FÍSICA MODERNA I

17 de Octubre de 2011.

Problema extra de Guía Nº 6: Mecánica Cuántica

Problema 1: Considere un oscilador armónico de masa m y frecuencia angular ω. A tiempo $t = 0$, el estado de este oscilador está dado por

$$\psi(x, 0) = \sum_n c_n \phi_n$$

donde ϕ_n son los autoestados estacionarios del oscilador armónico.

a) ¿Cuál es la probabilidad P de que una medición de la energía del oscilador realizada a un tiempo arbitrario $t > 0$ arroje un valor mayor que $2\hbar\omega$?. ¿Qué coeficientes son distintos de cero cuando $P = 0$?

b) Suponga que solamente c_0 y c_1 son distintos de cero. Con el requerimiento adicional de que el valor de expectación de la energía, $< H >= \hbar\omega$, calcule $|c_0|^2$ y $|c_1|^2$.

c) El estado inicial normalizado está definido a menos de un factor de fase global. Fijamos ese factor eligiendo c_0 real y positivo y escribimos $c_1 = |c_1|e^{i\theta_1}$. Suponiendo además que $< x >= \frac{1}{2}\sqrt{\hbar/m\omega}$, calcule θ_1

d) Con $\psi(x, 0)$ así determinado, escriba $\psi(x, t)$ para $t > 0$ y deduzca el valor medio $< x > (t)$ de la posición a tiempo t.

Ayuda: $\int_{-\infty}^{\infty} \phi_n^* x \phi_k dx = (\hbar/m\omega)^{1/2}[(n/2)^{1/2}\delta_{k,n-1} + (n + 1/2)^{1/2}\delta_{k,n+1}]$