
Propuesta de tema para Trabajo Final en Matemática

SOLUCIONES AL PROBLEMA DE SUSLIN

PEDRO SÁNCHEZ TERRAF

Contexto: Cantor probó a fines del siglo XIX que el orden de los números reales está caracterizado a más de isomorfismo por las siguientes propiedades: (1) es un orden total sin extremos; (2) es completo (esencialmente, satisface el axioma de supremo); y (3) es separable (i.e., contiene un subconjunto denso numerable). Es consecuencia inmediata de (3) que toda familia de intervalos abiertos disjuntos debe ser contable. Esta propiedad se conoce como la *condición de cadenas contables* o “ccc”.

Antes de 1920, Suslin pregunta si es posible reemplazar, en la caracterización anterior, la separabilidad por la ccc. Đuro Kurepa prueba que la existencia de una *recta de Suslin* (un orden ccc que cumple (1) y (2) pero que no es isomorfo a \mathbb{R}) es equivalente a un enunciado sobre árboles. El problema permanece abierto hasta los 60's, cuando se prueba usando el método de forcing que dicho problema es independiente de los axiomas aceptados actualmente (*ZFC*).

D. A. Martin y otros observaron que parte de la maquinaria del forcing se puede encapsular en un enunciado sobre conjuntos parcialmente ordenados, el *Axioma de Martin*, *MA*. La combinación $MA + \neg CH$ es consistente con *ZFC* e implica que no hay rectas de Suslin. Por otro lado Jensen descubrió que existen rectas de Suslin en el universo constructible de Gödel.

Proyecto: Estudiar la combinatoria de árboles necesaria para probar la caracterización de Kurepa y otros problemas de órdenes lineales. Estudiar la prueba de que $MA + \neg CH$ implica que no existen rectas de Suslin, y cómo se utiliza el principio combinatorio \diamond de Jensen para construir una recta de Suslin.

Contacto:

Oficina 365. sterraf@famaf.unc.edu.ar
<http://cs.famaf.unc.edu.ar/~pedro>
