
Propuesta de tema para Trabajo Final en Matemática

*Control de rectas con movimiento helicoidal infinitesimal
de paso fijo*

Marcos Salvai

Contexto: En esta propuesta de tema de trabajo especial el estudiante resuelve el problema con la ayuda del profesor mientras estudia la teoría necesaria. Se trata de un problema en la frontera cercana de la Matemática, es decir, original (cuyos resultados se pueden publicar) pero que no requiere demasiados conocimientos previos. Las nociones involucradas, bastante profundas y centrales, se presentan mediante ejemplos concretos. Se invita a conversar con el profesor y obtener más detalles, sin compromiso.

Proyecto: Este problema se encuadra en la intersección de la geometría con la teoría de control (que está más cerca de las aplicaciones). Uno de los propósitos de esta última es el siguiente: En una variedad M , decidir cuáles pares de puntos de M pueden ser unidos por una curva γ en M sujeta a ciertas restricciones (típicamente, que la velocidad $\gamma'(t)$ en el instante t pertenezca a cierto subconjunto prefijado de $T_{\gamma(t)}$ para todo t).

En nuestro caso, M es la variedad \mathcal{L} de dimensión cuatro de todas las rectas orientadas del espacio euclídeo o hiperbólico de dimensión tres (difeomorfa a TS^2) y las curvas admisibles en \mathcal{L} están dadas por el movimiento de rectas que barren una superficie infinitesimalmente helicoidal de paso fijo, digamos λ (el paso de un helicoide es la relación entre la traslación y la rotación de la recta generatriz).

Otro problema a abordar es el llamado problema de Kendall (o de Oxford), planteado inicialmente para un esfera con marcas de colores rodando sobre el plano: Si hay curvas admisibles distinguidas, encontrar la cantidad mínima de trayectos distinguidos consecutivos que unan dos puntos prefijados de la variedad. En nuestro caso, las curvas distinguidas en \mathcal{L} son los movimientos de un recta que describe un helicoide de paso λ (propriadamente dicho, no solo a nivel infinitesimal en cada instante).

Contacto: salvai@famaf.unc.edu.ar; oficina 303
