FÍSICA MODERNA I

7 de Septiembre de 2010

Guía N° 4. Propiedades ondulatorias de las partículas.

Problema 1

Grafique la longitud de onda de de Broglie en función de la energía cinética de la partícula para el electrón ($mc^2 = 511\,\text{keV}$) y el neutrón ($mc^2 = 940\,\text{MeV}$). En la misma figura grafique la longitud de onda del fotón ($mc^2 = 0$) en función de su energía. Analice el comportamiento de la longitud de onda de de Broglie asociada a las partículas para valores de energía cinética mucho mayores que la masa en reposo. Determine para cada partícula el orden de magnitud de su energía cinética como para poder observar difracción en un cristal.

Problema 2

Una partícula de masa m y carga e es acelerada a través de una diferencia de potencial V. Encontrar la longitud de onda de la partícula. Mostrar que este resultado concuerda con el clásico en el límite no relativista.

Problema 3

El espaciamiento de ciertos planos cristalinos en un cristal de KCl es de 3,14 Å. Calcular el ángulo de reflexión de Bragg de primer orden para electrones con energía cinética de 4 keV. Compararlo con el correspondiente a fotones de la misma energía.

Problema 4

Un haz de neutrones térmicos a la temperatura de 25°C incide sobre un cristal de NaCl, observándose el primer máximo de difracción a un ángulo de 19°. ¿Cuál es la separación entre los planos cristalinos?

Por neutrones térmicos se entiende neutrones que están en equilibrio térmico con la materia a una temperatura dada.

Problema 5

Una bala de 40 g viaja a 1000 m/s.

a) ¿Qué longitud de onda se le puede asociar?

b) ¿Por qué no se revela la naturaleza ondulatoria de la bala por medio de efectos de difracción?

c) Si la incerteza con que se midió la velocidad de la bala es de 0,01 m/s determinar la incerteza en la posición si se la mide simultáneamente con la velocidad.

Problema 6 (Deducción original de la relación de de Broglie)

Considere una partícula de masa en reposo m_0. Por analogía con la relación $E = h\nu$ para el campo electromagnético, de Broglie supuso que existía algun tipo de movimiento oscilatorio intrínseco (modo propio) con frecuencia ν_0 asociado a la partícula en reposo, donde $h\nu_0 = m_0c^2$.

Suponiendo que la partícula se mueve con velocidad v respecto de un referencial fijo.

a) Muestre que para un observador en el referencial fijo el movimiento oscilatorio de la partícula se evidencia como una onda progresiva, cuya velocidad de fase es c^2/v.

b) Deduzca la relación $\lambda = h/p$.

c) Muestre que la energía total de la partícula satisface $E = h\nu$ en cualquier referencial inercial, donde $\nu = \gamma\nu_0$ y $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Problema 7

Muestre que la onda viajera $\Psi(x,t) = \sin(kx - \omega t)$ se mueve en el sentido de x creciente con velocidad $v_f = \omega/k$ (*velocidad de fase*). Ahora dé la expresión de una onda viajera que se mueve en sentido de x decreciente.

Muestre que la resultante de la superposición de dos ondas viajeras de la misma amplitud pero con valores de ω y k levemente diferentes ($\delta\omega = \omega' - \omega \ll \omega$ y $\delta k = k' - k \ll k$) es esencialmente una onda viajera, con velocidad de fase $v_f = \omega/k$, cuya amplitud está modulada por una envolvente que se mueve con velocidad $v_g = \delta\omega/\delta k$ (*velocidad de grupo*). Generalizando, la velocidad de grupo de un paquete de ondas es $v_g = d\omega/dk(k = k_0)$, siendo k_0 el promedio de los valores de k (próximos a k_0) que constituyen el paquete.

Verifique que la velocidad de grupo de un paquete de ondas es igual a la velocidad de la partícula asociada, aún en condiciones relativistas.

Calcule la velocidad de fase de la onda de de Broglie de una partícula clásica y de una relativista. Mostrar que a velocidades relativistas se cumple $v_g v_f = c^2$, y por lo tanto, debido a que $v_g < c$, debe ser $v_f > c$.

Problema 8

Suponga que las ondas electromagnéticas son un caso particular de las ondas de de Broglie. Muestre que los fotones deben viajar con velocidad c y que su masa en reposo debe ser cero.

Problema 9

Un átomo excitado puede irradiar en cualquier instante entre $t = 0$ y $t = \infty$. No obstante, se observa que los átomos excitados decaen a estados de menor energía en un tiempo promedio finito, el cual se conoce como *tiempo de vida media* (τ). Sabiendo que la vida media de cierto estado excitado es de aproximadamente 10^{-8} s, estimar la indeterminación en la energía de este nivel.