Práctico 0

1. Sea $A = \{0, 1, 2, 3\}$. Escribir por extensión los siguientes conjuntos.
(a) $\{x \mid x = \frac{3a+1}{2} \in \mathbb{Z} \quad \text{donde} \quad a \in A\}$.
(b) $\{x \mid x = a - b \quad \text{donde} \quad a, b \in A\}$.

2. Describir por comprensión los siguientes conjuntos.
(a) El conjunto de todos los números menores que 1000 y que son múltiplos enteros de 11.
(b) El conjunto de todos los números mayores que 10 y menores que 100 que son cubos perfectos.

3. Sean A, B, C subconjuntos de un conjunto X. Demostrar las siguientes afirmaciones.
(a) $A \setminus B = A \cap B^C$.
(b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
(c) $A \subseteq B \cap C \Rightarrow A \subseteq B \;\wedge\; A \subseteq C, \quad A \cup B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C \;\wedge\; B \subseteq C$.
(d) Leyes de Morgan: $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C, \quad (A \cap B)^C = A^C \cup B^C$.
(e) $A \subseteq B \iff A \subseteq A \cap B, \quad A \subseteq B \iff A \cup B \subseteq B$. Como consecuencia se cumple: $A \subseteq B \iff A \cap B = A \iff A \cup B = B$.

4. Sea $f : X \to Y$ y sean $A, B \subseteq X$. Probar:
(a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
(b) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
(c) Para la función $f(x) = x^2$ encontrar subconjuntos A y B de $\mathbb{R}$ para los cuales se cumpla que $f(A) \cap f(B) \not\subseteq f(A \cap B)$.

5. Diga si es verdadero o falso, y justifique.
(a) $A \subseteq B \cup C \Longrightarrow A \subseteq B \;\wedge\; A \subseteq C$.
(b) $A \subseteq B \cup C \Longrightarrow A \subseteq B \;\vee\; A \subseteq C$.
(c) $A \subseteq B \cap C \Longrightarrow A \subseteq B \;\wedge\; A \subseteq C$.
(d) $A \cap B \subseteq C \Longrightarrow C^C \subseteq A^C \;\vee\; C^C \subseteq B^C$.