



### Diferenciales

**Problema 1:** Sea la función  $y(x) = 3x^2 + 2x - 8$ . Calcular la diferencia entre  $\Delta y$  y  $dy$  en  $x = x_0$ .

**Problema 2:** ¿Cuál debe ser la longitud de un hilo que rodee la Tierra por una circunferencia máxima? Si repetimos la operación de manera tal que exista 1 cm entre el hilo y la Tierra, cuánto debemos aumentar la longitud del hilo? Utilice diferenciales para el cálculo y compare con el valor exacto de variación de la longitud. (Radio de la Tierra: 6400 Km).

**Problema 3:** La medida del diámetro de un círculo es  $d = 13.8$  cm, con un error por defecto menor que 0.1 cm. Calcular mediante el diferencial el error cometido en la determinación de la superficie.

$$S = \frac{\pi}{4} d^2$$

Comparar con el valor exacto de  $\Delta S$ .

**Problema 4:** Demostrar que el error relativo cometido en la determinación del área  $S$  de un círculo es igual al doble del error relativo del radio  $r$  (se define como error relativo de una magnitud  $M$  al cociente  $dM/M$ ).

Compare  $dS$  con el valor exacto de  $\Delta S$  para  $\frac{dr}{r} = 0.01$  y  $r = 10$ .

### Aceleración

---

**Problema 5:** Cada uno de los siguientes cambios de velocidad, tienen lugar en un intervalo de tiempo de 10 s. Calcule para cada intervalo la aceleración media.

- Al comienzo del intervalo, un cuerpo se mueve hacia la dirección positiva del eje  $x$  a la velocidad de  $150$  cm/s; al final del intervalo se mueve en el mismo sentido a la velocidad de  $150$  cm/s.
- Al comienzo del intervalo se mueve hacia la dirección positiva a  $600$  cm/s y al final, en el mismo sentido, a la velocidad de  $150$  cm/s.
- Al comienzo se mueve en la dirección positiva a  $600$  cm/s y al final, en sentido contrario, a  $150$  cm/s.
- Al comienzo se mueve hacia la dirección negativa a  $600$  cm/s y al final, en el mismo sentido a  $150$  cm/s.

**Problema 6:** Un movimiento uniformemente acelerado está dado por una expresión del tipo

$$x(t) = c_1 + c_2 t + c_3 t^2$$

siendo  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  constantes. Tomando:  $c_3 = 5$  cm/s<sup>2</sup>; y sabiendo que en  $t = 3$  s,  $x = 6$  cm y que en  $t = 5$  s,  $x = 25$  cm:

- Encuentre la aceleración del movimiento
- Calcule  $c_1$  y  $c_2$ .
- Interprete físicamente los coeficientes  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ .

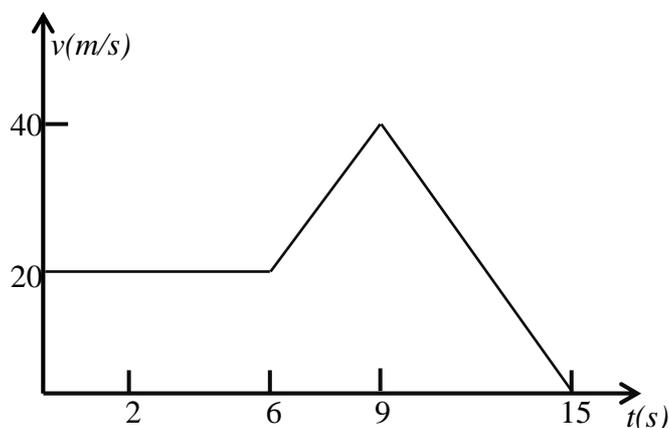


**Problema 7:** La función posición de una partícula que se mueve sobre el eje  $x$  depende del tiempo de la forma  $x(t) = a.t^2 - b.t^3$ , donde  $x$  está en cm y  $t$  en s. ¿Qué unidades deben tener  $a$  y  $b$ ? Considerando  $a = 3$  y  $b = 1$  en las unidades adecuadas, calcule:

- ¿En qué instante  $x(t)$  alcanza un máximo relativo? ¿Es ese el máximo valor posible de  $x(t)$ ?
- Calcule el camino total recorrido por la partícula entre  $t=0$  y los primeros  $t=4$  segundos.
- Calcule la velocidad y la aceleración de la partícula para  $t=4$  s. ?
- El movimiento de la partícula es un movimiento uniformemente acelerado?

**Problema 8:** La figura muestra la velocidad de un móvil en función de  $t$ :

- Determine la aceleración instantánea para  $t=3$  s y  $t=11$  s.
- Calcule los caminos recorridos por el móvil durante los primeros 5, 9 y 15 segundos.
- Conociendo que  $x(6\text{ s})=0$ , encuentre la posición del móvil en  $t=0$  s.
- De una expresión de la posición del móvil válida para todo  $t$ .



**Problema 9:** Una partícula es acelerada en varios intervalos de tiempo de acuerdo a:

$$a(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } -\infty < t < -1 \text{ s} \\ t+1 & \text{si } -1 \text{ s} \leq t \leq 1 \text{ s} \\ 3 & \text{si } 1 \text{ s} < t < \infty \end{cases}$$

- Encuentre las funciones  $x(t)$ , y  $v(t)$  asumiendo que la partícula se encontraba en reposo en el origen en  $t=0$ .
- Calcule la velocidad de la partícula en  $t=2$  s y el camino recorrido entre  $t=-2$  s y  $t=2$  s.



Facultad de Matemática Astronomía y Física  
INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA  
Guía 5 - Año 2011

---

**Problema 10:** Un tren viaja a una velocidad de  $144 \text{ km/h}$  cuando de pronto el conductor advierte que en la misma vía,  $350 \text{ metros}$  delante suyo se halla detenido otro tren. Aplica inmediatamente los frenos que le producen una desaceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Cuando lleva recorridos  $300 \text{ metros}$ , el segundo tren al advertir que va a ser embestido logra ponerse en movimiento con aceleración constante.

- Encuentre las funciones  $x(t)$ ,  $v(t)$  y  $a(t)$  de ambos trenes.
- ¿Cuál es el valor mínimo de la aceleración del segundo tren necesaria para evitar la colisión?
- ¿Cuál es la velocidad de ambos trenes en el momento de máxima proximidad? Realice los cálculos utilizando la aceleración encontrada en a).
- Suponiendo que el segundo tren arranca con una aceleración de  $4 \text{ m/s}^2$ , ¿cuánto vale la mínima distancia a que llegarán a estar separados los trenes? ¿En qué instante estarán a esa distancia?

**Problema 11:** Dos automóviles se acercan el uno hacia el otro a  $16 \text{ m/s}$  y  $12 \text{ m/s}$  respectivamente. Cuando se encuentran separados por  $120 \text{ metros}$ , los dos conductores se dan cuenta de la situación y aplican los frenos. Llegan al reposo al mismo tiempo, justo antes de chocar. Suponiendo una desaceleración constante para los dos automóviles, calcular:

- El tiempo necesario para que se detengan.
- La aceleración de cada automóvil.
- El camino recorrido por cada auto durante la frenada.

**Problema 12:** En las cercanías de la superficie de la Tierra todo cuerpo se ve atraído hacia abajo, es decir hacia el centro del planeta. Esto significa que si se deja en libertad (caída libre), ya sea ascendiendo debido a un lanzamiento inicial o bien cayendo, se mueve siempre con una aceleración constante  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  que *siempre* apunta hacia abajo. Teniendo en cuenta los comentarios anteriores, considere una bala de cañón que es disparada desde tierra verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial  $v_0$ .

- Dé una expresión para la función de movimiento de la bala.
- Calcule la altura máxima que alcanzará.
- Calcule el tiempo que tardará en caer al suelo.

Suponga que no hay viento, de tal manera que el movimiento es perfectamente vertical.

**Problema 13:** Desde un montacargas que sube con una velocidad de  $5 \text{ m/s}$  se deja caer una piedra que llega al suelo en  $3 \text{ s}$ .

- ¿A qué altura estaba el montacargas cuando se dejó caer la piedra?
- ¿Con que velocidad chocó la piedra contra el suelo?

### Problemas adicionales

**Problema 14:** Un móvil  $A$  cuya función de movimiento es  $x_A = 1 \text{ m/s}^2 t^2 + 3 \text{ m/s} t + 4 \text{ m}$  se encuentra en el instante  $t = 2 \text{ s}$  con un móvil  $B$  cuya función de movimiento es  $x_B = a.t^2 + bt + c$ . Sabiendo que en  $t = 0 \text{ s}$  el móvil  $B$  se encuentra  $4 \text{ metros}$  más lejos del origen que  $A$ , y que en  $t = -2 \text{ s}$  su velocidad es nula; determine la función de movimiento del móvil  $B$ . ¿Existe alguna otra solución?



Facultad de Matemática Astronomía y Física  
INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA  
Guía 5 - Año 2011

---

**Problema 15:** La aceleración de un cuerpo que se mueve a lo largo de una línea recta está dado por  $a(t) = 4m/s^2 - 1m/s^4 t^2$ . Encontrar la velocidad y la posición en función del tiempo suponiendo que para  $t = 3 s$ ,  $v = 2 m/s$  y  $x = 9 m$ .

**Problema 16:** La aceleración de una partícula es:  $a(t) = k t^2$

- a) Sabiendo que  $v = -50 m/s$  cuando  $t=0 s$  y  $v = 50 m/s$  cuando  $t=5 s$ , determine la constante  $k$ .  
b) Escriba  $v(t)$  y  $x(t)$  sabiendo que  $x = 0 m$  cuando  $t=2 s$ .

**Problema 17:** Un cuerpo tiene una aceleración dada por  $a = 3 cm/s^3 t$ . En  $t=2 s$  el cuerpo se encuentra en  $x=1 cm$  y en  $t=-2 s$  está en  $x=-7 cm$ .

- a) Calcule la velocidad y la posición del cuerpo en  $t=0 s$ .  
b) Calcule la velocidad del cuerpo en  $t = 2 s$  y  $-2 s$ .  
c) Haga un gráfico cualitativo de la función de movimiento.  
d) Grafique  $v$  y  $a$  en función  $t$

**Problema 18:** Un automóvil y un camión parten en el mismo instante, encontrándose inicialmente el auto cierta distancia detrás del camión. Este último tiene una aceleración constante de  $1,2 m/s^2$  mientras que el auto acelera a  $1,8 m/s^2$ . El auto alcanza al camión cuando éste ha recorrido 45 metros.

- a) ¿Cuánto tiempo tarda el auto en alcanzar al camión?  
b) ¿Cuál es la distancia inicial entre ambos vehículos?  
c) ¿Cuál es la velocidad de cada uno en el momento de encontrarse? Graficar  $a$ ,  $v$  y  $x$  en función del tiempo.

**Problema 19:** Dos autos  $A$  y  $B$  se mueven en la misma dirección con velocidad  $v_A$  y  $v_B$ . Cuando el auto  $A$  se encuentra una distancia  $d$  detrás de  $B$  se aplican los frenos de  $A$  causando una desaceleración constante  $a$ . Demostrar que para que no se produzca un choque entre  $A$  y  $B$  es necesario que:  $v_A - v_B < (2 \cdot a \cdot d)^{1/2}$ .

**Problema 20:** Un ascensor de carga se mueve hacia arriba con velocidad constante de  $5 m/s$  y pasa a un ascensor de pasajeros que está quieto. Tres segundos más tarde parte hacia arriba el ascensor de pasajeros con una aceleración de  $1,25 m/s^2$ . Cuando el ascensor de pasajeros alcanza la velocidad de  $10 m/s$ , continúa con velocidad constante. Dibujar los diagramas  $v(t)$  y  $x(t)$  y hallar a partir de ellos el tiempo y la distancia necesarios para que el ascensor de pasajeros alcance al de carga.

**Problema 21:** Desde la superficie del pozo de una mina caen gotas de agua a intervalos constantes de  $1 s$ . Un ascensor sube por el pozo a velocidad constante de  $30 m/s$  y es golpeado por una gota de agua cuando se encuentra a  $300$  metros por debajo del nivel de tierra. ¿Cuándo y dónde golpeará al ascensor la siguiente gota?