mayoría de las veces insertos en un texto. Ello implica, comprender el conjunto de interrelaciones entre estos elementos, provistas en él. La identificación de ellas es parte esencial para la comprensión del problema.
- Si se trata de un problema con texto, se presentan a menudo problemas con la interpretación del lenguaje, y muy a menudo con el pasaje necesario a otro registro que facilite su resolución.

Estrategias de pensamiento:
Cuando resolvemos un problema, ocurre con frecuencia que dedicamos a él un largo rato y que, lo hayamos resuelto o no, lo abandonamos sin haber reflexionado durante el tiempo dedicado a resolverlo, o a posteriori, sobre cómo hemos razonado y actuado.
Los expertos en resolver problemas, tienen ya incorporados procesos, que le permiten intuir rápidamente el camino adecuado. Pero la mayor parte es incapaz de hacer explícita la o las elecciones que tuvieron que hacer para llegar a la solución.
Cuando nos iniciamos en la resolución de problemas, en cambio, es muy útil establecer el hábito de **analizar nuestros procesos de pensamiento a medida que resolvemos un problema.**
Esto es particularmente útil si pretendemos elevar a nivel consciente nuestros procesos de pensamiento, para mejorarlos y para tener a mano las estrategias que utilizamos, las que quizá podamos utilizar- igual o adaptadas- para resolver otro problema.
Debemos hacer notar que, los procesos adquiridos son incorporados en un individuo en forma más significativa que un conocimiento en forma memorística. Son un modo de pensar que le permitirá actuar y abordar situaciones nuevas en esta sociedad rápidamente cambiante. Los conocimientos pueden volverse obsoletos, no así las estrategias de pensamiento.
Para lograr el hábito de analizar nuestros procesos de pensamiento, Miguel de Guzmán propone que, al resolver un problema, elaboremos el protocolo del proceso.

¿Qué es el protocolo?
Durante nuestra ocupación mental al resolver un problema, suceden muchas cosas interesantes. Por lo general anotamos los cálculos, esquemas, etc. que nos ayudarán a resolver el problema. Muchas veces realizamos varios intentos. Tomamos por caminos equivocados. Realizamos varias idas y venidas. Y luego lo transcribimos, eliminando todo vestigio de los posibles caminos fallidos. Es costumbre generalizada trabajar en hojas borradores y luego escribir la solución dejando el camino que se considera correcto encadenando lógica y linealmente los razonamientos.
Se podría pensar que un protocolo es solamente un borrador de los intentos sucesivos a la solución. El protocolo ideal debería permitir reproducir cuanto ha pasado por la mente del resolutor en lo que se refiere a lo que fue realizando, lo que fue pensando, cuáles fueron sus sentimientos, debería poder incluir los movimientos subconscientes que lo alejaron o acercaron a la solución. (M. de Guzmán [5]).
Es importante registrar los orígenes de las posibles ideas que van apareciendo en nuestra mente. Esto tiene como finalidad esencial que "salgan a la luz" procesos, componentes afectivas que pueden producir bloqueos.

EXPERIENCIA
2004
Teniendo en cuenta lo expresado anteriormente, decidimos que, en forma individual, nuestros alumnos de Laboratorio de Geometría, resolvieran un problema y simultáneamente realizaran el protocolo. Participaron 33 alumnos.
Antes de proponer la actividad se explicó en qué consistía la realización de un protocolo y cuál era el objetivo del mismo. Las indicaciones sobre cómo realizarlo se acompañaron por escrito junto al enunciado del problema. Los alumnos se enfrentaban por primera vez a tal situación.
<u>Enunciado del Problema</u>:
Dadas dos circunferencias concéntricas y con centro común A, construye los siguientes triángulos:
-ABC, donde el vértice B está sobre la circunferencia interior y el vértice C sobre la circunferencia exterior. ABC es rectángulo en B.
-AB'C', donde el vértice B' está sobre la circunferencia interior y el vértice C' sobre la circunferencia exterior. AB'C' es rectángulo en A.
¿Son congruentes ABC y AB'C'? Justifica claramente tu respuesta.

Para la elección de la actividad influyeron los siguientes aspectos:

a) Se trata de un problema con texto que, para resolverlo es necesario trazar una figura. La correcta interpretación del texto es esencial ya que permite reunir la información en el dibujo y evaluar la coordinación entre figura y discurso en geometría.
b) Al existir libertad de ubicar dos vértices de los triángulos, se pueden analizar las distintas estrategias utilizadas por los alumnos para lograr una figura de análisis que facilite la resolución del problema.
c) En lugar de proponer un problema del tipo *Probar que ABC y A´B´C´´ son..*. se optó por la pregunta más abierta ¿Son iguales (o congruentes)los triángulos ABC y AB'C'? .
d) Sirve para controlar la compresión y aplicación de los criterios de congruencia de triángulos.

Análisis de las producciones de los alumnos
A partir del análisis de la resolución y el protocolo intentamos elucidar los razonamientos, estrategias, niveles de conocimiento, distintos grados de apropiación, obstáculos y facilitadores cognitivos y afectivos que permitieron o no a los alumnos encontrar las relaciones contendidas en el problema y a partir de ellas proponer una respuesta y justificarla.
Nos detenemos en la primera fase: *comprender el problema*, que determina en gran medida el destino del resto de las etapas de la solución. La interpretación correcta del enunciado debería conducir a una buena representación geométrica de la situación, donde se reflejen las condiciones y desde donde será posible visualizar relaciones que justifiquen las conclusiones.

A. <u>La figura refleja las condiciones del problema.</u>
Veintiún alumnos realizan un buen gráfico.
En la elección de los vértices de los triángulos sobre las circunferencias, prevalece la que conduce a la que llamamos "dirección privilegiada" *ver figura 1*, cuya visualización facilita la respuesta.

Otros trazan los triángulos como en las *figuras 2 y 3*; en cierto sentido posiciones más complejas, en cuanto a intuir la respuesta.

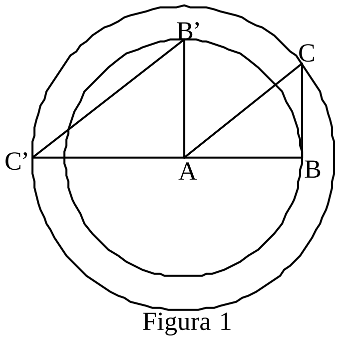


Figura 1

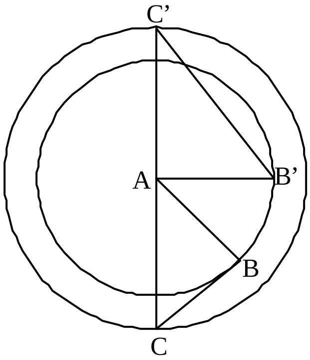


Figura 2

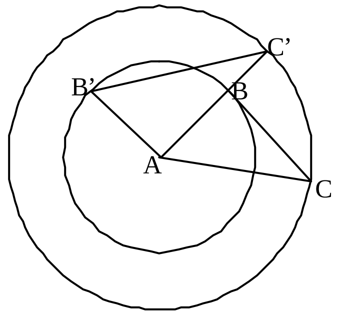


Figura 3

A pesar de que la figura permite visualizar que los triángulos no son congruentes solamente trece alumnos, obtienen la conclusión correcta: los triángulos ABC y AB’C’ no son iguales; pero no todos justifican su respuesta. Los ocho restantes aseguran que los triángulos son congruentes.

A$_1$: <u>Obtienen la conclusión correcta</u>.

Para justificar la respuesta, los alumnos eligieron distintos caminos:

- Sólo uno justifica analíticamente la conclusión usando el teorema de Pitágoras. Nos llama la atención que esta estrategia fuera considerada solamente por él.
- Tratan de usar el criterio LAL, pero se percatan de que no es posible. Para la justificación comparan los lados, dicen: *"C'A=AC, en un triángulo es hipotenusa y en el otro es un cateto"*
- Con la sola observación de la figura, afirman *"se ve"* que no son iguales, sin ninguna justificación.

A$_2$: <u>Conclusión incorrecta</u>.

Entre los que comprendieron el problema (trazaron bien la figura), nos parece de interés detenernos en los que concluyeron que los triángulos eran iguales y justifican la respuesta haciendo uso del criterio LAL de congruencia de triángulos. Expresan: *“AB=AB’ por ser radios de la circunferencia interior y AC=AC’ por ser radios de la circunferencia exterior, además los dos ángulos rectos son iguales”*.

Observamos que:

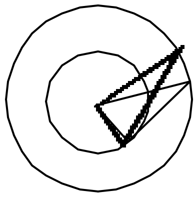
- Disponían de la figura que representaba las condiciones del problema, si la hubieran observado detenidamente, hubieran obtenido la conclusión correcta.

  Trataron de obtener la solución a través de la teoría desarrollada en esa semana: criterios de congruencia de triángulos, y forzaron la conclusión.

  Evidentemente faltaba comprensión del criterio, solo recordaban fragmentadamente lo que decía, sin haberse interiorizado de la significación del mismo.

  Por ejemplo expresan: *“yo se que son iguales”*, y olvidan la buena figura para llevar su razonamiento a justificar su concepción con la incorrecta aplicación del criterio.

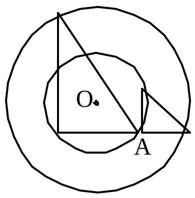
B. <u>El trazado de la figura no responde a las consignas</u>.



Se presentan distintas situaciones atribuibles a lectura superficial o mala interpretación. Transcribimos las figuras más representativas, acompañadas de frases extraídas del protocolo.

"para asegurarme de que son congruentes voy a calcular su área dando valores aproximados, para después afirmar si son a no congruentes"

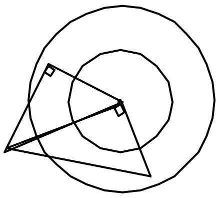
Error conceptual: tener igual área es un criterio para la congruencia.



"dibujo lo que entiendo del problema".

"dibujo las circunferencias c y c' centradas en O".

La rutina de emplear la letra O para indicar el centro de la circunferencia, lo lleva a no tener en cuenta la condición de que los triángulos tienen un vértice común, que es justamente el centro A, como dice el enunciado.



"mientras leo el enunciado me voy dibujando en mi cabeza y la tuve que ir modificando, porque me inquieta la palabra sobre y la tomo ya como que está "por encima", "afuera de"

La dificultad para interpretar la palabra "sobre" no nos sorprendió, ya que en otras experiencias con resolución de problemas habíamos visto el mismo conflicto (8), esta es una de las razones por las cuales dos de los alumnos no pudieron reflejar en el dibujo las condiciones del problema.

Sin embargo los sentimientos que vuelcan en el protocolo, son positivos hacia la búsqueda de la solución.

> *"No van a ser iguales todo depende donde ubique el punto B"..."Pienso, será así de fácil dar respuesta a esta actividad o se me está escapando algo?*
> *Realizo otra lectura y lo pienso de la misma manera"*

Transcribimos a continuación los esquemas gráficos hechos por una alumna, donde se ve el proceso que fue gestando para obtener la conclusión que tenía preconcebida.

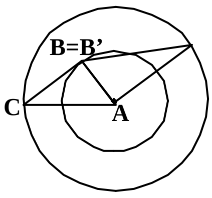


Fig. 1

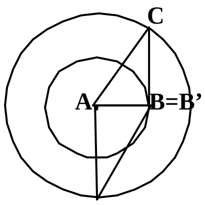


Fig. 2

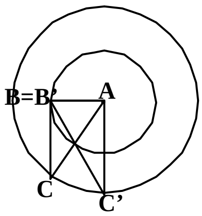


Fig. 3

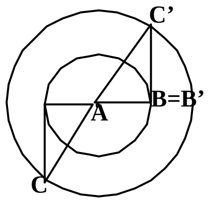


Fig. 4

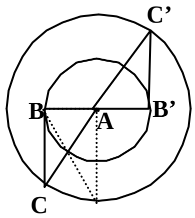


Fig. 5

El protocolo de esta alumna es el siguiente:

"Dibujé siguiendo las instrucciones. Me siento tranquila y me tengo confianza. A los 10' he dibujado varias posiciones de triángulos para ver si gráficamente llego a la respuesta. Creo haber encontrado que sí, ABC=AB'C', estoy tratando de justificar porqué. Primero lo pensé como un problema de simetría, o buscando propiedades de cuadriláteros. He comprendido la situación, he ido particularizando. Debo encontrar la forma de justificar. Lo dibujo ahora usando compás. (se refiere a la figura 5)

Me doy cuenta que BC||B'C' y cortadas por una transversal, entonces C=C'. También tenemos B'=A. (afirmación verdadera en el triángulo que borró, señalado con puntos en el gráfico 5).

He dibujado mal la figura 5, por lo tanto vuelvo al comienzo. Retomo la figura 2...

Finaliza el tiempo asignado y no presenta el razonamiento completo.

Observamos la importancia que cobra conocer el protocolo del proceso, en el caso de esta alumna, dejar sus esquemas iniciales y escribir lo que estaba pensando, nos permitió seguir la evolución del pensamiento. Su preconcepción la llevó a pesar de partir de una figura correcta a transformarla de modo que los triángulos fuesen iguales, donde el gráfico final no cumple con las condiciones del problema.

Para complementar la experiencia en el año 2005 entrevistamos a dos alumnos que contestaron que los triángulos eran congruentes, a pesar de que si hubieran observado sus propios dibujos podrían haber respondido correctamente que los triángulos no lo eran.

Ambos entrevistados expresaron que en todos los prácticos que habían hecho se solicitaba probar la congruencia de triángulos y la mayoría de los enunciados era acompañada de una figura donde se pedía demostrar congruencia. En cambio en el problema de análisis la pregunta estaba abierta, por lo cual forzaron su respuesta a "son congruentes" no pensaron que podía ser negativa la respuesta, entonces trataron de aplicar el criterio LAL.

Un caso particular es el ejemplo que describimos con detalle, donde la alumna va modificando la figura para lograr la respuesta que ella esperaba, dice: *"estoy segura que son congruentes"*.

Reflexionando sobre lo sucedido vemos la importancia que cobra la práctica docente en el momento de intentar la producción de demostraciones en la clase de geometría por parte de los alumnos.
Detectada una de las dificultades, los prácticos del 2006 fueron redactados de otra manera, para que los alumnos pudieran verdaderamente involucrarse en la resolución de problemas y en demostraciones geométricas, se trabajó con enunciados más abiertos y diversos, con el objetivo de aumentar las posibilidades de autonomía y que efectivamente pudieran conjeturar, justificar, demostrar, hacer uso de argumentaciones deductivas apoyadas en las propiedades y axiomas que se tomaban como punto de partida.

2006
Volvimos a plantear el mismo problema al grupo de estudiantes del profesorado que cursaron Laboratorio de Geometría, 22 alumnos.
De los 22 alumnos solamente 3 no interpretan el problema es decir hacen una que figura que no refleja las condiciones del problema. De los alumnos que interpretaron bien en 2004, un 61,9% obtuvo la conclusión correcta. En el 2006 el 68,4% obtuvo la conclusión correcta.

	No interpretan el problema	Interpretan bien el problema y obtienen la conclusión correcta
2004	36.36%	61.9%
2006	13.6 %	68.4%

Se nota una diferencia apreciable en cuanto a la interpretación del problema en el 2006 respecto del 2004, también mejoró la obtención y la justificación.

Transcribimos parte de tres protocolos de resolución:
(1)"veo que tengo 2 triángulos rectángulos pero estos triángulos rectángulos no pueden ser congruentes porque solo tienen un cateto en común y lo otro que coincide es la hipotenusa de uno con un cateto del otro, entonces los triángulos no pueden ser congruentes"…"Lo comprobé observando el dibujo realizado".
(2) "me dejó llevar por la representación gráfica y concluyo intuitivamente que los triángulos no son congruentes". "Pero para justificar vuelvo a recordar cuándo dos triángulos eran congruentes"…"tengo dudas, pero la respuesta es: los triángulos no son congruentes pues sus lados homólogos no son iguales".
(3) "hago la figura, es notable que no son congruentes". "Tengo problemas para probarlo, luego de varios intentos, supondré que son congruentes". Y logra demostrar por el absurdo usando el Teorema de Pitágoras.

En general luego de trazar la figura se los nota más libre que el grupo de estudiantes analizados en 2004. Una vez que interpretaron bien el problema, no tuvieron miedo a deducir apoyándose en la evidencia de la figura.
Se percibe que los alumnos captaron la diferencia entre visualizar lo que está ocurriendo y demostrar, justificar.

CONCLUSIONES:
Realizar los protocolos fue una interesante actividad, sorprendió a los alumnos. Para los dos grupos analizados les fue difícil escribir lo que sentían. Muchos sólo describieron como trazaban la figura. Otros resolvieron directamente y no siguieron la consigna de realizar el protocolo. Algunos dejaron traslucir tranquilidad y seguridad, cómo que habían entendido hacia dónde iban, pero estaban equivocados, mostraron actitud positiva para resolver problemas; los que expresaron sus miedos, su ansiedad no pudieron hacer prácticamente nada. Pero en otros casos, por ejemplo se expresa: *"realmente estoy ansiosa y no presto demasiada atención"*, tiene el dibujo correcto pero no pudo emitir conclusión.

Comprobamos que haciendo el protocolo del problema los alumnos mejoraron la capacidad de ser conscientes, reflexionando, supervisando y evaluando sus propios procesos cognitivos. Quedó claro que resolver un problema es una experiencia personal, que el alumno necesita encontrarse involucrado.
Cuando los alumnos hicieron los análisis de los protocolos y compartieron con sus compañeros la experiencia, se evidenció que recordaban cómo habían ido pensando.
Conocer los rastros en la solución de un problema, nos ayuda en nuestra práctica docente; podemos considerar las diferencias individuales en los modos de pensar, de interpretar, de apropiarse de los conceptos y significados de nuestros alumnos.
De la primer experiencia aprendimos que aquello que un alumno puede reconocer al observar una figura no siempre es lo mismo que lo que nosotros como docentes pretendemos se identifique con la mirada de modo que rápidamente queden explícitas aquellas propiedades que se suponen allí representadas.
Las entrevistas y el análisis de las primeras producciones de los alumnos nos ayudaron a reflexionar sobre la práctica docente y mejoramos el trabajo realizado en los prácticos de aula, en el sentido de:

- Trabajar con enunciados abiertos. Preguntas del tipo: ¿Será cierto qué…..?. Conjeture una respuesta y luego demuestre.
- Destacar la importancia de la figura de análisis para contribuir a la identificación de las relaciones posibles, propiedades, axiomas que conduzcan a la demostración de una afirmación.
- Desarrollar el pensamiento visual y favorecer las habilidades de visualización.
- Hacer tomar conciencia a los futuros profesores de la importancia que tiene al resolver un problema, analizar y tratar de comprender el enunciado, explorar posibles soluciones, dar formulaciones diferentes del mismo problema, particularizar hasta tratar de conjeturar qué es cierto.
- Ir incorporando recursos y estrategias propios de los procesos de demostración en geometría.
- Ir ejercitándose en la redacción de los protocolos para tener una serie de estrategias que vendrán a la mente cuando problemas similares aparezcan.

Estamos convencidas de que se "debe usar la metodología que después los futuros profesores deberán aplicar en el ejercicio de su profesión" (L. Santaló), así es que la resolución de problemas atraviesa todas las actividades que desarrollamos en este tipo de asignaturas de la Carrera del Profesorado en Matemáticas.

Referencias Bibliográficas:

[1] **Almeída, Alvarez y otros** (1995).“Metodología de la Enseñanza de la Matemática’’. Cuba
[2] **Alsina Catalá C. Fortuna Aymemí J. & Pérez Gómez R**. ¿Por qué Geometría?. Editorial Síntesis 1997.
[3] **Cerizola N**. - **Pérez N.** (1999).La Resolución de Problemas, su relación con las prácticas docentes, Anales Congreso RELME 14 .
[4] **D`Amore B.**. PROBLEMAS, Pedagogía y Psicología de la matemática en la actividad de resolución de problemas. (2000)Edit. Sintesis..
[5] **Guzmán, M. de** (1991). “Para Pensar Mejor”. Edit. Labor. **.**
[6] **Guzmán, M. de.** (1992). “Tendencias innovadoras en Educación Matemática”. OMA.
[7] **Mason-Burton-Stacey.** (1987) “Pensar Matemáticamente”. Edit. Labor. (1989).
[8] **Pérez N. - Pekolj M.- Berraondo R. - Cognini R.** (2.003). "Leo pero no comprendo", Anales Congreso RELME 17 .
[9] **Cerizola N. - Pérez N. - Pekolj M.-** (2.005). "El Laboratorio de Geometría y la resolución de problemas", Anales Congreso RELME 19.
[10] **Polya G.** (1989) “¿Cómo Plantear y Resolver Problemas”. Edit. Trillas..
[11] **Vergnaud G.** “Epistemología y Psicología de la Educación Matemática” Capítulo del libro Mathematics and Cognition, editado por Nesher & Kilpatrick. 1990pp14-30.

ANEXO

Dispones de 20 minutos para realizar la actividad indicada que debes acompañar con el protocolo del proceso.

ASPECTOS RELEVANTES PARA REALIZAR EL PROTOCOLO DEL PROCESO DE RESOLUCION

Deberíamos ser capaces de reproducir todo lo que ha pasado por nuestra mente: lo que hemos ido realizando, pensando, nuestros sentimientos y situaciones afectivas durante el proceso de resolución.

¿Qué es conveniente anotar?

a) Nuestra toma de posición frente al problema. Nuestros sentimientos, ¿tenemos confianza? ¿estamos ansiosos o tranquilos? ¿sentimos interés?.
b) ¿Me faltan o no conocimientos?
c) Los orígenes de las posibles ideas que van apareciendo en nuestra mente.
d) Todo lo que considere útil para arrojar luz sobre cómo pensamos.

ACTIVIDAD:

Dadas dos circunferencias concéntricas (distintas) y con centro común A, construye los siguientes triángulos:

-ABC, donde el vértice B está sobre la circunferencia interior y el vértice C sobre la circunferencia exterior. ABC es rectángulo en B.

-AB'C', donde el vértice B' está sobre la circunferencia interior y el vértice C' sobre la circunferencia exterior. AB'C' es rectángulo en A.

¿Son congruentes ABC y AB'C'? Justifica claramente tu respuesta.