

Análisis Matemático I
Modelo de Parcial

A tener en cuenta:

- Enumerar las hojas.
- No usar calculadora.

(1) (20 ptos) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida del siguiente modo:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 0, \\ |x - 1| & \text{si } 0 \leq x < 3, \\ 2 & \text{si } 3 \leq x. \end{cases}$$

Graficar la función g donde

- (a) $g(x) = f(x)$.
 - (b) $g(x) = f(x + 1)$.
 - (c) $g(x) = |f(x)|$.
 - (d) $g(x) = [f(x)]$ (parte entera de $f(x)$) si $x \geq 0$.
- (2) (20 ptos) Describir los siguientes conjuntos en la recta real y graficarlos.
- (a) $\{x : \frac{1}{|x+3|} > 1\}$. ¿Tiene supremo este conjunto? Si la respuesta es afirmativa, diga cual es.
 - (b) $\{x : x^2 + x - 2 > 1\}$.
- (3) (20 ptos) Sean f, g y h funciones definidas en \mathbb{R} .
- (a) Definir la función $f \circ g$.
 - (b) Probar que $(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$.
 - (c) ¿Se cumple que $h \circ (f + g) = h \circ f + h \circ g$? Justifique.
 - (d) Si f es impar y g es par, probar que $f \circ g$ es una función par.
- (4) (25 ptos) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar.
- (a) Sea f una función definida en todo \mathbb{R} , entonces $|f|$ es una función par.
 - (b) Sea A un subconjunto no vacío de \mathbb{R} y $C_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A, \\ 0 & \text{si } x \notin A. \end{cases}$
Entonces $C_{\mathbb{R} \setminus A} = 1 - C_A$.
 - (c) $\mathbb{R} \setminus (-0.65, -0.55)$ es un conjunto denso en \mathbb{R} .
 - (d) Si $f(x) = |x|$ entonces existe f^{-1} .
 - (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 2}{n^2} = 1$.
- (5) (15 ptos) Sea $A = \{\frac{1}{n}\}_{n \in \mathbb{N}}$. Sea B un conjunto en \mathbb{R} tal que $A \subseteq B$. Supongamos que $B \cap \{x : x \leq 0\} = \emptyset$.
- (a) Mostrar que $\inf B = 0$.
 - (b) ¿Tiene el conjunto B mínimo?