

Dinámica térmica de sistemas cuánticos

Omar Osenda

Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Universidad Nacional de Córdoba

Motivación 1

- ▶ Computación cuántica adiabática: modelo de computación diferente a la computación realizado mediante la aplicación de quantum gates
- ▶ la computación cuántica adiabática posee algún grado de tolerancia a errores
- ▶ el sistema es inicializado en el estado fundamental de un Hamiltoniano inicial H_i y evoluciona lentamente en el estado fundamental de un Hamiltoniano final H_f el cual codifica la solución al problema de interés
- ▶ $H_S(t) = [1 - s(t)] H_i + s(t) H_f, \quad s(t) \in [0, 1]$

Motivación 1

- ▶ Computación cuántica adiabática: modelo de computación diferente a la computación realizado mediante la aplicación de quantum gates
- ▶ la computación cuántica adiabática posee algún grado de tolerancia a errores
- ▶ el sistema es inicializado en el estado fundamental de un Hamiltoniano inicial H_i y evoluciona lentamente en el estado fundamental de un Hamiltoniano final H_f el cual codifica la solución al problema de interés
- ▶ $H_S(t) = [1 - s(t)] H_i + s(t) H_f, \quad s(t) \in [0, 1]$

Motivación 1

- ▶ Computación cuántica adiabática: modelo de computación diferente a la computación realizado mediante la aplicación de quantum gates
- ▶ la computación cuántica adiabática posee algún grado de tolerancia a errores
- ▶ el sistema es inicializado en el estado fundamental de un Hamiltoniano inicial H_i y evoluciona lentamente en el estado fundamental de un Hamiltoniano final H_f el cual codifica la solución al problema de interés
- ▶ $H_S(t) = [1 - s(t)] H_i + s(t) H_f, \quad s(t) \in [0, 1]$

Motivación 1

- ▶ Computación cuántica adiabática: modelo de computación diferente a la computación realizado mediante la aplicación de quantum gates
- ▶ la computación cuántica adiabática posee algún grado de tolerancia a errores
- ▶ el sistema es inicializado en el estado fundamental de un Hamiltoniano inicial H_i y evoluciona lentamente en el estado fundamental de un Hamiltoniano final H_f el cual codifica la solución al problema de interés
- ▶ $H_S(t) = [1 - s(t)] H_i + s(t) H_f, \quad s(t) \in [0, 1]$

Motivación 2

- ▶ en computación cuántica de compuertas no hay una correspondencia directa entre la función de onda y el estado instantáneo del sistema, el Hamiltoniano es aplicado cada tanto y sólo afecta un número reducido de qubits, además la decoherencia afecta fuertemente la función de onda y el tiempo de decoherencia es del orden del tiempo de desfase de un qubit T_2^*
- ▶ en CCA la función de onda está siempre cerca del estado fundamental instantáneo del Hamiltoniano del sistema y es, por lo tanto, más estable frente a la decoherencia
- ▶ intuitivamente se espera que la decoherencia fuerce a la matriz densidad a ser diagonal en la base de energía, lo cual no es malo en CCA

Motivación 2

- ▶ en computación cuántica de compuertas no hay una correspondencia directa entre la función de onda y el estado instantáneo del sistema, el Hamiltoniano es aplicado cada tanto y sólo afecta un número reducido de qubits, además la decoherencia afecta fuertemente la función de onda y el tiempo de decoherencia es del orden del tiempo de desfase de un qubit T_2^*
- ▶ en CCA la función de onda está siempre cerca del estado fundamental instantáneo del Hamiltoniano del sistema y es, por lo tanto, más estable frente a la decoherencia
- ▶ intuitivamente se espera que la decoherencia fuerce a la matriz densidad a ser diagonal en la base de energía, lo cual no es malo en CCA

Motivación 2

- ▶ en computación cuántica de compuertas no hay una correspondencia directa entre la función de onda y el estado instantáneo del sistema, el Hamiltoniano es aplicado cada tanto y sólo afecta un número reducido de qubits, además la decoherencia afecta fuertemente la función de onda y el tiempo de decoherencia es del orden del tiempo de desfase de un qubit T_2^*
- ▶ en CCA la función de onda está siempre cerca del estado fundamental instantáneo del Hamiltoniano del sistema y es, por lo tanto, más estable frente a la decoherencia
- ▶ intuitivamente se espera que la decoherencia fuerce a la matriz densidad a ser diagonal en la base de energía, lo cual no es malo en CCA

Problemas que surgen

- ▶ como el estado fundamental cambia a lo largo del problema \Rightarrow la dinámica es a través de una transición de fase cuántica!
- ▶ si a lo largo de la evolución hay una gap entre el estado fundamental de H_S y los estados excitados hay una razonable posibilidad de que el sistema este “protegido” contra la decoherencia

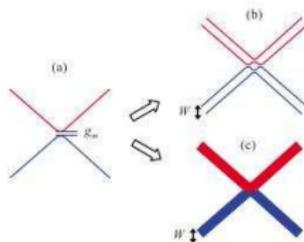


FIG. 1. (Color online) Broadening of the energy levels of a closed system (a) due to coupling to an environment made of (b) a single two-state system or (c) infinitely many degrees of freedom with a continuous energy spectrum. In general, the coupling to an environment splits a single anticrossing into M^2 anticrossings, where M is the number of environment energy eigenstates. For the environment with a continuous spectrum, the anticrossing turns into a continuous transition region of width W .

Problemas que surgen

- ▶ como el estado fundamental cambia a lo largo del problema \Rightarrow la dinámica es a través de una transición de fase cuántica!
- ▶ si a lo largo de la evolución hay una gap entre el estado fundamental de H_S y los estados excitados hay una razonable posibilidad de que el sistema este “protegido” contra la decoherencia

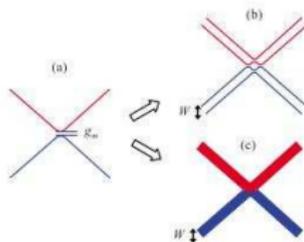


FIG. 1. (Color online) Broadening of the energy levels of a closed system (a) due to coupling to an environment made of (b) a single two-state system or (c) infinitely many degrees of freedom with a continuous energy spectrum. In general, the coupling to an environment splits a single anticrossing into M^2 anticrossings, where M is the number of environment energy eigenstates. For the environment with a continuous spectrum, the anticrossing turns into a continuous transition region of width W .

un problema mas o menos real

$$H_i = -\frac{1}{2} \sum_i \Delta_i \sigma_x^{(i)}, \quad H_f = -\frac{1}{2} \sum_i h_i \sigma_z^{(i)} + \frac{1}{2} \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_z^{(i)} \sigma_z^{(j)}$$

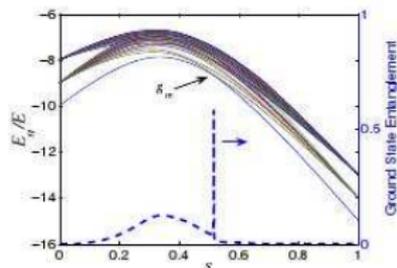


FIG. 1: Energy spectrum for a 20 qubit instance with minimum gap $g_m/E \approx 5 \times 10^{-4}$. Only the first 50 energy levels among a total $\sim 10^6$ are shown. The dashed line represents ground state entanglement using (13).

el entrelazamiento es calculado usando Meyer-Wallach

$$Q(|\psi\rangle) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n 2(1 - \text{Tr} [\rho_k^2])$$

probabilidad de éxito

probabilidad de estar en el estado fundamental al final de la evolución adiabática

$$P_{0f} = 1 - e^{-t_f/t_a}, \quad t_a \equiv \frac{4}{\pi g_m^2} \left| \langle 1 | \frac{dH}{ds} | 0 \rangle \right|_{s=s^*},$$

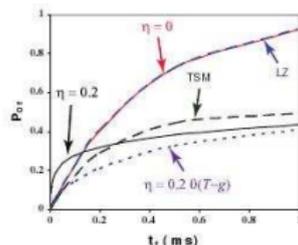


FIG. 2: Probability of success P_{0f} as a function of t_f for the 20 qubit instance of Fig. 1. The solid lines are calculated with ($\eta = 0.2$) and without ($\eta = 0$) coupling to the environment. Other parameters are $E = 10$ GHz, $T = 25$ mK. The dashed lines are obtained using analytical formulas (2) and (13). The dotted line is numerical calculation with $\eta = 0.2 \theta(T - g)$.

s^* es el tiempo al cual el sistema pasa por el crossing

otro problema: dinámica cerca de una transición de fase cuántica

se realiza un quench térmico manteniendo los parámetros del Hamiltoniano fijos (equivalente cuántico del aging)

Preguntas que surgen:

- ▶ ¿ Cómo se logra la termalización desde el punto de vista microscópico?
- ▶ ¿ Cuáles son las escalas de longitud y tiempo características que emergen de la dinámica fuera de equilibrio?
- ▶ ¿ Cuáles son los rasgos dinámicos debidos a la transición de fase cuántica?

otro problema: dinámica cerca de una transición de fase cuántica

se realiza un quench térmico manteniendo los parámetros del Hamiltoniano fijos (equivalente cuántico del aging)

Preguntas que surgen:

- ▶ ¿ Cómo se logra la termalización desde el punto de vista microscópico?
- ▶ ¿ Cuáles son las escalas de longitud y tiempo características que emergen de la dinámica fuera de equilibrio?
- ▶ ¿ Cuáles son los rasgos dinámicos debidos a la transición de fase cuántica?

otro problema: dinámica cerca de una transición de fase cuántica

se realiza un quench térmico manteniendo los parámetros del Hamiltoniano fijos (equivalente cuántico del aging)

Preguntas que surgen:

- ▶ ¿ Cómo se logra la termalización desde el punto de vista microscópico?
- ▶ ¿ Cuáles son las escalas de longitud y tiempo características que emergen de la dinámica fuera de equilibrio?
- ▶ ¿ Cuáles son los rasgos dinámicos debidos a la transición de fase cuántica?

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico

- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$

- ▶ la transición se presenta en $h = 1$

- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin

$$C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$$

- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$

- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica

- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico

- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$

- ▶ la transición se presenta en $h = 1$

- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin

$$C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$$

- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$

- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica

- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico
- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$
- ▶ la transición se presenta en $h = 1$
- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin
 $C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$
- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$
- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica
- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico

- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$

- ▶ la transición se presenta en $h = 1$

- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin

$$C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$$

- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$

- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica

- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico
- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$
- ▶ la transición se presenta en $h = 1$
- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin
 $C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$
- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \mathbf{exp}(-\omega/\omega_c)$
- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica
- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico
- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$
- ▶ la transición se presenta en $h = 1$
- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin
 $C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$
- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$
- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica
- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

Un ejemplo

- ▶ Modelo XY acoplado a un baño bosónico
- ▶ $H_S = \frac{J}{2} \sum_j^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + h \sigma_j^z \right)$
- ▶ la transición se presenta en $h = 1$
- ▶ se estudian las funciones de correlación de spin
 $C_{ZZ} = \langle \sigma_j^z(t) \sigma_{j+R}^z(t) \rangle - \langle \sigma_j^z(t) \rangle - \langle \sigma_{j+R}^z(t) \rangle$
- ▶ baño bosónico: $\sum_{\beta} \lambda_{\beta}^2 \delta(\omega - \omega_{\beta}) = 2\alpha\omega_s \exp(-\omega/\omega_c)$
- ▶ $C_{ZZ}^{th} \propto \exp(-R/\xi)$, ξ longitud de correlación térmica
- ▶ información mutua: $\mathcal{I}(L) = S(\rho_L) + S(\rho_{N-L}) - S(\rho_N)$, S es la entropía de von Neumann

resultados del ejemplo, tiempos cortos

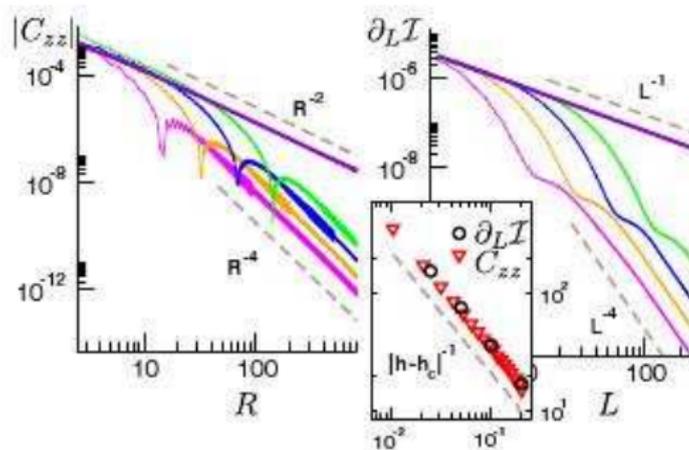


FIG. 2 (color online). Initial transient: snapshots of C_{zz} (left) and $\partial_L I$ (right) at a fixed $t/\alpha \ll 1$ after a quench from $T = \infty$ to $T = 0.1$ and for $h = 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 1$ (from bottom to top). The spikes relative to C_{zz} in the left panel mark the distances $\xi_i(h)$ at which C_{zz} changes sign. Dashed lines are plotted for comparison. Inset: ξ_i as a function of $|h - h_c|$; for $\partial_L I$, ξ_i is calculated as the maximum of $\partial_L^2 I$ which marks the crossover between L^{-1} and L^{-4} scaling.

mas resultados del mismo ejemplo

- ▶ ξ_t es el valor de R donde la correlación C_{zz} cambia de signo
- ▶ $\xi_t \propto |h - h_c|^{-1}$

para tiempos cortos $C_{zz} \propto \times \begin{cases} R^{-2} & R \ll \xi_t \\ R^{-4} & R \gg \xi_t \end{cases} .$

mas resultados del mismo ejemplo

- ▶ ξ_t es el valor de R donde la correlación C_{zz} cambia de signo
- ▶ $\xi_t \propto |h - h_c|^{-1}$

para tiempos cortos $C_{zz} \propto \times \begin{cases} R^{-2} & R \ll \xi_t \\ R^{-4} & R \gg \xi_t \end{cases} .$

resultados tiempos largos

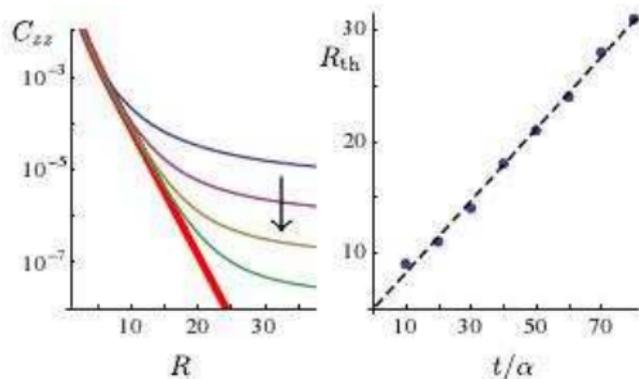


FIG. 3 (color online). Thermalization of the spin-spin correlation function C_{zz} after a quench from $T = \infty$ to $T = 0.1$ at $h = 1$. Left: snapshots of $C_{zz}(R)$ at $t/\alpha = 10, 20, 30, 40$ from top to bottom; thick red line is the (exponential) thermal equilibrium C_{zz}^{th} . At a given time after the quench C_{zz} is thermalized up to a distance R_{th} that increases with time. Right: corresponding time dependence of R_{th} ; the linear fit gives $v_{\text{th}} \approx 0.32$.

frente térmico

- ▶ a un dado tiempo la cadena a termalizado a distancias R_{th}
- ▶ R_{th} se encuentra “propagando balísticamente” con velocidad ν_{th} que es función del campo y de la temperatura

$$\nu_{th} \propto \begin{cases} T^s & T \gg \Delta \\ e^{-\Delta/T} & T \ll \Delta \end{cases}$$

frente térmico

- ▶ a un dado tiempo la cadena a termalizado a distancias R_{th}
- ▶ R_{th} se encuentra “propagando balísticamente” con velocidad ν_{th} que es función del campo y de la temperatura

$$\nu_{th} \propto \begin{cases} T^s & T \gg \Delta \\ e^{-\Delta/T} & T \ll \Delta \end{cases}$$

aging? - donde buscarlo

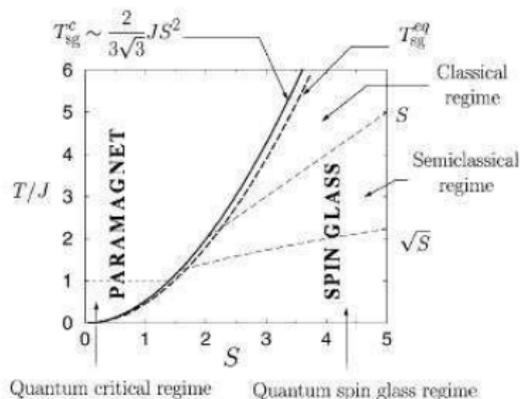


FIG. 1. Mean-field phase diagram and crossovers of the large- N quantum Heisenberg spin glass (the various regimes are discussed in the text).

diagrama de fase mean-field para el modelo

$$H = \frac{1}{\sqrt{NN}} \sum_{i < j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

las J_{ij} son variables aleatorias independientes quenched

relación en la zona paramagnética

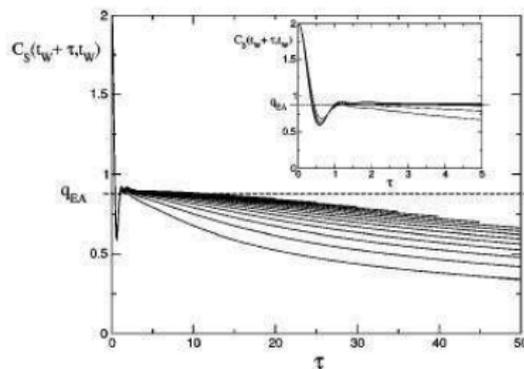


FIG. 4. Spin correlation as a function of τ for $t_w = 15, 20, \dots, 95$ [from bottom to top ($t_{\max} = 100$)], $J_B = J_H = S = 1$, and $T = 0.1$ (inside the glassy phase). The height of the dotted straight line equals the Edwards-Anderson parameter computed within the static formalism and coincides well with the plateau value. The aging behavior is explicit. Inset: zoom of the spin correlation as a function of τ on the time interval corresponding to the stationary regime for $t_w = 5, 10, 25, 37.5, 50, 75$ from bottom to top. The curves show a clear convergence toward a TTI stationary regime.

relajación en la zona vidriosa

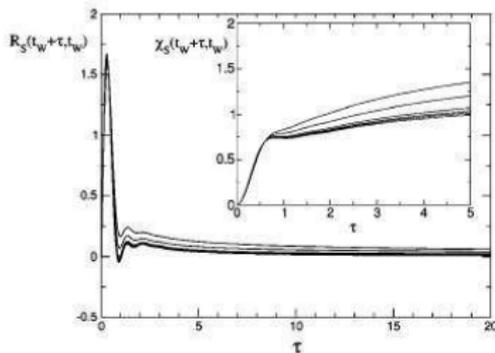


FIG. 5. Spin response as a function of τ for $t_w = 5, 10, 25, 37.5, 50, 75$ [from top to bottom ($t_{max} = 100$)], $J_B = J_H = S = 1$, and $T = 0.1$ (inside the glassy phase). Inset: zoom of the integrated response as a function of τ on the time interval corresponding to the stationary regime for $t_w = 5, 10, 25, 37.5, 50, 75$ from bottom to top. The aging behavior and the weak long-term memory scenario are explicit.

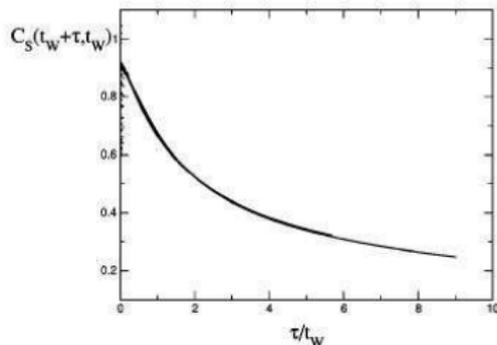


FIG. 7. Spin correlation as a function of τ/t_w for $t_w = 15, 20, \dots, 95$ [from bottom to top ($t_{max} = 100$)], $J_B = J_H = S = 1$ and $T = 0.1$. These are the same curves plotted in Fig. 4 but with respect to the variable τ/t_w . The excellent collapse strongly suggests that the function $h(t)$ (present in the dynamical Ansatz) should be equal to t .

violación de FDT

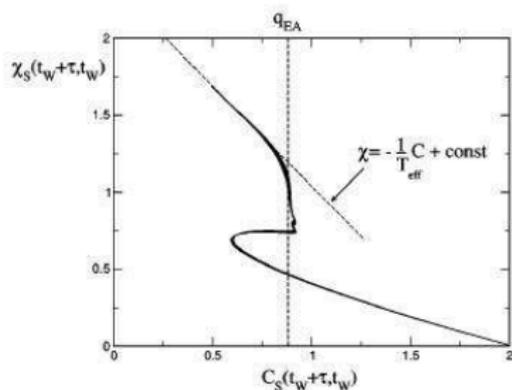


FIG. 8. Parametric plot of the spin integrated response as a function of C_S for $t_w = 40, 45, 55, 60, 65, 70$ ($t_{max} = 100$), $J_S = J_H = S = 1$ and $T = 0.1$ (inside the glassy phase). The collapse predicted by the dynamical Ansatz is good. The vertical dotted straight line indicates the values of the Edwards-Anderson computed within the static formalism. The dashed straight line has a slope $-1/T_{eff}$, where $1/T_{eff} = x/T$ and x has been computed within the static formalism. The curves clearly show that the generalization of the fluctuation dissipation relation holds in the aging regime.

por supuesto que se puede definir un QFDT